This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक ग्राफ शीट है ।

Roll No.
अनुक्रमांक

Code No. 63/OSS/1
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
(गणित)
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ______________________

Signature of Invigilators **1.** ______________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ______________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **63/OSS/1, Set–A** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :

English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.

You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें ।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं ।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा ।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **63/OSS/1, सेट-A** लिखें ।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है । फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :

अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी ।

कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी ।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note :

(i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।

SECTION – A

खण्ड – अ

1 If A is a square matrix of order 3×3 and $|A| = 5$, then the value of $|-4A|$ is **1**

यदि A एक 3×3 क्रम का वर्ग आव्यूह है और $|A| = 5$, तो $|-4A|$ का मान है :

(A) 20 (B) –20

(C) 320 (D) –320

2 If $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is defined by $f(x) = \frac{x-1}{2}$, then $(fof)(x)$ is - **1**

यदि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ जो $f(x) = \frac{x-1}{2}$ द्वारा परिभाषित हो, तो $(fof)(x)$ है –

(A) $\frac{x-1}{2}$ (B) $\frac{x-3}{2}$

(C) $\frac{x-2}{4}$ (D) $\frac{x-3}{4}$

3 The interval, in which the function $f(x) = \sin x,\ x \in (0, 2\pi)$ is decreasing, is **1**

वह अन्तराल, जिसमें फलन $f(x) = \sin x,\ x \in (0, 2\pi)$ ह्रासमान है, है :

(A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

(C) $(0, \pi)$ (D) $(\pi, 2\pi)$

4 The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is – **1**

$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $\frac{5\pi}{6}$ (B) $\frac{-\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{7\pi}{6}$

5 The degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 1 = 0$ is **1**

अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 1 = 0$ की कोटि है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

6 The derivative of the function $f(x) = \frac{2x+3}{4x+5}$ at $x = 0$ is : **1**

$x = 0$ पर फलन $f(x) = \frac{2x+3}{4x+5}$ का अवकलज है :

(A) –2 (B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{2}{25}$ (D) $\frac{22}{25}$

7 The value of k for which the planes $2x-y+3z-1=0$ and $2x+y+kz+3=0$ are perpendicular to each other is **1**

k का मान जिस पर समतल $2x-y+3z-1=0$ तथा $2x+y+kz+3=0$ परस्पर लम्बवत् हैं, है

(A) 0 (B) 1

(C) –1 (D) 3

8 If $\int_0^a 3x^2 dx = 8$, then the value of a is : **1**

यदि $\int_0^a 3x^2 dx = 8$, तो a का मान है :

(A) –2 (B) 2

(C) 1 (D) –1

9 Contrapositive of the statement "If a number is divisible by 6, then it is divisible by 3" is - **1**

(A) If a number is not divisible by 3, then it is not divisible by 6.

(B) If a number is not divisible by 6, then it is not divisible by 3.

(C) If a number is divisible by 6, then it is not divisible by 3.

(D) If a number is divisible by 3, then it is divisible by 6.

कथन ''यदि कोई संख्या 6 से विभाजित होती है, तो वह 3 से भी विभाजित होती है'' का प्रतिधनात्मक है –

(A) यदि कोई संख्या 3 से विभाजित नहीं होती, तो वह 6 से भी विभाजित नहीं होती ।

(B) यदि कोई संख्या 6 से विभाजित नहीं होती, तो वह 3 से भी विभाजित नहीं होती ।

(C) यदि कोई संख्या 6 से विभाजित होती है, तो वह 3 से भी विभाजित नहीं होती ।

(D) यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो वह 6 से भी विभाजित होती ।

10 The slope of the normal to the curve $y=4x^3-3x$ at $x=-1$ is **1**

$x=-1$ पर वक्र $y=4x^3-3x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है

(A) -1 (B) $-\frac{1}{9}$

(C) 9 (D) -15

SECTION – B

खण्ड – ब

11 If $y=x^4-10$ and x changes from 2 to 1.99, what is the approximate change in y ? **2**

यदि $y=x^4-10$ तथा x, 2 से परिवर्तित होकर 1.99 हो जाता है, तो y में सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If the radius of a circle is increasing at the rate of 3 cm/sec, at what rate is its area increasing when its radius is 12 cm ?

यदि किसी वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ती है, तो इसके क्षेत्रफल के बढ़ने की दर क्या होगी, जब इसकी त्रिज्या 12 सेमी है ?

12 Find the area of the triangle whose vertices are $(-2,-3),(3,2)$ and $(-1,-8)$. **2**

त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(-2,-3),(3,2)$ तथा $(-1,-8)$ हैं ।

13 Find the vector equation of a line passing through the points $(1,-1,2)$ and $(3,4,-2)$. *2*

बिंदुओं $(1,-1,2)$ तथा $(3,4,-2)$ से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए ।

14 $p: -5$ is less than 6 **2**

$q: -5$ is less than -2

are two statements. Write the compound statement with 'And' and check its validity.

p: संख्या -5, संख्या 6 से छोटी है

q: संख्या -5, संख्या -2 से छोटी है

ऐसे दो कथन हैं। संयोजक 'और' का प्रयोग करते हुए मिश्र कथन लिखिए तथा इसकी वैधता की जांच कीजिए ।

15 Verify Rolle's theorem for the funciton $f(x) = x^2 - 6x + 5,\ x \in [1, 5]$. **2**

फलन $f(x) = x^2 - 6x + 5,\ x \in [1, 5]$ के लिए रोले के प्रमेय का सत्यापन कीजिए ।

16 Show that the points $A(2, 3, 4)$, $B(5, 8, 7)$ and $C(-1, -2, 1)$ are collinear. **2**

दिखाइए कि बिन्दु $A(2, 3, 4)$, $B(5, 8, 7)$ तथा $C(-1, -2, 1)$ संरेख हैं ।

SECTION – C

खण्ड – स

17 Find the value(s) of x such that – **4**

$$\begin{bmatrix} 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 15 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

x के मान ज्ञात कीजिए, जिससे कि –

$$\begin{bmatrix} 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 15 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0$$

18 Using properties of determinants, prove that **4**

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 \end{vmatrix} = (\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)(\alpha+\beta+\gamma)$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि –

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^3 & \beta^3 & \gamma^3 \end{vmatrix} = (\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)(\alpha+\beta+\gamma)$$

OR / अथवा

Solve the equation for x :

$$\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix} = 0,\ a \neq 0$$

x के लिए समीकरण हल कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix} = 0,\ a \neq 0$$

19 Solve : $2\tan^{-1}(\sin x) = \tan^{-1}(2\sec x),\ x \neq \frac{\pi}{2}$ **4**

हल कीजिए : $2\tan^{-1}(\sin x) = \tan^{-1}(2\sec x),\ x \neq \frac{\pi}{2}$

20 For what values of a and b, the function **4**

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x-3}{|x-3|}+a, & \text{if } x<3\\ a+b, & \text{if } x=3\\ \frac{x-3}{|x-3|}+2b & \text{if } x>3\end{cases}$$

is continuous at $x=3$?

a तथा b के किन मानों के लिए फलन

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x-3}{|x-3|}+a, & \text{यदि } x<3\\ a+b, & \text{यदि } x=3\\ \frac{x-3}{|x-3|}+2b & \text{यदि } x>3\end{cases}$$

$x=3$ पर सतत है ?

21 If $y=x^{\sin x}+(\cos x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $y=x^{\sin x}+(\cos x)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

22 Find : $\int\frac{6x+7}{\sqrt{(x-5)(x-4)}}dx$. **4**

ज्ञात कीजिए : $\int\frac{6x+7}{\sqrt{(x-5)(x-4)}}dx$

OR / अथवा

Find : $\int\sin x\sin 2x\sin 3x\,dx$.

ज्ञात कीजिए : $\int\sin x\sin 2x\sin 3x\,dx$

23 Solve the differential equation : **4**

$$\left(\tan^{-1} y - x\right) dy = \left(1 + y^2\right) dx$$

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\left(\tan^{-1} y - x\right) dy = \left(1 + y^2\right) dx$$

24 If $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq \vec{0}$ and $\vec{b} \neq \vec{c}$, show that $\vec{b} = \vec{c} + \lambda \vec{a}$, for scalar λ. **4**

यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq \vec{0}$ तथा $\vec{b} \neq \vec{c}$, तो दर्शाइए कि किसी अदिश λ के लिए $\vec{b} = \vec{c} + \lambda \vec{a}$ ·

25 Find the distance between the point $P(6, 5, 9)$ and the plane determined by the points $A(3, -1, 2)$, $B(5, 2, 4)$ and $C(-1, -1, 6)$. **4**

बिन्दुओं $A(3, -1, 2)$, $B(5, 2, 4)$ तथा $C(-1, -1, 6)$ से होकर जाने वाले समतल तथा बिन्दु $P(6, 5, 9)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

26 Find : $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$. **4**

ज्ञात कीजिए : $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$

27 If $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$. **4**

यदि $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, तो $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए ।

28 Find the coordinates of the point where the line through the points $A(3,4,1)$ and $B(5,1,6)$ crosses the XY-plane. **4**

बिन्दुओं $A(3,4,1)$ और $B(5,1,6)$ को मिलाने वाली रेखा, XY –तल को जहाँ काटती है उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ intersects the plane $x-y+z-5=0$. Also, find the angle between the line and the plane.

उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ समतल $x-y+z-5=0$ को प्रतिच्छेद करती है । रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए ।

SECTION – D

खण्ड – द

29 Using matrices, solve the following system of equations : **6**

$x+2y-3z=-4$

$2x+3y+2z=2$

$3x-3y-4z=11$

आव्यूहों का प्रयोग करते हुए, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x+2y-3z=-4$

$2x+3y+2z=2$

$3x-3y-4z=11$

30 Let N denotes the set of all natural numbers. Show that the relation R on the set $N \times N$ defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad(b+c) = bc(a+d) \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$ is an equivalence relation. **6**

मान लीजिए N सभी प्राकृत संख्याओं के समुच्चय को प्रकट करता है । दर्शाइए कि समुच्चय $N \times N$ पर एक संबंध R जो $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad(b+c) = bc(a+d) \forall (a, b),$ $(c, d) \in N \times N$ द्वारा परिभाषित है, एक समतुल्य संबंध है ।

OR / अथवा

Let $f : R^+ \to [-5, \infty)$ be a function defined as $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$. Show that f is invertible. Also find the inverse of f. Hence, find $f^{-1}(3)$.

$f : R^+ \to [-5, \infty)$ जो $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा परिभाषित एक फलन है । दर्शाइए कि फलन f व्युत्क्रमणीय है । फलन f का प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए तथा इससे $f^{-1}(3)$ ज्ञात कीजिए ।

31 Show that the right circular cylinder, open at the top, and of given surface area and maximum volume is such that its height is equal to the radius of its base. **6**

दर्शाइए कि दिए गए पृष्ठ क्षेत्रफल तथा अधिकतम आयतन वाले ऊपर से खुले एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊंचाई उसके आधार की त्रिज्या के बराबर है ।

OR / अथवा

Find all those points on the curve $y = 4x^3 - 2x^5$ at which the tangents drawn to the curve pass through the origin.

वक्र $y = 4x^3 - 2x^5$ पर स्थित वह सभी बिन्दु ज्ञात कीजिए जिनसे वक्र पर खींची गई स्पर्श रेखाएं मूल बिन्दु से होकर जाती हों ।

32 Draw a rough sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ and using integration, find the area enclosed between these curves and the x-axis. **6**

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में रफ स्केच खींचे तथा समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x–अक्ष के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

33 A small firm manufactures gold rings and chains. The total number of rings and chains manufactured per day is atmost 24. It takes 1 hour to make a ring and 30 minutes to make a chain. The maximum number of hours available per day is 16. If the profit on a ring is ₹ 300 and that on a chain is ₹ 190, find the number of rings and chains that should be manufactured per day, so as to earn the maximum profit. Make it as a linear programming problem and solve it graphically. **6**

एक छोटी फर्म सोने की अंगूठियां व चेनें बनाती है । एक दिन में कुल मिलाकर अधिकतम 24 अंगूठियां और चेनें बनाई जा सकती हैं । एक अंगूठी बनाने में 1 घंटा तथा एक चेन बनाने में 30 मिनट लगते हैं । काम करने के लिए प्रतिदिन 16 घंटे ही उपलब्ध हैं । यदि एक अंगूठी पर ₹ 300 तथा एक चेन पर ₹ 190 का लाभ होता है, तो ज्ञात कीजिए कि अधिकतम लाभ कमाने के लिए इस फर्म को प्रतिदिन कितनी अंगूठियां व चेनें बनानी चाहिए । इसको रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर ग्राफ द्वारा हल कीजिए ।

Roll No.
अनुक्रमांक