



# ***CONTRATO DE AULA***

## **Métodos Quantitativos**

***Profº Dr. Marcos Antonio Gagliardi Cascino***

## SUMÁRIO

<b>PLANO DE ENSINO</b>	05
<b>1. CONJUNTOS</b>	08
1.1 Representação de um Conjunto	10
1.2 Operações com Conjuntos	11
1.2.1 União de Conjuntos	11
1.2.2 Intersecção de Conjuntos	11
1.2.3 Diferença de Conjuntos	11
1.3 Número de elementos da União de Conjuntos	12
1.4 Demonstração de Solução de um Exercício	12
Exercícios de Aplicação – Série A	15
Exercícios Extra	21
<b>2. REGRA DE TRÊS (Ferramentas)</b>	25
2.1 Razão	25
2.2 Proporção	27
Exercícios de Aplicação - Série B	30
2.3 Grandezas Diretamente Proporcionais	32
2.4 Grandezas Inversamente Proporcionais	33
Exercícios de Aplicação – Série B	35
<b>3. REGRA DE TRÊS SIMPLES</b>	36
Exercícios de Aplicação – Série C	39
<b>4. REGRA DE TRÊS COMPOSTA</b>	41
Exercícios de Aplicação – Série C	43
Exercício Extra	44
<b>5. PORCENTAGEM</b>	48
5.1 Taxa Percentual e Taxa Unitária	48
Exercício Proposto	49

<b>5.2 Cálculo com Porcentagem</b>	51
<b>Exercício Proposto</b>	51
<b>5.2.1 Cálculo da Porcentagem de um Número</b>	51
<b>Exercício Proposto</b>	51
<b>5.2.2 Comparação de dois Números</b>	53
<b>Exercício Proposto</b>	53
<b>5.2.2.1 Determinação de quanto por cento um número é de outro</b>	53
<b>Exercício Proposto</b>	53
<b>5.2.2.2 Determinação de Acréscimos e Decréscimos, Taxa de Variação</b>	54
<b>5.2.2.3 Acréscimos Sucessivos e Descontos Sucessivos</b>	54
<b>Exercício Proposto</b>	57
<b>6. MÁXIMOS E MÍNIMOS CONDICIONADOS (Ferramentas)</b>	61
<b>6.1 Revisão de Ferramentas necessárias à Teoria</b>	61
<b>6.1.1 Gráficos</b>	61
<b>6.1.2 Plano Cartesiano</b>	61
<b>6.1.3 Coordenadas Cartesianas</b>	62
<b>Exercício de Aplicação – Série D</b>	63
<b>6.1.4 Função Polinomial do 1º Grau</b>	64
<b>6.1.5 Gráfico de uma Função do 1º Grau</b>	64
<b>Exercício de Aplicação – Série E</b>	65
<b>6.1.6 Intersecção de duas Retas</b>	67
<b>6.1.6.1 Resolução de um Sistema pelo Método da Adição</b>	67
<b>6.1.6.2 Resolução Gráfica de um Sistema</b>	69
<b>Exercício de Aplicação – Série F</b>	70
<b>6.1.7 Inequações de 1º Grau</b>	71
<b>6.1.8 Representação Gráfica de uma Inequação do 1º Grau com duas Variáveis</b>	71

6.1.9	Resolução Gráfica de um Sistema de Inequação do 1º Grau .....	73
	Exercício de Aplicação – Série G .....	74
7.	MÁXIMOS E MÍNIMOS CONDICIONADOS .....	76
	Exercício de Aplicação – Série H .....	80
8.	ENIGMAS .....	84

## Plano de Ensino

### Disciplina: Métodos Quantitativos

<b>Núcleo:</b>	Administração/Ciências Contábeis	<b>Carga Horária:</b>	66 horas
----------------	----------------------------------	-----------------------	----------

### Ementa

Nesta disciplina o aluno terá oportunidade de aplicar ferramentas metodológicas. Teoria dos Conjuntos; Regra de três; Porcentagem; Máximos e Mínimos Condicionados.

### Procedimentos de Ensino

Em sala de aula serão utilizados: Aulas expositivas; Dinâmica de grupo; Listagens de exercícios; Simulações; Estudo de casos (exercícios de aplicação) e Aulas Motivacionais.

### Procedimentos de Avaliação

A avaliação se dará seguindo as datas do calendário acadêmico e os procedimentos institucionais de avaliação (NI, NII, NIII e API):

#### **NI PARCIAL (10%)**

Trabalho Efetivo Acadêmico - TEA nº 01 a 10, via Plataforma, de zero a 10,0

Exercício Individual NI= de zero a 10,0

$[SOMA (TEA \text{ de } 01 \text{ a } 10 + \text{ Exercício Individual NI} + \text{ Nota de Comprometimento})/2] = \text{Nota Final para NI}$

#### **NIII PARCIAL (20%)**

Trabalho Efetivo Acadêmico – TEA nºs 11 a 20, via a Plataforma= de zero a 10,0

Trabalho Efetivo Acadêmico – TEA nºs 21 a 22, via a Plataforma= de zero a 10,0

Nota Final Trabalho Efetivo Acadêmico - TEA:  $[Soma \text{ nota TEA } 11 \text{ a } 20 + \text{ TEA } 21 \text{ a } 22]/2 = \text{Nota para compor NIII}$

Trabalho de Conclusão de Disciplina, questões nºs 01 a 50, via plataforma= de zero a 10,

$[SOMA (PARCIAL TEA'S \text{ de } 11 \text{ a } 22 + \text{ TCD} + \text{ Nota de Comprometimento})/2] = \text{Nota Final para NIII}$

**AValiação Pedagógica Institucional:** nota definida no intervalo de zero a 10,0, respeitando-se o critério contido no Protocolo de Vida Acadêmica – PVA, para acréscimo de pontos à Média Final do Semestre.

#### **NII PARCIAL (70%)**

12 QUESTÕES DE MÚLTIPLA ESCOLHA, valor de 0,5 ponto para cada questão certa.

02 QUESTÕES DISCURSIVAS, valor de 2,0 pontos cada questão.

$(12 \text{ questões} \times 0,5) + (2 \text{ questões} \times 2,0) = \text{NII}$

Sem acréscimos

#### **FECHAMENTO MÉDIA FINAL**

**Média Final=**  $\{[(NI \times 1) + (NII \times 7) + (NIII \times 3)]/10\} + \text{Pontuação API}$

Objetivos	
Ao final desta disciplina o aluno deve ser capaz de:	
1	Identificar, analisar e compreender os conceitos, fundamentos, fórmulas e regras para usar, explicar, medir, controlar e planejar a vida cotidiana, acadêmica e profissional.
2	Planejar, organizar, controlar: dinheiro, pessoal, materiais, máquinas, espaço e tempo – tendo em vista maximizar alguns índices de performance ou minimizar alguma medida de custo;
3	Desenvolver o raciocínio lógico/análítico e o espírito crítico, criando um perfil inovador, que esteja apto, com auxílio de instrumentos matemáticos, a responder eficazmente aos desafios colocados pela situação de mudança às solicitações de acordo com as propostas organizacionais, facilitando soluções no domínio da Economia, Administração, Finanças;
4	Enfrentar o novo, buscando soluções a partir de formas simples e noções conhecidas.
Semana	Conteúdo
AULA 1	Reunião Pedagógica, Área de Negócios
Aula 2 TEA 1 e 2	Apresentação e discussão do plano de ensino do semestre. Apresentação Pessoal Profº Dr. Marcos Antonio Gagliardi Cascino Apresentação do Conteúdo Programático Plano de Ensino 2012.1 Plataforma de Estudos Trabalho Efetivo Acadêmico Presença aulas Exercícios Introdução Conceito de Conjuntos Exercício
Aula 3 TEA 3	Conjuntos Exercícios de Aplicação
Aula 4 TEA 4	Conjuntos Exercícios de Aplicação
Aula 5 TEA 5	Razão Grandeza Diretamente Proporcional Grandeza Inversamente Proporcional Regra de Três Simples Exercícios de Aplicação
Aula 6 TEA 6 a 8	Regra de Três Simples e Composta Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 7 TEA 9 a 10	Porcentagem Exercícios de Aplicação Exercício de Fixação
Aula 8	Exercício Individual Entrega Trabalho Efetivo Acadêmico – TEA nº 1 a 10
Aula 9 TEA 11	Devolutiva Exercício Individual Finalização Porcentagem Exercícios de Aplicação
Aula 10 TEA 12 e 13	Ferramentas Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 11 TEA 14 a 15	Ferramentas Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 12 TEA 16 e 17	Ferramentas Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação

Aula 13 TEA 18 e 19	Ferramentas Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 14 TEA 20	Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 15 TEA 21 e 22	Máximos e Mínimos Condicionados Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 16	Máximos e Mínimos Condicionados Entrega Trabalho Efetivo Acadêmico – TEA nºs 11 a 20 Entrega Trabalho Efetivo Acadêmico – TEA nºs 21 e 22 Exercícios de Aplicação Exercícios de Fixação
Aula 17	Finalização Máximos e Mínimos Condicionados Resolução Trabalho Efetivo Acadêmico questões Máximos e Mínimos Condicionados
Aula 18	Revisão semestral
Aula 19	Exercício Semestral Individual
Aula 20	Exercício Semestral Substitutiva
Aula 21	Devolutiva Exercício Semestral Individual e Exercício Individual Substitutiva Vista de Prova Fechamento Notas e Faltas
Aula 22	Finalização do Semestre 2011.2

### Bibliografia Básica

- CASTANHEIRA, N.P. Noções Básicas de Matemática Comercial e Financeira, 3ª Edição. Ver.autal.ampl. Curitiba: Ibpx, 2011
- FLEMING, D.M. Cálculo A: funções, limite, derivação, integração. São Paulo: Person Prentice Hale, 2006
- LEITHOLD, L. – Matemática Aplicada a Economia e Administração – Ed. Harbrar
- SILVA, S. M. Matemática Aplicada para cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis, 5ª edição - Ed Atlas
- WEBER, J. Matemática – Administração e Economia- Ed. Harbrar

### Bibliografia Complementar

- DEMANA, F.D. [et al]; Tradução Técnica Yaawa, E.C. e Silva A.F., São Paulo: Addlson Wesly, 2008
- FLEMING, D.M. Cálculo A: funções de várias variáveis integrais múltiplas, integrais curvilíneas. 2ª edição. São Paulo: Person Prentice Hale, 2007
- HARIKI, S.; ABDOUNUR, O. J. – Matemática Aplicada a Administração, Economia e Contabilidade. São Paulo: Ed Saraiva
- TAN, S.T – Matemática Aplicada a Administração e Economia: Ed. Thomson

## 01. CONJUNTOS

Na utilização usual da linguagem, quando falamos, a maioria das palavras pode ter mais de um significado; quando escrevemos, um mesmo símbolo pode ser interpretado, às vezes, de diferentes maneiras.

A matemática, no entanto, tem finalidades diferentes das da língua e elas exigem a utilização de uma linguagem mais específica.

A teoria dos conjuntos fornece os elementos para essa linguagem matemática, que se tem revelado também conveniente para o tratamento matemático de fenômenos relativos às mais variadas ciências, da Economia a Psicologia, por exemplo.

Como o próprio nome indica, conjunto dá uma idéia de coleção. Assim, toda coleção de objetos, pessoas, coisas, etc. constitui um **Conjunto**.

Os objetos que formam um conjunto são denominados **Elementos**. Os elementos de um conjunto são indicados por letras minúsculas  $a, b, c$  e os conjuntos, por letras maiúsculas  $A, B, C, \dots$ . Alguns termos e definições são importantes no estudo de conjuntos:

- **Pertinência**

Um elemento pode pertencer ou não pertencer a um determinado conjunto. Para indicar que um elemento pertence a um dado conjunto, utilizemos o símbolo " $\in$ " e quando não pertence usamos o " $\notin$ ".

$x \in A$  (lê-se:  $x$  pertence a  $A$ )

$x \notin B$  (lê-se:  $x$  não pertence a  $B$ )

Obs.: Os símbolos  $\in$  e  $\notin$  são utilizados para relacionar elemento com conjunto.

- **Igualdade de conjuntos**

Dois conjuntos são iguais quando possuem os mesmo elementos.

Indica-se:  $A = B$  ( $A$  é igual a  $B$ ).

- **Conjunto Vazio**

Conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos.

Representa-se o conjunto vazio por  $\{ \}$  ou  $\emptyset$



- **Conjunto Universo**

Conjunto Universo é o conjunto ao qual pertencem os elementos de todos os conjuntos que fazem parte de nosso estudo.

- **Subconjuntos**

Dados dois conjunto, **A** e **B**, dizemos que “**A**” é subconjunto de “**B**”. Se cada elemento do conjunto A é, também, um elemento do conjunto B.

Indicamos esta relação por:

$A \subset B$  (lê-se: A está contido em B)

$B \supset A$  (lê-se: B contém A)

- **Símbolos Conjuntos e Operações**

$\in$ : pertence	$\exists$ : existe
$\notin$ : não pertence	$\nexists$ : não existe
$\subset$ : está contido	$\forall$ : para todo (ou qualquer que seja)
$\not\subset$ : não está contido	$\emptyset$ : conjunto vazio
$\supset$ : contém	<b>N</b> : conjunto dos números naturais
$\not\supset$ : não contém	<b>Z</b> : conjunto dos números inteiros
$/$ : tal que	<b>Q</b> : conjunto dos números racionais
$\Rightarrow$ : implica que	<b>Q' = I</b> : conjunto dos números irracionais
$\Leftrightarrow$ : se, e somente se	<b>R</b> : conjunto dos números reais

$A \cap B$ : A intersecção B
$A \cup B$ : A união B
$A - B$ : diferença de A com B
$a < b$ : a menor que b
$a \leq b$ : a menor ou igual a b
$a > b$ : a maior que b
$a \geq b$ : a maior ou igual a b
$a \wedge b$ : a e b
$a \vee b$ : a ou b

## 1.1 Representação de um Conjunto

Um conjunto pode ser representado de três formas:

### 1º) **Por extensão**

Enumeram-se seus elementos, escrevendo-os entre chaves e separando-os por vírgulas.

**Ex.:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$**

### 2º) **Por compreensão**

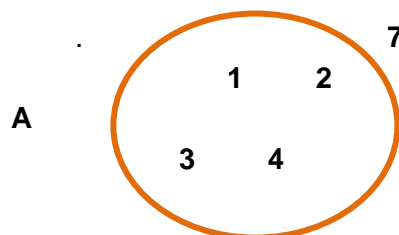
O conjunto será representado por meio de uma propriedade que caracteriza os seus elementos.

**Ex.:  $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ é par}\}$ .**

### 3º) **Por figuras**

Toda figura utilizada para representar um conjunto é chamada diagrama de Venn.

**Ex.: O conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  pode ser representado pelo diagrama:**



Os elementos de  $A$  são representados por pontos internos desta figura.

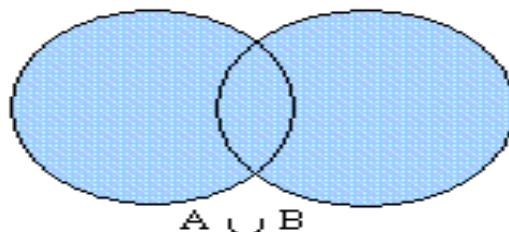
Observe que:  $2 \in A$  (é ponto interno)

$7 \notin A$  (é ponto externo)

## 1.2 Operações com conjuntos

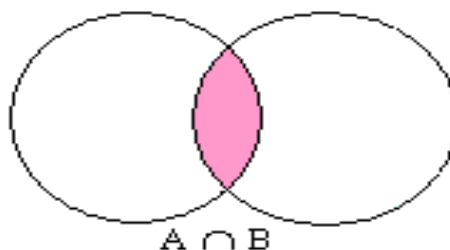
### 1.2.1 União dos Conjuntos

Dados os conjuntos **A** e **B**, define-se como união dos conjuntos “**A**” e “**B**” o conjunto representado por  $A \cup B$ , formado por todos os elementos pertencentes a “**A**” ou “**B**”, ou seja:  $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$ .



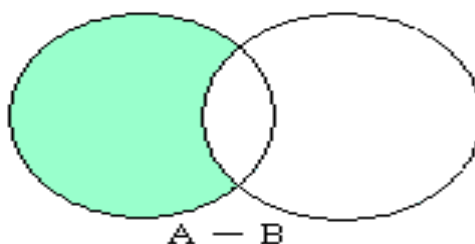
### 1.2.2 Intersecção de Conjuntos

Dados os conjuntos **A** e **B**, define-se como intersecção dos conjuntos “**A**” e “**B**” o conjunto representado por  $A \cap B$ , formado por todos elementos pertencentes a “**A**” e “**B**” simultaneamente, ou seja:  $A \cap B: \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$ .



### 1.2.3 Diferença de Conjuntos

Dados os conjuntos **A** e **B**, define-se como diferença entre **A** e **B** (nesta ordem) o conjunto representado por  $A - B$ , formado por todos os elementos pertencentes a “**A**”, mas que não pertencem a “**B**”, ou seja  $A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$ .



### 1.3 Número de elementos da união de conjuntos

Sendo  $n_A$  o número de elementos de A e  $n_B$  o número de elementos de B, temos:

$$n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}$$

### 1.4 Demonstração de Solução de um Exercício:

Numa pesquisa feita sobre os produtos “Gold” e “Silver” com 1500 consumidores, obteve-se o seguinte resultado: 300 pessoas consomem ambos os produtos; 450 pessoas consomem o produto Gold; e 550 pessoas consomem o produto Silver. Responda:

- Quantas pessoas consomem somente o produto Gold?
- Quantas pessoas consomem somente o produto Silver?
- Quantas pessoas consomem o produto Gold ou o Silver?
- Quantas pessoas não consomem nem Gold nem Silver?

**1º passo:** Leitura / interpretação da questão.

**2º passo:** Após a leitura, vamos iniciar a resolução. De acordo com a interpretação do texto, identificaremos quantos e quais são os conjuntos. Nesta questão temos dois conjuntos, o primeiro trata dos produtos da “**Gold**” e o segundo trata dos produtos “**Silver**”.



**3º passo:** Como identificamos os conjuntos, vamos inserir as informações dadas na questão:

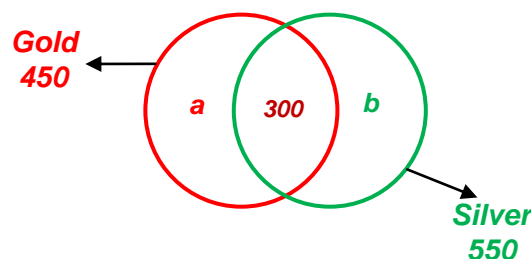
$n$  = número de consumidores = 1500, Conjunto inteiro das pessoas consultadas.

Conjunto Gold = 450 pessoas consomem o produto Gold;

Conjunto Silver = 550 pessoas consomem produto Silver;

Intersecção de Conjuntos = 300 pessoas consomem ambos os produtos, ou seja, pessoas que consomem o produto Gold/Silver.

**$n = 1500$  consumidores**



**4º passo:** Ao inserirmos as informações dadas na questão, no Diagrama, percebemos que não conhecemos o número de consumidores que utilizam somente o produto Gold e somente o produto Silver. Estamos diante de uma equação do primeiro ou segundo grau, onde utilizaremos a incógnita (uma variável) para cada um dos produtos. Então, de acordo com o Diagrama acima, temos duas incógnitas.

Vamos identificar que o número (que não conhecemos) de pessoas que utilizam somente o produto Gold, pela incógnita “a” e das pessoas que utilizam somente o produto Silver, pela incógnita “b”.

**5º passo:** Para identificarmos o valor de cada uma das incógnitas nos Conjuntos de produtos Gold e Silver deveremos trabalhar cada um dos conjuntos separadamente. Ao visualizarmos o Diagrama e as informações inseridas, vamos determinar o número de consumidores do produto Gold. O Conjunto dos consumidores do produto Gold é igual a 450 consumidores, então:

$$a + 300 = 450$$

Para isolarmos a incógnita “a” deveremos separar o fator numérico e incógnita, ou seja, a partir do sinal de igual manteremos fator numérico de um lado e de outro lado a incógnita. Lembramos, que ao procedermos a esta mudança, deveremos também mudar o sinal da operação.

O fator numérico ou a incógnita a ser transportado de um lado para o outro lado, a operação utilizada deverá ser invertida, se utilizamos a soma, deveremos passar subtraindo ou vice-versa. Ou se a operação utilizada for a divisão, deverá passar multiplicando ou vice-versa. Da sentença acima, transportaremos o fator numérico “300”, do lado esquerdo para o lado direito, não esquecendo de mudar a operação, deixamos o fator numérico de um só lado. Em continuidade, procedermos a operação identificaremos o número de consumidores do produto Gold:

$$a = 450 - 300$$

$$a = 150 \text{ consumidores}$$

**6º passo:** Identificamos o valor numérico da incógnita “a”.

**7º passo:** Para identificarmos a incógnita “b”, o número de consumidores que utilizam somente o produto Silver, poderemos efetuar o mesmo processo que utilizamos para identificarmos a incógnita “a”.

Então, teremos:

$$300 + b = 550$$

$$b = 550 - 300$$

$$b = 250 \text{ consumidores}$$

**8º passo:** Identificamos as incógnitas “a” e “b”, expomos:

**a = 150 consumidores somente do produto Gold**

**b = 250 consumidores somente do produto Silver**

**300 consumidores utilizam os produtos Gold e Silver**

**$a + 300 + b = \text{nº de cons. que utilizam os produtos Gold e/ou Silver}$**

**$150 + 300 + 250 = 700$  consumidores utilizam os produtos Gold e/ou Silver**

**9º passo:** O número de 1500 consumidores que participaram da pesquisa, mas somente 700 consumidores utilizam os produtos Gold e/ou Silver. Portanto:

**$1500 - 700 = \text{número de consumidores que não utilizam nenhum dos dois produtos.}$**

**$= 800$  consumidores que não utilizam nenhum dos dois produtos.**

**10º passo:** Após o desmembramento dos dados, temos as informações suficientes para respondermos as questões:

**a) Quantas pessoas consomem somente o produto Gold?**

**Resposta: 150 consumidores**

**b) Quantas pessoas consomem somente o produto Silver?**

**Resposta: 250 consumidores**

**c) Quantas pessoas consomem o produto Gold ou o Silver?**

**Resposta: 700 consumidores**

**d) Quantas pessoas não consomem nem Gold nem Silver?**

**Resposta: 800 consumidores**

**EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO**

(Série A)

- 01.** Numa pesquisa feita sobre os produtos “Green” e “Red” com 4500 consumidores, obteve-se o seguinte resultado: 485 pessoas consomem ambos os produtos; 1500 pessoas consomem o produto Green; e 2000 pessoas consomem o produto Red. Responda:
- a) Quantas pessoas consomem somente o produto Green?
  - b) Quantas pessoas consomem somente o produto Red?
  - c) Quantas pessoas consomem o produto Green ou o Red?
  - d) Quantas pessoas não consomem nem Green nem Red?
- 02.** Numa pesquisa feita sobre os produtos “Gold” e “Silver” com 5500 consumidores, obteve-se o seguinte resultado: 2875 pessoas consomem ambos os produtos; 3890 pessoas consomem o produto Gold; e 3985 pessoas consomem o produto Silver. Responda:
- a) Quantas pessoas consomem somente o produto Gold?
  - b) Quantas pessoas consomem somente o produto Silver?
  - c) Quantas pessoas consomem o produto Gold ou o Silver?
  - d) Quantas pessoas não consomem nem Gold nem Silver?
- 03.** Numa associação desportista com 4000 associados, todos praticam esportes, Basquete, Futebol ou Voleibol, sendo: 2500 praticam Basquete; 3200 praticam Futebol; 2400 praticam Voleibol; 1900 praticam Basquete e Futebol; 1900 praticam Futebol e Voleibol; e 1800 praticam Basquete e Voleibol. Responda:
- a) Quantos desportistas praticam as três modalidades?
  - b) Quantos desportistas praticam somente Basquete?
  - c) Quantos desportistas praticam Basquete?
  - d) Quantos desportistas praticam somente Futebol?
  - e) Quantos desportistas praticam Futebol?
  - f) Quantos desportistas praticam somente Voleibol?
  - g) Quantos desportistas praticam Voleibol?
  - h) Quantos desportistas praticam Basquete e Futebol e não Voleibol?
  - i) Quantos desportistas praticam Basquete ou Futebol e não Voleibol?
  - j) Quantos desportistas praticam Futebol e Voleibol e não Basquete?
  - k) Quantos desportistas praticam Futebol ou Voleibol e não Basquete?
  - l) Quantos desportistas praticam Basquete e Voleibol e não Futebol?
  - m) Quantos desportistas praticam Basquete ou Voleibol e não Futebol?
  - n) Quantos desportistas praticam somente duas modalidades?

- 04.** Numa sala de aula com 50 alunos, todos falam pelo menos uma língua estrangeira; sabe-se que 35 falam idioma inglês e 27 o idioma espanhol. Responda:
- a) Quantos alunos falam inglês e espanhol?
  - b) Quantos alunos falam somente inglês?
  - c) Quantos alunos falam somente espanhol?
- 05.** Após um jantar foram servidas as sobremesas Bolo e Sorvete. Sabe-se que das 40 pessoas presentes, 20 comeram Bolo, 22 comeram Sorvete e 6 pessoas não comeram nenhuma das duas opções de sobremesa. Responder:
- a) Quantas pessoas comeram apenas Bolo?
  - b) Quantas pessoas comeram somente Sorvete?
  - c) Quantas pessoas comeram somente duas opções?
- 06.** Após um jantar foram servidas as sobremesas Bolo, Sorvete e Torta. Sabe-se que das 50 pessoas presentes, 30 comeram Bolo, 25 comeram Sorvete e 32 comeram Torta, sendo que 14 comeram Bolo e Sorvete, 18 comeram Sorvete e Torta, 16 comeram Bolo e Torta e uma pessoa não comeu nenhuma das opções. Responder:
- a) Quantas pessoas comeram apenas Bolo?
  - b) Quantas pessoas comeram somente Sorvete?
  - c) Quantas pessoas comeram apenas Torta?
  - d) Quantas pessoas comeram apenas um tipo de sobremesa?
  - e) Quantas pessoas comeram apenas dois tipo de sobremesas?
  - f) Quantas pessoas comeram duas ou mais sobremesas?
  - g) Quantas pessoas comeram somente Bolo ou Sorvete e não comeram Torta?
  - h) Quantas pessoas comeram somente Bolo e Sorvete e não comeram Torta?
  - i) Quantas pessoas comeram Sorvete ou Torta e não comeram Bolo?
  - j) Quantas pessoas comeram Sorvete e Torta e não comeram Bolo?
  - k) Quantas pessoas comeram Bolo ou Torta e não comeram Sorvete?
  - l) Quantas pessoas comeram Bolo e Torta e não comeram Bolo?
- 07.** Após um jantar foram servidas as sobremesas Pavê e Torta. Sabe-se que das 20 pessoas presentes, 10 comeram Pavê, 14 comeram Torta e 6 comeram as duas opções de sobremesa. Responder:
- a) Quantas pessoas comeram apenas Pavê?
  - b) Quantas pessoas comeram somente Torta?
  - c) Quantas pessoas não comeram a sobremesa?



**08.** Uma pesquisa de mercado sobre a preferência de 200 consumidores com três produtos P1, P2 e P3, mostrou que, dos entrevistados 20 consumiam os três produtos, 30 consumiam os produtos P1 e P2, 50 os produtos P2 e P3, 60 os produtos P1 e P3, 120 o produtos P1, 75 o produto P2. Se todas as 200 pessoas entrevistadas deram preferência a pelo menos um dos produtos pergunta-se:

- a) Quantas pessoas consumiam somente o produto P1?
- b) Quantas pessoas consumiam somente o produto P2?
- c) Quantas pessoas consumiam somente o produto P3?
- d) Quantas pessoas consumiam pelo menos dois dos produtos?
- e) Quantas pessoas consumiam os produtos P1 e P2 e não o P3?
- f) Quantas pessoas consumiam os produtos P2 e P3 e não o P1?
- g) Quantas pessoas consumiam os produtos P1 e P3 e não o P2?

**09.** Um levantamento efetuado entre 600 filiados ao INSS mostrou que muitos deles mantinham convênio com duas empresas particulares de assistência médica, “A” e “B”, conforme quadro abaixo:

Conv. “A”	Conv. “B”	INSS
430	160	60

Pergunta-se:

- a) Quantos eram filiados as duas empresas, A e B?
- b) Quantos eram filiados apenas da empresa A?
- c) Quantos eram filiados somente a empresa B?

**10.** Numa pesquisa de mercado foram entrevistadas 61 pessoas sobre suas preferências em relação a três jornais da “Manhã”, da “Tarde” e o “Vespertino”. O resultado da pesquisa foi precisamente: 44 pessoas lêem o jornal da Manhã; 37 pessoas lêem o jornal da Tarde; 32 pessoas lêem os jornais da Manhã e o Vespertino; 28 pessoas lêem os jornais da Manhã e da Tarde; 26 pessoas lêem os jornais Tarde e o Vespertino; 20 pessoas lêem os jornais Manhã, Tarde e Vespertino; 7 pessoas não lêem jornais. Com base neste resultado, pergunta-se:

- a) Quantas pessoas lêem somente o jornal da “Manhã”?
- b) Quantas pessoas lêem o jornal da “Manhã”?
- c) Quantas pessoas lêem somente o jornal da “Tarde”?
- d) Quantas pessoas lêem o jornal da “Tarde”?
- e) Quantas pessoas lêem apenas o jornal “Tarde”?
- f) Quantas pessoas lêem o jornal “Vespertino”?
- g) Quantas pessoas lêem apenas o jornal “Vespertino”?

- h) Quantas pessoas lêem apenas dois ou mais jornais?
- i) Quantas pessoas lêem somente um dos jornais?

11. Um professor de português passou uma pesquisa numa sala de aula com 30 alunos perguntando quem havia lido as obras: Dom Casmurro ou Memórias Póstumas de Brás Cubas, ambas de Machado de Assis. O resultado da pesquisa foi precisamente: 19 alunos leram D. Casmurro; 20 alunos leram Memórias Póstumas de Brás Cubas; e três alunos não leram nenhum dos dois itens. Com base neste resultado, responder:

- a) Quantos alunos leram as duas obras?
- b) Quantos alunos leram pelo menos uma das obras?
- c) Quantos alunos leram somente uma das obras?
- d) Quantos alunos leram somente a obra “Dom Casmurro”?
- e) Quantos alunos leram somente a obra “Memórias Póstumas de Brás Cubas”?

12. Num Departamento de seleção de pessoal de uma indústria automobilística aplicou-se um teste em 44 candidatos. Uma das perguntas foi você já trabalhou no:

- Setor de montagem?
- Setor de pintura?
- Setor de eletricidade?

Concluiu-se que todos os candidatos tem experiência em pelo menos um dos setores e que exatamente: 28 pessoas trabalharam em montagem; 4 pessoas trabalharam só em montagem; 1 pessoa trabalhou só em eletricidade; 21 pessoas já trabalharam em montagem e pintura; 16 pessoas trabalharam em pintura e eletricidade; 13 pessoas trabalharam em montagem e eletricidade. Pergunta-se com base nas informações acima:

- a) Quantos candidatos tem experiência nos três setores?
- b) Quantos candidatos tem experiência em pintura?
- c) Quantos candidatos tem experiência em eletricidade?

13. Numa prova sobre o corpo humano constavam três questões: a 1ª. questão sobre o Sistema Circulatório (SC), a 2ª. questão sobre o Sistema Nervoso (SN) e a 3ª. questão sobre o Sistema Respiratório (SR). Sabe-se que dos 29 alunos que fizeram a prova precisamente: 15 alunos acertaram a 1ª questão SC; 7 alunos acertaram somente a 2ª. questão SN; 1 aluno acertou somente a 3ª. questão SR; 11 alunos acertaram a 2ª. e 3ª. questões SN e SR. Nenhum aluno errou todas as questões. Diante do exposto, pergunta-se:

- a) Quantos alunos acertaram as três questões?
- b) Quantos alunos acertaram a segunda e terceira questão e não a primeira questão?

**14.** Um professor de história fez três perguntas aos 32 alunos da sala e pediu para que os alunos levantassem o braço se a resposta fosse sim.

- Quem já estudou História do Egito?
- Quem já estudou o Mundo Grego?
- Quem já estudou o Mundo Romano?

O professor observou que 17 alunos responderam sim a 1ª. pergunta, história do Egito, 19 alunos responderam sim a 2ª. pergunta, Mundo Grego, 21 alunos responderam sim a 3ª. pergunta, Mundo Romano, 11 alunos responderam sim a 1ª. e 2ª. perguntas, 13 alunos responderam sim a 2ª. e 3ª. perguntas, 12 alunos responderam sim a 1ª. e 3ª. perguntas e 10 alunos responderam sim as três perguntas. De acordo com as informações, responda:

- a) Quantos alunos responderam sim a primeira pergunta?
- b) Quantos alunos responderam sim somente a primeira pergunta?
- c) Quantos alunos responderam sim a segunda questão?
- d) Quantos alunos responderam apenas sim a segunda questão?
- e) Quantos alunos responderam sim apenas a terceira questão?
- f) Quantos alunos não estudaram História do Egito, Mundo Grego e do Mundo Romano?

**15.** Nas favelas, devido as péssimas condições sanitárias, as doenças proliferam com muita rapidez. Em exames feitos em 41 crianças foi constatada a presença de três tipos de bactérias “C – Coqueluche”, “D - Difteria” e “DB Disenteria Bacteriana”: 23 crianças apresentaram bactéria C; 25 crianças apresentaram bactéria D; 22 crianças apresentaram bactéria DB; 11 crianças apresentaram bactéria C e D; 12 crianças apresentaram bactéria D e DB; e 9 crianças apresentaram a bactéria C e DB. Sabendo que cada uma das 41 crianças apresentou pelo menos uma das bactérias, responder:

- a) Quantas crianças apresentaram as três bactérias?
- b) Quantas crianças apresentaram somente a bactéria Coqueluche?
- c) Quantas crianças apresentaram somente a bactéria Difteria?
- d) Quantas crianças apresentaram somente a bactéria Disenteria Bacteriana?
- e) Quantas crianças apresentaram apenas duas bactérias?
- f) Quantas crianças apresentaram somente uma bactéria?
- g) Quantas crianças apresentaram pelo menos duas bacterias?

**16.** Há uma antiga rivalidade entre os fabricantes de dois refrigerantes, Coca-Cola e Pepsi Cola. Para se saber qual o preferido de certa região, foi feita uma pesquisa entre 245 jovens dessa localidade. Os dados da pesquisa foram: 135 bebem Coca-Cola; 75 bebem os dois refrigerantes; 40 não bebem nenhum dos dois refrigerantes. Sabendo que todos os 245 jovens opinaram, conclua:

- a) Quantos jovens bebem o refrigerante Coca-Cola?
- b) Quantos jovens bebem o refrigerante Pepsi-Cola?

- c) Qual o refrigerante preferido?
- d) Quantos jovens bebem somente o refrigerante preferido?

17. Há rivalidade entre os fabricantes de três refrigerantes, Coca-Cola, Pepsi Cola e Jesus, na Região Nordeste do País. Para se saber qual o refrigerante preferido em determinado bairro no litoral da região do Nordeste foi feita uma pesquisa entre os 3137 jovens dessa localidade. Os dados da pesquisa: 820 bebem o refrigerante Coca-Cola; 1250 bebem o refrigerante Pepsi-Cola; 1800 bebem o refrigerante Jesus; 450 bebem os refrigerantes Coca-Cola e Jesus; 313 bebem os refrigerantes Pepsi-Cola e Jesus; 270 bebem os refrigerantes Coca-Cola e Pepsi-Cola; e 200 não bebem nenhum dos refrigerantes. De acordo com os parâmetros, responda:

- a) Quantos jovens consomem o Refrigerante Jesus?
- b) Quantos jovens consomem apenas o Refrigerante Jesus?
- c) Quantos jovens participaram da pesquisa?
- d) Quantos jovens consomem o Refrigerante Coca-Cola?
- e) Quantos jovens consomem apenas o Refrigerante Coca-Cola?
- f) Quantos jovens consomem o Refrigerante Pepsi-Cola?
- g) Quantos jovens consomem somente o Refrigerante Pepsi-Cola?
- h) Quantos jovens consomem pelo menos dois tipos de refrigerantes?
- i) Qual o Refrigerante preferido?

**EXERCÍCIOS DE EXTRAS****Conjuntos**

01. Uma prova com duas questões foi dada a uma classe de 40 alunos. Dez alunos acertaram as duas questões, 25 acertaram a primeira questão e 20 acertaram a segunda questão. Responder:
- Quantos alunos erraram as duas questões?
  - Quantos alunos acertaram a primeira questão?
  - Quantos alunos acertaram a segunda questão?
  - Quantos alunos erraram as duas questões?
02. De um total de 51 Agentes Administrativos da Organização Life, sabe-se que: 30 Agentes gostam de Cinema; 20 gostam de Clube, 35 gostam de Teatro, 10 gostam de Cinema e Clube, 14 gostam de Clube e Teatro, 18 gostam de Cinema e Teatro. Responder
- Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam somente de Cinema?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Clube?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam somente de Clube?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Teatro?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam somente de Teatro?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema e Clube e não gostam de Teatro?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema ou Clube e não gostam de Teatro?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Clube e Teatro e não gostam de Cinema?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Clube ou Teatro e não gostam de Cinema?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema e Teatro e não gostam de Clube?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema ou Teatro e não gostam de Clube?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam apenas de duas atividades?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam de pelo menos duas atividades?
  - Quantos Agentes Administrativos gostam das três atividades?
03. Uma prova com três questões foi dada a uma classe de setenta alunos. Sessenta e dois alunos acertaram a primeira questão, cinquenta e cinco acertaram a segunda questão, sessenta acertaram a terceira questão, cinquenta alunos acertaram a primeira e segunda questão, quarenta e sete acertaram a segunda e a terceira questão, cinquenta e cinco acertaram a primeira e a terceira questão. Responder:
- Quantos alunos acertaram a primeira questão?
  - Quantos alunos acertaram somente a primeira questão?
  - Quantos alunos acertaram a segunda questão?

- d) Quantos alunos acertaram apenas a segunda questão?
- e) Quantos alunos acertaram a terceira questão?
- f) Quantos alunos acertaram somente a terceira questão?
- g) Quantos alunos acertaram a primeira e a segunda questão e erraram a terceira?
- h) Quantos alunos acertaram a segunda e a terceira questão e erraram a primeira?
- i) Quantos alunos acertaram a primeira e a terceira questão e erraram a segunda?
- j) Quantos alunos acertaram pelo menos duas questões?
- k) Quantos alunos acertaram somente uma questão?
- l) Quantos alunos acertaram apenas duas questões?
- m) Quantos alunos acertaram as três questões?

**04.** De um total de 30 Agentes Administrativos, sabe-se que: 18 Agentes gostam de cinema; 14 gostam de teatro e 2 não gostam de cinema, nem de teatro. Responder:

- a) Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema?
- b) Quantos Agentes Administrativos gostam somente de Cinema?
- c) Quantos Agentes Administrativos gostam de Teatro?
- d) Quantos Agentes Administrativos gostam somente de Teatro?
- e) Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema e de Teatro?
- f) Quantos Agentes Administrativos gostam de Cinema ou Teatro?

**05.** Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 2000 pessoas usam produtos “Diet” ou “Ligth”. O produto “Light” é usado por 800 pessoas, e 320 pessoas usam os dois produtos ao mesmo tempo.

- a) Quantas pessoas usam o produto Diet?
- b) Quantas pessoas usam somente o produto Diet?
- c) Quantas pessoas usam somente o produto Ligth?
- d) Quantas pessoas usam os produtos Diet e Light?
- e) Quantas pessoas usam os produtos Diet ou Light?

**06.** Uma pesquisa de mercado sobre o consumo de três marcas “Box”, “Fox” e “Tex” apresentou os seguintes resultados: Box, 48%; Fox, 45%; Tex, 50%; Box e Fox 18%; Fox e Tex 25%; Box e Tex 15%, nenhuma das três marcas 5%. Pergunta-se:

- a) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem as três marcas?
- b) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Box?
- c) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Fox?
- d) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Tex?
- e) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem apenas duas marcas?
- f) Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente uma das marcas?

**07.** Uma editora estuda a possibilidade de relançar as publicações: Helena, Iracema e A Moreninha. Para isso, efetuou uma pesquisa de mercado e concluiu que, em cada 1000 pessoas consultadas, constatou os seguintes informes: 600 leram A Moreninha; 400 leram Helena; 300 leram Iracema; 200 leram A Moreninha e Helena; 150 leram A Moreninha e Iracema; 100 leram Iracema e Helena; 20 leram as três obras. Calcule:

- a) O número de pessoas que leu apenas uma das três obras?
- b) O número de pessoas que não leu nenhuma das três obras?
- c) O número de pessoas que leu duas ou mais obras?
- d) O número de pessoas que somente duas obras?

**08.** Numa comunidade são consumidos os tipos de leite “D”, Desnatado, “I”, Integral e “S”, Semidesnatado. Feita uma pesquisa de mercado sobre o consumo desses produtos, foram colhidos os resultados:

Tipo de Leite	Nº Consumidores
D	100
I	150
S	200
D e I	20
I e S	40
D e S	30
D, I e S	10
Nenhum dos três tipos	160

Determinar quantas pessoas:

- a) Foram consultadas?
- b) Consomem apenas dois tipos de leite?
- c) Não consomem o leite tipo Integral?
- d) Não consomem o leite tipo Semidesnatado?
- e) Não consomem o leite tipo Desnatado ou não consomem o leite tipo Integral?

**09.** Em uma determinada região de São Paulo realizaram uma pesquisa sobre três tipos programas de TV favoritos: Esportes “E”, Humorismo “H”, Novela “N”. Foram colhidos os seguintes resultados:

Programas de TV	Nº Telespectadores
E	3500
H	2200
N	2300
E e H	500
H e N	600
E e N	800
E, H e N	300
Nenhum dos três programas	600

Determinar quantas pessoas:

- Foram consultadas?
- Assistem aos três programas de TV?
- Assistem apenas dois tipos de programas de TV?
- Não assistem aos programas de Esporte?
- Não assistem aos programas de Humorismo?
- Não assistem aos programas de Novela?
- Assistem o programa de Esporte ou Novela e não Humorístico?
- Assistem o programa Humorístico ou Esporte e não Novela?
- Não assistem aos programas de Humorismo ou não assistem aos programas de Novela?

**10.** Uma pesquisa de mercado sobre o consumo de três marcas “Bel”, “Night” e “Power” apresentou os seguintes resultados: Bel, 46%; Night, 44%; Power, 36% ; Bel e Night ,20% ; Night e Power, 11%; Bel e Power,15%, nenhuma das três marcas 15%. Pergunta-se:

- Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem as três marcas?
- Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Bel?
- Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Night?
- Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem somente a marca Power?
- Qual a porcentagem dos entrevistados que consomem pelo menos duas marcas?



## 2. REGRA DE TRÊS (Ferramentas)

### 2.1. Razão

A Razão é a divisão ou relação entre duas grandezas.

Se “a” e “b” são dois números e “b” é diferente de zero, dizemos que  $\frac{a}{b}$  ou a:b é a razão entre “a” e “b”, nessa ordem.

A razão entre grandezas de mesma natureza é a razão entre os números que expressam as medidas dessas grandezas.

#### Exemplos:

- 1) Dos 1200 inscritos num concurso, passaram 240 candidatos, aprovados.

Razão dos candidatos aprovados nesse concurso:

$$240 / 1200 = \frac{240}{1200} = \frac{1}{5}$$

**Resposta:** De cada 5 candidatos inscritos, 1 foi aprovado.

- 2) Para cada 100 convidados, 75 eram mulheres.

Razão entre o número de mulheres e o número de convidados:

$$75 / 100 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

**Resposta:** De cada 4 convidados, 3 eram mulheres.

#### 3) Demonstração da resolução de um Exercício:

Num teste de 50 questões, Paula acertou 35. Nessas condições:

- Qual a razão do nº de acertos para o nº total de questões do teste?
- Qual a razão do nº de erros para o nº total de questões do teste?

**1º passo:** Leitura/Interpretação da questão;

**2º passo:** Após a leitura, vamos iniciar a resolução. De acordo com a interpretação do texto, na questão identificamos que buscamos a **Razão** entre a relação ou grandezas informadas.

**3º passo:** Disposição da informação dada na questão:

**Questões: 50**

**Acertos: 35**

**4º passo:** Sabemos que a **Razão** é uma divisão entre os dados, a colocação é de acordo com disposição da pergunta, ou seja, a primeira pergunta:

**Qual a razão do número de acertos para o número total de questões do teste?**

Número de Acertos: **35 questões**

Número Total de Questões: **50 questões**

**5º passo:** Resolução, a razão é uma divisão entre as grandezas, vamos dividir ambos os membros pelo mesmo fator numérico.

**35** :5      **07**

**50** :5      **10**

A pergunta que utilizamos no 4º passo: Qual a razão do número de acertos para o número total de questões do teste:

**Resposta:** De cada 10 questões, Paula acertou sete questões.

**6º passo:** Retornamos ao quarto passo e passamos a questão seguinte, ou seja, a segunda pergunta:

**Qual a razão do número de erros para o número total de questões do teste?**

Número de erros:  $50 - 35 =$  **15 questões erradas**

Número total de questões: **50 questões**

**7º passo:** Em continuidade, passamos ao 5º passo, a seguir, vamos dividir pelo mesmo fator numérico.

$$\frac{15}{50} : 5 \qquad \frac{03}{10}$$

A pergunta que utilizamos no **6º passo**: Qual a razão do número de erros para o número total de questões do teste:

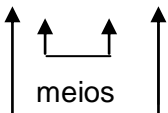
**Resposta:** De cada 10 questões, Paula errou três questões.

## 2.2. Proporção

Proporção é a igualdade entre duas razões.

Uma proporção envolve quatro números: “a”, “b”, “c” e “d”, nesta ordem.

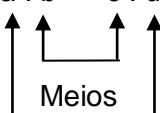
Logo:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \text{ou} \qquad a : b = c : d \qquad (b \text{ e } d \neq 0)$$


extremos

**Exemplo:** Um determinado veículo faz 13 km com um litro de gasolina. Se o veículo fizer 26 km precisará dois litros, 39 km precisaram de três litros, assim sucessivamente.

$$\frac{13}{1} = \frac{26}{2}$$

$$a : b = c : d \qquad (b \text{ e } d \neq 0)$$


extremos

$$13 : 1 = 26 : 2$$

$$13 = 13$$

### 2.2.1 Propriedade Fundamental das Proporções

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Numa proporção  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \Rightarrow \qquad a.d = b.c$

**Exemplo:** Um determinado veículo faz 13 km com um litro de gasolina. Se o veículo fizer 26 km precisará dois litros.

$$\begin{array}{lll}
 a = 13 & \text{Propriedade Fundamental das Proporções} & \\
 b = 1 & \underline{a} \Rightarrow \underline{c} & \underline{13} \Rightarrow \underline{26} \\
 c = 26 & b \quad d & 1 \quad 2 \\
 d = 2 & a \cdot d = b \cdot c & 13 \cdot 2 = 26 \cdot 1 \\
 & & 26 = 26
 \end{array}$$

### 2.2.2 Propriedade das Proporções

Um determinado veículo faz 13 km com um litro de gasolina. Se o veículo fizer 26 km precisará dois litros.

$$a = 13 \quad b = 1 \quad c = 26 \quad d = 2$$

$$\begin{array}{lll}
 P_1 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} & \text{ou} & \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \\
 \underline{13} = \underline{26} \Rightarrow \underline{13+1} = \underline{26+2} & \text{ou} & \underline{13-1} = \underline{26-2} \\
 1 \quad 2 & & 1 \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 P_2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} & \text{ou} & \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \\
 \underline{13} = \underline{26} \Rightarrow \underline{13-1} = \underline{26-2} & \text{ou} & \underline{13-1} = \underline{26-2} \\
 1 \quad 2 & & 1 \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 P_3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} & \text{ou} & \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d} \\
 \underline{13} = \underline{26} \Rightarrow \underline{13+26} = \underline{13} & \text{ou} & \underline{13+26} = \underline{26} \\
 1 \quad 2 & & 1+2 \quad 2
 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{lll}
 \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} & \text{ou} & \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d} \\
 \underline{13-26} = \underline{13} & \text{ou} & \underline{13-26} = \underline{26} \\
 1-2 \quad 1 & & 1-2 \quad 2
 \end{array}$$

$$P_4 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Um determinado veículo faz 13 km com um litro de gasolina. Se o veículo fizer 26 km precisará dois litros, 39 km precisaram de três litros, assim sucessivamente.

$$a = 13 \quad b = 1 \quad c = 26 \quad d = 2 \quad e = 39 \quad f = 3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

$$\frac{13}{1} = \frac{26}{2} = \frac{39}{3} \Rightarrow \frac{13+26+39}{1+2+3}$$

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO****(série B)**

- 01.** Uma mercadoria acondicionada numa embalagem de papelão possui 200g de peso líquido e 250g de peso bruto. Qual é a razão do peso líquido para o peso bruto?
- 02.** Um caminhão irá transportar 1000 embalagens de papelão. Cada embalagem possui 350 gramas de peso líquido. Se o peso bruto por unidade de embalagens de papelão é de 400 gramas, qual a razão do peso líquido para o peso bruto?
- 03.** Num teste de 60 questões, Maria acertou 45. Nessas condições:
- Qual a razão do nº de acertos para o nº total de questões do teste?
  - Qual a razão do nº de erros para o nº total de questões do teste?
  - Qual a razão entre o nº de acertos e nº de erros?
- 04.** Num teste de 20 questões, Marcelo acertou 16. Nessas condições:
- Qual a razão do nº de acertos para o nº total de questões do teste?
  - Qual a razão do nº de erros para o nº total de questões do teste?
  - Qual a razão entre o nº de acertos e nº de erros?
- 05.** Em 50 minutos de exercícios físicos perco 1600 calorias. Mantendo o ritmo, em 2 horas quanto perderei?
- 06.** Os salários de João e de Pedro estão na razão de 2:5. Sabendo-se que Pedro recebe, mensalmente, R\$ 11.200,00, qual é o salário de João?
- 07.** Os salários de Luiz e de Marcelo estão na razão de 4:8. Sabendo-se que Marcelo recebe, mensalmente, R\$ 3.200,00, qual é o salário de Luiz?
- 08.** Determinar os números cuja soma é 20, e a razão entre eles é  $\frac{1}{3}$ ?
- 09.** Determinar os números cuja soma é 160, e a razão entre eles é  $\frac{2}{6}$ ?
- 10.** Determinar os números cuja soma é 540, e a razão entre eles é  $\frac{1}{5}$ ?
- 11.** Determinar os números cuja soma é 1360, e a razão entre eles é  $\frac{1}{3}$ ?

**12.** Determine o valor de x, nas proporções:

a)  $\frac{6}{24} = \frac{5}{x}$

b)  $\frac{2/3}{5} = \frac{1/4}{x}$

c)  $\frac{2/5}{x-2} = \frac{6/5}{x+4}$

**13.** Uma prova de matemática tem 50 questões. Um aluno acertou 30 questões, de acordo com o contexto, responder:

- a) Qual a razão dos números de acertos para o n° total de questões da prova de matemática?
- b) Qual a razão dos números de erros para o número total de questões da prova de matemática?
- c) Qual a razão entre o número de questões certas e o número de questões erradas?

**14.** Os salários de Angela e de Beatriz estão na razão de 3:8. Sabendo-se que Angela recebe, mensalmente, R\$ 1.500,00, qual é o salário de Beatriz?

**15.** Cristina prestou um determinado concurso, sendo que o foram 100 questões. Cristina acertou 75 questões, de acordo com o contexto, responder:

- a) Qual a razão dos números de acertos para o número total de questões da prova?
- b) Qual a razão dos números de erros para o número total de questões da prova?
- c) Qual a razão entre o número de questões certas e o número de questões erradas?

**16.** Determine o valor de x, nas proporções:

a)  $\frac{10}{20} = \frac{5}{x}$

b)  $\frac{2/3}{2} = \frac{1/4}{x}$

c)  $\frac{2/5}{x-4} = \frac{6/5}{x+8}$

### 2.3. Grandeza Diretamente Proporcional

Duas grandezas são diretamente proporcionais se uma delas variar na mesma razão da outra.

Observe a situação:

Um carro percorre a distância “ $d$ ” e com velocidade média “ $v$ ” em um determinado intervalo de tempo “ $t$ ”.

temos no mesmo intervalo de tempo:

Primeira grandeza: “ $d$ ” = **distância**

Segunda grandeza: “ $v$ ” = **velocidade média**

Na situação seguinte:

Ao dobrar a velocidade média desse carro para “ $2v$ ”, a distância percorrida, no mesmo intervalo de tempo “ $t$ ”, também será dobrada, ou seja, será “ $2d$ ”.

teremos no mesmo intervalo de tempo:

Primeira grandeza: “ $2v$ ” = **dobrar a velocidade média**

Segunda grandeza: “ $2d$ ” = **dobrar a distância**

Nessas condições:

Dizemos que as grandezas **velocidade média** e **distância percorrida** são grandezas diretamente proporcionais, aumentaram na mesma proporção.

**Exemplo:** Um automóvel percorre um espaço de 480 Km em 02 horas. Para percorrer 1440 kms serão necessários 06 horas?

**Solução:**

- 1) Identificar as grandezas na primeira informação que trata a questão.

Temos duas grandezas:

Primeira grandeza: **distância percorrida 480 Km**

Segunda grandeza: **tempo utilizado duas horas**



2) Na situação seguinte.

Temos duas grandezas:

Primeira grandeza: **aumentar a distância**

Segunda grandeza: **tempo utilizado seis horas**

3) Após identificar a grandeza, verificar se é diretamente ou inversamente proporcional.

A **distância e o tempo** são grandezas diretamente proporcionais, pois se a distância aumenta o tempo aumenta na mesma proporção

4) Nessas condições, dizemos que as grandezas **distância percorrida** e o **tempo utilizado** são grandezas diretamente proporcionais, aumentaram na mesma proporção.

## 2.4. Grandeza Inversamente Proporcional

**Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, variando uma delas, a outra varia na razão inversa da primeira.**

Observe a situação:

Um carro percorre a distância “**d**” e com velocidade média “**v**” em um determinado intervalo de tempo “**t**”.

temos no mesmo intervalo de tempo:

Primeira grandeza: “**d**” = **distância**

Segunda grandeza: “**v**” = **velocidade média**

Na situação seguinte:

Se a velocidade “**v**” desse carro for dobrada, ele percorrerá a mesma distância “**d**” na metade do tempo, ou seja, no intervalo de tempo “**t/2**”.

teremos no mesmo intervalo de tempo:

Primeira grandeza: “**2v**” = **dobrar a velocidade média**

Segunda grandeza: “**1/2d**” = **metade da distância**

Nessas condições:

Dizemos que as grandezas **velocidade média** e o **tempo** são grandezas inversamente proporcionais, pois enquanto uma grandeza aumenta a outra diminui.

**Exemplo:** A distância entre duas cidades é de aproximadamente 200 km. Um veículo com velocidade média de 50 km/h gastou 4 horas para fazer esse percurso. Caso ele dobrasse a velocidade, o tempo gasto seria de 2 horas.

**Solução:**

- 1) Identificar as grandezas na primeira situação que trata a questão.

Temos duas grandezas:

Primeira grandeza: **velocidade média 50 Km/h**

Segunda grandeza: **tempo utilizado para percorrer a distância entre as duas cidades, 200km, quatro horas**

- 2) Na situação seguinte.

Temos duas grandezas:

Primeira grandeza: **dobrar a velocidade?**

Segunda grandeza: **tempo utilizado para percorrer a distância entre as duas cidades, 200km, duas horas**

- 3) Após identificar a grandeza, verificar se é diretamente ou inversamente proporcional.

A **distância e o tempo** são grandezas diretamente proporcionais, pois se a distância aumenta o tempo aumenta na mesma proporção

- 4) Nessas condições, dizemos que as grandezas **distância percorrida** e o **tempo utilizado** são grandezas diretamente proporcionais, aumentaram na mesma proporção.

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO****(séria B, continuação)**

17. Vários homens revestem uma parede e trabalham igualmente: um deles pode fazer todo serviço em 24 horas; dois podem revesti-la em menos tempo; três ou quatro em menos tempo ainda. Organizando uma tabela com as grandezas homens e horas, verifique se são direta ou inversamente proporcionais.

<b>Homens</b>	1	2	3	4
<b>Horas</b>	24	12	8	6

18. As grandezas “X” e “Y” são direta e inversamente proporcionais, ou nenhuma das duas?

<b>X</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>
<b>Y</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

19. Dois homens pintam um muro em 18 horas. Se houvesse 3 ou 4 indivíduos, o que ocorreria? Essas grandezas seriam diretas ou inversamente proporcionais?

20. Identifique nas grandezas a seguir, se a variação informada é direta ou inversamente proporcional:

- a) Número de carros e número de rodas.
- b) Número de teares iguais e metros de panos produzidos.
- c) Litros de leite e preço de compra.
- d) Operários e horas de trabalho.
- e) Velocidade e tempo
- f) Número de pessoas e quantidade de alimentos.

### 3. REGRA DE TRÊS SIMPLES

A regra de três é usada nas situações de proporcionalidade utilizando de três valores dados para o cálculo do quarto valor. A regra de três é muito utilizada para o cálculo de conversão de grandezas: velocidade, massa, volume, comprimento, área. A regra de três pode ser considerada diretamente proporcional ou inversamente proporcional. Acompanhe a resolução de exemplos utilizando a regra de três.

Os problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos com o auxílio de uma regra prática: a regra de três simples, a seguir:

**Exemplo 1** – Carla pagou R\$ 4,50 por dois cadernos. Quanto pagaria por 5?

- Organizam-se os dados do problema numa tabela ou esquema:

cadernos	preço (R\$)
2	4,50
5	x

- Colocaremos a primeira seta ao lado da grandeza que encontramos a incógnita “x”, e para colocarmos a segunda seta, verificaremos se as grandezas são direta e/ou inversamente proporcionais.

Na questão em pauta são diretamente proporcionais, então coloca-se as setas num mesmo sentido, indicando esse fato; se inversamente proporcionais, as setas indicarão sentidos opostos.

cadernos	preço (R\$)
↓ 2	↓ 4,50
5	x

- Como as grandezas são diretamente proporcionais, escreve-se na forma direta:

$$\frac{2}{5} = \frac{4,50}{x}$$

- Calcula-se o valor da incógnita:

$$x = \frac{5 \cdot 4,50}{2}$$

$$x = \frac{22,50}{2}$$

$$x = 11,25$$

**Resposta:** Carla pagaria **R\$ 11,25 pelos 5 cadernos.**

**Exemplo 2** – Em 2 horas, numa velocidade média de 500 Km por hora, um avião percorre a distância entre duas cidades. Voando a 800 Km por hora, quanto tempo gastaria para percorrer a mesma distância?

- Organizam-se os dados do problema numa tabela ou esquema:

velocidade (Km/h)	tempo (h)
500	2
800	x

- Colocaremos a primeira seta ao lado da grandeza que encontramos a incógnita “x”, e para colocarmos a segunda seta, verificaremos se as grandezas são direta e/ou inversamente proporcionais.

Na questão em pauta são inversamente proporcionais, pois constatamos que ao aumentarmos a velocidade do veículo o tempo diminuirá, grandezas inversamente proporcionais, então colocaremos as setas no sentido oposto, indicando esse fato.

velocidade (Km/h)	tempo (h)
500	3
800	x

- Como as grandezas são inversamente proporcionais e para procedermos os cálculos teremos que transformá-la em grandezas proporcionais. Para transformá-la em grandeza diretamente proporcional, basta inverter uma das grandezas, conforme a seguir:

↑	velocidade (Km/h)		tempo (h)	↑
	800	_____	3	
	500	_____	x	

ou

	velocidade (Km/h)		tempo (h)	
↓	500	_____	x	↓
	800	_____	3	

- Em continuidade através da segunda forma, escreve-se a proporção, invertendo os termos de uma das razões:

$$\frac{500}{800} = \frac{x}{3}$$

- Calcula-se “x”:

$$x = \frac{3 \cdot 500}{800}$$

$$x = \frac{1500}{800}$$

$$x = 1,875 \text{ (para calcular o tempo, aplicar a regra de três simples)}$$

$$x = 1 \text{ hora, } 52 \text{ minutos e } 30 \text{ segundos}$$

**Resposta:** Para percorrer 800 km gastará **1 hora, 52 minutos e 30 segundos**.

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO**

(Série C)

1. Com 600 Kg de trigo podemos fabricar 450 Kg de farinha. Quantos quilos de trigo são necessários para fabricar 900 Kg de farinha?
2. Com 135 Kg de trigo podemos fabricar 90 Kg de farinha. Para atendermos um pedido de 800 kg. de farinha, quantos quilos de trigo são necessários para entregarmos este pedido?
3. Cinco pedreiros constroem uma casa em 300 dias. Em quantos dias 10 pedreiros farão o mesmo serviço?
4. Reinaldo trabalhou 30 dias e recebeu R\$ 150,00. Em quantos dias de trabalho ele receberá R\$ 500,00?
5. Ângelo foi contratado para executar Planilhas Financeiras durante 15 dias e recebeu R\$ 3.000,00. Neste mesmo contexto, a Empresa Pontes o contratou para executar a mesma Planilha Financeira, no prazo máximo de 20 dias, quanto receberá após finalizar o contrato?
6. Três torneiras enchem uma piscina em 10 horas. Quantas as encheriam em 2 horas?
7. Para remover as vítimas da enchente de uma cidade, 480 homens trabalharam durante 8 dias. Quantos fariam o mesmo trabalho em 6 dias?
8. Se 15 operários levam 10 dias para completar um certo trabalho, quantos operários poderiam fazer o mesmo trabalho em 6 dias?
9. Num acampamento há alimento suficiente para 48 pessoas durante um mês. Retirando-se 16 pessoas, quantos dias irá durar o alimento?
10. 120000 torcedores acabaram de assistir a um jogo de futebol. A capacidade das 6 saídas disponíveis do estádio é de 1000 por minuto (cada). Calcule o tempo mínimo necessário para que todos deixem o local.
11. Com velocidade média de 18 Km por hora, um pedestre correu durante 1h20min. A 15Km por hora, em quanto tempo teria feito o mesmo percurso?

12. Para trocar o piso de uma casa, 25 trabalhadores executarão a obra em 60 dias. Se contratarmos mais 25 trabalhadores, em quanto tempo executaram o mesmo serviço?



#### 4. REGRA DE TRÊS COMPOSTA

Algumas situações envolvem mais de duas grandezas. A análise e resolução de problemas desta natureza podem envolver uma regra de três composta.

**Exemplo 1:** Dois pedreiros levam nove dias para construir um muro com dois metros de altura. Quanto tempo levariam três pedreiros para completá-lo até quatro metros?

- Organizam-se os dados do problema numa tabela ou esquema:

Pedreiros	metros	dias
2	2 m	9
3	4 m	x

- Marcam-se com setas no mesmo sentido as grandezas diretamente proporcionais e a incógnita e, com setas em sentido oposto, as inversamente proporcionais:

Pedreiros	metros	dias
2 ↑	2 ↓	9 ↓
3 ↑	4 ↓	x ↓

- Escrevem-se os elementos do problema, de modo que a variação de cada um deles seja diretamente proporcional à variação da incógnita:

Pedreiros	metros	dias
3 ↓	2 ↓	9 ↓
2 ↓	4 ↓	x ↓

- Calcula-se o valor de “x”:

$$\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 4} = \frac{9}{x}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{x}$$

$$6x = 9 \cdot 8$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6}$$

$$x = 12 \text{ dias}$$

**Resposta:** Para completar o muro serão necessários 12 dias.

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO****(Série C, continuação)**

13. O revestimento de um muro de 16 m de comprimento e 2,5 m de altura consome 84 Kg de reboco. Quantos quilogramas de reboco serão necessários para revestir um muro de 30 m de comprimento e 1,8 m de altura?
14. Para rebocar uma parede de 3 metros de altura e 5 metros de comprimento será utilizado 30kg de reboco. Quantos quilogramas de reboco serão necessários para revestir mais uma parede de 3 metros de altura e 8 metros de comprimento?
15. 1000 Kg de ração alimentam 20 vacas durante 30 dias. Quantos Kg alimentariam 30 vacas durante 60 dias?
16. Um livro tem 150 páginas; cada página, 36 linhas e cada linha, 50 letras. Para transcrever o mesmo texto em 250 páginas, cada linha deverá ter quantas letras para que cada página tenha 30 linhas?
17. Se 35 operários fazem uma casa em 24 dias trabalhando 8 horas por dia. Quantos fariam a mesma obra em 14 dias trabalhando 10 horas por dia?
18. 10 funcionários irão pavimentar cinco ruas de um Condomínio no prazo de cinco dias trabalhando seis horas por dia. Quantos funcionários fariam a mesma obra em dois dias trabalhando dez horas por dia?
19. Na construção de uma casa, em 60 dias, contratamos 40 operários, que trabalharão 6 horas por dia. Quantos operários fariam a mesma obra em 30 dias trabalhando 10 horas por dia?
20. Três torneiras enchem uma piscina em 10 horas. Em quantas horas 10 torneiras encheriam 2 piscinas?
21. Duas máquinas empacotam 1000 litros de leite por dia. Em meio dia, quantas máquinas empacotariam 2000 litros?
22. Duas torneiras enchem uma piscina em 12 horas. Em quantas horas 20 torneiras encheriam duas piscinas?

23. Trabalhando 6 horas por dia, 10 operários fazem um serviço de 20 dias. Em quantos dias 15 operários trabalhando 8 horas por dia, fariam o mesmo serviço?
24. Um motoqueiro percorre 720 km em dois dias rodando 4 horas/dia. Quanto percorrerá rodando 6 horas por dia em 5 dias?
25. Um motoqueiro percorre 960 km em quatro dias rodando 6 horas/dia. Quanto percorrerá rodando 8 horas por dia em 10 dias?
26. Em 10 dias, 5 teares produzem 250 m de tecido. Em quantos dias, 12 teares fariam 1800 metros?
27. Dez teares produzem 500 metros de tecido, em 10 dias. Em quantos dias, 20 teares fariam 2500 metros de tecido?
28. Vinte teares produzem 1000 metros de tecidos, em 20 dias. Em quantos dias, 40 teares fariam 3500 metros de tecidos?

### **EXERCÍCIOS DE EXTRAS**

#### **Regra de Três**

1. Um disco gira a 45 rotações por minuto. Em 4 segundos, quantas voltas o disco dá?
2. Uma pessoa recebe R\$ 10.000 por 25 dias de trabalho. Quanto receberia se tivesse trabalhando 5 dias a mais?
3. No mesmo instante em que um prédio de 4,5m de altura projeta uma sombra de 13,5 m, qual a sombra projetada por uma torre de 130 m de altura?
4. Um automóvel com velocidade de 60 km/h demora 3h para percorrer uma certa distância. Quanto o tempo demorará para percorrer a mesma distância um outro auto cuja velocidade é de 90 km/h?
5. Uma roda de 30 dentes engrena com outra de 25 dentes. Quantas voltas dará esta última quando a primeira der 175 voltas?
6. Para forrar as paredes de uma sala são necessárias 20 peças de papel com 80 cm de largura cada. Quantas peças seriam necessárias se as peças tivessem 1m de largura?

7. Um granjeiro tem ração para alimentar 32 galinhas durante 22 dias. Porém, resolveu comprar mais 4 galinhas. Quanto tempo durarão as provisões, se a ração de cada galinha não for diminuída?
8. Um navio foi abastecido com comida suficiente para alimentar 14 pessoas durante 45 dias. Se 20 pessoas embarcarem nesse navio, para quantos dias, no máximo, as reservas de alimento serão suficientes?
9. Um digitador consegue dar 15.000 toques de entrada de dados em 5 horas. Quantos toques o digitador dará em 3 horas e meia?
10. Para fazer o calçamento de uma avenida, 5 operários levam 60 dias trabalhando a mesma quantidade de horas por dia.
  - a. Quantos operários seriam necessários para fazer o mesmo serviço em 25 dias?
  - b. Em quantos dias esse serviço ficaria pronto se houvesse 20 operários trabalhando?
11. Em uma fábrica de automóveis, 8 robôs idênticos fazem certo serviço em 24 horas. Em quanto tempo 6 desses robôs fariam o mesmo serviço?
12. Considerando-se que o grama de ouro custa US\$ 12,50, quantos gramas poderão ser comprados com R\$ 51150,00, à taxa de conversão de US\$ 1,00 = R\$ 1,65?
13. Numa fazenda no interior de São Paulo, 27 trabalhadores levam 8 dias para colher determinada quantidade de café. Se o dono dessa fazenda contratasse mais 9 trabalhadores, em quantos dias seria colhida a mesma quantidade de café?
14. Um relógio atrasa 3 minutos a cada 24 horas.
  - a. Quantos minutos atrasará em 72 horas?
  - b. Quantos minutos atrasará em 18 dias?
  - c. Quantos minutos atrasará em 96 horas?
  - d. Quantos minutos atrasará em 20 dias?
  - e. Quantos dias levará o relógio para ficar atrasado 45 minutos?
15. Quero ampliar uma foto 3 x 4 (3 cm de largura e 4 cm de comprimento) de forma que a nova foto tenha 10,5 m de largura. Qual será o comprimento da foto ampliada?
16. Num mapa, a distância Rio-Bahia, que é de 1.600 km, está representada por 24 cm. A quantos centímetros corresponde, nesse mapa, a distância Brasília-Salvador, que é de 1.200 km?

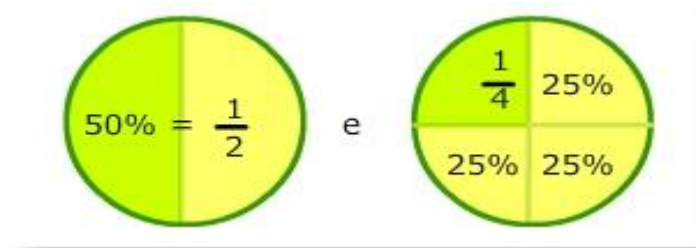
17. Sete litros de leite dão 1,5 quilos de manteiga. Quantos litros de leite serão necessários para se obterem 9 quilos de manteiga?
18. Abrimos 32 caixas e encontramos 160 bombons. Quantas caixas iguais necessitamos abrir para obter 385 bombons?
19. Um folheto enviado pela Sabesp informa que uma torneira, pingando 20 gotas por minuto, em 30 dias, ocasiona um desperdício de 100 litros de água. Na casa de Helena, uma torneira esteve pingando 30 gotas por minuto durante 50 dias. Calcule quantos litros de água foram desperdiçados.
20. Uma família composta de 6 pessoas consome em 2 dias 3 kg de pão. Quantos quilos de pão serão necessários para alimentá-la durante 5 dias, estando ausentes 2 pessoas?
21. Uma obra será executada por 13 operários (de mesma capacidade de trabalho) trabalhando durante 11 dias com jornada de trabalho de 6 horas por dia. Entretanto, 3 operários adoeceram e a obra deverá ser realizada pelos operários restantes no prazo estabelecido anteriormente. Qual deve ser, portanto, a jornada diária de trabalho dos operários restantes?
22. Uma empresa contratou uma empreiteira para executar a ampliação do seu parque industrial. A empreiteira irá executar a obra com 40 operários, em 150 dias, trabalhando 8 horas. Ao iniciar a obra, a empreiteira decidiu contratar mais 20 operários, trabalhando 8 horas, para realizar a mesma obra, em quantos dias a obra será concluída?
23. Uma equipe de 12 profissionais produziu 5400 doces em 4 dias de trabalho. Considerando-se que todos têm o mesmo rendimento, quanto tempo levariam 8 profissionais para fazer 7200 doces?
24. A Equipe “2” de 20 funcionários produz 10.000 doces em 10 dias de trabalho. Considerando-se que todos têm o mesmo rendimento, quanto tempo levariam 12 funcionários para fazer 12.000 doces?
25. Em 30 dias, uma frota de 34 táxis consome 85.000 litros de combustível. Um pequeno incêndio no estacionamento da frota destruiu 4 dos táxis. Calcule para quantos dias serão suficientes os 100.000 litros de combustível que a frota possui agora, supondo que os táxis restantes continuem rodando normalmente.
26. Uma máquina copiadora reproduz 43 cópias em 1 minuto. Quantas máquinas iguais a essa seriam necessárias para reproduzir, em 2 minutos, 516 cópias?

- 27.** Se 3 homens embrulham 72 ovos de Páscoa em 15 minutos, e 4 mulheres embrulham 120 ovos de Páscoa em 18 minutos, quantos ovos de Páscoa são embrulhados por 2 homens e 3 mulheres em 20 minutos?
- 28.** Uma frota de caminhões atende o Interior de São Paulo percorre 3500 km, velocidade média de 60 km/hora e prazo de 10 dias, transportando mercadorias entre as empresas regionais. O raio de atendimento aumentou 1500 km, a velocidade média passou para 80 km/hora, quantos dias serão necessários para atender aos mesmos contratos?
- 29.** Os desabamentos, em sua maioria, são causados por grande acúmulo de lixo nas encostas dos morros. Se 10 pessoas retiram 135 toneladas de lixo em 9 dias, quantas toneladas serão retiradas por 40 pessoas em 30 dias?
- 30.** Uma frota de caminhões percorreu 3.000 km para transportar uma mercadoria, com velocidade média de 60 km/h, gastando 10 dias. Quantos dias serão necessários para que, nas mesmas condições, uma frota idêntica percorra 4.500 km com uma velocidade média de 50 km/h?

## 5. PORCENTAGEM

A porcentagem é a parte da aritmética que trabalha com o grupo das frações de denominador 100, ou seja, uma medida com base 100.

$$a\% = \frac{a}{100}$$



$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

### 5.1. Taxa Percentual e Taxa Unitária

#### EXEMPLOS

$$1) 15\% = \frac{15}{100} = 15 : 100 = 0,15$$

→ **TAXA PERCENTUAL**  
(o denominador desta fração é igual a 100)

→ **TAXA UNITÁRIA**  
(o denominador desta fração é igual a 1)

$$2) 4\% = \frac{4}{100} = 4 : 100 = 0,04$$



$$3) 100\% = \frac{100}{100} = 100 : 100 = 1$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Transformar os números abaixo em taxa unitária:

a) 37%

b) 5,3%

c)  $\frac{3}{5}$

d) 8%

e) 200%

f) 0,25%

g) 3%

h) 53,5%

i) 5,35%

j) 100%

k) 500%

l) 0,025%

m)  $\frac{5}{10}$

2. Transformar os números abaixo em taxa percentual:

a) 0,45%

b) 0,032

c) 12,35

d)  $\frac{3}{4}$

e) 0,003

f) 0,0004

g) 1,535

h) 7

i) 1

j) 2

k) 4,05

l) 7,005

m)  $\frac{5}{10}$

## 5.2. Cálculos com Porcentagem

### 5.2.1. Cálculo da Porcentagem de um número

A Porcentagem de um número é determinar o valor e uma parte de 100.

De = Multiplicação
--------------------

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Calcule os  $\frac{3}{5}$  de 600.
2. Calcule 37% de R\$ 1.200,00.
3. Calcule 5,3% de R\$ 1.400,00.
4. Calcule 15,5% de R\$ 2500,00.
5. Calcule 10% de R\$ 3.000,00.
6. Calcule 25% de R\$ 5.500,00.
7. Um investidor fez uma aplicação por certo período à taxa líquida de 20% no período, tendo recebido no final do prazo R\$ 1.200,00 de juros. Qual o valor do principal aplicado?
8. O valor do ICMS de uma nota fiscal é de R\$ 450,00. Calcule o valor da nota fiscal sabendo que o ICMS é igual a 18% do valor da mesma.
9. O valor do ICMS de uma Nota Fiscal é de R\$ 635,00. Calcule o valor da Nota Fiscal, sabendo que o ICMS é igual a 15% do valor da mesma.
10. Numa operação de desconto bancário, o valor do desconto foi R\$ 190,00. A taxa de desconto foi de 5% do valor nominal do título. Calcule o valor nominal do mesmo.
11. Numa operação de desconto bancário, o valor do desconto foi R\$ 200,00. A taxa de desconto foi de 15% do valor nominal do título. Calcule o valor nominal do mesmo.

12. Um investidor fez uma aplicação por certo período à taxa líquida de 15% no período, tendo recebido no final do prazo R\$ 3000,00 de juros. Qual o valor do principal aplicado?
13. Uma empresa investiu em uma determinada aplicação por certo período à taxa líquida de 20% no período, tendo recebido no final do prazo R\$ 5.000,00 de juros. Qual o valor aplicado?
14. O valor do ICMS de uma nota fiscal é de R\$ 1.800,00. Calcule o valor da nota fiscal sabendo que o ICMS é igual a 18% do valor da mesma.
15. Numa operação de desconto bancário, o valor do desconto foi R\$ 150,00. A taxa de desconto foi de 7,5% do valor nominal do título. Calcule o valor nominal do mesmo.
16. Numa operação de desconto bancário, o valor o desconto foi R\$ 350,00. A taxa de desconto foi 15% do valor nominal do título. Calcule o valor nominal do mesmo.
17. O valor do ICMS de uma Nota Fiscal é de R\$ 1. 875,00. Calcule o valor da Nota Fiscal, sabendo que o ICMS é igual a 10% do valor da mesma.
18. O valor do ICMS de uma Nota Fiscal é de R\$ 2.550,00. Calcule o valor da Nota Fiscal, sabendo que o ICMS é igual a 20% do valor da mesma.
19. Um investidor fez uma aplicação por certo período à taxa líquida de 15% no período, tendo recebido no final do prazo R\$ 5.200,00 de juros. Qual o valor do principal aplicado?
20. Um investidor fez uma aplicação por certo período à taxa líquida de 5% no período, tendo recebido no final do prazo R\$ 3.520,00 de juros. Qual o valor do principal aplicado?

## 5.2.2. Comparação de dois números

### 5.2.2.1 Determinação de quanto por cento um número é de outro

Para compararmos um número **a** com um número **b** fazemos o quociente  $\frac{a}{b}$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Comparar 6 com 3.
2. Comparar 15 com 20.
3. Comparar 50 com 100.
4. Comparar 2 com 4.
5. O número 30 representa que porcentagem do número 40?
6. O número 80 representa que porcentagem do número 160?
7. Complete a tabela:

Mês	Vds. Em Unidades	Vds. Em % do Total do Trimestre
Jan	1300	
Fev	1500	
Mar	2300	
Total		

8. João aplicou R\$ 1100,00 em CDB, R\$ 1500,00 em Poupança e R\$ 1300,00 em Ações. Calcule a distribuição percentual de suas aplicações.
9. Vinicius aplicou R\$ 5.000,00 em Poupança, R\$ 10.000,00 em CDB e R\$ 12.000,00 em Ações. Calcule a distribuição de suas aplicações.

10. Eduardo tinha R\$ 35.000,00 disponível para aplicação, decidiu aplicar 20% em Poupança, 35% em CDB e 45% em Ações. Qual o valor nominal de cada aplicação.

### 5.2.2.2 Determinação de acréscimos e decréscimos, taxa de variação

Quando comparamos a diferença entre o valor novo e o valor antigo de uma variável qualquer com seu valor antigo obtemos a taxa de variação. Se a taxa de variação for expressa em porcentagem, temos a taxa de variação percentual. Sendo:

$\Delta$  = taxa de variação;

$V_{ant}$  = valor antigo da variável;

$V_{novo}$  = valor novo da variável

Teremos, de acordo com a definição dada, a fórmula:

$$\Delta = \frac{V_{novo} - V_{ant}}{V_{ant}} \quad \text{ou} \quad \Delta\% = \left( \frac{V_{novo} - V_{ant}}{V_{ant}} \right) \times 100\%$$

Uma outra maneira de calcular a taxa de variação está deduzida abaixo:

$$\begin{aligned} \text{De } \Delta &= \frac{V_{novo} - V_{ant}}{V_{ant}} \Rightarrow \Delta = \frac{V_{novo}}{V_{ant}} - \frac{V_{ant}}{V_{ant}} \\ \Rightarrow \Delta &= \frac{V_{novo}}{V_{ant}} - 1 \end{aligned} \quad \Delta\% = \left( \frac{V_{novo}}{V_{ant}} - 1 \right) \times 100\%$$

### 5.2.2.3 Acréscimos sucessivos ou descontos sucessivos

Calcular a porcentagem de uma porcentagem. Neste caso, as taxas percentuais não podem ser adicionadas, mas devem ser multiplicadas. No caso de serem dadas duas ou mais porcentagens que representam **acréscimos sucessivos** e não temos um valor nominal:

- Soma-se 1 a taxa de unitária de acréscimos sucessivo - taxas **unitárias**  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , - para procedermos a multiplicação, então a nova taxa unitária, é dado por:

$$\text{Taxa unitária} = [(1 + i^1) \cdot (1 + i^2) \dots (1 + i_n)] - 1$$

$$\text{Taxa percentual} = \text{Taxa unitária} \cdot 100$$

**Exemplo:** Durante três meses consecutivos um produto registrou os seguintes aumentos: 2%, 3% e 4%. Qual o aumento no período?

**Solução:**

**1º passo:** Transformar a taxa percentual, dada na questão, para taxa unitária:

$$2\% = 0,02$$

$$3\% = 0,03$$

$$4\% = 0,04$$

**2º passo:** somar 1 à taxa unitária e multiplicar

$$\text{Taxa unitária} = [(1 + 0,02) \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,04)] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = [(1,02) \cdot (1,03) \cdot (1,04)] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = [1,09262400] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = 0,9262400$$

$$\text{Taxa unitária} = 0,92$$

**3º passo:** calcular a taxa percentual

$$\text{Taxa percentual} = 0,9262400 \cdot 100$$

$$\text{Taxa percentual} = 9,26400$$

$$\text{Taxa percentual} = 9,26\%$$

**Resposta:** O aumento no período de três meses foi 9,26%

Calcular a porcentagem de uma porcentagem. Neste caso, as taxas percentuais não podem ser adicionadas, mas devem ser multiplicadas. No caso de serem dadas duas ou mais porcentagens que representam **descontos sucessivos** e não temos um valor nominal:

- Subtrai-se 1 à taxa de unitária de acréscimos sucessivo - taxas **unitárias**  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , - para procedermos a multiplicação, então a nova taxa unitária, é dado por:

$$\text{Taxa unitária} = [(1 - i^1) \cdot (1 - i^2) \dots (1 - i_n)] - 1$$

$$\text{Taxa percentual} = \text{Taxa unitária} \cdot 100$$

**Exemplo:** Qual o desconto equivalente a dois descontos sucessivos de 10% e 20%?

**Solução:**

**1º passo:** Transformar a taxa percentual, dada na questão, para taxa unitária:

$$10\% = 0,10$$

$$20\% = 0,20$$

**2º passo:** subtrair 1 à taxa unitária e multiplicar

$$\text{Taxa unitária} = [(1 - 0,10) \cdot (1 - 0,20)] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = [(0,900) \cdot (0,800)] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = [0,7200] - 1$$

$$\text{Taxa unitária} = 0,2800$$

**3º passo:** calcular a taxa percentual

$$\text{Taxa percentual} = 0,2800 \cdot 100$$

$$\text{Taxa percentual} = 28,00\%$$

$$\text{Taxa percentual} = 28\%$$

**Resposta:** O desconto equivalente foi de 28%



**EXERCÍCIOS PROPOSTOS**

1. Qual a variação percentual do preço do ouro no período de 10/01 a 15/01?

Data	Preço do Ouro (R\$/Onça)
10/01/11	515,00
15/01/11	555,00

2. Preço de um lote de ações da Cia. Azambuja S/A: em 05/12/2009 R\$ 12.000,00 e 08/01/2010, R\$ 14.000,00. Qual a variação percentual do preço dessas ações no período de 05/12/2009 a 08/01/2010?
3. Em 20/12/2010 o valor da quota de um fundo de renda fixa era R\$ 5,7348. Em 22/02/2011, esse valor passou para 5,8782. Qual a valorização da quota no período?
4. O preço das ações da Cia. Tibério caiu de R\$ 450,00 para R\$ 300,00. Qual o decréscimo percentual verificado?
5. O preço das ações da Cia XYZ aumentou de R\$ 750,00 para R\$ 1.270,00. Qual foi o acréscimo percentual?
6. Um capital de R\$ 50.000,00 foi aplicado durante três meses, produzindo um montante de R\$ 54.700,00. Qual a taxa trimestral dessa aplicação?
7. Um capital de R\$ 85.000,00 foi aplicado durante quatro meses, produzindo um montante de R\$ 93.500,00. Qual a taxa quadrimestral dessa aplicação?
8. O preço de um artigo aumentou de R\$ 50,00 para R\$ 62,50. Qual a porcentagem de aumento no preço?
9. Na segunda-feira às 9:00 horas, o preço da onça de ouro era US\$ 450,00. Às 16:00 horas do mesmo dia o preço era US\$ 441,00 a onça. Qual o decréscimo percentual do ouro nesse dia?
10. O preço das ações da Cia XYZ caiu de R\$ 480,00 para R\$ 350,15. Qual foi a variação percentual?

11. A população de uma cidade em 1970 era de 20.000 habitantes. Em 1980, a população passou para 16.000 habitantes. Qual foi a variação percentual de 1970 para 1980?
12. Calcular 20% de R\$ 750,00.
13. Calcular 35% de R\$ 1.500,00.
14. Calcular 50% de R\$ 2.500,00.
15. Calcular 75% de R\$ 3.000,00.
16. Calcule R\$ 500,00 + 30% de R\$ 500,00.
17. Calcule R\$ 1.200,00 mais 25% de R\$ 1.200,00.
18. Calcule 3,875% de R\$ 2.000,00.
19. Calcule R\$ 1.200,00 menos 30% de R\$ 1.200,00.
20. Calcule R\$ 800,00 menos 40% de R\$ 1.500,00.
21. Calcule R\$ 800,00 menos 20% de R\$ 800,00.
22. Uma aplicação de R\$ 1200,00 rendeu durante 3 meses consecutivos as taxas de 5%, 6% e 8%. Calcular o valor do resgate?
23. O preço de um conjunto de produtos e serviços em 02/12/2009 era R\$ 2.376,00. Em 02/01/2010 o preço desse mesmo conjunto de produtos e serviços era R\$ 3.545,00. Qual foi o aumento percentual no período?
24. O preço de um conjunto de produtos e serviços em 02/02/2010 era R\$ 2.976,00. Em 02/06/2011 o preço desse mesmo conjunto de produtos e serviços era R\$ 5.945,00. Qual foi o aumento percentual no período?
25. O preço das ações da Cia. ABC caiu de R\$ 284,00 para R\$ 173,00. Qual foi a variação percentual?

26. O preço das ações Cia. Bombom caiu de R\$ 476,00 para R\$ 355,00. Qual foi a variação percentual?
27. Determine a distribuição percentual das aplicações de um investidor sabendo que o valor investido em Ações é de R\$ 2000,00, em fundo de Renda Fixa é de R\$ 3000,00 e na Caderneta de Poupança é de R\$ 4000,00.
28. Uma aplicação em fundo de ações pagou 20% num mês e 30% no outro. Qual o rendimento total nos dois meses?
29. Uma aplicação em fundo de ações pagou 25% no mês de março/2011 e 35% no mês seguinte. Qual o rendimento total nos dois meses?
30. Uma aplicação em fundo de ações pagou 30% no mês de junho/2009 e 45% no mês seguinte. Qual o rendimento total nos dois meses?
31. Qual o valor porcentual do desconto equivalente a dois descontos sucessivos de 10% e 20%?
32. Durante três meses consecutivos um produto registrou os seguintes aumentos: 2%, 3% e 4%. Qual o aumento porcentual no período?
33. Durante 6 meses consecutivos a variação do valor das cotas de um fundo de ações foi de 12%, 12%, 7%, 5%, -20% e 1% respectivamente. Qual a variação nesse período de 6 meses?
34. Um Capital de R\$ 3.500,00 foi aplicado a taxa de 15% ao mês, por um trimestre. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?
35. Um Capital de R\$ 2.355,00 foi aplicado a taxa de 2% ao mês, por um quadrimestre. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?
36. Sr. Antunes investiu seu Capital de R\$ 10.000,00 a taxa de 2,5% ao mês, por um semestre. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?
37. Beatriz aplicou seu Capital de R\$ 5.000,00 a taxa de 1,5% ao mês, por um prazo de um bimestre. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?

38. Cláudio aplicou seu Capital de R\$ 15.000,00 a taxa de 6% ao mês, por um prazo de um trimestre. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?
39. Nanci decidiu aplicar seu Capital de R\$ 2.500,00 a taxa de 6% ao mês, por dois semestres. Qual o valor nominal do montante ao final do prazo de aplicação?
40. Um fundo de ações teve nos últimos 3 meses rendimentos de 10%, 15% e 13% ao mês respectivamente. Qual o rendimento no trimestre?
41. Qual o aumento percentual equivalente a dois aumentos consecutivos de 10% e 20%?
42. Qual o aumento percentual equivalente a dois aumentos consecutivos de 5% e 25%?
43. Qual o aumento percentual equivalente a três aumentos consecutivos de 10%, 15% e 20%?
44. Qual o desconto total equivalente a dois descontos sucessivos de 5,34% e 6,78%?
45. Qual o desconto total equivalente a dois descontos sucessivos de 6,25% e 8,35%?
46. Qual o desconto total equivalente a três descontos sucessivos de 2,35%, 6,15% e 8,75%?
47. O custo de vida subiu em 100% entre 1940 e 1950 e em 100% entre 1950 e 1955. Em quanto subiu entre 1940 e 1955?
48. As variações do valor das cotas de um fundo de ações durante quatro meses consecutivos foram 7%, 5%, -12% e 20% respectivamente. Qual a variação nesse período de quatro meses?
49. As variações do valor das cotas de um fundo de ações durante quatro meses consecutivos foram 8%, -10%, -12%, 15% e 30% respectivamente. Qual a variação nesse período de cinco meses?
50. As variações do valor das cotas de um fundo de ações durante um seis meses consecutivos foram 2%, 4%, 5%, 7%, 10%, 12% respectivamente. Qual a variação nesse período de seis meses?

## 6. MÁXIMOS E MÍNIMOS CONDICIONADOS (Ferramentas)

### 6.1. Revisão de Ferramentas necessárias à Teoria

#### 6.1.1. Gráficos

Freqüentemente encontramos gráficos e tabelas que procuram retratar uma determinada situação.

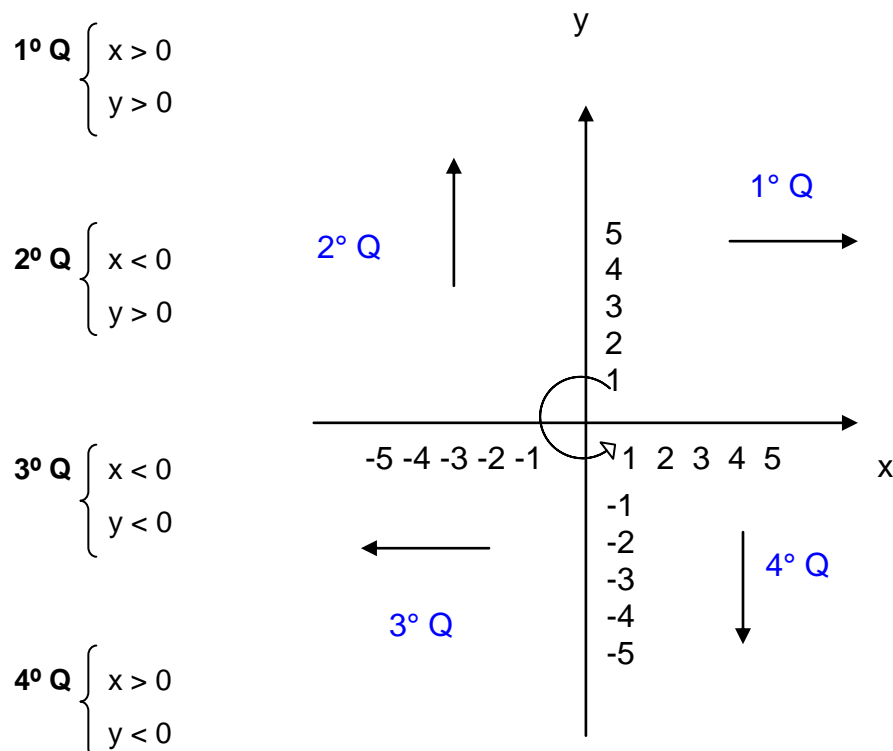
Esses gráficos e tabelas, em geral representam funções e por meios deles podemos obter informações sobre a situação que retratam, bem como sobre as funções que representam.

#### 6.1.2. Plano Cartesiano

O plano cartesiano é formado por duas retas perpendiculares, uma horizontal, que recebe o nome de eixo das abscissas (eixo  $x$ ) e uma reta vertical, que recebe o nome de eixo das ordenadas (eixo  $y$ ). cada reta (o eixo das abscissas e o das ordenadas) é numerada, utilizando-se de uma unidade de medida. O ponto de interseção dessas retas é chamado origem.

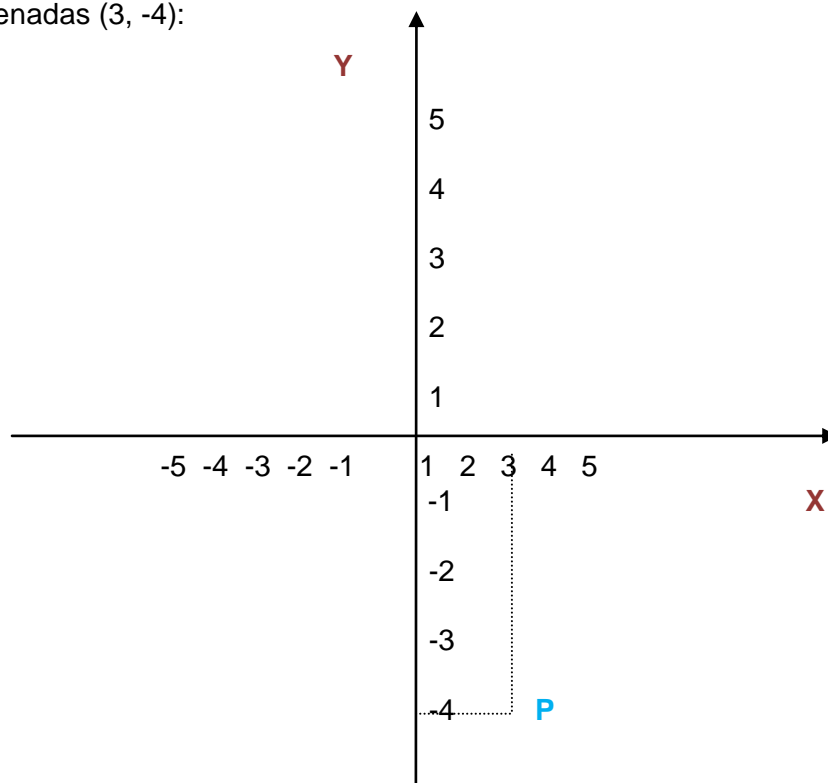
Os eixos ortogonais dividem o plano cartesiano em 4 regiões chamadas quadrantes.

Observações:



### 6.1.3. Coordenadas Cartesianas

Para indicar um ponto cartesiano, utilizamos as coordenadas cartesianas, que são apresentadas na forma de um par ordenado de números. Considere o ponto P que tem coordenadas (3, -4):

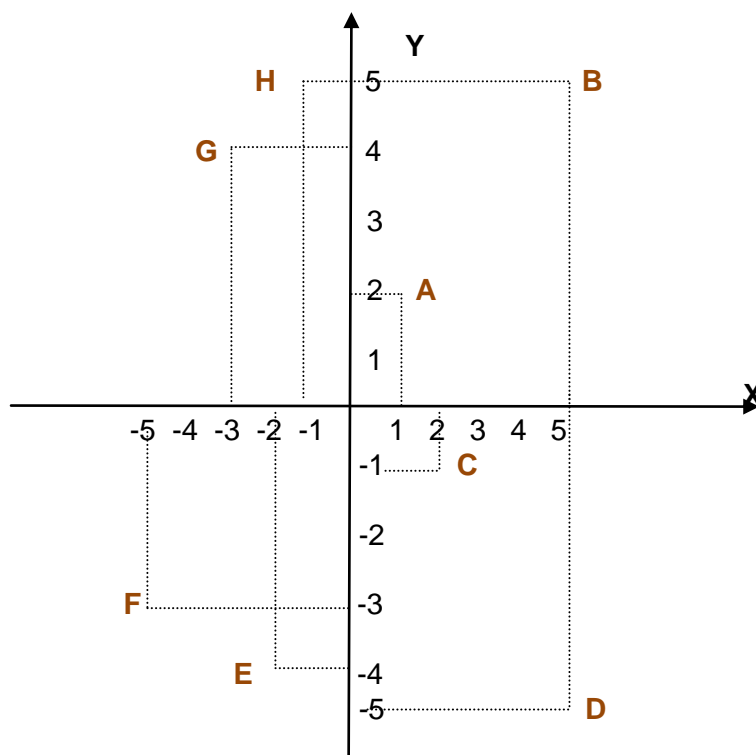


A coordenada 3 indica a posição do ponto P em relação ao eixo das abscissas (eixo x).  
A coordenada -4 indica a posição do ponto P em relação ao eixo das ordenadas (eixo y).  
A localização do ponto P indicada é **P(3,-4)**.

## **EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO**

**(série D)**

**01.**Escreva quais são as coordenadas cartesianas dos pontos representados no plano cartesiano abaixo:



**2)** Construa um plano cartesiano e represente os pontos e escreva a que quadrante ele se encontra:

<b>A</b> (3; -4)	<b>D</b> (3; -2)	<b>G</b> (-4; -4)	<b>J</b> (1; 1)
<b>B</b> (5; -4)	<b>E</b> (-3; 0)	<b>H</b> (2; 4)	<b>K</b> (-3; 3)
<b>C</b> (-5; -2)	<b>F</b> (0; -3)	<b>I</b> (5; 0)	<b>L</b> (0; 2)

#### 6.1.4. Função Polinomial do 1º Grau

##### Definição

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a qualquer função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por uma lei da forma  $f(x) = ax + b$ , onde  $a$  e  $b$  são números reais dados e  $a \neq 0$ .

Na função  $f(x) = ax + b$ , o número  $a$  é chamado de coeficiente de  $x$  e o número  $b$  é chamado termo constante.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

$$f(x) = 5x - 3, \text{ onde } a = 5 \text{ e } b = -3$$

$$f(x) = -2x - 7, \text{ onde } a = -2 \text{ e } b = -7$$

$$f(x) = 11x, \text{ onde } a = 11 \text{ e } b = 0$$

#### 6.1.5. Gráfico de uma Função do 1º Grau

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau,  $y = ax + b$ , com  $a \neq 0$ , é uma reta oblíqua aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ .

**Exemplo:** Vamos construir o gráfico da função  $y = 3x - 1$ . Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua:

**a)** Para  $x = 0$ , temos  $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$ ; portanto, um ponto é  $(0, -1)$ .

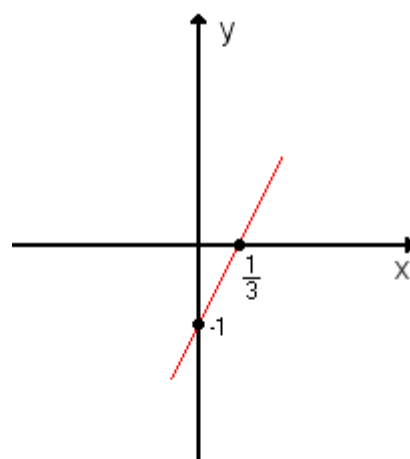
**b)** Para  $y = 0$ , temos  $0 = 3x - 1$ ; portanto,  $x = \frac{1}{3}$

e outro ponto é  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ .



Marcamos os pontos  $(0, -1)$  e  $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$  no plano cartesiano e ligamos os dois com uma reta.

X	Y
0	-1
$\frac{1}{3}$	0



### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

(série E)

Representar Graficamente

1.  $y = 3x + 1$

2.  $y = 2x + 4$

3.  $y = x + 2$

4.  $y = -x + 3$

5.  $y = 2x + 3$

6.  $y = -x + 4$

7.  $y = -2x - 1$

8.  $y = \frac{x}{2} + 2$

9.  $y = 3x - 1$

10.  $y = 2x + 2$

11.  $y = 4x + 2$

12.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = 5\}$

13.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = -2\}$

14.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = -x\}$

15.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y = 10\}$

16.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y = 20\}$

17.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = 4\}$

18.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = -6\}$

19.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = 6\}$

### 6.1.6. Intersecção de duas retas

A resolução gráfica de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis nem sempre é um processo prático, pois a falta de precisão nos conduz a soluções incorretas. Estudaremos então um dos métodos algébricos de resolução, chamado método da adição.

#### 6.1.6.1. Resolução de um Sistema pelo Método de Adição

Esse processo se baseia no seguinte fato: se  $a = b$  e  $c = d$   
Então  $a + c = b + d$

O processo prático segue os seguintes passos:

- Escolher a variável que deverá desaparecer após a adição;
- Multiplicar a equação escolhida pela constante que irá anular a variável;
- Solucionamos a equação de 1º grau.

**Exemplo:** Demonstrar a solução do sistema abaixo, a seguir:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

**1º passo:** Escolhemos a variável “x” para desaparecer. No processo, para aplicarmos o método de adição, multiplicamos a segunda equação por -2.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x + 2y = 4 \quad (-2) \end{cases}$$

**2º passo:** Ao multiplicarmos a equação por (-2), o sistema passa a ser:

$$\begin{cases} \cancel{2x} - 3y = -6 \\ \cancel{-2x} - 4y = -8 \\ \hline -7y = -14 \end{cases}$$

**3º passo:** Ao aplicarmos o método de adição, obtemos  $-7y = -14$ , isolamos a incógnita “y”, teremos o valor para **y = 2**.

Portanto, **y = 2**

**4º passo:** Para determinarmos o valor de “x”, vamos substituir o valor encontrado para “y”, em qualquer uma das equações.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x + 2y = 4 \quad (*) \end{cases}$$

$$x + 2y = 4$$

$$x + 2.2 = 4$$

$$x + 4 = 4$$

$$x = 4 - 4$$

$$\mathbf{x = 0}$$

**Resposta:** O par ordenado do conjunto Solução {(0, 2)}

### 6.1.6.2. Resolução Gráfica de um Sistema

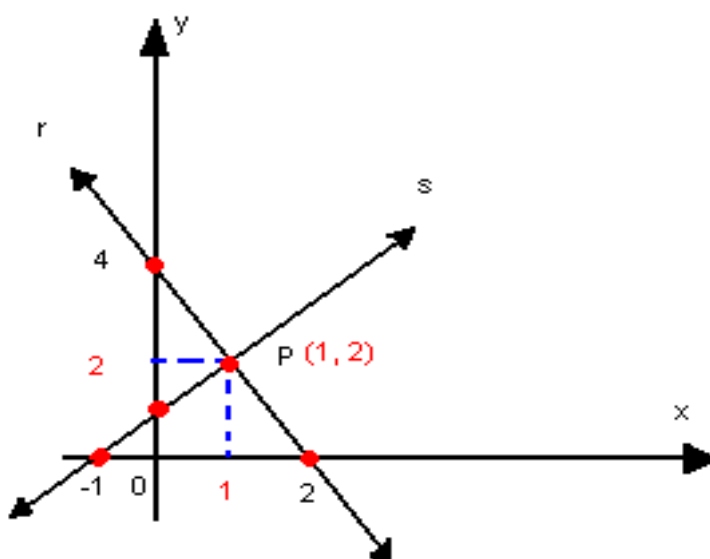
Considere o sistema de duas equações a duas incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Representando num mesmo plano cartesiano as retas dadas pelas duas equações, temos:

<b><math>2x + y = 4</math></b>		
<b>x</b>	<b>y</b>	<b>(x,y)</b>
0	4	<b>(0,4)</b>
2	0	<b>(2,0)</b>

<b><math>x - y = -1</math></b>		
<b>x</b>	<b>y</b>	<b>(x,y)</b>
0	1	<b>(0,1)</b>
-1	0	<b>(-1,0)</b>



- $2x + y = 4$  é uma reta no plano cartesiano (reta r)
- $x - y = -1$  é uma reta no plano cartesiano (reta s)

Essas retas têm um ponto comum **(1,2)**.

Logo, **P(1, 2)** é o ponto de intersecção das retas **r** e **s**.

O par (1,2) satisfaz tanto a equação da reta r quanto a equação da reta s

Dizemos então que o par ordenado (1,2) é **solução do sistema**.

### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

(série F)

**1) Resolva os sistemas abaixo pelo método gráfico:**

$$\text{A) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\text{C) } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{D) } \begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

$$\text{E) } \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$$

$$\text{F) } \begin{cases} 5x + y = 35 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

**2) Resolva os sistemas abaixo pelo método da adição:**

$$\text{A) } \begin{cases} x + y = 10 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 4x - 3y = 4 \\ 3x + 4y = 78 \end{cases}$$

$$\text{C)} \quad \begin{cases} 18x + 3y = -96 \\ 5y + 6x = -40 \end{cases}$$

$$\text{D)} \quad \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2y = 3x \end{cases}$$

### 6.1.7. Inequação de 1º Grau

#### Introdução

Denominamos inequação toda sentença matemática aberta por uma desigualdade.

As inequações do 1º grau com uma variável podem ser escritas numa das seguintes formas:

$$ax + b > 0, ax + b < 0, ax + b \geq 0, ax + b \leq 0, \text{ como } a \text{ e } b \text{ reais } (a \neq 0).$$

#### Exemplos:

$$2x - 7 \geq 0 \qquad \frac{3x}{5} + \frac{7}{2} < 0 \qquad 2x - \frac{1}{2} \leq 0$$

### 6.1.8. Representação Gráfica de uma inequação do 1º Grau com duas Variáveis.

#### Método prático

Substituímos a desigualdade por uma igualdade.

Traçamos a reta no plano cartesiano.

Escolhemos um ponto auxiliar, de preferência o ponto (0, 0) e verificamos se o mesmo satisfaz ou não a desigualdade inicial.

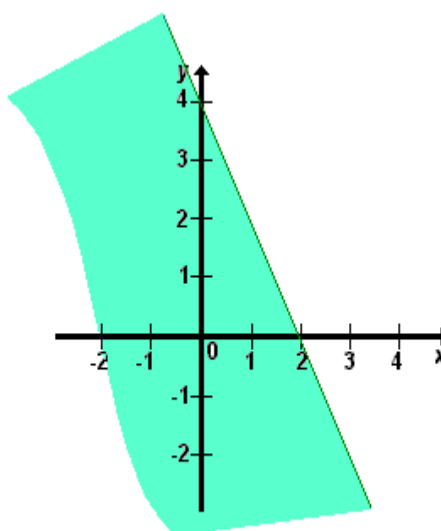
Em caso positivo, a solução da inequação corresponde ao semiplano ao qual pertence o ponto auxiliar.

Em caso negativo, a solução da inequação corresponde ao semiplano oposto aquele ao qual pertence o ponto auxiliar.

**Exemplo:** Representar graficamente a inequação  $2x + y \leq 4$ .

Tabela

x	y	(x, y)
0	4	(0, 4)
2	0	(2, 0)



Substituindo o ponto auxiliar (0, 0) na inequação  $2x + y \leq 4$ .

Verificamos:

$0 \leq 4$  (Afirmativa positiva, o ponto auxiliar satisfaz a inequação)

A solução da inequação corresponde ao semiplano ao qual pertence o ponto auxiliar (0, 0).



### 6.1.9. Resolução Gráfica de um sistema de inequações do 1º grau

Para resolver um sistema de inequações do 1º grau graficamente devemos:

- traçar num mesmo plano o gráfico de cada inequação;
- determinar a região correspondente à intersecção dos dois semiplanos.

**Exemplos:**

Dê a resolução gráfica do sistema:

$$\begin{cases} -x + y \leq 4 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

**Solução:**

Traçar as retas:  $-x + y = 4$  e  $3x + 2y = 6$ .

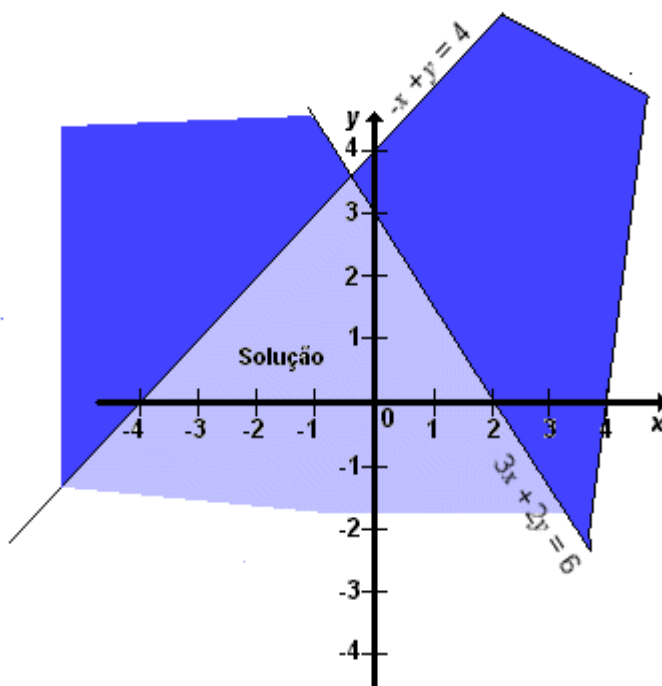
Tabela

$$-x + y = 4$$

x	y	(x, y)
0	4	(0, 4)
-4	0	(-4, 0)

$$3x + 2y = 6$$

X	Y	(x, y)
0	-3	(0, -1)
2	0	(1, 0)



Gráfico

### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

(série G)

1) Represente o gráfico do conjunto solução das inequações lineares abaixo:

- a)  $x + y \geq 2$
- b)  $x + 2y \geq 4$
- c)  $-x + 6y \leq 10$
- d)  $2x - y \leq 0$
- e)  $x - 5y \leq 20$
- f)  $-2x - 8y \geq 10$

2) Encontre o Conjunto Solução dos sistemas de inequações, abaixo:

a) 
$$\begin{cases} x + 3y \leq 12 \\ 2x + y \geq 16 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ 5x + y \geq 10 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + y \geq 7 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 4x - y \leq 0 \end{cases}$$

## 7. MÁXIMOS E MÍNIMOS CONDICIONADOS

Muitos problemas de Administração tratam essencialmente da alocação de recursos limitados - dinheiro, pessoal, materiais, máquinas, tempo...- tendo em vista maximizar algum índice de performance ou minimizar alguma medida de custo. As técnicas matemáticas para planejar tais alocações constituem a programação matemática. O caso particular no qual o índice de performance ou de custo é uma função linear e as restrições sobre a disponibilidade ou utilização de recursos são expressáveis como equações ou desigualdades lineares, é denominado programação linear. Mais especificamente, o problema da programação linear envolve a maximização ou a minimização de uma função linear denominada de função objetivo. Aprenderemos a solucionar esses problemas por meio do processo gráfico (ou geométrico), que são resolvidos, escrevendo-se as restrições de desigualdade como igualdades e determinando, então, um polígono de soluções viáveis.

**Teorema:** Se existir uma única solução que maximiza ou minimiza uma função objetivo, então essa solução deve corresponder a um vértice (ou ponto extremo) do polígono de soluções viáveis. Portanto, o valor da função objetivo precisa ser calculado apenas para soluções que correspondam a vértices do polígono de soluções.

### **Passos para solução:**

- 1 – Localização da equação principal => máximos e mínimos => objetivos do problema;
- 2 – Localização das demais inequações;
- 3 – Representação das inequações secundárias no plano cartesiano;
- 4 – Localização dos vértices, do polígono solução;
- 5 – Substituição dos vértices na equação principal.

**Exemplo:** Uma empresa fabrica dois tipos de produtos “Fibra” e “Tela”. Cada produto do tipo “Fibra” necessita de 5 minutos para o corte e 10 minutos para a montagem; cada produto do tipo “Tela” precisa de 8 minutos para o corte e 8 minutos para a montagem. Dispõe-se de 3 horas e 20 minutos para o corte e 4 horas para a montagem. O lucro é de R\$ 10,00 por cada produto do tipo “Fibra” e R\$ 12,00 por cada produto do tipo “Tela”. Quantos produtos de cada tipo deve a empresa fabricar para maximizar o lucro?

### **Solução:**

Se a empresa fabricar  $x$  quantidades do produto do tipo “Fibra”, seu lucro será de  $10x$  reais. E se a empresa fabricar  $y$  quantidades do produto tipo “Tela”, seu lucro será de  $12y$  reais.

Por outro lado, se a empresa fabricar  $x$  quantidades do produto tipo “Fibra”, ela necessitará de  $5x$  minutos para o corte, e  $10x$  minutos para a montagem.

De modo análogo, se a empresa fabricar  $y$  quantidades do produto tipo “Tela”, ela necessitará de  $8x$  minutos para o corte, e  $8y$  minutos para a montagem.

Então, o tempo gasto para fabricar  $x$  produtos do tipo “Fibra” e  $y$  produtos do tipo “Tela” será:

$$\begin{aligned} &5x + 8y \text{ para o corte e} \\ &10x + 8y \text{ para a montagem.} \end{aligned}$$

Essas quantidades devem ser no máximo iguais a **3h20min** para o corte e **4h** para a montagem.

Logo, o problema consiste em determinar, a equação principal, o valor máximo da função dada por:

$$\text{Lucro máximo} = L_{\text{máx}} = 10x + 12y$$

Sabendo-se que:

$$\begin{array}{l} \text{1) Corte (min)} \\ \text{2) Montagem (min)} \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Fibra} & \text{Tela} \\ (x) & (y) \end{array} \right. \begin{array}{l} 5x + 8y \leq 3\text{h}20\text{min} \\ 10x + 8y \leq 4\text{h} \end{array} \begin{array}{l} = 200\text{min} \\ = 240\text{min} \end{array}$$

$$x \geq 0 \text{ e } y \geq 0$$

1)  $5x + 8y \leq 200$

$5x + 8y = 200$

2)  $10x + 8y \leq 240$

$10x + 8y = 240$

X	Y
0	25
40	0

X	y
0	30
24	0

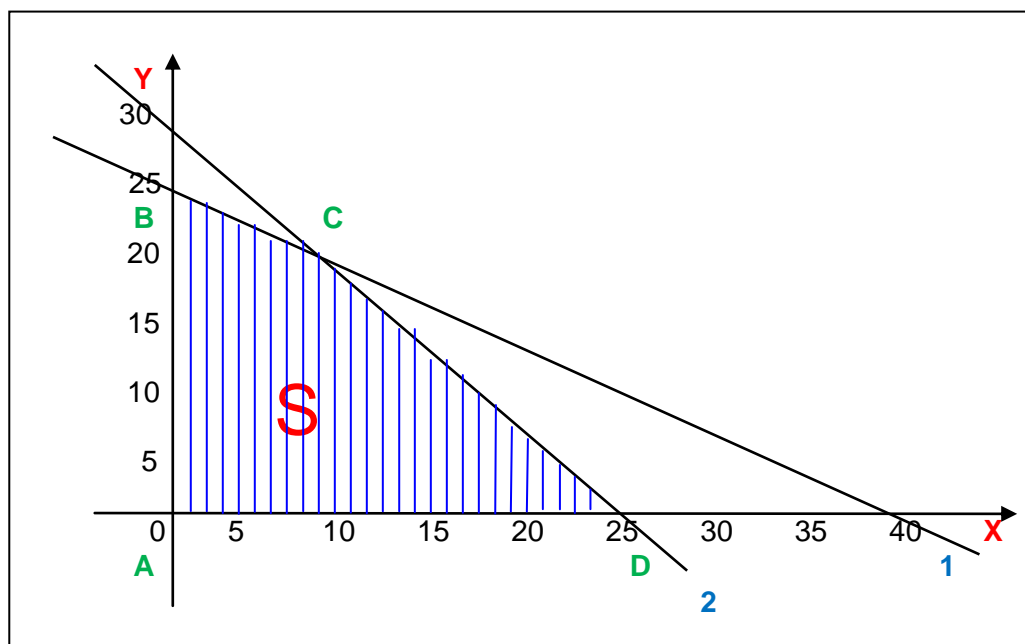
Para (0,0) em  $5x + 8y \leq 200$

$0 \leq 200$  (v)

Para (0,0) em  $10x + 8y \leq 240$

$0 \leq 240$  (v)

**Passo 1.** Representando o sistema de desigualdades, obtemos o conjunto poligonal da figura seguinte:



**Passo 2.** Determinação dos vértices

$$A = (0,0)$$

$$B = (0,25)$$

$$C = 1 \cap 2 \Rightarrow \begin{cases} 5x + 8y = 200 \\ 10x + 8y = 240 \quad (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 8y = 200 \\ -10x - 8y = -240 \\ \hline -5x = -40 \end{cases}$$

$$x = 8$$

$$5x + 8y = 200$$

$$5.8 + 8y = 200$$

$$40 + 8y = 200$$

$$8y = 200 - 40$$

$$8y = 160$$

$$y = 20$$

$$C (8,20)$$

$$D (24,0)$$

**Passo 3.** Cálculo dos valores nos vértices

$$\text{Lucro máximo} = L_{\text{máx}} = 10x + 12y$$

$$A = (0,0) \Rightarrow z = 10.0 + 12.0 = 0,0$$

$$B = (0,25) \Rightarrow z = 10.0 + 12.25 = 300,00$$

$$C = (8,20) \Rightarrow z = 10.8 + 12.20 = 320,00$$

$$D = (24,0) \Rightarrow z = 10.24 + 12.0 = 240,00$$

Portanto,

$$C = R\$ 320,00$$

$$x = 8 \quad y = 20$$

**Resposta:** A empresa atingirá o Lucro Máximo ao fabricar 8 produtos tipo “Fibra” e 20 produtos, tipo “Tela”.

**EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO**  
(série H)

- 01.** Uma Cia. fabrica dois tipos de engradados de madeira para o trabalho pesado. O lucro de cada engradado do tipo “1” é de R\$ 18,00 e o lucro de cada engradado do tipo “2” é de R\$ 24,00. Cada engradado deve passar por duas linhas de produção; dispõe-se de um total de 10 h para a linha de produção “Cola” e um total de 12 h para a linha de produção do tipo “Seladora”. Cada engradado do tipo “1” exige 2 horas na linha de produção “Cola” e 4 horas na linha “Seladora”. Cada engradado do tipo “2” exige 5 horas na linha “Cola” e 3 horas na linha “Seladora”. Determine o número de engradados de cada tipo que deve ser produzido para maximizar o lucro.
- 02.** Uma empresa pode fabricar dois produtos: Fosco e Transparente. Na fabricação do produto “Fosco” a empresa gasta nove horas-homem e três horas-máquina. Na fabricação do produto “Transparente” a empresa gasta uma hora-homem e uma hora-máquina. Sabendo-se que a empresa dispõe de 18 horas-homem e 12 horas-máquina e ainda que os lucros dos produtos são R\$ 4,00 e R\$ 1,00 respectivamente, quanto deve a empresa fabricar de cada produto para obter o maior lucro possível (ou o lucro máximo ou ainda maximizar o lucro)?
- 03.** Um rapaz namora duas garotas, Maria e Nanci. Por sua experiência com elas, ele sabe que Maria, a sofisticada, gosta de ir a locais mais exclusivos onde em média, se gastam R\$ 72,00 por 3 horas. Nanci, por outro lado, prefere lugares mais populares, onde 3 horas custam R\$ 48,00. O seu orçamento lhe permite gastar R\$ 288,00 por mês, em diversões. O seu trabalho escolar só deixa no máximo, 18 horas e 4000 calorias de sua energia para atividades sociais. Cada encontro seu com Maria consome 500 calorias de energia, mas sendo mais viva, Nanci consome o dobro desse valor. Se ele espera 6 unidades de prazer de um encontro com Maria e 5 unidades com Nanci, como ele deve planejar sua vida social para maximizar o prazer?



**04.** Para manter a sua saúde, uma pessoa necessita preencher certos requisitos mínimos de consumo diário de diversos tipos de nutrientes. Suponhamos por simplicidade, que apenas três tipos de nutrientes sejam necessários; cálcio, proteína e calorias. Além disso, suponhamos também que a dieta da pessoa em questão consista em apenas dois alimentos, 1 e 2, cujos preços e conteúdos nutritivos são mostrados na tabela, onde também testamos o requisito mínimo diário de cada nutriente. Qual a combinação dos dois alimentos que satisfaz o requisito diário e gera o custo mínimo?

Item	Alimento 1 (Kg)	Alimento 2 (Kg)	Requisito Mínimo
Preço R\$	0,60	1,00	Zero
Cálcio	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>20</b>
Proteínas	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>20</b>
Calorias	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>12</b>

**05.** Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e de proteínas é de 36 unidades por dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteína. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 de proteínas. Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa R\$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R\$ 2,50.

**06.** Junior deseja fazer um churrasco com carne de boi e carne de frango que custam R\$ 15,00 e R\$ 8,00 o kilo, respectivamente. Junior sabe, por experiência anterior, que não deve comprar menos que 120 kg no total, e que a quantidade de carne de boi a ser comprada não deve ser inferior a 80 kilos nem superior a 180 kilos. Sabe-se também que a quantidade de carne de frango a ser comprada não deve ser inferior a 5 kilos e nem superior a 40 kilos. Por outro lado, ele pretende que a relação entre as quantidades de carne de boi e de frango a 3. Determinar as quantidades de carne de boi e carne de frango a ser comprada de modo que o custo seja o menor possível e que as restrições mencionadas sejam satisfeitas.

- 07.** Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa “Esporte” com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa “Novela” com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo, 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores?
- 08.** Um fazendeiro deseja otimizar as plantações de arroz e milho na sua fazenda. O fazendeiro quer saber as áreas de arroz e milho que devem ser plantadas para que o seu lucro nas plantações sejam o máximo. O seu lucro por unidade de área plantada de arroz é 5 unidades monetárias, e por unidade de área plantada de milho é 2 unidades monetárias. As áreas plantadas de arroz e milho não devem ser maiores que 3 e 4 respectivamente. Cada unidade de área plantada de arroz consome 1 homem-hora. Cada unidade de área plantada de milho consome 2 homens-hora. O consumo total de homens-hora nas duas plantações não deve ser maior que 9
- 09.** Um agricultor dispõe de 10 alqueires de terra no interior do estado e pretende cultivá-los plantando dois tipos de vegetais, Brócolis e Espinafre. Para uma boa produção de vegetal Brócolis é necessário empregar 200 Kg de fertilizante p/ alqueire, enquanto que o tipo Espinafre, requer 300 Kg p/ alqueire. O lucro líquido por alqueire do vegetal Brócolis é de R\$ 10.000,00, enquanto que o Espinafre é de R\$ 15.000,00. Além disso, o agricultor não pretende empregar mais que 2400 Kg de fertilizante nem plantar mais que 6 alqueires do Espinafre, em virtude dos problemas de mercado, embora deseje também plantar pelo menos 3 alqueires para o vegetal Brócolis. Quantos alqueires de cada tipo de vegetal deverão ser plantados de modo que o lucro seja máximo?
- 10.** Um agricultor dispõe de 20 alqueires de terra no interior do estado e pretende cultivá-los plantando dois tipos de Vegetais: Beterraba e Cenoura. Para uma boa produção de Beterraba é necessário empregar 400 Kg. de fertilizante por alqueire, enquanto que para o plantio de Cenoura, requer 200 Kg por alqueire. O lucro líquido por alqueire da Beterraba é de R\$ 12.500,00, enquanto que a Cenoura é de R\$ 10.000,00. Além disso, o agricultor não pretende empregar mais que 4.400 Kg. de fertilizante nem plantar mais que 10 alqueires de Cenoura, em virtude dos problemas de mercado, embora seu desejo também é plantar pelo menos 8 alqueires para o vegetal Beterraba. Quantos alqueires de cada tipo de vegetal deverão ser plantados de modo que o lucro seja máximo?

11. Uma micro-empresa tem disponíveis os seguintes tecidos: 20 m<sup>2</sup> de algodão, 16 m<sup>2</sup> de seda e 18 m<sup>2</sup> de lã. Para confeccionar um terno padrão, são necessários 2 m<sup>2</sup> de algodão, 1 m<sup>2</sup> de seda e 1 m<sup>2</sup> de lã. Para um vestido padrão, são necessários 1 m<sup>2</sup> de algodão, 2 m<sup>2</sup> de seda e 3 m<sup>2</sup> de lã. Se o lucro líquido de um terno é de R\$ 250,00 e de um vestido de R\$ 300,00. Quantas peças de cada tipo a micro-empresa deve fabricar para ter o maior lucro possível?
  
12. Uma empresa possui dois tipos de máquinas “M1” e “M2”. A máquina “M1” pode produzir diariamente 1000 parafusos Sextavados, 2000 parafusos Fendados e 1500 parafusos Allen. A máquina “M2” pode produzir diariamente 5000 parafusos Sextavados, 800 parafusos Fendados e 1500 parafusos Allen. Como o Custo Operacional diário da máquina “M1” é de R\$ 200,00 e da “M2” é de R\$ 250,00, deseja-se saber quantos dias cada máquina deverá ser operada, de modo a produzir, com o menor Custo possível, pelo menos 40.000 parafusos Sextavados, 24.000 Parafusos Fendados e 30.000 Parafusos Allen.
  
13. Uma empresa deseja confeccionar camisetas Polo e Regata. A camiseta Polo necessita de um minuto para o corte e dois minutos para a embalagem. A camiseta Regata necessita de um minuto para o corte e um minuto para a embalagem. Sabendo-se que a empresa dispõe de dois minutos para o corte e três minutos para a embalagem. Determine a quantidade adequada para a fabricação de cada produto de modo que, o Lucro seja Máximo respeitando a função objetiva expressa: Lucro Máximo de 15,00 para a camiseta Polo e R\$ 25,00 para a camiseta Regata.
  
14. Uma micro-empresa tem disponíveis os seguintes tecidos: 16 m<sup>2</sup> de algodão, 11 m<sup>2</sup> de seda e 15 m<sup>2</sup> de lã. Para confeccionar um terno padrão, são necessários 2 m<sup>2</sup> de algodão, 1 m<sup>2</sup> de seda e 1 m<sup>2</sup> de lã. Para um vestido padrão, são necessários 1 m<sup>2</sup> de algodão, 2 m<sup>2</sup> de seda e 3 m<sup>2</sup> de lã. Se o lucro líquido de um terno é de 300 unidades monetárias e de um vestido de 500 unidades monetárias, quantas peças de cada tipo a micro-empresa deve fabricar para ter o maior lucro possível?
  
15. Uma companhia de transporte tem dois tipos de caminhões: o tipo Baú Large tem 2 m<sup>3</sup> de espaço refrigerado e 3 m<sup>3</sup> de espaço não refrigerado; o tipo Baú Small tem 2 m<sup>3</sup> de espaço refrigerado e 1 m<sup>3</sup> de não refrigerado. O cliente quer transportar produtos que necessitarão de 16 m<sup>3</sup> de espaço refrigerado e 12 m<sup>3</sup> de espaço não refrigerado. A companhia calcula que são necessários 1100 litros de combustível para uma viagem com o caminhão Large e 750 litros para o caminhão Small. Quantas viagens deverão ser feitas por cada tipo de caminhão para que se tenha o menor custo de combustível?

## 8. ENIGMAS

### Exercícios para o desenvolvimento do Raciocínio Lógico, Crítico e Analítico

A história registra inúmeros exemplos de quebra cabeças que geraram importantes pesquisas de Matemática. Entre os vários cientistas que se preocuparam com problemas curiosos, sem se descartarem das preocupações com intrincados problemas científicos, estava o físico alemão Albert Einstein. Sua estante era repleta de obras de Matemática recreativa. Não é à toa que muitos definem ciência como o esforço sistemático em obter respostas cada vez melhores para os quebra cabeças que a natureza nos impõe.

Se esse modo de enxergar a ciência é pelo menos aceitável e se um dos objetivos da escola é fornecer à sociedade os cientistas com os quais ela vai contar para resolver seus problemas futuros, não seria desejável que se estimulasse os alunos?.

Se você está entre aquelas pessoas que não dormem até encontrar a solução das curiosidades com que se deparam, tente resolver estes problemas.

#### 08.01 As borboletas do campo

Era uma bela tarde de primavera e na calma de um jardim florido de um parque duas crianças brincavam distraídas sob as sombras das árvores. Bem próximo delas várias borboletas se divertiam, recolhendo pólen das flores. As crianças perceberam as borboletas e puseram-se a fitá-las atentamente. Acharam graça e tentaram contá-las sem sucesso. Uma das crianças resolveu então perguntar a um senhor de barbas brancas que se encontrava sentado num banco do jardim, quantas borboletas havia lá? Após observá-las por alguns instantes ele disse: “Vou responder a pergunta, mas você terão de decifrar minha resposta e disse:

- “A terça parte das borboletas está flutuando sobre as margaridas. A quinta parte voa e brinca entre os jardins perfumados. O triplo da diferença entre esses dois números paira sobre as primolas e uma borboleta solitária esta pousada sobre um cravo vermelho. Quantas borboletas tinham no parque?

### **08.02 O Problema dos Anjos**

Ao morrer, os homens são levados a uma grande sala com duas portas idênticas. Uma é a entrada do céu e a outra a do inferno. Dois anjos estão postados no balcão da eternidade e sabe-se que um deles responde invariavelmente com a verdade, e o outro com a mentira. Como determinar a porta correta - a porta do céu, claro - se só se pode fazer uma única pergunta a um só dos anjos? (*dica: Filme Labirinto*)

### **08.03 Nem só de XIS vive a Matemática**

Uma senhora, mãe de três filhos, vai visitá-los e resolve presentear-los com ovos frescos que leva numa cesta. Ao mais velho, ela dá a metade do que tem na cesta, mais meio ovo. O do meio recebe metade do que restou na cesta, mais meio ovo. O filho mais novo ganha a metade do que sobrou, mais meio ovo. E a mãe fica sem nada. Quantos ovos havia na cesta e quantos a mãe deu a cada filho?

### **08.04 Além do Teorema**

Polícrates, tirano de Samos, pergunta a Pitágoras qual o número de seus discípulos?

Ditoso, Pitágoras, filho das Musas, diz-me: quantos atletas preparas na tua escola para os gloriosos exercícios da filosofia?

- Eu te digo, Polícrates: metade estuda as ciências matemáticas; a eterna natureza é o objeto dos trabalhos de um quarto; um sétimo exercita-se no silêncio e na meditação.

Há, além disso, três mulheres, das quais Teano é a mais notável. Eis o número de meus alunos. Quantos alunos tinha Pitágoras nessa época?

### **08.05 Astros- diplomacia**

O ano é 3432. Os terráqueos estão preocupadíssimos com rumores de um iminente ataque do planeta Elgar a uma das colônias da Federação Galática e exigem uma entrevista com o líder dos elgarianos, Duluth. O embaixador é avisado de que Duluth segue um estranho código de ética: quando mente, ele o faz uma só vez durante uma audiência. Seu conselheiro, Gore, por outro lado, jamais profere uma inverdade. Sua única travessura é adorar enigmas e quebra-cabeças. A missão do embaixador é descobrir qual das três colônias – Antares, Beltegeuse ou Cygnus – os elgarianos pretendem invadir. Assim que se vê a sós com os dois eminentes personagens, o embaixador vai direto ao ponto:

- É Antares que você pretende sacar?

- Sim, respondeu Duluth.

Imediatamente, o conselheiro intervém com um sorriso irônico:

- *Você só pode fazer mais uma pergunta a nosso líder. E uma para mim também, se quiser. E nós só responderemos com sim ou não.*

Que perguntas o embaixador deverá fazer, e a quem, dos notáveis elgarianos, para obter a informação de que necessita

#### **08.06 Dilema**

Você dispõe de cinco pilhas de apostilas contendo, cada uma, cinco exemplares. Em quatro dessas pilhas, cada apostila tem massa de 100g. Em uma das pilhas, no entanto, cada apostila tem massa um pouco maior: 101g. A diferença entre as pilhas é tão pequena (5g) que só é registrada por uma balança. Como determinar a pilha mais pesada efetuando-se uma única pesagem?

#### **08.07 O escravo do saber**

O filósofo Sócrates, interessado em avaliar a capacidade de raciocínio de seu escravo, pediu-lhe que organizasse o depósito de mantimentos da casa. O problema, explicou, é que havia três ânforas, uma contendo somente azeitonas pretas, outra só azeitonas verdes e a terceira azeitonas do tipo misturada. As inscrições: PRETAS, VERDES e PRETAS E VERDES., penduradas nas vasilhas, estavam todas trocadas. Para minimizar o risco de que as azeitonas se deteriorassem em contato com o ar, o escravo deveria ser capaz de recolocar as inscrições de maneira correta, abrindo uma fresta mínima numa das ânforas e retirando apenas uma azeitona para verificar sua cor à luz do dia.

De qual recipiente o escravo teve que retirar a azeitona?

Como ele recolocou as inscrições?

#### **08.08 Mistura homogênea**

Num balde há 20 copos de água e noutro há 20 copos de álcool. Retira-se um copo de água do primeiro balde e coloca-se no segundo; depois retira-se um copo da mistura do segundo balde e coloca-se no primeiro.

No final da operação fica-se com mais água no álcool ou com mais álcool na água.

#### **08.09 Chove chuva**

Um estudante em férias passou 29 dias com a namorada numa praia do litoral norte de São Paulo. Durante esse período, em meio a outras atividades mais interessantes, observou que:

- **1º** - sempre que choveu de manhã, também choveu à tarde;
- **2º** - houve sete manhãs e 4 tardes sem chuva.

Ao voltar, em conversas com amigos, tentou calcular:

- a) em quantos dias não havia chovido;
- b) quantos haviam sido os dias inteiros de chuva.

A que conclusão chegou?

#### 08.10 Por um!

Uma sala de aulas de desenho está montada com bancos de dois lugares cada um. Se cada banco for ocupado por dois alunos, vai sobrar um banco; mas se cada aluno ocupar um banco, sobrá um aluno. Quantos são os bancos e quantos são os alunos?