-2011年全国高中数学联合竞赛（四川初赛）

（5月15日下午14：30——16：30）

题 目	一	二	三				总成绩
			13	14	15	16	
得 分							
评卷人							
复核人							

考生注意：1、本试卷共三大题（16个小题），全卷满分140分.

2、用黑（蓝）色圆珠笔或钢笔作答.　　3、计算器、通讯工具不准带入考场.

4、解题书写不要超过密封线.

一、选择题（本题满分30分，每小题5分）

得 分	评卷人

本题共有6小题，每题均给出（A）、（B）、（C）、（D）四个结论，其中有且仅有一个是正确的. 请将正确答案的代表字母填在题后的括号内. 每小题选对得5分；不选、选错或选出的代表字母超过一个（不论是否写在括号内），一律得0分.

1、双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左、右准线$l_1$、$l_2$将线段$F_1F_2$三等分（其中$F_1$、$F_2$分别为双曲线的左、右焦点），则该双曲线的离心率$e$等于

A、$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B、$\sqrt{3}$　　C、$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D、$2\sqrt{3}$　　**【答】**(　　)

2、已知三次函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，$(a,b,c,d\in R)$,

命题p：$y=f(x)$是R上的单调函数；

命题q：$y=f(x)$的图像与x轴恰有一个交点.

则p是q的（　　）

A、充分但不必要条件　　B、必要但不充分条件

C、充要条件　　D、既不充分也不必要条件　　**【答】**(　　)

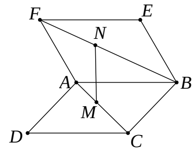
3、甲、乙、丙三人一起玩“剪刀、石头、布”的游戏. 每一局甲、乙、丙同时出“剪刀、石头、布”中的一种手势，且是相互独立的. 设在一局中甲赢的人数为ξ，则随机变量ξ的数学期望$E\xi$的值为（　　）

A、$\frac{1}{3}$　　B、$\frac{4}{9}$　　C、$\frac{2}{3}$　　D、1　　**【答】**(　　)

4、函数$f(x)=\sqrt{x-5}+\sqrt{24-3x}$的最大值为（　　）

A、$\sqrt{3}$　　　B、3　　　C、$2\sqrt{3}$　　　D、$3\sqrt{3}$

【答】(　)



5、如图，边长为 2 的正方形 *ABCD* 和正方形 *ABEF* 所在的面成 60°角，*M*、*N* 分别是线段 *AC* 和 *BF* 上的点，且 $AM = FN$，则线段 *MN* 的长的取值范围是

A、$[\frac{1}{2}, 2]$　　　B、$[1,2]$

C、$[\sqrt{2},2]$　　　D、$[\sqrt{3},2]$　　　【答】(　)

6、设数列$\{a_n\}$为等差数列，数列$\{b_n\}$满足：$b_1 = a_1$，$b_2 = a_2 + a_3$，

$b_3 = a_4 + a_5 + a_6$，……，若$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{n^3} = 2$，则数列$\{a_n\}$的公差 d 为（　）

A、$\frac{1}{2}$　　B、1　　C、2　　D、4　　　【答】(　)

二、填空题（本题满分 30 分，每小题 5 分）

得 分	评卷人

本题共有 6 小题，要求直接将答案写在横线上.

7、已知实数 x 满足$|2x+1|+|2x-5|=6$，则 x 的取值范围是__________________.

8、设平面内的两个非零向量$\vec{a}$与$\vec{b}$相互垂直，且$|\vec{b}|=1$，

则使得向量$\vec{a}+m\vec{b}$与$\vec{a}+(1-m)\vec{b}$互相垂直的所有实数 m 之和为______________.

9、记实数等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{10}=10, S_{30}=70$，则 $S_{40}=$__________.

10、设 x 为实数，定义$\lceil x\rceil$为不小于 x 的最小整数，例如$\lceil \pi\rceil=4$，$\lceil -\pi\rceil=-3$.

关于实数 x 的方程$\lceil 3x+1\rceil = 2x-\frac{1}{2}$的全部实根之和等于______________________.

11、已知$(1+\sqrt{3})^n = a_n + b_n\sqrt{3}$，其中 a_n, b_n 为整数，则$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_n}{b_n}=$________________.

得 分	评卷人

12、已知三棱锥 *S-ABC* 的底面是以 *AB* 为斜边的等腰直角三角形，且 *SA*=*SB*=*SC*=*AB*=2,

设 *S*、*A*、*B*、*C* 四点均在以 *O* 为球心的某个球面上，则点 *O* 到平面 *ABC* 的距离为________.

三、解答题（本题满分 80 分，每小题 20 分）

13、已知 $m>0$，若函数 $f(x)=x+\sqrt{100-mx}$ 的最大值为 $g(m)$，

求 $g(m)$ 的最小值.

得 分	评卷人

14、已知函数 $f(x)=2(\sin^4 x+\cos^4 x)+m(\sin x+\cos x)^4$

在 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 有最大值 5，求实数 m 的值.

得 分	评卷人

15、抛物线 $y=x^2$ 与过点 $P(-1,-1)$ 的直线 l 交于 P_1 、 P_2 两点.

（I）求直线 l 的斜率 k 的取值范围；

(II) 求在线段 P_1P_2 上满足条件 $\dfrac{1}{PP_1}+\dfrac{1}{PP_2}=\dfrac{2}{PQ}$ 的点 Q 的轨迹方程.

得 分	评卷人

16、已知m为实数，数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，

满足：$S_n=\frac{9}{8}a_n-\frac{4}{3}\times 3^n+m$，且$a_n\geq\frac{64}{3}$对任何的正整数$n$恒成立.

求证：当m取到最大值时，对任何正整数n都有$\sum_{k=1}^{n}\frac{3^k}{S_k}<\frac{3}{16}$.