

INTERMEDIATE EXAMINATION - 2026

प्रश्न पुस्तिका सेट कोड
Question Booklet
Set Code

D

इन्टरमीडिएट परीक्षा - 2026

(ANNUAL / वार्षिक)

प्रश्न पुस्तिका क्रमांक
Question Booklet Serial No.

MATHEMATICS (Elective)

गणित (ऐच्छिक)

L. Sc. & L. A

कुल प्रश्न : 100 + 30 + 30 + 138

Total Questions : 100 + 30 + 30 + 138

कुल मुद्रित पृष्ठ : 40

Total Printed Pages : 40

(समय : 3 घंटे 15 मिनट)

(पूर्णांक : 100)

[Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Full Marks : 100]

परीक्षार्थियों के लिये निर्देश :

Instructions for the candidates :

1. परीक्षार्थी OMR उत्तर पत्रक पर अपना प्रश्न पुस्तिका क्रमांक (10 अंकों का) अवश्य लिखें।

1. Candidate must enter his / her Question Booklet Serial No. (10 Digits) in the OMR Answer Sheet.

2. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।

2. Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

3. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंश पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।

3. Figures in the right hand margin indicate full marks.

4. प्रश्नों को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए परीक्षार्थियों को 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।

4. Fifteen (15) extra time have been allowed for the candidates to read the questions carefully.

5. यह प्रश्न पुस्तिका दो खण्डों में है— 5. This question booklet is divided into two sections — **Section-A** and **Section-B**.
खण्ड-अ एवं खण्ड-ब।
6. खण्ड-अ में 100 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है (प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है)। पचास से अधिक प्रश्नों के उत्तर देने पर प्रथम 50 उत्तरों का ही मूल्यांकन कम्प्यूटर द्वारा किया जाएगा। सही उत्तर को उपलब्ध कराये गये OMR उत्तर-पत्रक में दिये गये सही गोले को नीले / काले बॉल पेन से प्रगाढ़ करें। किसी भी प्रकार के ह्वाइटनर / तरल पदार्थ / ब्लेड / नाखून आदि का उत्तर-पुस्तिका में प्रयोग करना मना है, अन्यथा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा। 6. In **Section-A**, there are 100 objective type questions, out of which **any 50 questions are to be answered** (each carrying 1 mark). First 50 answers will be evaluated by the computer in case more than 50 questions are answered. For answering these darken the circle with **blue / black ball pen** against the correct option on **OMR Answer Sheet** provided to you. **Do not use whitener / liquid / blade / nail etc. on OMR-sheet, otherwise the result will be treated invalid.**
7. खण्ड-ब में 30 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है (प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है)। इनके अतिरिक्त, इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना है (प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है)। 7. In **Section-B**, there are 30 short answer type questions, out of which **any 15 questions are to be answered** (each carrying 2 marks). Apart from these, there are 8 long answer type questions, out of which **any 4 questions are to be answered** (each carrying 5 marks).
8. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है। 8. Use of any electronic appliances is strictly prohibited.

खण्ड - अ / SECTION - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 100 तक के प्रश्न के साथ चार विकल्प दिए गए हैं जिनमें से एक सही है।
किन्हीं 50 प्रश्नों के उत्तर दें। अपने द्वारा चुने गए सही विकल्प को OMR शीट पर चिह्नित करें।

$$50 \times 1 = 50$$

Question Nos. 1 to 100 have four options, out of which only one is correct.
Answer any 50 questions. You have to mark your selected option on the OMR sheet.

$$50 \times 1 = 50$$

1. $\begin{vmatrix} 23 & 12 & 11 \\ 36 & 10 & 26 \\ 63 & 26 & 37 \end{vmatrix} =$

(A) 1

(B) -1

☒ (C) 0

(D) 2

2. $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} =$

(A) 1

~~(B) 0~~

(C) -1

(D) $a + b + c$

3. $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 2 & 2x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x =$

☒ (A) ± 2

(B) ± 1

(C) ± 3

(D) 0

4. $\begin{vmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{vmatrix} =$

(A) 1

(B) 0

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

5. $1 - P(A' \cap B') =$

(A) $P(A \cap B)$

(B) $P(A \cup B)$

(C) $P(A)$

(D) $P(B)$

6. यदि A, B और C तीन स्वतंत्र घटनाएँ हों तो $P(ABC) =$

(A) $P(A) + P(B) + P(C)$

(B) $P(A) - P(B) - P(C)$

(C) $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

(D) इनमें से कोई नहीं

If A, B and C are three independent events then $P(ABC) =$

(A) $P(A) + P(B) + P(C)$

(B) $P(A) - P(B) - P(C)$

(C) $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

(D) None of these

7. $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}, P(A \cap B) = \frac{4}{13} \Rightarrow P(A/B) =$

(A) $\frac{4}{9}$

(B) $\frac{4}{7}$

(C) $\frac{12}{13}$

(D) $\frac{1}{6}$

8. यदि घटना A का प्रतिकूल संयोगानुपात 3 : 7 हो तो $P(A) =$

(A) $\frac{3}{10}$

(B) $\frac{7}{10}$

(C) $\frac{3}{7}$

(D) $\frac{7}{3}$

If the odds against the event A is 3 : 7 then $P(A) =$

(A) $\frac{3}{10}$

(B) $\frac{7}{10}$

(C) $\frac{3}{7}$

(D) $\frac{7}{3}$

9. $\frac{d}{dx}(\log x^n) =$

(A) $\frac{1}{x^n}$

(B) n

(C) $\frac{1}{x}$

☒ (D) $\frac{n}{x}$

10. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin 2x) =$

(A) $4 \sin 2x$

(B) $4 \cos^2 2x$

☒ (C) $-4 \sin 2x$

(D) $2 \sin 4x$

11. $\vec{i} \times \vec{k} =$

(A) $\vec{i}$

(B) $\vec{k}$

(C) $\vec{j}$

☒ (D) $-\vec{j}$

12. $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{a}) =$

(A) 1

☒ (B) 0

☒ (C) $\vec{a}$

(D) -1

13. यदि $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ और $\vec{i} + \lambda\vec{j} - 3\vec{k}$ परस्पर लम्ब हों तो $\lambda =$

(A) -3

(B) -6

☒ (C) -9

(D) -1

If $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $\vec{i} + \lambda\vec{j} - 3\vec{k}$ are perpendicular to each other then the value of $\lambda =$

(A) -3

(B) -6

(C) -9

(D) -1

14. सदिश $2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ पर सदिश $\vec{i} + 3\vec{j} + 7\vec{k}$ का प्रक्षेप है

(A) 5

(B) 25

(C) 6

(D) इनमें से कोई नहीं

The projection of the vector $\vec{i} + 3\vec{j} + 7\vec{k}$ on the vector $2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ is

(A) 5

(B) 25

(C) 6

(D) none of these

15. $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, \vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| =$

(A) 5

(B) $\sqrt{5}$

(C) 4

(D) 2

16. यदि $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ और $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ तो $|\vec{a} \times \vec{b}| =$

(A) $\sqrt{174}$

(B) $\sqrt{87}$

(C) $\sqrt{93}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ and $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ then $|\vec{a} \times \vec{b}| =$

(A) $\sqrt{174}$

(B) $\sqrt{87}$

(C) $\sqrt{93}$

(D) none of these

17. यदि $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ तो

(A) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

(B) $\vec{a} \parallel \vec{b}$

(C) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ then

(A) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

(B) $\vec{a} \parallel \vec{b}$

(C) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(D) none of these

18. $2\vec{j} \cdot (-3)\vec{k} =$

(A) 6

(B) -6

(C) 0

(D) $-6\vec{i}$

19. किसी सरल रेखा के दिक्-अनुपात 2, 6, -3 हैं तो रेखा की दिक्-कोज्याएँ हैं

(A) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$

(B) $\frac{2}{7}, \frac{-6}{7}, \frac{3}{7}$

✓(C) $\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{-3}{7}$

(D) इनमें से कोई नहीं

The direction ratios of a straight line are 2, 6, -3. Then its direction cosines are

(A) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$

(B) $\frac{2}{7}, \frac{-6}{7}, \frac{3}{7}$

(C) $\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{-3}{7}$

(D) none of these

20. एक सरल रेखा x , y और z अक्ष के धन दिशा के साथ क्रमशः α , β और γ कोण बनाती हैं तो

✓(A) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

(B) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 4$

(C) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2$

(D) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$

If a line makes angles α , β and γ with the positive directions of x , y and z axes respectively, then

(A) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

(B) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 4$

(C) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2$

(D) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$

21. यदि $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \dots}}}$ तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{1}{2y-1}$

(B) $\frac{\cos x}{2y-1}$

(C) $\frac{\sin x}{2y-1}$

(D) $\frac{2y-1}{\cos x}$

If $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \dots}}}$ then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\frac{1}{2y-1}$

(B) $\frac{\cos x}{2y-1}$

(C) $\frac{\sin x}{2y-1}$

(D) $\frac{2y-1}{\cos x}$

22. यदि $x^n + y^n = a^n$ तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $-\frac{x^{n-1}}{y^{n-1}}$

(B) $\frac{x^{n-1}}{y^{n-1}}$

(C) $-\frac{y^{n-1}}{x^{n-1}}$

(D) nx^{n-1}

If $x^n + y^n = a^n$ then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $-\frac{x^{n-1}}{y^{n-1}}$

(B) $\frac{x^{n-1}}{y^{n-1}}$

(C) $-\frac{y^{n-1}}{x^{n-1}}$

(D) nx^{n-1}

23. यदि $x = a(1 - \cos \theta)$, $y = a(\theta + \sin \theta)$, तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\tan \frac{\theta}{2}$

(B) $-\tan \frac{\theta}{2}$

(C) $\cot \frac{\theta}{2}$

(D) $-\cot \frac{\theta}{2}$

If $x = a(1 - \cos \theta)$, $y = a(\theta + \sin \theta)$, then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $\tan \frac{\theta}{2}$

(B) $-\tan \frac{\theta}{2}$

(C) $\cot \frac{\theta}{2}$

(D) $-\cot \frac{\theta}{2}$

24. यदि $y = x^x$ तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $x^x (\log x + 1)$

(B) $\log x$

(C) $(\log x + 1)$

(D) nx^{n-1}

If $y = x^x$ then $\frac{dy}{dx} =$

(A) $x^x (\log x + 1)$

(B) $\log x$

(C) $(\log x + 1)$

(D) nx^{n-1}

25. $\frac{d}{dx} \sin^{-1}(3x - 4x^3) =$

☒ (A) $\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

26. $\frac{d}{dx}(\sin 3x \cdot \cos 5x) =$

(A) $4 \cos 8x$

(B) $4 \cos 8x - \cos 2x$

(C) $\cos 2x$

(D) $\cos 2x - 4 \cos 8x$

27. $\frac{d}{dx}(\cos x^3) =$

☒ (A) $-3x^2 \sin x^3$

(B) $\sin x^3$

(C) $3x^2 \sin x^3$

(D) $3x^2$

28. यदि $f: R \rightarrow R$, जहाँ $f(x) = 3x - 5$ तो $f^{-1}(x) =$

(A) $\frac{1}{3}(x+5)$

(B) $\frac{1}{3}(x-5)$

(C) $3x - 5$

(D) इनमें से कोई नहीं

If $f: R \rightarrow R$, where $f(x) = 3x - 5$, then $f^{-1}(x) =$

- (A) $\frac{1}{3}(x+5)$ (B) $\frac{1}{3}(x-5)$
 (C) $3x-5$ (D) none of these

29. $\int (x+2) dx =$

- (A) $(x+2)^3 + k$ (B) $\frac{x^2}{2} + k$
 (C) $\frac{x^2}{2} + 2x + k$ (D) $\log(x+2) + k$

30. $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} dx =$

- (A) $2 \log(\sin x + \cos x) + k$ (B) $\log(\sin x + \cos x) + k$
 (C) $\log(\sin x - \cos x) + k$ (D) $-\frac{1}{\sin x + \cos x} + k$

31. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, तो $A^3 =$

- (A) $3A$ (B) $4A$
 (C) $2A$ (D) इनमें से कोई नहीं

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, then $A^3 =$

- (A) $3A$ (B) $4A$
 (C) $2A$ (D) None of these

32. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ और $A + A' = I$, तो $\alpha =$

- (A) π (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$ then $\alpha =$

- (A) π (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

33. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो $\text{adj } A =$

- (A) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then $\text{adj } A =$

- (A) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (D) none of these

34. यदि $A = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ और $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ तो $AB =$

- ☒ (A) $[30]$
☐ (B) $[10]$
☐ (C) $[20]$
☐ (D) $[40]$

If $A = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ then $AB =$

- ☐ (A) $[30]$
☐ (B) $[10]$
☐ (C) $[20]$
☐ (D) $[40]$

35. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि

- ☒ (A) $m = n$
☐ (B) $m < n$
☐ (C) $m > n$
☐ (D) इनमें से कोई नहीं

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix if

- ☐ (A) $m = n$
☐ (B) $m < n$
☐ (C) $m > n$
☐ (D) none of these

36. $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A + A' =$

- ☒ (A) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$
☐ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
☐ (C) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$
☐ (D) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

37. $f: A \rightarrow B$ अंतःक्षेपी फलन होगा यदि

(A) $f(A) \subset B$

(B) $f(A) = B$

(C) $f(A) \supset B$

(D) इनमें से कोई नहीं

$f: A \rightarrow B$ will be an into function if

(A) $f(A) \subset B$

(B) $f(A) = B$

(C) $f(A) \supset B$

(D) none of these

38. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में संबंध 'छोटा है' निम्नलिखित में कैसा संबंध है ?

(A) केवल सममित

(B) केवल संक्रामक

(C) केवल स्वतुल्य

(D) तुल्यता

What type of a relation is "less than" in the set of real numbers ?

(A) Only symmetric

(B) Only transitive

(C) Only reflexive

(D) Equivalence

39. $|3\vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}| =$

(A) $\sqrt{14}$

☒ (B) $\sqrt{74}$

(C) $\sqrt{61}$

(D) $\sqrt{94}$

40. $\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) =$

(A) 1

(C) -1

(B) 0

(D) $\vec{i}$

41. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$

(A) $2(e-1)$

(C) $2(e+1)$

(B) $e-1$

(D) $e+1$

42. $\int_0^1 x e^x dx =$

(A) 1

(C) 2

(B) 0

(D) -1

43. $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}} =$

(A) 1

(C) 2

(B) -2

(D) -1

44. $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx =$

(A) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi a^2}{4}$

(B) $\frac{a^2}{4}$

(D) π

45. $\int_{-2}^2 |x| dx =$

(A) 4

(B) 3

(C) 2

~~(D) 0~~

46. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{ds}{dt}\right)^3 + 4 = 0$ की कोटि और घात है

(A) कोटि = 2, घात = 1

(B) कोटि = 2, घात = 2

(C) कोटि = 1, घात = 2

(D) कोटि = 1, घात = 1

The order and degree of the differential equation

$\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{ds}{dt}\right)^3 + 4 = 0$ is

(A) order = 2, degree = 1

(B) order = 2, degree = 2

(C) order = 1, degree = 2

(D) order = 1, degree = 1

47. अवकल समीकरण $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = e^{\tan^{-1}x}$ का समाकलन गुणक है

~~(A) $e^{\tan^{-1}x}$~~

(B) $e^{\sin^{-1}x}$

(C) $\tan^{-1}x$

(D) $\sin^{-1}x$

The integrating factor of the differential equation

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = e^{\tan^{-1} x} \text{ is}$$

(A) $e^{\tan^{-1} x}$

(B) $e^{\sin^{-1} x}$

(C) $\tan^{-1} x$

(D) $\sin^{-1} x$

48. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का हल है

(A) $e^x + e^{-y} = k$

(B) $e^x + e^y = k$

(C) $e^{-x} + e^y = k$

(D) $e^{-x} + e^{-y} = k$

The solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ is

(A) $e^x + e^{-y} = k$

(B) $e^x + e^y = k$

(C) $e^{-x} + e^y = k$

(D) $e^{-x} + e^{-y} = k$

49. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = \cot y$ का हल है

(A) $x \cos y = k$

(B) $x \tan y = k$

(C) $x \sec y = k$

(D) $x \sin y = k$

The solution of differential equation $x \frac{dy}{dx} = \cot y$ is

(A) $x \cos y = k$

(B) $x \tan y = k$

(C) $x \sec y = k$

(D) $x \sin y = k$

50. यदि * संक्रिया $a * b = a + 2b$ से परिभाषित हो तो $(2 * 3) * 4$ है

(A) 30

(B) 20

(C) 16

(D) 15

If the operation * is defined as $a * b = a + 2b$, then $(2 * 3) * 4$ is

(A) 30

(B) 20

(C) 16

(D) 15

51. $\frac{d}{dx}(e^{x-a}) =$

(A) e^{x-a} (B) $(x-a)e^{x-a}$ (C) e^x (D) $-e^{x-a}$

52. $\frac{d}{dx}\sqrt{x^2+ax+1} =$

(A) $\frac{x+a}{2\sqrt{x^2+ax+1}}$ ☒ (B) $\frac{2x+a}{2\sqrt{x^2+ax+1}}$ (C) $\frac{2x+a}{\sqrt{x^2+ax+1}}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{x^2+ax+1}}$

53. $\frac{d}{dx}(\sin x^2) =$ $\cos x^2$

☒ (A) $2x \cos x^2$ (B) $\cos x^2$ (C) $x^2 \cos x^2$ (D) $x \cos x^2$

TH/XII/0105

D

54. $\frac{d}{dx} \sqrt{\cot x} =$

(A) $\frac{1}{2\sqrt{\cot x}}$

(B) $\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x}$

☒ (C) $-\frac{\operatorname{cosec}^2 x}{2\sqrt{\cot x}}$

(D) $\frac{\operatorname{cosec}^2 x}{2\sqrt{\cot x}}$

55. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} \sqrt{x} + \cot^{-1} \sqrt{x}) =$

(A) $\frac{\pi}{2}$

☒ (B) 0

(C) 1

(D) π

56. $\frac{d}{dx} (2 \tan^{-1} x) =$

(A) $\frac{1}{1+x^2}$

☒ (B) $\frac{2}{1+x^2}$

(C) $\frac{1}{2(1+x^2)}$

(D) $\frac{1}{1-x^2}$

57. $\frac{d}{dx} (\cos \sqrt{x}) =$

-sin √x . 1/2√x

(A) $\sin \sqrt{x}$

☒ (B) $-\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

(C) $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

(D) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

58. $\frac{d}{dx} \left\{ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - a^5}{x - a} \right\} =$

(A) a

☒ (B) 0

(C) $5a^4$

(D) 5

59. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) =$

(A) $\frac{1}{1+x^2}$

☒ (B) $\frac{-1}{1+x^2}$

(C) $\frac{1}{x}$

(D) $\frac{-1}{x}$

60. वक्र $y = x^2 + 4x + 1$ के बिन्दु $x = 3$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण है

(A) $x + 10y = 8$

(B) $10x + y = 8$

(C) $10x - y = 8$

(D) $x - 10y = 8$

The equation of the tangent to the curve $y = x^2 + 4x + 1$ at the point $x = 3$ is

(A) $x + 10y = 8$

(B) $10x + y = 8$

(C) $10x - y = 8$

(D) $x - 10y = 8$

61. सरल रेखाओं $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{-3}$ और $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{4}$ के बीच का कोण है

(A) $\frac{\pi}{2}$

☒ (B) 0

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

The angle between the straight lines $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{-3}$ and

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{4} \text{ is}$$

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) 0

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

62. बिन्दु $(2, 3, -5)$ से तल $x+2y-2z=9$ की दूरी है

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

The distance of the plane $x+2y-2z=9$ from the point $(2, 3, -5)$ is

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

63. यदि दो तल $x-4y+\lambda z+3=0$ और $2x+2y+3z=5$ परस्पर लंब हों तो $\lambda =$

(A) 1

~~(B) 2~~

(C) 3

(D) 4

If two planes $x-4y+\lambda z+3=0$ and $2x+2y+3z=5$ are perpendicular to each other then $\lambda =$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

64. यदि रेखा $\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$, तल $a_2x + b_2y + c_2z + d = 0$ के समांतर हो तो

(A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(B) $a_1x + b_1y + c_1z + d = 0$

(C) $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

If the line $\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$ is parallel to the plane $a_2x + b_2y + c_2z + d = 0$ then

(A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(B) $a_1x + b_1y + c_1z + d = 0$

(C) $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ (D) none of these

65. तल का समीकरण जिसके x , y , और z -अक्षों पर अंतःखण्ड क्रमशः -2 , 3 तथा 4 हैं, होगा

(A) $6x - 4y - 3z + 12 = 0$

(B) $6x + 4y + 3z + 12 = 0$

(C) $6x - 4y - 3z = 0$

(D) इनमें से कोई नहीं

The equation of the plane whose intercepts on the x , y and z -axes are -2 , 3 and 4 respectively, will be

(A) $6x - 4y - 3z + 12 = 0$

(B) $6x + 4y + 3z + 12 = 0$

(C) $6x - 4y - 3z = 0$

(D) none of these

66. यदि दो सरल रेखाओं की दिक् कोज्याएँ l_1, m_1, n_1 और l_2, m_2, n_2 हैं तो उनके बीच के कोण की कोज्या होगी

(A) $(l_1 + m_1 + n_1)(l_2 + m_2 + n_2)$

(B) $\frac{l_1}{l_2} + \frac{m_1}{m_2} + \frac{n_1}{n_2}$

(C) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$

(D) इनमें से कोई नहीं

If the direction cosines of two straight lines are l_1, m_1, n_1 and l_2, m_2, n_2 then the cosine of the angle between the lines will be

(A) $(l_1 + m_1 + n_1)(l_2 + m_2 + n_2)$

(B) $\frac{l_1}{l_2} + \frac{m_1}{m_2} + \frac{n_1}{n_2}$

(C) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$

(D) none of these

67. यदि संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a^3 + b^3$, तो $4 * (1 * 2) =$

(A) 729

(B) 793

(C) 783

(D) 792

It operation $*$ is defined as $a * b = a^3 + b^3$, then $4 * (1 * 2) =$

(A) 729

(B) 793

(C) 783

(D) 792

68. यदि $n(A)=4$ तथा $n(B)=2$, तो $n(A \times B) =$

(A) 6

☒ (B) 8

(C) 16

(D) इनमें से कोई नहीं

If $n(A)=4$ and $n(B)=2$, then $n(A \times B) =$

(A) 6

(B) 8

(C) 16

(D) none of these

69. $\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix} =$

(A) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

(B) $a^2 - b^2 - c^2 - d^2$

(C) $a^2 - b^2 + c^2 + d^2$

(D) $a^2 + b^2 + c^2 - d^2$

70. व्यवरोधों $x+y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अंतर्गत $Z=4x+y$ का अधिकतम मान है

(A) 50

(B) 250

(C) 0

☒ (D) इनमें से कोई नहीं

The maximum value of $Z=4x+y$ subject to the constraints

$x+y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is

(A) 50

(B) 250

(C) 0

(D) none of these

71. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^8} =$

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{8}$

✓ (D) $\frac{\pi}{16}$

72. $\int_1^e \frac{(\log x)^2}{x} dx =$

(A) $\frac{1}{3}$

✓ (B) $\frac{1}{3}e^3$

(C) $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$

(D) e^3

73. $A = [4 \ 2 \ 3] \Rightarrow A' =$

(A) $[4 \ 2 \ 3]$

(B) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

(C) $[3 \ 2 \ 4]$

✓ (D) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

74. $\int_0^{\pi/4} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx =$

(A) $e - 1$

(B) $e + 1$

(C) $\frac{1}{e} + 1$

(D) $\frac{1}{e} - 1$

75. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \, dx =$

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) π

☒ (C) $\frac{\pi}{4}$

(D) 1

76. $\int_0^{\pi/3} \cos^3 x \, dx =$

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(C) $\frac{3}{8}$

(D) $\frac{1}{8}$

77. $\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx =$

(A) 2

(B) 4

(C) 1

(D) 3

78. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \, dx =$

(A) π

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) 0

☒ (D) $\frac{\pi}{4}$

79. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^5 x \, dx =$

(A) $\frac{3\pi}{4}$

(B) 2π

(C) $\frac{5\pi}{6}$

☒ (D) 0

80. $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x}} \, dx =$

(A) a

(B) $\frac{a}{2}$

(C) $2a$

(D) $3a$

81. $\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) =$

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $-\frac{\pi}{3}$

☒ (D) $-\frac{\pi}{6}$

82. $2 \tan^{-1} \frac{1}{3} =$

(A) $\tan^{-1} \frac{3}{2}$

☒ (B) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

(C) $\tan^{-1} \frac{4}{3}$

(D) $\tan^{-1} \frac{2}{3}$

83. $x \in R$, $\cot(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

☒ (C) 0

(D) $\frac{1}{3}$

84. $\sin(\cos^{-1} 3/5) =$

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{4}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{5}{4}$

85. $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}(-\frac{1}{2}) + \sin^{-1}(-\frac{1}{2}) =$

(A) π

(B) $\frac{2\pi}{3}$

☒ (C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

86. $\cos^{-1}(\cos \frac{7\pi}{6}) =$

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

☒ (C) $\frac{5\pi}{6}$

(D) $\frac{7\pi}{6}$

87. $\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 =$

☒ (A) $\frac{\pi}{4}$

☒ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) π

88. यदि $|x| \leq 1$, तो $\tan(\cos^{-1} x) =$

(A) ~~$\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$~~

(B) $\frac{x}{1+x^2}$

(C) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$

(D) $\sqrt{1-x^2}$

If $|x| \leq 1$, then $\tan(\cos^{-1} x) =$

(A) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

(B) $\frac{x}{1+x^2}$

(C) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$

(D) $\sqrt{1-x^2}$

89. $\tan^{-1} \frac{x}{y} - \tan^{-1} \frac{x-y}{x+y} =$

(A) $-\frac{3\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{3}$

90. $|x| \leq 1, \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) =$

(A) $2\cos^{-1} x$

(B) $2\sin^{-1} x$

(C) $2\tan^{-1} x$

(D) $\tan^{-1} 2x$

91. $\int \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx =$

(A) $\tan x + x + k$

☒ (B) $\tan x - x + k$

(C) $x - \tan^2 x + k$

(D) $\tan \frac{x}{2} + k$

92. $\int \frac{dx}{x-1} =$

(A) $\log |x+1| + k$

(B) $-\log |x+1| + k$

☒ (C) $\log |x-1| + k$

(D) $\log x + k$

93. $\int \log x dx =$

(A) $\frac{1}{x} + k$

(B) $x \log x + k$

☒ (C) $x \log x - x + k$

(D) $x \log x + x + k$

94. $\int \cos \sqrt{x} dx =$

(A) $\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x} + k$

(B) $\frac{1}{2}(\sqrt{x} \sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) + k$

(C) $2(\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}) + k$

(D) $\sin \sqrt{x} + k$

95. $\int e^x \left(\tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx =$

☒ (A) $e^x \tan^{-1} x + k$

(B) $e^x \cdot \frac{1}{1+x^2} + k$

(C) $e^x + k$

(D) $\tan^{-1} x + k$

TH/XII/0105

D

96. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} =$

(A) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + k$

☒ (B) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + k$

(C) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + k$

(D) $\frac{1}{a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + k$

97. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx =$

(A) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin x + k$

(B) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\cos x + k$

(C) $\frac{1}{2}\sin x + k$

(D) $-\frac{1}{2}\sin x + k$

98. $\int \frac{\tan(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} dx =$

(A) $\log |\sec(\sin^{-1} x)| + k$

(B) $\log |\cos(\sin^{-1} x)| + k$

(C) $\tan(\sin^{-1} x) + k$

(D) $\log |\sin^{-1} x| + k$

99. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} =$

(A) $\cot^{-1}(e^x) + k$

(B) $\tan^{-1}(e^x) + k$

(C) $\log |e^x + 1| + k$

(D) $\sin^{-1}(e^x) + k$

100. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} =$

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

☒ (C) $\frac{\pi}{4}$

(D) π

खण्ड - ब / SECTION - B

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय हैं। इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित है।

$$15 \times 2 = 30$$

Question Nos. 1 to 30 are Short Answer Type. Answer any 15 questions. Each question carries 2 marks.

$$15 \times 2 = 30$$

1. समाकलन करें : $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 13}$

Integrate : $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 13}$

2. $\int_0^a \frac{x dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\int_0^a \frac{x dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

3. हल करें : $\log_e \left(\frac{dy}{dx} \right) = ax + by$

Solve : $\log_e \left(\frac{dy}{dx} \right) = ax + by$

4. हल करें : $\int_1^2 \frac{\log x}{x} dx$

Solve : $\int_1^2 \frac{\log x}{x} dx$

5. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$.

6. हल करें : $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$.

Solve : $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$.

7. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, तो सिद्ध करें कि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

8. उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालें जिसकी आसन्न भुजाएँ सदिश $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ और $-3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ हैं।

Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are vectors

$\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ and $-3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

9. दो सदिशों $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ और $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ के बीच के कोण की ज्या ज्ञात करें।

Find the sine of the angle between the two vectors

$3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

10. वक्र $x^2 + y^2 = 3$ के बिन्दु $(1, \sqrt{2})$ पर ढाल निकालें।

Find the slope at the point $(1, \sqrt{2})$ of the curve $x^2 + y^2 = 3$.

11. $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $x = at^2$, $y = 2at$.

Find $\frac{dy}{dx}$ when $x = at^2$, $y = 2at$.

12. यदि $y = \sec\{\tan(\sqrt{x})\}$ तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें।

If $y = \sec\{\tan(\sqrt{x})\}$ then find $\frac{dy}{dx}$.

13. यदि A और B दो घटनाएँ हों ताकि $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ एवं $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ तो सिद्ध करें कि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ then prove that A and B are independent events.

14. दो पासों को फेंकने के क्रम में ऊपर आए अंकों का योग 8 होने की प्रायिकता ज्ञात करें यदि दूसरे पासे पर हमेशा 4 आता है।

Two dice are thrown. Find the probability that the numbers appeared have the sum 8 if the second die always exhibits 4.

15. अधिकतमीकरण करें $Z = 3x + 2y$

जबकि $3x + y \leq 15$

$x \geq 0$, $y \geq 0$

Maximize $Z = 3x + 2y$

subject to $3x + y \leq 15$

$x \geq 0, y \geq 0$

16. समाकलन करें : $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$.

Integrate : $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$.

17. समाकलन करें : $\int \sec^4 x \, dx$.

Integrate : $\int \sec^4 x \, dx$.

18. समाकलन करें : $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$.

Integrate : $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$.

19. सिद्ध करें कि सारणिक $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ का मान = 0.

Prove that the value of the determinant $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$.

20. सिद्ध करें कि $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & b \\ c & a & 0 \end{vmatrix} = 2abc.$

Prove that $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & b \\ c & a & 0 \end{vmatrix} = 2abc.$

21. x का मान ज्ञात करें जबकि $\begin{vmatrix} 2x & 8 \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0.$

Find the value of x , when $\begin{vmatrix} 2x & 8 \\ 4 & x \end{vmatrix} = 0.$

22. तलों $2x - y + 3z + 4 = 0$ और $6x - 3y + 9z - 3 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात करें।

Find the distance between the planes $2x - y + 3z + 4 = 0$ and $6x - 3y + 9z - 3 = 0.$

23. p के मान ज्ञात करें जिससे कि सरल रेखाएँ $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{p} = \frac{z-7}{2}$ और

$\frac{x+1}{p} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{-3}$ परस्पर लम्ब हैं।

Find the value of p so that the straight lines $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{p} = \frac{z-7}{2}$

and $\frac{x+1}{p} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{-3}$ are perpendicular to each other.

24. यदि $f: R \rightarrow R; f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, तो सिद्ध करें कि $(f \circ f)(x) = x.$

If $f: R \rightarrow R; f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, then prove that $(f \circ f)(x) = x.$

25. $\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $x^{\sin y} = y^{\sin x}$.

Find $\frac{dy}{dx}$ when $x^{\sin y} = y^{\sin x}$.

26. निम्नांकित आव्यूह के व्युत्क्रम आव्यूह ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Find the inverse matrix of the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

27. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ तो $(4A - B)$ का मान ज्ञात करें।

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ then find the value of $(4A - B)$.

28. सिद्ध करें कि $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \pi$.

Prove that $\tan^{-1} 1 + \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \pi$.

29. $2\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7}$ का मान ज्ञात करें।

Find the value of $2\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7}$.

30. सिद्ध करें कि $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) = 15$.

Prove that $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) = 15$.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 31 से 38 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित है।

$$4 \times 5 = 20$$

Question Nos. 31 to 38 are Long Answer Type questions. Answer any 4 questions. Each question carries 5 marks.

$$4 \times 5 = 20$$

31. सिद्ध करें कि
$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx).$$

Prove that
$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx).$$

32. यदि $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ तो सिद्ध करें कि

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz.$$

If $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ then prove that

$$x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz.$$

33. हल करें : $(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy.$

$$\text{Solve : } (x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy.$$

34. सिद्ध करें कि $\int_0^{\pi/2} (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx = \pi\sqrt{2}.$

Prove that $\int_0^{\pi/2} (\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}) dx = \pi\sqrt{2}.$

35. $\frac{dy}{dx}$ निकालें, जब $x^y + y^x = 1.$

Find $\frac{dy}{dx}$, when $x^y + y^x = 1.$

36. सिद्ध करें कि $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = a^2 b^2.$

Prove that $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = a^2 b^2.$

37. अधिकतमीकरण करें $Z = x + y$

जबकि $x - y \leq -1$

$-x + y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$

Maximize $Z = x + y$

subject to $x - y \leq -1$

$-x + y \leq 0, x \geq 0, y \geq 0$

38. 10 सिक्कों को उछाला जाता है। ठीक 5 शीर्ष आने की क्या प्रायिकता है ?

10 coins are tossed. What is the probability that exactly 5 heads appear ?