This Question Paper consists of 33 questions [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and 11 printed pages and a Graph Sheet.
इस प्रश्न-पत्र में 33 प्रश्न [खण्ड-अ (10) + खण्ड-ब (6) + खण्ड-स (12) + खण्ड-द (5)] तथा 11 मुद्रित पृष्ठ हैं और एक ग्राफ शीट है।

Roll No.
अनुक्रमांक | | | | | | | | | | | | |

Code No.
कोड नं. **64/OSS/2**

SET/सेट **C**

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination :
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ______________________

Signature of Invigilators :
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर) 1. ______________________

2. ______________________

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper code No. **64/OSS/2-C** on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **64/OSS/2-C** लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :
   अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बँगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
   कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
   (ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours] **[Maximum Marks : 100**

समय : 3 घण्टे] **[पूर्णांक : 100**

Note :

(i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing **33** questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1** mark. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड-'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड-'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड-'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड-'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड - अ

1. Function $f(x) = \dfrac{2x\,(x-2)}{(x-3)\,(x-4)}$ is discontinuous at : **1**

(A) 0 and 2 (B) 3 and 4 (C) 0, 2, 3 and 4 (D) 2 and 4

फलन $f(x) = \dfrac{2x\,(x-2)}{(x-3)\,(x-4)}$ असतत है :

(A) 0 और 2 पर (B) 3 और 4 पर (C) 0, 2, 3 और 4 पर (D) 2 और 4 पर

2. $\int_{-1}^{1} |x| \mathrm{d}x$ is equal to : **1**

$\int_{-1}^{1} |x| \mathrm{d}x$ बराबर है :

(A) -1 (B) 1 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 0

3. The distance of the origin from the plane $x+y+z=3$, is : **1**

मूल बिंदु से समतल $x+y+z=3$ की दूरी है :

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

4. Maximum value of $f(x)=x^2-4x$ in [0, 1] is : **1**

अन्तराल [0, 1] पर फलन $f(x)=x^2-4x$ का उच्चतम मान है :

(A) -3 (B) 4 (C) -4 (D) 0

5. "Contrapositive" of the statement 'if x is composite number, then it has more than two factors' is : **1**

(A) if x is not a composite number, then it has more than two factors

(B) if x is not a composite number, then it has only two factors

(C) if x has exactly two factors, then x is not a composite number

(D) if x is a composite number, then it has more than four factors

कथन ''यदि x एक संयुक्त संख्या है, तो इसके दो से अधिक गुणनखंड होंगे'' का प्रतिधनात्मक होगा :

(A) यदि x एक संयुक्त संख्या नहीं है, तो इसके दो से अधिक गुणनखंड होंगे

(B) यदि x एक संयुक्त संख्या नहीं है, तो इसके केवल दो गुणनखंड होंगे

(C) यदि x के दो गुणनखंड हैं, तो x एक संयुक्त संख्या नहीं है

(D) यदि x एक संयुक्त संख्या है, तो इसके चार से अधिक गुणनखंड होंगे

6. If A is a skew symmetric matrix of order 3, then $|A|$ is equal to : **1**

यदि A कोटि 3 की एक विषम सममित आव्यूह है, तो $|A|$ बराबर है :

(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) -2

7. Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ is : **1**

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\sec x - \tan x$ (B) $\log |\sec x + \tan x|$

(C) $\sec x + \tan x$ (D) $\sec x$

8. Interval in which $f(x)=2x^3+3x^2-12x+5$ is increasing, is : **1**

अन्तराल, जिसमें फलन $f(x)=2x^3+3x^2-12x+5$ वर्धमान है, हैं :

(A) $(-2, 1)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $(-2, -1)$ (D) $R-(-2, 1)$

9. If $y=\log(1+x^2)$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x=0$ is : **1**

यदि $y=\log(1+x^2)$ है, तो $x=0$ पर $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 2

10. Points on the curve $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ where tangents are parallel to x - axis, are : **1**

(A) (0, 4) and (0, −4) (B) (4, 0) and (−4, 0)

(C) (0, 4) and (−4, 0) (D) (4, 0) and (0, −4)

वक्र $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ के बिंदु, जिन पर स्पर्श रेखाएँ, x - अक्ष के समान्तर है, हैं :

(A) (0, 4) तथा (0, −4) (B) (4, 0) तथा (−4, 0)

(C) (0, 4) तथा (−4, 0) (D) (4, 0) तथा (0, −4)

SECTION - B

खण्ड - ब

11. If $y=x^{x\cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y=x^{x\cos x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

12. Find $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3}$ **2**

$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3}$ ज्ञात कीजिए।

13. Combine the following statements using "if and only if" : **2**

p : If a parallelogram is a rhombus, then all its four sides are equal.

q : If four sides of a parallelogram are equal then the parallelogram is a rhombus.

निम्नलिखित कथनों को ''यदि और केवल यदि'' के रूप में लिखिए :

p : यदि एक समांतर चतुर्भुज, समचतुर्भुज है, तो इसकी चारों भुजाएँ एक समान होंगी।

q : यदि एक समांतर चतुर्भुज की चारों भुजाएँ एक समान हो, तो यह समांतर चतुर्भुज, एक समचतुर्भुज होगी।

14. Solve the matrix equation $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. **2**

आव्यूह समीकरण $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ को हल कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

आव्यूह $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

15. Find the ratio in which the line segment joining the points (2, −4, 5) and (7, −2, 3) is divided by xy - plane. **2**

अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दुओं (2, −4, 5) तथा (7, −2, 3) को मिलाने वाली रेखा, xy तल को काटती है।

16. If $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, then find the value of $|\vec{a} \times \vec{b}|$. **2**

यदि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ है, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ का मूल्य ज्ञात कीजिए।

SECTION - C

खण्ड - स

17. A relation **R** is defined on the set **N** by "aRb if and only if ab > 0 for all a, b ∊ **N**". Check **R** is equivalence relation or not. **4**

समुच्चय **N** पर एक संबंध **R** इस प्रकार परिभाषित है "aRb यदि और केवल यदि ab > 0, सभी a, b ∊ **N**" जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध एक तुल्यता संबंध है या नहीं।

18. Prove that the function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by $f(x) = 2x - 5$ is a bijective function. **4**

सिद्ध कीजिए कि $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ जो $f(x) = 2x - 5$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी आच्छादक फलन है।

19. Find the equation of the tangent to the curve $y = x^2 - x$ at the point (2, 2). **4**

वक्र $y = x^2 - x$ के बिन्दु (2, 2) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

20. Verify Rolle's theorem for the following function : **4**

$f(x) = \log\ (x^2 + 2) - \log\ 3$ on $[-1, 1]$.

निम्न फलन के लिए रोले प्रमेय की जाँच कीजिए :

$f(x) = \log\ (x^2 + 2) - \log\ 3$, अन्तराल $[-1, 1]$ पर

21. Find the volume of the parallelepiped whose edges are represented by $\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$. **4**

एक ऐसे समान्तर षटफलक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसके किनारे $\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं।

OR / अथवा

For what value of c, the function *f* defined by $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos cx}{x \sin x}, & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x = 0$.

c के किस मान के लिए निम्न फलन *f*, $x = 0$ पर सतत् है : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos cx}{x \sin x}, & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$

22. Find the distance of the point (2, 3, 1) from the line $\dfrac{x-13}{5} = \dfrac{y+8}{-6} = \dfrac{z-4}{1}$. **4**

बिन्दु (2, 3, 1) की दूरी रेखा $\dfrac{x-13}{5} = \dfrac{y+8}{-6} = \dfrac{z-4}{1}$ ज्ञात कीजिए।

23. If $\sin^{-1}\dfrac{5}{x} + \sin^{-1}\dfrac{12}{x} = \dfrac{\pi}{2}$, $x \neq 0$, then find the value of *x*. **4**

यदि $\sin^{-1}\dfrac{5}{x} + \sin^{-1}\dfrac{12}{x} = \dfrac{\pi}{2}$, $x \neq 0$ हो, तो *x* का मान ज्ञात कीजिए।

24. Express $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ as a sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix. **4**

निम्न आव्यूह को एक सममित आव्यूह और एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ।

25. Using properties of determinants, prove that $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$ **4**

सारणिक गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$

26. Find $\int \frac{x}{(1+x\tan x)}\,dx$ **4**

$\int \frac{x}{(1+x\tan x)}\,dx$ ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

Find $\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,e^x\,dx$

$\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,e^x\,dx$ ज्ञात कीजिए।

27. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ **4**

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$

28. Find the equation of a plane which passes through the points (1, 3, 4), (2, 3, 1) and perpendicular to the plane $x+3y-4z=5$. **4**

बिन्दुओं (1, 3, 4) और (2, 3, 1) से गुजरने वाले तथा समतल $x+3y-4z=5$ के लम्बवत्, समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

खण्ड - द

29. Find the solution of the differential equation $(1+\tan y)(dx-dy)+2xdy=0$, given that $y=0$ when $x=1$. **6**

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$(1+\tan y)(dx-dy)+2xdy=0$, दिया गया है कि $y=0$ जब $x=1$.

30. Find the area of the region in the first quadrant enclosed by the x - axis, the line $x=\sqrt{3}\,y$ and the circle $x^2+y^2=4$, using integration. **6**

प्रथम चतुर्थांश में, वृत्त $x^2+y^2=4$, रेखा $x=\sqrt{3}\,y$ तथा x - अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल, समाकलन विधि से, ज्ञात कीजिए।

31. A diet is to contain at least 80 units of vitamin A and 100 units of minerals. Two foods P and Q are available costing ₹ 5 per unit and ₹ 6 per unit respectively. One unit of food P contains 4 units of vitamin A and 3 units of minerals whereas one unit of food Q contains 3 units of vitamin A and 6 units of minerals. Formulate this as a LPP. Find the minimum cost of diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimum nutritional requirements. **6**

एक भोज्य पदार्थ में कम से कम 80 मात्रक विटामिन A और 100 मात्रक खनिज होना चाहिए। दो प्रकार के भोज्य P और Q उपलब्ध हैं। भोज्य P की लागत ₹ 5 प्रति मात्रक और Q की लागत ₹ 6 प्रति मात्रक है। भोज्य P की एक इकाई में 4 मात्रक विटामिन A और 3 मात्रक खनिज है। Q की प्रति इकाई में 3 मात्रक विटामिन A और 6 मात्रक खनिज है। इसको एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए। उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए, जिसमें इन दो भोज्यों का मिश्रण है और उसके न्यूनतम पोषक तत्व है।

32. Find AB, if $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 3 & 4\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$ and $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & -4\\ -4 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 5\end{pmatrix}$. Hence, solve the following system of equations : **6**

$2x+2y-4z=0$

$-4x+2y-4z=-6$

$2x-y+5z=6$

यदि $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 3 & 4\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$ तथा $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & -4\\ -4 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 5\end{pmatrix}$ है, तो आव्यूह AB ज्ञात कीजिए। अत: निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$2x+2y-4z=0$

$-4x+2y-4z=-6$

$2x-y+5z=6$

OR / अथवा

Using elementary row transformations, find the inverse of the following matrix :

$$\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

प्रारम्भिक पंक्ति संक्रियाओं द्वारा आव्यूह $\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

33. Find the derivative of $\cos^{-1} x^2$ with respect to x, by first principle. **6**

प्रथम सिद्धांत द्वारा फलन $\cos^{-1} x^2$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

The sum of the base and the hypotenuse of a right angle triangle is constant. Show that area of this triangle is maximum when angle between base and hypotenuse is $\pi/3$.

एक समकोण त्रिभुज के आधार और कर्ण का योग स्थिर है। दर्शाइए कि इस त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा यदि आधार और कर्ण के बीच का कोण $\pi/3$ है।

- o O o -

Roll No. | | | | | | | | | | | |