रोल नं
Roll No.

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8

128

428 (IRS)

2026

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 80
[Max. Marks : 80

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र मे कुल 24 प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

Directions : There are in all **24** questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) प्रश्नों हेतु निर्धारित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
Marks alloted to the questions are mentioned against them.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को ध्यानपूर्वक पढ़िये तथा समुचित उत्तर दीजिए।
Read each question carefully and answer to the point.

(iv) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है। इस प्रश्न के प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गए हैं। सही विकल्प अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखिए।
Question No. 1 is multiple choice question. Four options are given in answer of each part of this question. Write correct option in your answer book.

(v) प्रश्न संख्या 1 का प्रत्येक खण्ड **एक** अंक का है। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक **एक** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 8 से 12 तक **दो** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 13 से 18 तक **चार** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 19 से 24 तक **पाँच** अंक के प्रश्न है, जिसमें प्रश्न संख्या 24 केस/स्रोत आधारित प्रश्न है।
Each part of Question No. 1 carries **one** mark. Question No. 2 to 7 are of **one** mark each. Question No. 8 to 12 are of **two** marks each. Question No. 13 to 18 are of **four** marks each. Question No. 19 to 24 are of **five** marks each, in which question No. 24 is case/source based question.

(vi) इस प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि कतिपय प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।
There is no overall choice in this question paper, however, an internal choice has been provided in few questions. Attempt only one of the given choices in such questions.

(क) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ का मुख्य मान है

The principal value of $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ is :

(i) $\pi/3$ (ii) $-\pi/3$ (iii) $\pi/6$ (iv) $-\pi/6$

(ख) आव्यूह $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 19 & -7 \\ 35 & -2 & 5 & 12 \end{vmatrix}$ की कोटि है :

The order of the matrix $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 19 & -7 \\ 35 & -2 & 5 & 12 \end{vmatrix}$ is:

(i) 4×2 (ii) 8 (iii) 2×3 (iv) 2×4

(ग) $\cos(\sqrt{x})$ का 'x' के सापेक्ष अवकलज है :

Differentiation of $\cos(\sqrt{x})$ with respect to 'x' is:

(i) $\sin(\sqrt{x})$ (ii) $\frac{-1}{2}\sqrt{x}\sin(\sqrt{x})$ (iii) $\frac{-\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$ (iv) $-\sin(\sqrt{x})$

(घ) एक वृत्त की त्रिज्या r=6 सेमी पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है :

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at r=6 cm is:

(i) 8π (ii) 10π (iii) 11π (iv) 12π

(ङ) $\int \frac{\sec^2 x}{\text{cosec}^2 x}dx$ का मान है :

The value of $\int \frac{\sec^2 x}{\text{cosec}^2 x}dx$ is:

(i) $\tan x - x + c$ (ii) $\tan x + x + c$

(iii) $\cot x - x + c$ (iv) $\log \text{cosec } x + c$

(च) $\int x^2 e^{x^3}dx$ बराबर है :

$\int x^2 e^{x^3}dx$ equals :

(i) $\frac{e^{x^3}}{3}+c$ (ii) $3e^{x^3}+c$ (iii) $\frac{e^{x^3}}{3}+c$ (iv) $\frac{1}{2}e^{x^3}+c$

(छ) यदि एक रेखा के दिक्-अनुपात -18, 12, -4 हैं, तो इसके दिक्-कोसाइन होंगे:

If a line has the direction ratios -18, 12, -4, then the direction cosines of i will be:

(i) $\frac{-18}{11}, \frac{12}{11}, \frac{-4}{11}$ (ii) $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-4}{11}$ (iii) $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$ (iv) -9, 6, -4

(ज) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या होगी:

The number of arbitrary constants in the general solution of a differenti equation of third order will be-

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 3

निर्देश : प्रश्न संख्या 1 के अगले दो खण्डों में, दो कथनों को **अभिकथन (A)** तथा **कारण (R)** के रूप में चिन्हित किया गया है। निम्नलिखित विकल्पों (i), (ii), (iii) तथा (iv) में से चुनकर इनका सही उत्तर दीजिए।

Direction : In next two parts of Question No.-1, there are two statements labelled as **Assertion (A)** and **Reason (R)**. From the following options (i), (ii), (iii) and (iv), select their correct answer.

(i) A तथा R दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या करता है।
Both A and R are correct and R is the correct explanation of A.

(ii) A तथा R दोनों सही हैं परन्तु R, A की सही व्याख्या नहीं करता है।
Both A and R are correct but R is not the correct explanation of A.

(iii) A सही है परन्तु R गलत है।
A is correct but R is incorrect.

(iv) A तथा R दोनों गलत हैं।
Both A and R are incorrect.

(झ) **अभिकथन (A)** : सदिश $a = \hat{i} + 2\hat{j}$ तथा सदिश $\bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$ के लिए $|\bar{a}| = |\bar{b}|$ है।
कारण (R) : सदिश $\bar{a}$ व सदिश $\bar{b}$ बराबर सदिश हैं। 1

Assertion (A): For vector $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ and vector $\bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$, $|\bar{a}| = |\bar{b}|$.
Reason (R) : Vector a and vector $\bar{b}$ are equal vectors.

(ञ) **अभिकथन (A)** : मान लीजिए Z पूर्णांकों का समुच्चय है। एक फलन $f: Z \to Z$ जिसे $f(x)=2x-3$, $\forall x \in Z$ के रूप में परिभाषित किया गया है, एक एकैकी-आच्छादी फलन है।
कारण (R) : एक फलन एकैकी-आच्छादी होता है यदि यह एकैकी और आच्छादी दोनों होता है। 1

Assertion (A): Let Z be the set of integers. A function $f: Z \to Z$ defined as $f(x)=2x-3$, $\forall x \in Z$ is bijective.
Reason (R) : A function is a bijective if it is both injective and surjective.

यदि $x=a \sec\theta$ और $y=b \tan\theta$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1

If $x=a \sec\theta$ and $y=b \tan\theta$, then find $\frac{dy}{dx}$.

फलन $y=\sin x+e^{2x}$ का द्वितीय अवकलज ज्ञात कीजिए। 1

Find the second derivative for the function $y=\sin x+e^{2x}$.

समाकलन कीजिए : 1

Find the integral:

$$\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$$

5. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 1

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$.

6. सदिश $a = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ के दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। 1

Find the direction cosine of the vector $a = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$.

7. यदि प्रायिकताएं $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, तो P(A/B) ज्ञात कीजिए। 1

If probabilities $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, evaluate P(A/B).

8. फलन $y = \cos^{-1} x$ व $y = \tan^{-1} x$ का आलेख (ग्राफ) खींचिए। 2

Draw the graph of the function $y = \cos^{-1} x$ and $y = \tan^{-1} x$.

9. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1$ निरंतर वर्धमान है। 2

Find the interval in which the function $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1$ is strictly increasing.

10. $\int \sqrt{3 - 2x - x^2}\, dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \sqrt{3 - 2x - x^2}\, dx$.

11. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, तो सदिश $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, find a unit vector parallel to the vector $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$.

12. एक अन्तर्राष्ट्रीय सेमिनार में 1000 वैज्ञानिकों ने प्रतिभाग किया, जिनमें 400 वैज्ञानिक एशिया से हैं। यह ज्ञात है कि इन 400 एशियन वैज्ञानिकों में से 80 भारत से हैं। क्या प्रायिकता है कि यादृच्छया चुना गया एक वैज्ञानिक भारत से है यदि यह ज्ञात है कि चुना गया वैज्ञानिक एशिया से है। 2

An international seminar is attended by 1000 scientists, out of which 400 are from Asia. It is known that 80 of these 400 Asian scientists are from India. What is the probability that a randomly chosen scientist is from India, if given that the chosen scientist is from Asia.

13. मान लीजिए कि $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$ है। $f(x) = \frac{(x-2)}{(x-3)}$ द्वारा परिभाषित फलन $f: A \to B$ पर विचार कीजिए। क्या फलन f एकैकी तथा आच्छादक है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए। 4

Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Consider the function $f: A \to B$ defined by $f(x) = \frac{(x-2)}{(x-3)}$. Is the function f one-one onto? Justify your answer.

14. यदि $A=\begin{vmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{vmatrix}$, $B=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, $C=\begin{vmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix}$; सत्यापित कीजिए कि $A(B+C)=AB+AC$

If $A=\begin{vmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{vmatrix}$, $B=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, $C=\begin{vmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix}$; Verify that $A(B+C)=AB+AC$.

15. निर्धारित कीजिए कि फलन f:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक सतत फलन है।

Determine function f defined by:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is a continuous function?

अथवा / OR

यदि किसी $c>0$ के लिए $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$, a और b से स्वतंत्र एक स्थिर राशि है।

If $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$, for some $c>0$, Prove that

$\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ is a constant, independent of a and b.

16. निम्नलिखित निश्चित समाकलन का मान ज्ञात कीजिए:

Evaluate the following definite integral:

$$\int_1^4 (|x-1|+|x+2|+|x-3|)dx .$$

अथवा / OR

मान निकालिए:

Evaluate : $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\cot x}}$.

17. $x=0$ एवं $x=2\pi$ के मध्य वक्र $y=\cos x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the curve $y=\cos x$ between $x=0$ and $x=2\pi$.

18. बिन्दु (1, 2, -4) से जाने वाली और दोनों रेखाओं $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ और $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ पर लंब रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

Find the vector equation of a line passing through the point (1, 2, -4) and perpendicular to the two lines:

$\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$

अथवा / OR

रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines

$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$

19. तोषित, कुलदीप और कनिष्क ने एक दुकान से सब्जी खरीदी। तीनों ने आलू, प्याज, टमाटर की अलग-अलग मात्रा खरीदी। तोषित ने 2 किग्रा आलू, 3 किग्रा प्याज व 1 किग्रा टमाटर, कुलदीप ने 3 किग्रा आलू, 2 किग्रा प्याज व 2 किग्रा टमाटर तथा कनिष्क ने 4 किग्रा आलू, 2 किग्रा प्याज और 1 किग्रा टमाटर खरीदा। तोषित, कुलदीप व कनिष्क ने क्रमशः ₹ 180, ₹ 220 व ₹ 190 का बिल चुकाया। आव्यूह विधि से आलू, प्याज व टमाटर का भाव प्रति किग्रा ज्ञात कीजिए। 5

Toshit, Kuldeep and Kanishk bought vegetables from a shop. All three bought potatoes, onion and tomatoes in different quantities. Toshit bought 2 kg potatoes, 3 kg onion and 1 kg tomatoes, Kuldeep bought 3 kg potatoes, 2 kg onion and 2 kg tomatoes and Kanishk bought 4 kg potatoes, 2 kg onion and 1 kg tomatoes. Toshit, Kuldeep and Kanishk paid bills of ₹ 180, ₹ 220 and ₹ 190 respectively. Find the price of potatoes, onion and tomatoes per kg using matrix method.

अथवा / OR

निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए:

$2x+3y+3z=5$

$x-2y+z=-4$

$3x-y-2z=3$

Solve the following system of linear equations, using matrix method.

$2x+3y+3z=5$

$x-2y+z=-4$

$3x-y-2z=3$

20. बिन्दु (0, 1) से गुजरने वाले एक वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए, यदि इस वक्र के किसी बिंदु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता, उस बिंदु के x निर्देशांक (भुज) तथा x निर्देशांक और y निर्देशांक (कोटि) के गुणनफल के योग के बराबर है। 5

Find the equation of a curve passing through the point (0, 1). If the slope of the tangent to the curve at any point (x, y) is equal to the sum of the x coordinate (abscissa) and the product of the x coordinate and y coordinate (ordinate) of that point.

अथवा / OR

अवकल समीकरण $x^2dy+(xy+y^2)\,dx=0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए: दिया हुआ है कि $y=1$ यदि $x=1$.

Find the particular solution of the differential equation $x^2dy+(xy+y^2)\,dx=0$; given that $y=1$ when $x=1$.

https://www.ukboardonline.com

21. दर्शाइए कि बिंदु A(1, −2, −8), B(5, 0, −2) और C(11, 3, 7) संरेख हैं और बिन्दु B द्वारा रेखा AC को विभाजित करने वाला अनुपात ज्ञात कीजिए। 5

Show that the points A(1, −2, −8), B(5, 0, −2) and C(11, 3, 7) are collinear and find the ratio in which point B divides line AC.

22. निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत उद्देश्य फलन $z=2000+10x-70y$ का न्यूनतमीकरण तथा अधिकतमीकरण आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए: 5

Minimise and maximise the objective function $z=2000+10x-70y$ under the following constraints by graphical method:

$x+y\leq 8$

$x+y\geq 4$

$x\leq 5$

$y\leq 5$

$x, y\geq 0$.

23. एक बीमा कंपनी 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों और 6000 ट्रक चालकों का बीमा करती हैं दुर्घटनाओं की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.01, 0.03 और 0.15 है। बीमाकृत व्यक्तियों (चालकों) में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है? 5

An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probabilities of accidents are 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver?

अथवा / OR

एक विशेष समस्या को भरत और विरेन्द्र द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमश 1/3 व 2/5 हैं। यदि दोनो, स्वतत्र रूप से, समस्या हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि-

(i) समस्या हल हो जाती है 2

(ii) उनमे से तथ्यत: कोई एक समस्या को हल कर लेता है। 2

(iii) कोई भी समस्या को हल नही कर पाता। 1

Probability of solving a specific problem independently by Bharat and Virendra are 1/3 and 2/5 respectively. If both try to solve the problem independently, find the probability that

(i) the problem is solved.

(ii) exactly one of them solves the problem.

(iii) No one can solve the problem.

24. एक किसान अपने खेत के लिए एक खुली घनाभ के आकार की पानी की टंकी (जलाशय) बनाना चाहता है। जलाशय की गहराई 2 मीटर होनी चाहिए और इसमें कुल 32 घन मीटर पानी जमा करने की क्षमता होनी चाहिए। आधार (फर्श) के निर्माण की लागत ₹ 2000 प्रति मी^{2} है, जबकि चारों दीवारों के निर्माण की लागत ₹ 1500 प्रति मी^{2} है। यदि जलाशय के निर्माण का खर्च न्यूनतम रखना हो तो बताइए-

(i) जलाशय की लम्बाई और चौड़ाई क्या होनी चाहिए? 3

(ii) जलाशय निर्माण की न्यूनतम लागत क्या होनी चाहिए? 2

A farmer wants to construct an open cuboidal shape water reservoir for his field. The reservoir must have a depth of 2 meters and hold a total volume of 32 cubic meters of water. The construction cost for the cemented base is ₹ 2000 per m^2 while the cost of constructing the four walls is ₹ 1500 per m^2. If the cost of constructing the reservoir is to be kept to a minimum, then determine-

(i) What should be the length and width of the reservoir?

(ii) What should be the minimum cost of constructing a reservoir?

*****