

**T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI**

İNŞAAT TEKNOLOJİSİ

DENGE VE MOMENT

Ankara, 2014

- Bu modül, mesleki ve teknik eğitim okul/kurumlarında uygulanan Çerçeve Öğretim Programlarında yer alan yeterlikleri kazandırmaya yönelik olarak öğrencilere rehberlik etmek amacıyla hazırlanmış bireysel öğrenme materyalidir.
- Millî Eğitim Bakanlığınca ücretsiz olarak verilmiştir.
- **PARA İLE SATILMAZ.**

İÇİNDEKİLER

| | |
|--|----|
| AÇIKLAMALAR | ii |
| GİRİŞ | 1 |
| ÖĞRENME FAALİYETİ -1 | 3 |
| 1. DENGE VE DENGE ŞARTLARI | 3 |
| 1.1. Denge | 3 |
| 1.1.1. Tanımı..... | 3 |
| 1.1.2. Cismin Denge Durumları..... | 4 |
| 1.1.3. Durum Sağlamlığı (Denge Sağlamlığı) | 5 |
| 1.1.4. Denge Şartları | 6 |
| 1.2. Denge Hesapları..... | 8 |
| UYGULAMA FAALİYETİ | 10 |
| ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME | 12 |
| ÖĞRENME FAALİYETİ - 2 | 13 |
| 2. MOMENT VE UYGULAMALARI | 13 |
| 2.1. Moment | 13 |
| 2.1.1. Tanımı Ve Birimi..... | 13 |
| 2.1.2. Yönü Ve İşareti..... | 16 |
| 2.1.3. Varignon Teoremi..... | 16 |
| 2.2. Kuvvet Çifti | 19 |
| 2.2.1. Tanımı..... | 19 |
| 2.2.2. Momenti..... | 19 |
| 2.3. Sistemlerin Moment Hesapları..... | 20 |
| UYGULAMA FAALİYETİ | 23 |
| ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME | 25 |
| MODÜL DEĞERLENDİRME | 26 |
| CEVAP ANAHTARLARI | 28 |
| KAYNAKÇA | 29 |

AÇIKLAMALAR

| | |
|---|---|
| ALAN | İnşaat Teknolojisi/Teknolojileri |
| DAL/MESLEK | İnşaat Teknolojisi Dal Ortak |
| MODÜLÜN ADI | Denge ve Moment |
| MODÜLÜN TANIMI | Denge ve moment hesaplarının matematik ve fizik kurallarına göre hesaplanması hakkında bilgilerin kazandırıldığı bir öğrenme materyalidir. |
| SÜRE | 40/24 |
| ÖN KOŞUL | Bu modülün ön koşulu yoktur. |
| YETERLİK | Denge ve moment hesapları yapmak. |
| MODÜLÜN AMACI | Genel Amaç Gerekli ortam sağlandığında; denge ve moment hesaplarını matematik ve fizik teoremlerine göre yapabileceksiniz. Amaçlar 1. Denge şartlarına göre denge hesaplamaları yapabileceksiniz. 2. Sistemlerin moment ve denge durumlarını belirleyebilecektir. |
| EĞİTİM ORTAMLARI DONANIMLARI | ÖĞRETİM VE Ortam : Atölye, sınıf ve fizik laboratuvarı. Donanım: Gönye, paralel cetvel, ‘T’ cetveli, resim kalemi, silgi, çizim kâğıdı, yapıştırıcı bant, fonksiyonlu hesap makinesi, |
| ÖLÇME DEĞERLENDİRME | VE Modül içinde yer alan her öğrenme faaliyetinden sonra verilen ölçme araçları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Öğretmen modül sonunda ölçme aracı kullanarak modül uygulamaları ile kazandığınız bilgi ve becerileri ölçerek sizi değerlendirecektir. |

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Denge yeryüzünde bulunan tüm canlı veya cansız varlıkları kapsayan bir olgudur. Çevremizde gördüğümüz cisimlerin hepsi dengededir.

Denge olmasaydı tüm varlıklar yeryüzünde karma karışık bir durumda olurdu. Ağaçlar devrilmiş, binalar yıkılmış olurdu, eşyalar belli bir düzende olmayabilirdi. Dünyada rahat bir yaşam olmazdı.

Dengenin inşaat sektöründe tartışmasız çok büyük bir önemi vardır. Günümüzde yüksek binaların hatta gökdelenlerin uygulamaya geçmeden önce denge ve moment hesapları yapılmaktadır. Bu iki unsur birbirini eşitlediği zaman yapıların inşasına başlanmaktadır.

Bu modülde sizlere cisimlerin denge durumları ve momentleri ile ilgili bilgiler sunulacaktır.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Bu faaliyette verilecek bilgiler doğrultusunda, gerekli ortam sağlandığında, denge şartlarına göre denge hesaplarını yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Denge olmasaydı dünyamızda nasıl bir hayat olurdu? Sorusunu sınıfınızda arkadaşlarınızla tartışınız.
- Geometrik şekillerin neler olduğunu araştırınız.
- Denge şartlarını araştırarak sınıfta arkadaşlarınızla tartışınız.

1. DENGE VE DENGE ŞARTLARI

1.1. Denge

Cisimlerin şeklinde ve hızında değişiklik olmadan sahip olduğu durumu korumasına ya da aynı durumu devam ettirmesine denge hâli denir.

1.1.1. Tanımı

Cismin üzerine etki eden bütün kuvvetlerin bileşkesinin ve herhangi bir nokta veya bir dönme eksenine göre momentlerinin cebirsel toplamının sıfır olması durumudur. Daha basit bir tanımla, etki ile tepkinin eşit olması hâlidir. Örneğin, cisme etki yapan her kuvvet onu hareket ettirmeye çalışır. Etkileyici kuvvetlerin böyle davranışına diğer kuvvetler karşı koyarlar ve durgunluk (denge) meydana gelir.

Canlıların ayakta durabilmeleri, yapıların veya yapı elemanlarının buldukları yerde hareketsiz kalabilmeleri, suyun ve gazların durgun hâli dengeye örnektir.

Dengenin olabilmesi için, cismin ağırlık merkeziyle itme merkezlerinin aynı düzey üzerinde olması gerektiği kolaylıkla anlaşılabilir.



Resim 1.1: Basit bir denge örneği

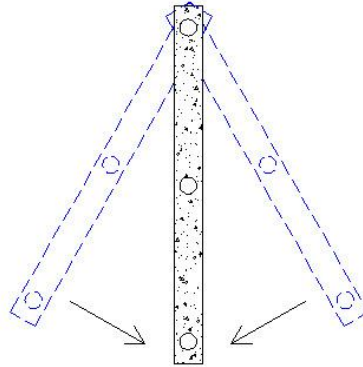
1.1.2. Cismin Denge Durumları

Üç türlü denge vardır. Bunlar;

- Kararlı denge
- Kararsız denge
- Bozulmaz denge

➤ Kararlı denge

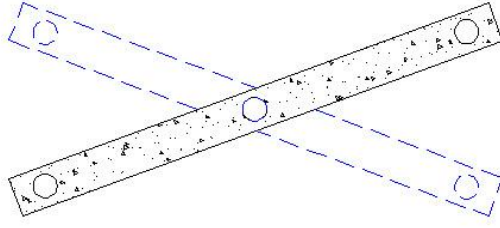
Durumu değiştirilen cisim, serbest bırakılırsa tekrar ilk durumuna gelir. Kararlı dengede, cismin ağırlık merkezi mümkün olan en aşağı durumda veya asılma noktasının altındadır.



Şekil 1.1: Kararlı denge

➤ Kararsız denge

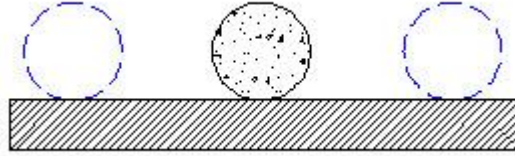
Ufak bir sarsıntı ile durumu değişen cisim, kendi kendine eski durumuna gelemez. Durumu değişen cisim kararlı dengeye dönüşebilir. Kararsız dengede, cismin ağırlık merkezi mümkün olan en yüksek yerde veya asılma noktasının üstündedir.



Şekil 1.2: Kararsız denge

➤ **Bozulmaz denge**

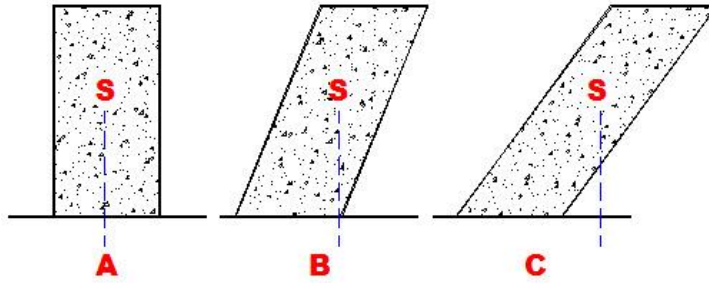
Durumu değiştirilen cisim her zaman dengesini korur. Böyle dengede cismin ağırlık merkezi daima aynı yüksekliği korur.



Şekil 1.3: Bozulmaz denge

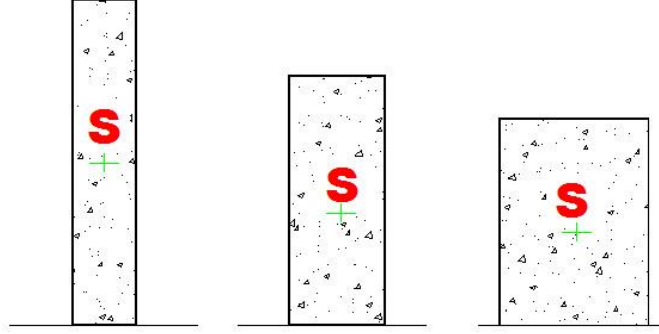
1.1.3. Durum Sağlamlığı (Denge Sağlamlığı)

Aşağıdaki şekillerde üç cisim görülmektedir. A cismi sağlam durur, çünkü ağırlık merkezinden geçen düşey doğrultu, cismin dayanma yüzeyi içindedir. B cismi güvensiz durumdadır. Hafif bir sarsıntıda devrilir. Çünkü ağırlık merkezinden geçen düşey doğrultu, dayanma yüzeyinin kenarından geçmektedir. C cisminde dikkat edilirse, hemen devrileceği kolaylıkla anlaşılır. Çünkü ağırlık merkezinden geçen düşey doğrultu, dayanma yüzeyinin dışından geçmektedir.



Şekil 1.4: Durum sağlamlığı

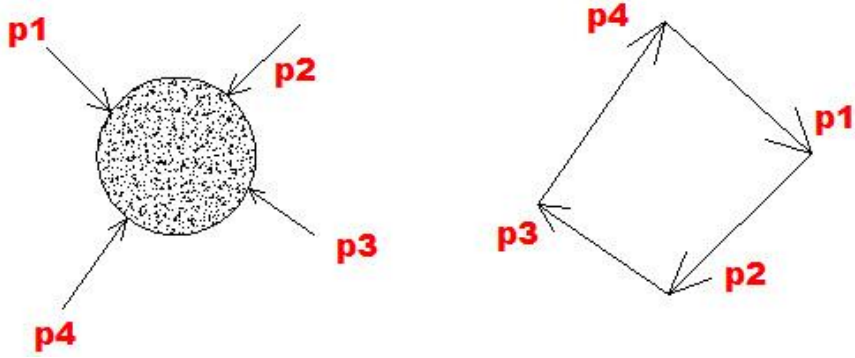
Yatay düzlem üzerine oturan cisimlerin taban alanı ne kadar büyük, ağırlık merkezi ne kadar aşağıda ve ağırlığı ne kadar fazla ise cisimler o kadar sağlam durur.



Şekil 1.5: Sağlıklarına göre cisimler

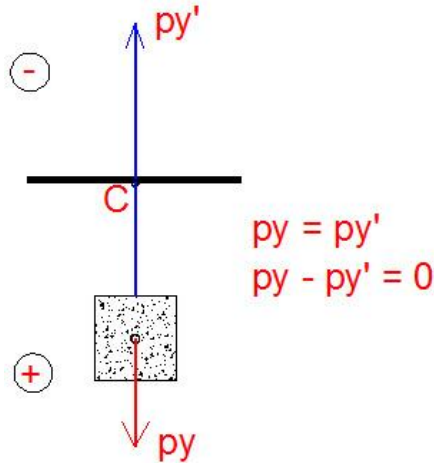
1.1.4. Denge Şartları

Cisimlerin ya da yapı elemanlarının dengede olabilmesi için; onları etkileyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır olmalıdır. Şekil 1.6’ da verilen örnekte, cismin dengede kalması için etki eden kuvvetler görülmektedir. Bu şekle göre etkiyen tüm kuvvetlerin bileşkesi 0 (sıfır) olmalıdır.



Şekil 1.6: Bileşkelere ayrılmış cisim

Cisme etki yapan kuvvete eşit değerinde ve ters yönde tepki kuvvetinin doğması da dengeyi sağlar. Şekil 1.7’ de verilen örnekte görüldüğü gibi C noktasından tavana asılan bir cisim hareketsiz dengede durmaktadır. Bunun sebebi + ve – yönde cisme etki eden p_y ve p_y' kuvvetlerinin birbirine eşit olmasıdır veya bu kuvvetlerin cebirsel toplamalarının değeri 0 (sıfır) olmasıdır.



Şekil 1.7: Ters yönde tepki kuvvetleri

Bileşkenin sıfır olması cismin yer değiştirmesini önlese de, dönmeyi önleyemez çünkü; bir noktaya bağlı olan cisim döndürücü etki altında bulunabilir. O hâlde; dengenin tam olabilmesi için, cisme etki yapan kuvvetlerin bağlı bir noktaya göre döndürme momentlerinin cebirsel toplamı da sıfır olmalıdır. Bu sayede dönme önlenmiş olur.

I. Denge Koşulu

Katı cismin öteleme hareketi yapmaması için, cisme etki eden bileşke kuvvet sıfır olmalıdır. Cebirsel toplam anlamına gelen Σ (sigma) harfini kullanarak bu durumu aynı doğrultulu kuvvetler için $\Sigma F = 0$ şeklinde gösterebiliriz. Kuvvetlerin doğrultuları keşişiyorsa, x ve y eksenini doğrultusundaki bileşenlerin cebirsel toplamı ayrı ayrı sıfır olmalıdır. Bu durumda;

Yatay bileşenlerin cebirsel toplamı = $\Sigma F_x = 0$
 Düşey bileşenlerin cebirsel toplamı = $\Sigma F_y = 0$
 şeklinde gösterilir

II. Denge Koşulu

Katı cismin dönme hareketi yapmaması için, seçilen bir noktaya göre momentlerinin cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. Bu şart;

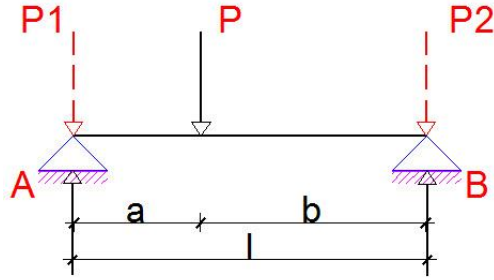
$\Sigma M = 0$ şeklinde gösterilir

I. ve II. koşulları aynı anda gerçekleştiriyor ise cisim denge halindedir denir.

1.2. Denge Hesapları

Statik hesaplarda mesnetlerin üzerine gelen yükleri emniyetle taşıyabilmeleri için denge koşullarının yerine getirilmesi lazımdır.

Çeşitli yapı elemanlarının dayanaklara (mesnetlere) ilettiği yükler statikte tek kuvvet olarak kabul edilir.



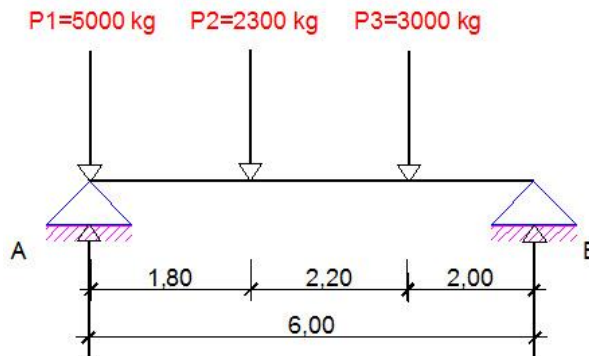
Şekil 1.8: Yükleme yapılmış mesnet örneği

Şekil 1.8' de verilen örneğe göre kirişe etki yapan P kuvveti, kiriş uçlarının oturduğu A ve B mesnetlerine iletmek üzere P1 ve P2 bileşenlerine ayrılacaktır. Böylece P kuvveti yerine P1 ve P2 bileşenleri, A ve B mesnetlerine etki yapacaktır. Denge sağlamlığını korumak amacıyla $P1 = -A$, $P2 = -B$ olacak şekilde A ve B mesnetlerinin tepki göstermesi gerekecek demektir. Bunlara mesnet tepkileri denmektedir.

Mesnet tepkilerine; buldukları noktanın adı verilmeli ve doğrultusu dayanma yüzeyinin ekseninden geçirilmelidir.

Tepkileri, denge formülleri uygulanarak bulunmalıdır.

Örnek:



Şekil 1.9: Örnek hesaplama

Şekil 1.9 ' da yükleme şekli ve ölçüleri verilmiş olan iki mesnetli basit kirişin tepkilerini hesap yolu ile bulunuz.

Çözüm:

Şekilde görüldüğü gibi mevcut kirişe sadece üstten gelen bir yük vardır. Herhangi bir döndürme etkisi bulunmamaktadır. Sadece A ve B mesnet tepkimelerini bulmamız yeterli olacaktır.

Döndürme etkisi olmadığından;

$\Sigma M = 0$ (toplam moment sıfır dır)

$$0 \times A + 0 \times P1 + 1,80 \times P2 + 4,00 \times P3 + 6,00 \times B = 0$$

$$0 + 0 + 1,80 \times 2300 + 4,00 \times 3000 + 6,00 \times B = 0$$

$$4140 + 12000 + 6,00 \times B = 0$$

$$B = \frac{-16140}{6,00}$$

$$\underline{B = -2690Kg} \text{_(Tepki yönü yukarı)}$$

$\Sigma Py = 0$ dan

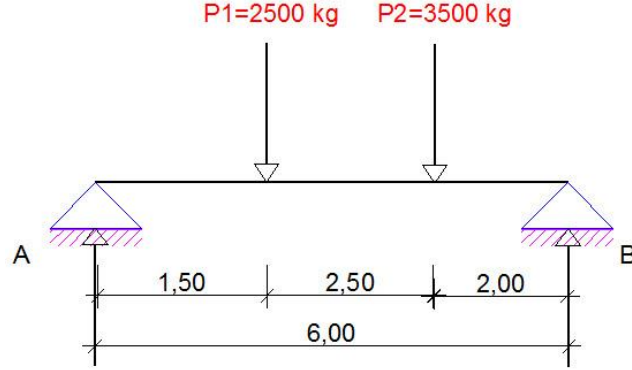
$$A + P1 + P2 + P3 + B = 0$$

$$A + 5000 + 2300 + 3000 - 2690 = 0$$

$$\underline{A = - 7610 Kg} \text{_(Tepki yönü yukarı)}$$

UYGULAMA FAALİYETİ

Aşağıda yükleme şekli ve ölçüleri verilmiş olan iki mesnetli basit kirişin tepkilerini hesap yolu ile bulunuz.



| İşlem Basamakları | Öneriler |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">➤ Döndürme etkisi olmadığından toplam momenti 0 (sıfır) olarak kabul ediniz.➤ A noktasına göre hesap yapacağınız zaman B mesnedinin, B noktasına göre hesap yapacağınız zaman da A mesnedinin değerlerini bulacağınızı unutmayınız.➤ Kuvvetlerin saat yönünde mi yoksa saat yönünün tersinde mi hareket ettiklerini tespit ediniz.➤ Moment formülüne uygun olarak verilen değerleri formülde yerine yazınız.➤ Çıkan değer birimini ve yönünü doğru yazınız.➤ Birinci bulduğunuz değeri toplam tepkime (yük) değerinden çıkartarak ikinci istenen değeri bulunuz. | <ul style="list-style-type: none">➤ Kuvvetlerin yönlerine dikkat ediniz➤ Kuvvetlerin birimlerine dikkat ediniz➤ Matematiksel işlem önceliğine dikkat ediniz.➤ Formülde yerlerine yazdığınız değerlerin önüne gelen işaretlere dikkat ediniz. |

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri **Evet**, kazanamadığınız becerileri **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

| Değerlendirme Ölçütleri | Evet | Hayır |
|---|------|-------|
| 1. Döndürme etkisi olmadığından toplam momenti 0 (sıfır) olarak kabul ettiniz mi? | | |
| 2. A noktasına göre hesap yapacağınız zaman B mesnedinin, B noktasına göre hesap yapacağınız zaman da A mesnedinin değerlerini bulacağınızı tekrar düşündünüz mü? | | |
| 3. Kuvvetlerin saat yönünde mi yoksa saat yönünün tersinde mi hareket ettiklerini tespit ettiniz mi? | | |
| 4. Moment formülüne uygun olarak verilen değerleri formülde yerine yazdınız mı? | | |
| 5. Birinci bulduğunuz değeri toplam tepkime (yük) değerinden çıkartarak ikinci istenen değeri buldunuz mu? | | |
| 6. Çıkan değerlerin birimlerini ve yönünü doğru yazdınız mı? | | |

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme”ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. ()Cismin üzerine etki eden bütün kuvvetlerin bileşkesinin ve herhangi bir nokta veya bir dönme eksenine göre momentlerinin cebirsel toplamının sıfır olması durumuna denge denir.
2. ()Dengenin olabilmesi için, cismin ağırlık merkeziyle itme merkezlerinin aynı düzey üzerinde olmaması gerekir.
3. ()Kararlı dengede, cismin ağırlık merkezi mümkün olan en aşağı durumda veya asılma noktasının altındadır.
4. ()Kararsız dengede, cismin ağırlık merkezi mümkün olan en yüksek yerde veya asılma noktasının ortasındadır.
5. ()Yatay düzlem üzerine oturan cisimlerin taban alanı ne kadar büyük, ağırlık merkezi ne kadar aşağıda ve ağırlığı ne kadar fazla ise cisimler o kadar sağlam durur.
6. ()Denge şartlarına göre, cisme etkiyen tüm kuvvetlerin bileşkesi sıfır olmalıdır.
7. ()Denge şartlarına göre cisme etkiyen kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfır olmalıdır.
8. ()Denge şartlarına göre bileşkelerin sıfır olması durumunda cismin dönme etkisi de ortadan kalkar.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Bu faaliyette verilecek bilgiler doğrultusunda, gerekli ortam sağlandığında, cisimlerin momentlerini hesaplaya bileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Moment hakkında internetten bilgi toplayınız.
- Yapı elemanlarının geometrik şekilleri hakkında görüşlerinizi arkadaşlarınızla tartışınız.
- Moment hesaplamaları hakkında fizik öğretmenlerinizden bilgi alınız.

2. MOMENT VE UYGULAMALARI

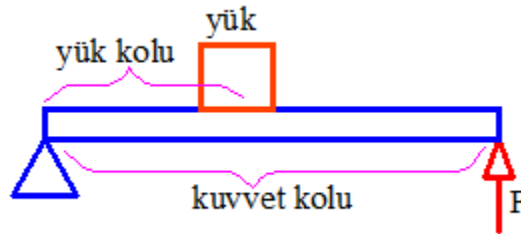
2.1. Moment

Bir cisme etki eden unsurlardan bir tanesi de cismi düşeyde veya yatayda döndürmeye çalışan moment unsurudur.

2.1.1. Tanımı Ve Birimi

A merkezi veya X – X eksenini etrafında dönebilen bir katı cisme P kuvveti etki yaparsa; döndürme tesiri, kuvvetin şiddeti ve dönme eksenine olan uzaklığına bağlıdır.

Dönme merkezi ile kuvvet arasındaki uzaklığa kuvvet (kaldıraç) kolu denir.

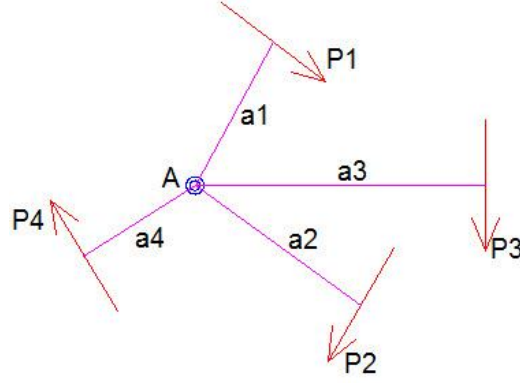


Şekil 2.1: Kuvvet kolu

Kuvvet ile kaldıraç kolunun çarpımına, kuvvetin döndürücü etkisi veya statik moment adı verilir.

Statik momenti M ile gösterirsek;

$M = P \times a$ dir.



Şekil 2.2: A noktasına göre statik moment

Cismi etkileyen kuvvetler n adetse, A noktasına göre statik momenti ;

$$M_A = P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3 + \dots + P_n \cdot a_n \text{ dir.}$$

Burada ;

M_A = A noktasına göre moment (kgcm, kgm, tonm)

ΣM = Toplam moment

P_1 = A noktasına etki yapan (döndürmeye çalışan) kuvvet (kg, ton)

a_1 = Kuvvetin A noktasına olan dik uzaklığı (cm, m)

Kuvvet birimini kilogram (Kg) ve kuvvet kolunu metre (m) ile gösterirsek, moment birimi kilogram metre (Kgm) olur.

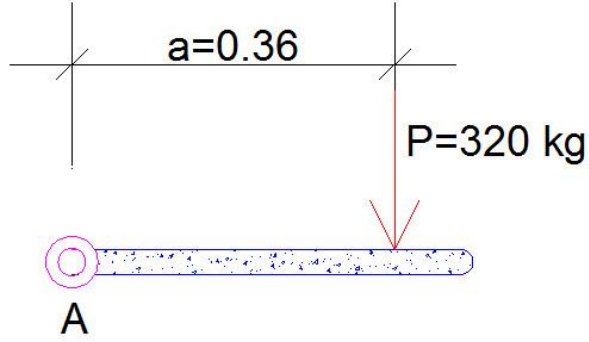
Kuvvet kolu santimetre (cm) ise, moment birimi Kgcm' dir. Bunun gibi tm, tcm' de moment birimi olarak yazılabilir.

Cisim hareket etmezse yani sistem dengede ise ;

$\Sigma M_o = 0$ olur. Durgun hâl (Denge durumu)

Önemli Not: Bina taşıyıcı elemanlarının ($\Sigma M_o = 0$) denge durumunda olması istenir.

Statik moment, cismi saat ibresi yönünde döndürecek şekilde etki yapıyorsa (+) pozitif dönüşlü, saat yönünün tersi yönünde döndürecek şekilde etki yapıyorsa (-) negatif dönüşlü olur.



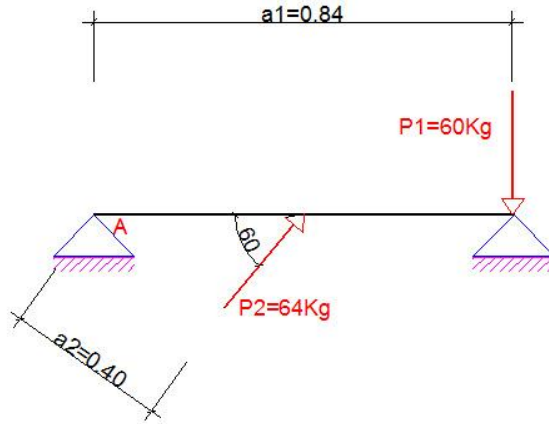
Şekil 2.3: Moment uygulaması

Şekil 2.3' de

$P = 320 \text{ Kg}$ ve $a = 0.36 \text{ m}$ ise

$M_A = P \times a = 320 \times 0.36 = + 115,2 \text{ Kgm}$ dir.

Yukarıdaki açıklamadan anlaşılacağı üzere, bir cisme etki yapan kuvvetlerin tek tek statik momentleri pozitif veya negatif dönüşlü olabilirler. Böyle hâllerde momentlerin cebirsel toplamı yapılmalıdır.



Şekil 2.4: Uygulama örneği

Şekildeki örneğe göre;

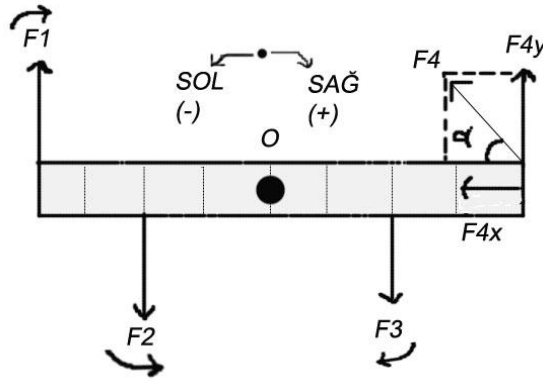
$$M_A = +P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot a_2$$

$$M_A = 60 \times 0,84 - 64 \times 0,40 = +24,8 \text{ Kgm dir.}$$

Buradan çıkan sonuca göre, örnekteki kiriş saat yönünde 24,8 Kgm döndürücü etki altında bulunmaktadır.

2.1.2. Yönü Ve İşareti

Momentin işaretinin belirlenmesinde kuvvetin dönüş istikametine bakılır. Cismi, saat ibresi yönünde döndürecek şekilde etki yapıyorsa (+) pozitif, saat ibresinin tersi istikamette döndürecek etki yapıyorsa (-) negatif işaretli olarak alınır.



Şekil 2.5: Moment işareti

2.1.3. Varignon Teoremi

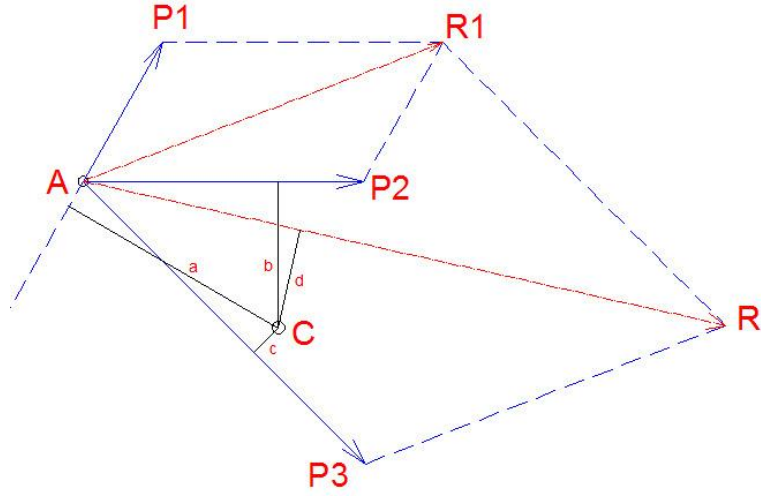
Kuvvetlerin bir noktaya göre momentlerinin toplamı bileşke kuvvetin momentine eşittir.

Bileşke bir kuvvetin bir noktaya göre momenti, aynı bileşke kuvvetin her üç eksendeki $[R_x, R_y, R_z]$ izdüşümlerinin aynı noktaya göre momentlerinin toplamına eşit olmasına varignon teoremi denir. Yani bir noktada birden çok kuvvetin kesişmesi durumunda bu kuvvetlerin her birinin bir başka noktada oluşturduğu moment, bu kuvvetlerin bileşkesinin aynı noktada oluşturduğu momente eşittir. Matematiksel ifadesi ise şöyledir;

- Bir noktada kesişen birden fazla kuvvetin bileşkesinin herhangi bir dönme merkezine göre momenti, aynı noktaya göre bileşen momentlerinin cebirsel toplamına eşittir.

$$R.d = P_1.a + P_2.b - P_3.c \text{ dir.}$$

- Bir paralel kuvvetler sistemi bileşkesinin herhangi bir dönme merkezine göre momenti, aynı noktaya göre bileşen momentlerinin cebirsel toplamına eşittir.



Şekil 2.6: Varignon teoremi örneği

Örnek problem: Şekil 2.6 da A noktasına uygulanan kuvvetlerin şiddetleriyle, C moment merkezine olan uzaklıkları aşağıda yazılmıştır. Bileşkenin şiddetini ve C merkezine uzaklığını hesaplayalım.

| | |
|------------------------|----------------------|
| $P_1 = 200 \text{ Kg}$ | $a = 3,5 \text{ Cm}$ |
| $P_2 = 350 \text{ Kg}$ | $b = 2,1 \text{ Cm}$ |
| $P_3 = 500 \text{ Kg}$ | $c = 0,4 \text{ Cm}$ |

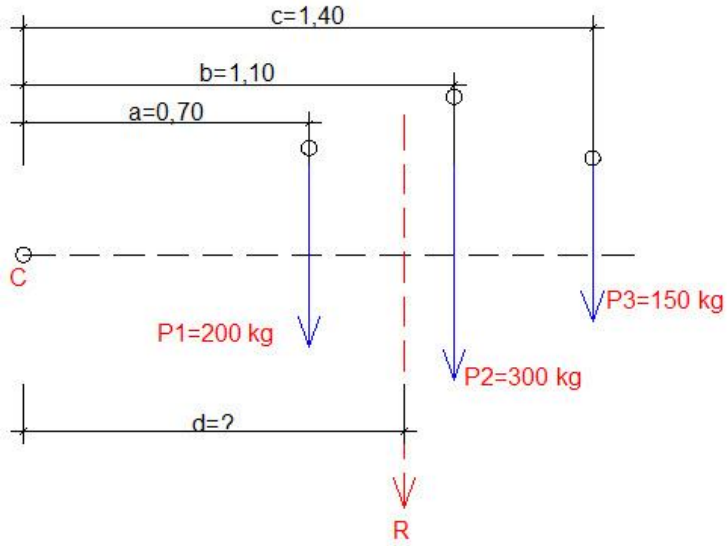
Çözüm : Yok etme veya kuvvetler çokgeni yöntemlerinden faydalanarak bileşkenin şiddeti bulunmalı, sonra C merkezine olan uzaklık hesaplanmalıdır. Bulunan R ve P kuvvetleri ile a, b, c değerleri formülde yerlerine konarak d değeri hesaplanır.

$$d = \frac{P_1.a + P_2.b + P_3.c}{R}$$

$$d = \frac{200 \times 3,5 + 350 \times 2,1 + 500 \times 0,4}{825}$$

$$d = 1,5 \text{ cm dir.}$$

Örnek 2:



Şekil 2.7: Aynı yönlü kuvvetler

Şekil 2.7 de şiddetleri ve C merkezine uzaklıkları verilen kuvvetlerin bileşkesinin C ye uzaklığını bulunuz.

Çözüm:

$$R = P_1 + P_2 + P_3 = 200 + 300 + 150 = 650 \text{ Kg}$$

$$d = \frac{P_1 \cdot a + P_2 \cdot b + P_3 \cdot c}{R}$$

$$d = \frac{200 \times 0,70 + 300 \times 1,10 + 150 \times 1,40}{650}$$

$$d = 1,04 \text{ m' dir.}$$

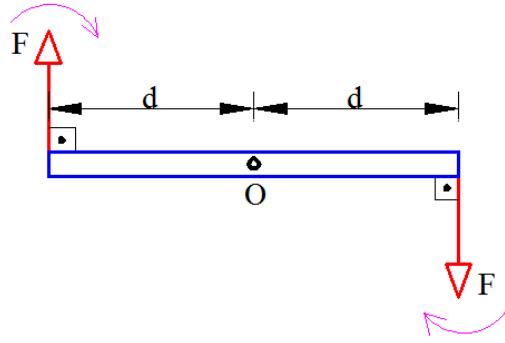
2.2. Kuvvet Çifti

2.2.1. Tanımı

Ters yönde, eşit şiddette olan paralel kuvvetlere kuvvet çifti veya eşlenik kuvvetler adı verilir.

Bir cisme uygulanan kuvvet çiftinin bileşkesi sıfırdır.

Kuvvet çifti cismi döndürmeye çalışır. Statik hâlde kalması gereken yapı kısımlarında, kuvvet çifti doğacak şekilde yükleme yapmaktan çekinilmelidir.



Şekil 2.8: Kuvvet çifti

2.2.2. Momenti

Kuvvet çiftinin momentini dönme merkezinin her durumu için, kuvvetlerden biri ile kuvvetler arasındaki uzaklığın çarpımına eşittir.

Kuvvet çifti ve moment arasındaki ilişki ise şöyledir;

- Bir kuvvet çiftinin yerine, bulunduğu düzlemde veya ona paralel düzlemde etki yapan, eşit momente başka bir kuvvet çifti konulabilir yani; kuvvet çiftinin düzlem üzerinde yeri değiştirilebilir.
- Bir cisme; aynı veya ona paralel bir düzlemde birden çok eşlenikler tesir ederse, bunların yerine eşlenik momentlerinin cebirsel toplamına eşit olan kuvvet çifti konulabilir.
- Bir cisme birden çok eşlenik etki yapar ve bunların cebirsel toplamı sıfır olursa, cisim dengede demektir.

Örnek problem:

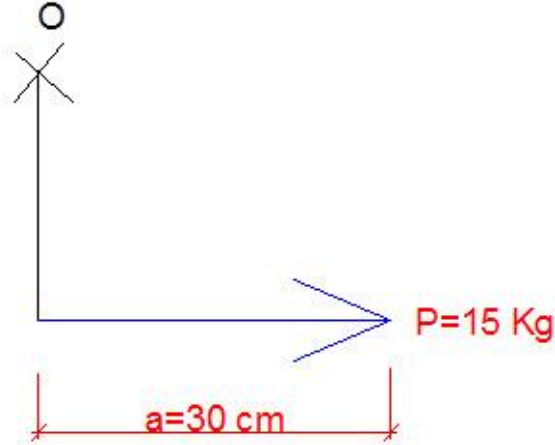
Pencereyi açmak isteyen bir kimse ispanyolet tutamağına 6 cm aralıklı olarak 250 gr.'lık kuvvet çifti uygulamaktadır. Döndürme momentini hesaplayınız.

Çözüm:

$$250 \text{ gr.} = 0.25 \text{ Kg}$$

$$M = c . P = 6 \times 0,25 = 1,50 \text{ Kg.Cm dir.}$$

2.3. Sistemlerin Moment Hesapları



Şekil 2.9: Kuvvet hesabı örneği

Örnek:

Şekilde 2.9’ da gösterilen P kuvvetinin O noktasına göre momentini bulunuz.

Çözüm:

$$P1 = 15 \text{ kg}$$

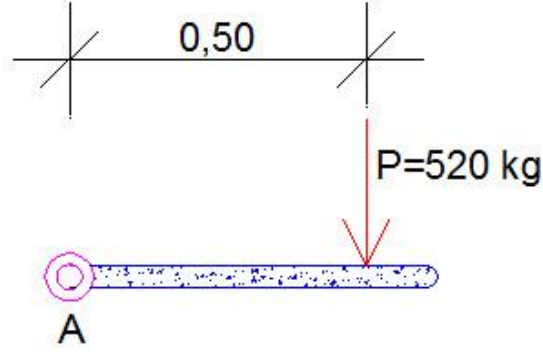
$$a = 30 \text{ cm}$$

O noktasına göre moment = Kuvvet x Kuvvet Kolu

$$M_o = - P1 . a$$

$$M_o = - 15 \times 30$$

$$M_o = - 450 \text{ kgcm bulunur.}$$



Şekil 2.10: Moment hesabı örneği

Örnek:

Şekil 2.10' da görülen civatayı sıkabilmek için uygulanması gereken kuvveti bulunuz.

Çözüm:

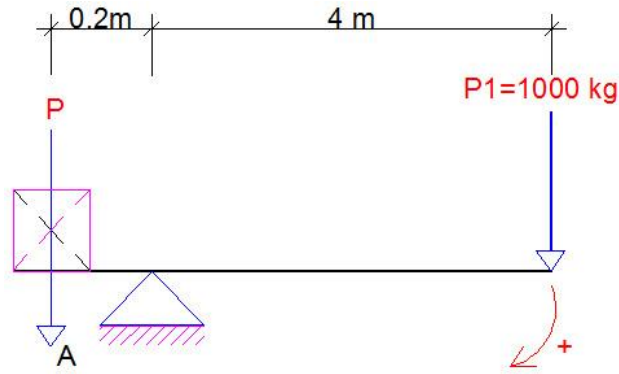
$$P = 520 \text{ Kg}$$

$$a = 0,50 \text{ m ise,}$$

$$MA = P \times a$$

$$= 520 \text{ kg} \times 0,50 \text{ m}$$

$$= + 260 \text{ Kgm' dir.}$$



Şekil 2.11: Moment hesabı örneği

Örnek:

Şekil 2.11' de verilen sistemin dengede olabilmesi için P1 yükü kaç kg olmalıdır?

Çözüm:

$$\Sigma M_o = 0$$

$$\Sigma M_o = - P1 \cdot 0,2 + P2 \cdot 4 = 0$$

$$\Sigma M_o = -0,2 \cdot P1 + 1000 \cdot 4 = 0$$

$$\Sigma M_o = -0,2 \cdot P1 + 4000 = 0$$

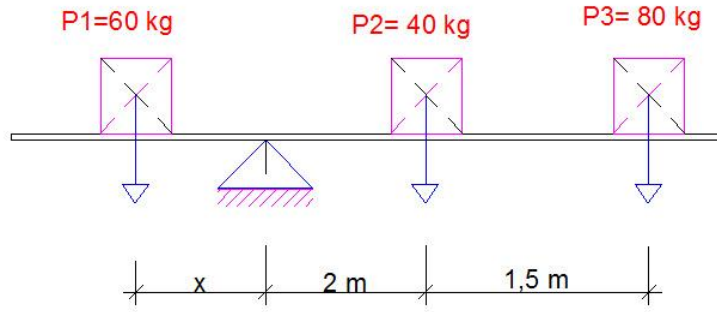
$$0,2 \cdot P1 = 4000$$

$$P1 = \frac{4000}{0,2}$$

$$P1 = 20.000 \text{ kg} = 20 \text{ t bulunur.}$$

UYGULAMA FAALİYETİ

Aşağıda yükleme şekli ve ölçüleri verilmiş olan tek mesnetli basit kirişin dengede olabilmesi için P1 yükünün mesnede olan uzaklığı (x) ne olmalıdır?



| İşlem Basamakları | Öneriler |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">➤ Öncelikli olarak verilen yüklerin kirişi nasıl döndürmeye çalıştıklarını belirleyiniz.➤ Kuvvetlerin saat yönüne göre yönlerini tespit ediniz.➤ Toplam yük ve toplam moment 0 (sıfır) olacağından denge formülünde, yüklerin mesnede olan uzaklıklarını ve yönlerini dikkatli yazınız.➤ Gerekli olan cebirsel toplamları yaptıktan sonra x değerini bulunuz. | <ul style="list-style-type: none">➤ Kuvvetlerin yönlerine dikkat ediniz.➤ Kuvvetlerin birimlerine dikkat ediniz.➤ Matematiksel işlem önceliğine dikkat ediniz.➤ Formülde yerlerine yazdığınız değerlerin önüne gelen işaretlere dikkat ediniz. |

KONTROL LİSTESİ

Bu faaliyet kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri **Evet**, kazanamadığınız becerileri **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

| Değerlendirme Ölçütler | Evet | Hayır |
|--|-------------|--------------|
| Öncelikli olarak verilen yüklerin kirişi nasıl döndürmeye çalıştıklarını belirlediniz mi? | | |
| Kuvvetlerin saat yönüne göre yönlerini tespit ettiniz mi? | | |
| Toplam yük ve toplam moment 0 (sıfır) olacağından denge formülünde, yüklerin mesnete olan uzaklıklarını ve yönlerini dikkatli yazdınız mı? | | |
| Gerekli olan cebirsel toplamları yaptıktan sonra x değerini buldunuz mu? | | |

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sonunda “Hayır” şeklindeki cevaplarınızı bir daha gözden geçiriniz. Kendinizi yeterli görmüyorsanız öğrenme faaliyetini tekrar ediniz. Bütün cevaplarınız “Evet” ise “Ölçme ve Değerlendirme”ye geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki cümlelerin sonunda boş bırakılan parantezlere, cümlelerde verilen bilgiler doğru ise D, yanlış ise Y yazınız.

1. () Bir cisme etki eden unsurlardan bir tanesi de cismi düşeyde veya yatayda döndürmeye çalışan moment unsurudur.
2. () Dönme merkezi ile kuvvet arasındaki uzaklığa kuvvet (kaldıraç) kolu denir.
3. () Kuvvet ile kaldıraç kolunun toplamına, kuvvetin döndürücü etkisi veya statik moment adı verilir.
4. () Moment Z harfi ile gösterilir.
5. () Bir cisim eğer hareket ediyorsa moment 0 (sıfır) demektir.
6. () Bina taşıyıcı elemanlarında toplam momentin 0 (sıfır) olması istenir.
7. () Momentin hareket yönü saat yönünün tersinde oluyorsa + (pozitif) dönüşlüdür.
8. () Momentin işaretinin belirlenmesinde kuvvetin dönüş istikametine bakılır.
9. () Varignon teoremine göre kuvvetlerin bir noktaya göre momentlerinin çarpımı bileşke kuvvetin momentine eşittir.
10. () Bir paralel kuvvetler sistemi bileşkesinin herhangi bir dönme merkezine göre momenti, aynı noktaya göre bileşen momentlerinin cebirsel toplamına eşittir.

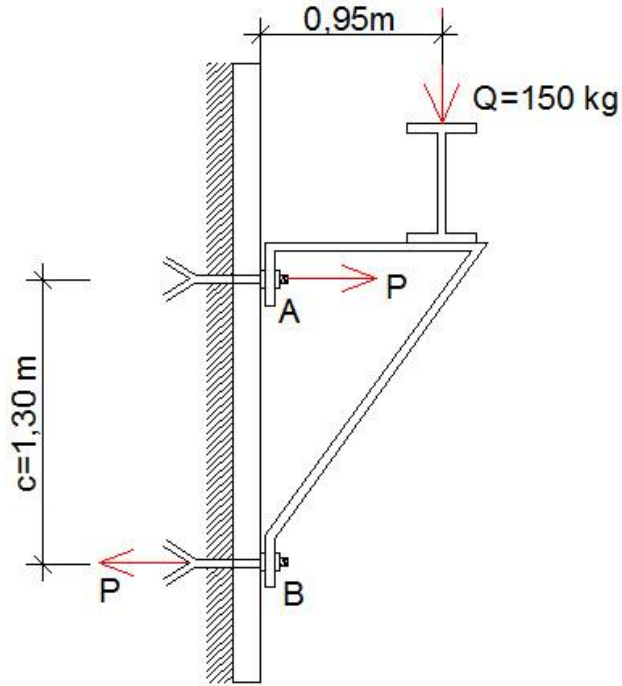
DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru “Modül Değerlendirme”ye geçiniz.

MODÜL DEĞERLENDİRME

Aşağıda ölçüleri verilen konsol A ve B civataları ile duvara bağlanmıştır;

1. Konsolu etkileyen 150 Kg'lık yükün A veya B ye göre oluşturduğu momenti hesaplayınız.
2. Momentin oluşturacağı kuvvet çiftinin A veya B deki etkilerini bulunuz.



KONTROL LİSTESİ

Bu modül kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız becerileri **Evet**, kazanamadığınız becerileri **Hayır** kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz

| Değerlendirme Ölçütleri | Evet | Hayır |
|---|------|-------|
| 1. Verilen değer ve kuvvetlerin durumuna göre kuvvet yönlerini tespit ettiniz mi? | | |
| 2. Gerekli olan birimleri metreye çevirdiniz mi? | | |
| 3. Moment = Kuvvet x Kuvvet kolu temeline bağlı olarak verilenleri yerlerine yazdınız mı? | | |
| 4. 150 Kg'lık yükün oluşturduğu moment değerini ve yönünü doğru hesapladınız mı? | | |
| 5. Bulduğunuz değer birimini Kgm olarak yazdınız mı? | | |
| 6. Anoktasına göre moment hesaplarken $M_A = c \cdot P$ formülünü kullandınız mı? | | |
| 7. $M_A = c \cdot P$ formülünde size verilen C değeri ile bulduğunuz P değerini yerine yazdınız mı? | | |
| 8. Formülde yerine koyma işleminden sonra problemi çözdünüz mü? | | |
| 9. Bulduğunuz değer birimini Kg yazdınız mı? | | |

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı cevap anahtarıyla karşılaştırınız. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt ettiğiniz sorularla ilgili konuları faaliyete geri dönerek tekrarlayınız. Cevaplarınızın tümü doğru ise bir sonraki modüle geçmek için öğretmeninize başvurunuz.

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ-1'İN CEVAP ANAHTARI

| | |
|---|--------|
| 1 | Doğru |
| 2 | Yanlış |
| 3 | Doğru |
| 4 | Yanlış |
| 5 | Doğru |
| 6 | Doğru |
| 7 | Doğru |
| 8 | Yanlış |

ÖĞRENME FAALİYETİ-2 'NİN CEVAP ANAHTARI

| | |
|----|--------|
| 1 | Doğru |
| 2 | Doğru |
| 3 | Yanlış |
| 4 | Yanlış |
| 5 | Yanlış |
| 6 | Doğru |
| 7 | Yanlış |
| 8 | Doğru |
| 9 | Doğru |
| 10 | Doğru |

MODÜL DEĞERLENDİRMENİN CEVAP ANAHTARI

| | |
|---|---|
| 1 | $M_A = 0,95 \times 150$ $M_A = 142,5 \text{Kgm}$ |
| 2 | $M_A = c.P$ $M_A = 1,30 \times P$ $1,30 \times P = 142,5$ $P = \frac{142,5}{1,30} = 109,615 \text{Kg}$ |

KAYNAKÇA

- ARSLAN Nurullah, **Cisimlerin Mukavemeti**, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 2006.
- ŞANLI Meral, **Genel Fizik**, Ekin Yayınları, Bursa, 2000
- YİMENİCİOĞLU Fahri, **Kuvvet ve Denge**, Uğur Yayınları, Adıyaman, 2008