

SS

2039

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Sc. & Agri. Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

(Evening Session)

Time allowed : Three hours

Maximum marks : 90

(Punjabi Version)

- ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ 028/B ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ ਜੀ ।
- (ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 30 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹਨ ।
- (iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ।
- (iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ।
- (v) ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਮਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਲੌਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ।
- (vi) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਦੇ 10 ਭਾਗ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਦਾ 1 ਅੰਕ ਹੈ ।
- (vii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 ਤੋਂ 9 ਹਰੇਕ 2 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (viii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 10 ਤੋਂ 19 ਹਰੇਕ 4 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (ix) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 20 ਤੋਂ 23 ਹਰੇਕ 6 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।
- (x) ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-ਪੱਤਰ ਨਾਲ ਲੱਗਿਆ ਹੈ ।
- (xi) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ । ਕਿਉਂਕਿ ਅਨੁਵਾਦ ਅਨੁਮਾਨ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ।
- (xii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ 10, 13, 15, 20, 21, 22 ਅਤੇ 23 ਵਿੱਚ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੋਣ ਦੀ ਛੋਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ।

1. (i) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & x \neq 3 \\ m, & x = 3 \end{cases}$, $x = 3$ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ m ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ :

(a) 3

(b) 6

(c) 2

(d) 1

1

(ii) ਜੇਕਰ $y = \log (\tan x)$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਹੈ :

- (a) $\frac{1}{\tan x}$ (b) $\frac{\sec^2 x}{\tan x}$ (c) $\sec^2 x$ (d) 0 1

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{\pi}{4}$ 1

(iv) ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਹੈ :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0 1

(v) ਜੇਕਰ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ਹੈ ਤਾਂ $|\vec{a}|$ ਹੈ :

- (a) $\sqrt{15}$ (b) $\sqrt{14}$ (c) 14 (d) 15 1

(vi) ਸਮਤਲ $3x + y - z = 11$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਸਮਤਲ ਦੇ ਅਭਿਲੰਬ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ :

- (a) $\langle 3, 1, -1 \rangle$ (b) $\langle 0, 1, 1 \rangle$
(c) $\langle -3, 1, -1 \rangle$ (d) $\langle 1, 1, 0 \rangle$ 1

(vii) ਜੇਕਰ E ਅਤੇ F ਅਜ਼ਾਦ ਘਟਨਾਵਾਂ ਹਨ, $P(E) = \frac{1}{2}$ ਅਤੇ $P(F) = \frac{1}{3}$ ਹਨ ਤਾਂ $P(E \cap F)$ ਹੈ :

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{6}$ 1

(viii) ਜੇਕਰ $f(x) = \log x$ ਅਤੇ $g(x) = e^x$ ਹਨ ਤਾਂ $\log(x)$ ਹੈ :

- (a) e^x (b) x (c) $\log x$ (d) 1 1

(ix) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3×3 ਅਤੇ $|A| = 5$ ਹੈ ਤਾਂ $|\text{Adj.}(A)|$ ਹੈ :

- (a) 5 (b) 125 (c) 15 (d) 25 1

(x) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ਦਾ ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ ਹੈ :

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$ 1

2. $\int \tan x dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ ! 2

3. ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$; $y(0) = 3$ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰੋ ! 2

4. ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x$ ਦਾ ਇਨਟੀਗਰੇਟਿੰਗ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
5. ਰੇਖਾ $\frac{x-1}{3} = \frac{3-y}{-1} = \frac{3z+1}{6}$ ਅਤੇ ਸਮਤਲ $3x-5y+2z=10$ ਦੇ ਬਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
6. ਜੇਕਰ $P(A) = 3$ $P(B) = \frac{5}{7}$ ਜਿੱਥੇ A ਅਤੇ B ਅਜ਼ਾਦ ਘਟਨਾਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $P(A \cup B)$ ਅਤੇ $P(A|B)$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
7. ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ ਅਤੇ $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ਹੈ ਤਾਂ $f(A)$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
8. ਜੇਕਰ $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2
9. $\int_2^4 (x^2 - 1) dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 2
10. ਜੇਕਰ $y = (\cos x)^x + (x)^{\cos x}$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4
- ਜਾਂ
- ਫਲਨ $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ ਲਈ ਅੰਤਰਾਲ $[-1, 3]$ ਤੇ ਰੋਲਜ਼ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ। 4
11. ਵਕਰ $y = 3x^2 - 2x + 5$ ਤੇ ਉਸ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਹੜੀ ਰੇਖਾ $4x - y = 10$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। 4
12. ਇਲਿਪਸ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ਅਤੇ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ਵਿਚਕਾਰ ਬੰਨੇ ਛੋਟੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4
13. $\int e^{3x} \cos 5x dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 4
- ਜਾਂ
- $\int_0^2 (x^2 + 3) dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਇੱਕ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਰਾਹੀਂ ਕਰੋ। 4
14. ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\left[x \sin^2 \left(\frac{y}{x} \right) - y \right] dx + x dy = 0$; $y(1) = \frac{\pi}{4}$ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰੋ। 4
15. ਜੇਕਰ $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ ਹੈ ਤਾਂ $f \circ f(x)$ ਪਤਾ ਕਰੋ। f^{-1} ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

ਜਾਂ

ਸੰਬੰਧ $R = \{(x, y) : x \leq y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ $\mathbb{R}$ ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ। ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਸੰਬੰਧ R ਨਿਜਵਾਚਕ, ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਸਕਰਮਕ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। 4

16. ਕੋਈ ਦੋ ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a}$ ਅਤੇ $\vec{b}$ ਲਈ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$, ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਨਾਂ ਵੀ ਦੱਸੋ। 4

17. ਬੈਲੇ I ਵਿੱਚ 5 ਲਾਲ ਅਤੇ 3 ਕਾਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬੈਲੇ II ਵਿੱਚ 6 ਲਾਲ ਅਤੇ 5 ਕਾਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਬੈਲਾ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਨਾਲ ਚੁਣਿਆ ਗਿਆ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੋਦ ਕੱਢੀ ਗਈ, ਜਿਹੜੀ ਕਾਲੀ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਗੋਦ ਬੈਲੇ I ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢੀ ਗਈ ਹੈ। 4

18. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ, $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{19}{17}\right)$ । 4

19. ਜੇਕਰ $\triangle ABC$ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 12 ਵਰਗ ਇਕਾਈ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਖਰ $A(x, 2)$, $B(4, -1)$ ਅਤੇ $C(-3, 7)$ ਹਨ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

20. 20 cm ਭੁਜਾ ਦੇ ਟੀਨ ਦੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਟੁਕੜੇ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਕੋਨੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਕੱਟ ਕੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣੇ ਟੀਨ ਦੇ ਫਲਕਾਂ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਇੱਕ ਢੱਕਣ ਰਹਿਤ ਬਕਸਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕੱਟੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਨਾਲ ਬਕਸੇ ਦਾ ਆਇਤਨ ਅਧਿਕਤਮ ਹੋਵੇ। 6

ਜਾਂ

ਇੱਕ ਅਧਿਕਤਮ ਆਇਤਨ ਵਾਲੇ ਲੰਬ ਚੱਕਰੀ ਵੇਲਣ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਹੜਾ $10\sqrt{3}$ cm ਅਰਧ-ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਹੈ। 6

21. ਰੇਖਾ $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{5}$ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ $(3, -1, 2)$ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬ ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

ਜਾਂ

ਰੇਖਾਵਾਂ $\vec{r}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k})$, $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$ ਵਿਚਕਾਰ ਨਿਊਨਤਮ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। 6

22. ਸ਼ਰਤਾਂ $x+y \geq 3$, $3x+8y \leq 24$, $x-y \geq 0$, $x, y \geq 0$ ਦੇ ਬਾਬਤ $z = 22x + 44y$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮੀਕਰਣ ਕਰੋ। 6

ਜਾਂ

ਸ਼ਰਤਾਂ $x+y \geq 4$, $x+y \leq 12$, $x \leq 9$, $y \leq 9$, $x, y \geq 0$ ਦੇ ਬਾਬਤ $z = 3x + 2y - 3$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮੀਕਰਣ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮੀਕਰਣ ਕਰੋ। 6

23. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹਲ ਕਰੋ :

$$4x + 3y + z = 10, 3x - y + 2z = 8, x - 2y - 3z = -10. \quad 6$$

ਅਧਾਰੀ ਪਰਿਵਰਤਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \text{ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।}$$

6

(Hindi Version)

- ਨੋਟ : (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर विषय-कोड/पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/पेपर-कोड 028/B अवश्य लिखें।
- (ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें टाइटल सहित 30 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।
- (iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गये पृष्ठ/पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।
- (iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (v) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का प्रयोग किया जा सकता है।
- (vi) प्रश्न 1 में 10 भाग होंगे तथा प्रत्येक भाग 1 अंक का होगा।
- (vii) प्रश्न 2 से 9 प्रत्येक 2 अंकों का होगा।
- (viii) प्रश्न 10 से 19 प्रत्येक 4 अंकों का होगा।
- (ix) प्रश्न 20 से 23 प्रत्येक 6 अंकों का होगा।
- (x) ग्राफ पेपर प्रश्न-पत्र के साथ नहीं है।
- (xi) पंजाबी तथा हिंदी में प्रश्न अंग्रेजी के प्रश्नों के अनुवाद हैं। क्योंकि अनुवाद अनुमान पर आधारित होता है इसलिए किसी भ्रम की स्थिति में अंग्रेजी के प्रश्न को सही माना जाए।
- (xii) प्रश्न संख्या 10, 13, 15, 20, 21, 22 और 23 में अन्दरूनी चुनाव की छूट दी गई है।

1. (i) यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ m, & x = 3 \end{cases}$, $x = 3$ पर लगातार है तो m का मूल्य है :

- (a) 3 (b) 6 (c) 2 (d) 1 1

(ii) यदि $y = \log (\tan x)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ है :

- (a) $\frac{1}{\tan x}$ (b) $\frac{\sec^2 x}{\tan x}$ (c) $\sec^2 x$ (d) 0 1

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ का मूल्य है :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{\pi}{4}$ 1

(iv) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ की घात है :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0 1

(v) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ उां $|\vec{a}|$ है :

- (a) $\sqrt{15}$ (b) $\sqrt{14}$ (c) 14 (d) 15 1

(vi) समतल $3x + y - z = 11$ के समानांतर समतल के अभिलंब के दिशा अनुपात हैं :

- (a) $\langle 3, 1, -1 \rangle$ (b) $\langle 0, 1, 1 \rangle$
(c) $\langle -3, 1, -1 \rangle$ (d) $\langle 1, 1, 0 \rangle$ 1

(vii) यदि E तथा F स्वतंत्र घटनाएं हैं, $P(E) = \frac{1}{2}$ तथा $P(F) = \frac{1}{3}$ हैं तो $P(E \cap F)$ है :

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{6}$ 1

(viii) यदि $f(x) = \log x$ तथा $g(x) = e^x$ है तो $\log(g(x))$ है :

- (a) e^x (b) x (c) $\log x$ (d) 1 1

(ix) यदि एक वर्ग A का क्रम 3×3 तथा $|A| = 5$ है तो $|\text{Adj.}(A)|$ है :

- (a) 5 (b) 125 (c) 15 (d) 25 1

(x) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मूल्य है :

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$ 1

2. $\int \tan x \, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 2

3. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$; $y(0) = 3$ को हल कीजिए। 2

4. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x$ का समाकलन गुणखण्ड ज्ञात कीजिए। 2

5. रेखा $\frac{x-1}{3} = \frac{3-y}{-1} = \frac{3z+1}{6}$ तथा समतल $3x - 5y + 2z = 10$ के बीच कोण ज्ञात कीजिए। 2

6. यदि $P(A) = 3 P(B) = \frac{5}{7}$, जहां A तथा B स्वतंत्र घटनाएं हैं, तो $P(A \cup B)$ तथा $P(A|B)$ ज्ञात कीजिए। 2

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $f(x) = x^2 - 2x + 3$ है तो $f(A)$ ज्ञात कीजिए। 2

8. यदि $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

9. $\int_2^4 (x^2 - 1) dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 2

10. यदि $y = (\cos x)^x + (x)^{\cos x}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

फलन $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ के लिए अंतराल $[-1, 3]$ पर रोलज़ प्रमेय की पड़ताल कीजिए। 4

11. वक्र $y = 3x^2 - 2x + 5$ पर उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $4x - y = 10$ के समानांतर है। 4

12. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ तथा सरल रेखा $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ के बीच बंधे छोटे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

13. $\int e^{3x} \cos 5x dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

अथवा

$\int_0^2 (x^2 + 3) dx$ का मूल्यांकन एक जोड़ की सीमा द्वारा कीजिए। 4

14. अवकल समीकरण $\left[x \sin^2 \left(\frac{y}{x} \right) - y \right] dx + x dy = 0$; $y(1) = \frac{\pi}{4}$ को हल कीजिए। 4

15. यदि $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ है तो $f \circ f(x)$ ज्ञात कीजिए। f^{-1} भी ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

संबंध $R = \{(x, y) : x \leq y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbb{R}$ पर परिभाषित है। पड़ताल कीजिए कि संबंध R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है अथवा नहीं। 4

16. कोई दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ । इस असमानता का नाम भी लिखिए। 4

17. थैले I में 5 लाल तथा 3 तीन काली गेंदें हैं तथा थैले II में 6 लाल तथा 5 काली गेंदें हैं। एक थैला बेतरतीबी से चुना गया तथा उसमें से एक गेंद निकाली गई, जो कि काली है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह गेंद थैले I में से निकाली गई। 4

18. सिद्ध कीजिए कि : $\sin^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{5}{\sqrt{26}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{19}{17} \right)$. 4

19. यदि ΔABC का क्षेत्रफल 12 वर्ग इकाई है तथा शिखर $A(x, 2)$, $B(4, -1)$ तथा $C(-3, 7)$ हैं तो x का मूल्य ज्ञात कीजिए। 4

20. 20 cm भुजा के तीन के एक वर्गाकार टुकड़े से प्रत्येक कोने से एक वर्ग काट कर तथा इस प्रकार बने तीन के फलकों को मोड़कर एक ढक्कन रहित बक्सा बनाया गया है। काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होगी जिससे बक्से का आयतन अधिकतम हो। 6

अथवा

एक अधिकतम आयतन वाले लम्ब चक्री बेलन की ऊंचाई ज्ञात कीजिए जो $10\sqrt{3}$ cm अर्ध-व्यास वाले गोले के अंतर्गत है। 6

21. रेखा $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{5}$ में बिंदु $(3, -1, 2)$ का प्रतिबिंब ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

रेखाओं $\vec{r}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k})$, $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

22. अवरोधों $x + y \geq 3$, $3x + 8y \leq 24$, $x - y \geq 0$, $x, y \geq 0$ के अंतर्गत $z = 22x + 44y$ का अधिकतमीकरण कीजिए। 6

अथवा

अवरोधों $x + y \geq 4$, $x + y \leq 12$, $x \leq 9$, $y \leq 9$, $x, y \geq 0$ के अंतर्गत $z = 3x + 2y - 3$ का अधिकतमीकरण तथा न्यूनतमीकरण कीजिए। 6

23. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों की प्रणाली को मैट्रिक्स विधि से हल कीजिए :

$4x + 3y + z = 10$, $3x - y + 2z = 8$, $x - 2y - 3z = -10$. 6

अथवा

प्रारंभिक रूपांतरणों द्वारा आव्यूह

$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 6

(English Version)

- Note :** (i) You must write the subject-code/paper-code **028/B** in the box provided on the title page of your answer-book.
- (ii) Make sure that the answer-book contains 30 pages (including title page) and are properly serialized as soon as you receive it.
- (iii) Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.
- (iv) **All questions are compulsory.**
- (v) Use of calculator is not allowed but Log Tables can be used.
- (vi) Q. 1 will consist of 10 parts and each part will carry 1 mark.
- (vii) Q. 2 to Q. 9 each will be of 2 marks.
- (viii) Q. 10 to Q. 19 each will be of 4 marks.
- (ix) Q. 20 to Q. 23 each will be of 6 marks.
- (x) Graph paper is attached with the question paper.
- (xi) Punjabi and Hindi versions of questions are translations of English version. Since translation is based on approximations, so in the case of any confusion consider English version to be correct.
- (xii) Question number 10,13,15, 20, 21, 22 and 23 contain 'internal choice'.

1. (i) If $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ m, & x = 3 \end{cases}$ is continuous at $x = 3$ then value of m is :

- (a) 3 (b) 6 (c) 2 (d) 1 1

(ii) If $y = \log (\tan x)$ then $\frac{dy}{dx}$ is :

- (a) $\frac{1}{\tan x}$ (b) $\frac{\sec^2 x}{\tan x}$ (c) $\sec^2 x$ (d) 0 1

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx$ is equal to

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{\pi}{4}$ 1

(iv) Degree of differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ is :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0 1

(v) If $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ then $|\vec{a}|$ is:

(a) $\sqrt{15}$

(b) $\sqrt{14}$

(c) 14

(d) 15

1

(vi) Direction ratios of normal to a plane which is parallel to the plane $3x + y - z = 11$ are:

(a) $\langle 3, 1, -1 \rangle$

(b) $\langle 0, 1, 1 \rangle$

(c) $\langle -3, 1, -1 \rangle$

(d) $\langle 1, 1, 0 \rangle$

1

(vii) If E and F are independent events, $P(E) = \frac{1}{2}$ and $P(F) = \frac{1}{3}$ then $P(E \cap F)$ is:

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) 0

(d) $\frac{1}{6}$

1

(viii) If $f(x) = \log x$ and $g(x) = e^x$ then $\text{fog}(x)$ is:

(a) e^x

(b) x

(c) $\log x$

(d) 1

1

(ix) If A is a square matrix of order 3×3 and $|A| = 5$ then $|\text{Adj.}(A)|$ is:

(a) 5

(b) 125

(c) 15

(d) 25

1

(x) Principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is:

(a) $\frac{\pi}{6}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

1

2. Evaluate $\int \tan x \, dx$.

2

3. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$; $y(0) = 3$.

2

4. Find the integrating factor of differential equation $x \frac{dy}{dx} + y = x \cos x$.

2

5. Find the angle between line $\frac{x-1}{3} = \frac{3-y}{-1} = \frac{3z+1}{6}$ and the plane $3x - 5y + 2z = 10$.

2

6. If $P(A) = 3$ $P(B) = \frac{5}{7}$ where A and B are independent events then find $P(A \cup B)$ and $P(A|B)$.

2

7. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ and $f(x) = x^2 - 2x + 3$ then find $f(A)$.

2

8. If $y = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ then find $\frac{dy}{dx}$. 2

9. Evaluate $\int_2^4 (x^2 - 1) dx$. 2

10. If $y = (\cos x)^x + (x)^{\cos x}$ then find $\frac{dy}{dx}$. 4

or

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ in the interval $[-1, 3]$. 4

11. Find the equation of tangent to the curve $y = 3x^2 - 2x + 5$ which is parallel to the line $4x - y = 10$. 4

12. Find the area of smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ and straight line $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. 4

13. Evaluate $\int e^{3x} \cos 5x dx$. 4

or

Evaluate $\int_0^2 (x^2 + 3) dx$ as limit of a sum. 4

14. Solve the differential equation $\left[x \sin^2 \left(\frac{y}{x} \right) - y \right] dx + x dy = 0$; $y(1) = \frac{\pi}{4}$. 4

15. If $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ then find $f \circ f(x)$. Also find f^{-1} . 4

or

Check whether relation $R = \{(x, y) : x \leq y^2, x, y \in R\}$, defined on set of real numbers R , is reflexive, symmetric and transitive. 4

16. For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, prove that $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$. Also write the name of this inequality. 4

17. Bag I contains 5 red and 3 black balls and bag II contains 6 red and 5 black balls. One bag is chosen at random and a ball is drawn from it, which is found to be black. Find the probability that it is drawn from bag I. 4

18. Prove that : $\sin^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{5}{\sqrt{26}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{19}{17} \right)$. 4

19. If area of ΔABC is 12 square units and vertices are $A(x, 2)$, $B(4, -1)$ and $C(-3, 7)$ then find the value of x . 4

20. An open box is to be made of a square sheet of tin with side 20 cm, by cutting off small squares from each corner and folding the flaps. Find the side of small square, which is to be cut off, so that volume of box is maximum. 6

or

Find the height of right circular cylinder of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius $10\sqrt{3}$ cm. 6

21. Find the image of point $(3, -1, 2)$ in a line $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{5}$. 6

or

Find the shortest distance between the lines :

$\vec{r}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} + \lambda (3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k})$, $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu (\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$. 6

22. Maximise $z = 22x + 44y$ subject to the constraints

$x + y \geq 3$, $3x + 8y \leq 24$, $x - y \geq 0$, $x, y \geq 0$. 6

or

Maximise and minimise $z = 3x + 2y - 3$ subject to the constraints

$x + y \geq 4$, $x + y \leq 12$, $x \leq 9$, $y \leq 9$, $x, y \geq 0$ 6

23. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$4x + 3y + z = 10$, $3x - y + 2z = 8$, $x - 2y - 3z = -10$. 6

or

Using elementary transformations, find the inverse of matrix

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$
 6