Estimados de Fintual, he aquí mi manera de resolver el problema,

1. Definición del problema

El problema consta de 1355 llaves, y por lo tanto, 1355 cerraduras, donde cada cerradura hace juego con una única llave.

Yéndonos al campo de las probabilidades al intentar ver si una llave cualquiera puede abrir una cerradura cualquiera, la probabilidad de que se acierte, es decir de que el par llave-cerradura sea coincidente y se abra la puerta, es de $P(X_1) = \frac{1}{1355}$. Luego, si eventualmente se encuentra la primera llave que coindice con una cerradura, la probabilidad de encontrar una segunda llave que coincida con una segunda cerradura es de $P(X_2|\, X_1) = \frac{1}{1354}$. Así, sucesivamente la probabilidad de encontrar el n-ésimo par llave-cerradura dado que, ya se encontró un (n-1)-ésimo par llave-cerradura es igual a:

$$P(X_n|X_{n-1}) = \frac{1}{1355 - (n-1)}$$

Luego, se tiene que el "campo" de posibles resultados que se pueden dar para resolver el problema es, por ejemplo, que el primer par llave-cerradura se encuentre al 3er intento, es decir, que se introdujeron 3 llaves en la misma cerradura y al tercer intento se encontró la que coincidía correctamente. El segundo par fue encontrado al intento número 122, el tercer par fue encontrado al intento número 1353, y así sucesivamente.

Esto nos da que la n-ésima cerradura puede tener un numero de intentos máximos posibles antes de su par llave-cerradura ser encontrado de:

$$1355 - (n-1)$$

Por lo tanto, la cantidad de combinaciones o formas distintas de resolver el problema completo es igual a:

$$\prod_{n=1}^{1355} 1355 - (n-1) = 1355!$$

El resultado de esta operación calculado usando Python es:

```python
import math

Resultado = math.factorial(1355)
print(Resultado)
```

187848755576625604535068622964251841672342815960142276725526720682364594847278604298801345558241908381340599099434458863462226039718660334613017660751593332633833070461058359432170083223186920658300634945014983085787518820234486619181217258610962012815635655605386939892630843272809324351356417521107639422354643736261679178243243571773182219049652453781841007573917175888736261684091855335687159644918591179647335510507765174039595412470462174896382568719706949774231787825957707954339608

56685337139396308342321578480610988077165832766402128920216191070812845798474721312893060350304538
59371413337633844299038301875672499941598776793946618683572049601839032538188711216397810440078850
85091627360575404196467468512746369707293948918427986280770991392538318606341968465431031217801091
09356750682223249832532044154332338872982160087780311613225431805731437386609591972322202914474453
71419447012465326611005746010578311040600279457698959162171066990335818892522106346808637514700243
13530945537654706074609865609229883566586092047925146996330454280754986104745672718646190577225246
99003622382716543314003145341412518758049581967074566201015749252732054145603022691826211479695071
99849552825847043833975555496840203419907868378389371546439085783691544126460483256612560281132221
57722866363470156577240181771270353137511087263980528417534183638601433467827521515701879806929454
25531185624689268093008743624229473688004898456124974708852373195188635272160031517232336994121080
08451193345891648193270040318585150565707424074827351609079824327291793502185381772205972991821239
00747796183527657102092515809888315941150480087106046456244089064452502529995887675770770872312738
99023167996964718964246393408554032130781195094327726056548199685489299292502106462411606782317213
00171314723919190023019303520314710107908721053240900477106216587323232124490547788912333500492960
35802455082130220105195598197872528421421256845176937667838078854099496202815373224236327405874966
31967037001353605930369426431308730135673741026406780938120040525594016370598300028352067639841152
11507344521866260722694724092525130879462507549542266763508837708793986996156546539941683772825914
32533184426752657627857742692172325767452385560188500211545990208136315008416977951007054487937716
92291645274542333734413845507644991105511066516861268453127442943349816295991395020096007728802358
50036027072161473114719679317824647091113813680659044193950031043551781879712303976825818356343312
44516977277880036191597144428573917051669762425184229779320988086612971314234032591780696318202401
70756805882322077514725080922194134756347106171590180688632605151600755870449751182344371011008493
06750949811635419265451501128561324104579844601975842912303217511685895529731509729751703249663992
78854300699602399560406898929120894945058221609544577732156239909809683906714583589463421856556530
70888574830373270499000922475349728438591041403870716002046833039089478318448561844993258059632625
11163631700678835514107318118843623240147492700763942885317905588858789967286315618323969044249448
87884389573906152686035553727079783361698186997172114538115095625517235206616817459321917368121905
58447942738247116770349851542185814504367622826231261368462262423397608543391116068178605726988950
00533702121425933704242592753448843909951170486821125542672680191190702873150806923673600000000000
00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
00000000000000000000000000000000

En notación científica sería 1,878488E+3657. Es decir, un numero impronunciable de 3658 dígitos.

2. Resolviendo el problema

El caso más favorable es que se encuentren todos los pares llave-cerradura coincidentes en el primer intento. Lo que daría a lugar a que solo se realizaran 1355 operaciones de introducir la llave en la cerradura, girar la llave y ¡par encontrado! Sin embargo, la probabilidad de que esto ocurriese es de 1/1,878488E+3657.

Por otro lado, el peor de los escenarios posibles es que se encontrara cada par llave-cerradura correcta en el número máximo de intentos que es $\sum_{n}^{1355} n = \frac{1355*1356}{2} = 918.690$ operaciones de introducir la llave en la cerradura, girar la llave y encontrar el par coincidente. Por suerte, la probabilidad de que ocurra esto es igual de baja: 1/1,878488E+3657.

En general, se puede definir una función C(Op) como la cantidad de casos o combinaciones (C) posibles para un mismo número de operaciones (Op) para resolver el problema, como:

$$C(Op) = \frac{(918.690 + 1)!}{(918.690 + 1 - Op - 1355)! * (Op - 1355)!}$$

Con $Op \in [1355, 918.690]$

Estos son números son complicados de calcular, incluso para Python, pero se sabe que la mayor cantidad de casos estará en la media, es decir, $\frac{1355+918.690}{2} = 460.023$ operaciones para resolver el problema. En otros términos, “Lo más probable es que tome alrededor de 460.023 operaciones definidas como, insertar la llave, girar y probar si sirve o no” para completar el problema.

3. Propuesta de solución

Al definir un procedimiento para la prueba de llaves, este consistiría en seleccionar una llave no probada del manojo, insertarla en una cerradura específica, y luego intentar abrir la cerradura. Si el intento no es exitoso, marcamos la llave como "probada" para evitar confusiones con las que aún no han sido usadas. Sin embargo, si el intento es exitoso, asociamos esa llave con un identificador de la cerradura. Posteriormente, si no se ha encontrado la llave correcta, se pasa a la siguiente; en caso contrario, se avanza a la siguiente cerradura.

Si estimamos que el tiempo de ejecución de este procedimiento es de 5 segundos por llave (considerando que la persona ya tiene “training” en esto) y añadimos un tiempo promedio de 25 segundos para el cambio entre cerraduras, y teniendo en cuenta que habría 1354 cambios de cerradura, el tiempo total que le tomaría a una persona sería:

En el mejor de los casos (muy improbable):

$$1355\ [Op] * 5[s] + 1354 * 25[s] = 40.625[s] = 11{,}28\ [h]$$

En el más probable (realista) de los casos:

$$460.023\ \ [Op] * 5[s] + 1354 * 25[s] = 2.333.965[s] = 648{,}32\ [h] = 27\ [d]$$

En el peor de los casos (muy improbable):

$$918.690\ [Op] * 5[s] + 1354 * 25[s] = 4.627.300[s] = 1285{,}36\ [h] = 53{,}6\ [d]$$

Si optimizamos el problema permitiendo que varias personas trabajen en el al mismo tiempo, podríamos proceder de la siguiente manera: Si tenemos P número de personas trabajando en este problema, dividiríamos las 1355 llaves en P manojos o grupos de llaves distintas, y asignamos a cada persona un grupo de 1355/P puertas que probar y que en lo posible estén consecutivas. Una vez que una persona ha probado todas las puertas de un grupo, pasaría al siguiente grupo de puertas, y así sucesivamente hasta que cada persona haya pasado por las 1355 puertas de grupo en grupo. Siguiendo este método, el tiempo total requerido se reduciría en un factor aproximado de P a los señalados anteriormente.

Por ejemplo, si P=40, en el escenario realista o más probable, terminarían en 16,2 horas continuas de probar las 1355 llaves.

Atentamente,

Juan Figueroa