准考证号：　　姓名：　　年级：　　学校：　　市：

装　订　线

2011年全国高中数学联赛安徽赛区初赛试卷

（考试时间：2011年9月10日9:00—11:30）

题　号	一	二				总　分
		9	10	11	12	
得　分						
评卷人						
复核人						

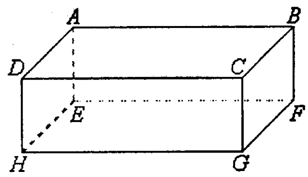
注意：1．本试卷共12小题，满分150分；　2．用钢笔、签字笔或圆珠笔作答；
3．书写不要超过装订线；　4．不能使用计算器。

一、填空题（每题8分，共64分）

1．以 $|X|$ 表示集合 X 的元素个数。若有限集合 A,B,C 满足 $|A\cup B|=20$，$|B\cup C|=30$，$|C\cup A|=40$，则 $|A\cap B\cap C|$ 的最大可能值为__________。

2．设 a 是正数。若 $f(x)=\sqrt{x^2-6ax+10a^2}+\sqrt{x^2+2ax+5a^2}$（$x\in\mathbf{R}$）的最小值为10，则 $a=$__________。

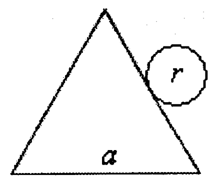
3．已知实系数多项式 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ 满足 $f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=6$，则 $f(0)+f(4)$ 的所有可能值集合为__________。



第5题图

4．设展开式 $(5x+1)^n=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n,\ n\geq 2011$。若 $a_{2011}=\max(a_0,a_1,\cdots,a_n)$，则 $n=$__________。

5．在如图所示的长方体 $ABCD-EFGH$ 中，设 P 是矩形 $EFGH$ 的中心，线段 AP 交平面 BDE 于点 Q，$AB=3,\ AD=2,\ AE=1$，则 $PQ=$__________。



第6题图

6．平面上一个半径 r 的动圆沿边长 a 的正三角形的外侧滚动，动圆扫过区域的面积为__________。

7．设直角坐标平面上的点 (x,y) 与复数 $x+y\mathrm{i}$ 一一对应。若点 A,B 分别对应复数 z,z^{-1}（$z\notin\mathbf{R}$），则直线 AB 与 x 轴的交点对应的复数为__________（用 z 和 $\bar{z}$ 表示）。

8．设 n 是大于4的偶数。随机选取正 n 边形的4个顶点构造四边形，得到矩形的概率为__________。

二、解答题（第 9—10 题每题 22 分，第 11—12 题每题 21 分，共 86 分）

9．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=a_2=1$，$a_n=1-\dfrac{a_1+\cdots+a_{n-2}}{4}$（$n\geq 3$）。求$a_n$的通项公式。

10．已知正整数$a_1,a_2,\cdots,a_n$都不是素数，并且两两互素。求证：$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}<\dfrac{1}{2}$。

11．设$f(x)=ax^3+bx+c$（a,b,c是实数），当$0\leq x\leq 1$时，$0\leq f(x)\leq 1$。求b的最大可能值。

12．设点$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$C(2,0)$，D在双曲线$x^2-y^2=1$的左支上，$D\neq A$，直线CD交双曲线$x^2-y^2=1$的右支于点E。求证：直线AD与BE的交点P在直线$x=\dfrac{1}{2}$上。