

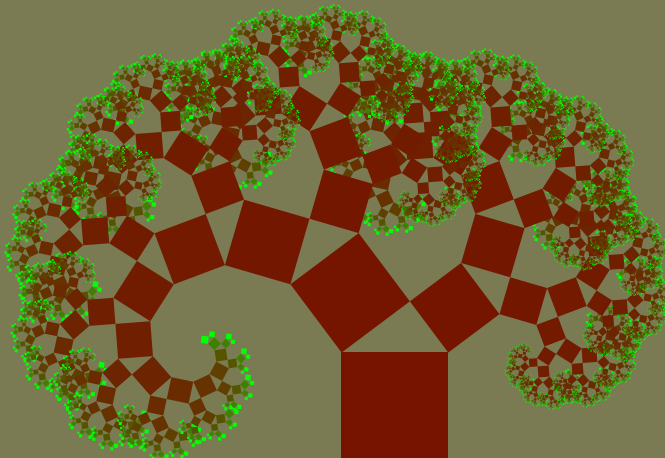
电子信息速递

ISSN 2073-0616

# 学数学

Mathematics Studying

2012 年 7 月 | 试刊号



探索数学学习本源    研究数学思想方法  
关注数学发展动态    拓展数学学习视野

香港鹏博文化传播有限公司

HONG KONG PENGBO CULTURE COMMUNICATION., LIMITED

鹏博出版社

# 目次

## 信息之窗

创刊寄语 .....	单 增	1
发刊词 .....	编辑部	1
致读者 .....	编辑部	2
杂志导读 .....	编辑部	2
2012 年数学竞赛信息通报 .....		3
为学与做人 .....		4
中法学者追忆数学天才伽罗瓦 .....		9
上海数学中心揭牌奠基 .....		9
著名数学家谷超豪最后时光最挂念“上海数学中心” .....		10
数学的威力有多大 .....		12
信息技术能否让学生爱上数学 .....		13
2012 “四大联盟”自主招生政策 .....		14
2012 各大联盟自主招生试题 .....		15
2012 年北京大学保送生考试部分面试试题 .....		18
2012 年清华大学保送生考试部分面试试题 .....		18

## 专题研究

谈谈向量法与质点法 .....	张景中 彭翥成	19
关于数学问题解答栏不等式问题的研究性学习 .....	安振平	20
高斯函数的性质及应用 .....	雷 勇	20

## 自主招生

联赛初赛试题分类汇编—函数部分 .....	闫伟锋	21
-----------------------	-----	----

## 高考研究

一道高考解几题的平凡解法探索 .....	李 红	22
----------------------	-----	----

## 短文集萃

“多思”与“统一” .....	费振鹏	23
-----------------	-----	----

## 赛题解析

2012 年全国高中数学联赛江苏赛区初赛试题与参考解答 .....		24
2011 印度地区数学奥林匹克试题与参考解答 .....		25
2011/12 年英国数学奥林匹克第一轮试题与参考解答 .....		25
2012 年俄罗斯数学奥林匹克九年级试题与参考解答 .....		25
2012 年亚太数学奥林匹克试题与参考解答 .....		26
2012 年首届欧洲女子数学奥林匹克试题与参考解答 .....		26

## 英语数学

2011 年美国数学邀请赛试题代数部分汇编 .....		27
-----------------------------	--	----

## 数学考场

2010 年莫斯科大学计算数学与控制论系入学考试试题 .....		27
----------------------------------	--	----

## 数学贴吧

数学贴吧问题 .....		28
--------------	--	----

信息之窗

# 学数学

单 博

## 创 刊 寄 语

单 博

《学数学》，出版了。

这是高中同学的数学杂志。目的是：

1. 帮助同学学习高中数学，解决学习中的疑难问题，改进学习方法。
2. 帮助同学准备高考、自主招生与数学竞赛，提供相关信息，分析考题，模拟试卷。
3. 帮助同学开拓眼界，了解更多的有关自主招生的情况与背景知识。
4. 帮助同学提高学习兴趣，阅读课外书刊，参加数学活动。

华罗庚先生说：“深入浅出是真功夫”。

我们这份杂志要在深入浅出上多下功夫。

希望我们的文章有很强的可读性，有众多的读者群。

希望广大读者多提意见与建议，以便我们改进。

## 发 刊 词

编辑部

一丁破土的嫩芽，只有两片小叶、一丝绿意，与伟岸秀直的大树相比，她是微不足道的。可谁都知道，巨鱼生自粒卵，云松出从细籽，我们正是怀着这样的信心和期盼，来孕育、呵护、培植、憧憬这个新生事物、这份珍爱事业的。

她，没有华丽的名字，只叫《学数学》，读字知其意，闻名识朴真——她为学习与研究高中数学而设，版面不多、装帧不精，但我们全体编辑人员愿以科学的方法、实在的内容、密集的知识、全新的思维、厚重的奉献，弥补其外观上的单薄，使其成为速读时代的精品、薄刊丛中的精英。

我们设想把她办成基础薄弱同学的入门钥

匙，亟待提高同学的上升阶梯，有志远行同学的探究平台；希望她能成为广大高中数学老师的益友，全体爱好数学朋友的良师……同时，她还是一个学习与争鸣的阵地，希望大家充分运用、积极参与，特别欢迎发表你的意见、提出你的问题，让我们一起探索、一同进步。

几经奔波，几番辛劳，几多期待，《学数学》终于发刊了！此刻，我们的紧张大于喜悦，因为我们知道，她仍有不少瑕疵，仍须不断改进……相信在全体编辑人员的努力下，在全体高中师生的关心和参与下，我们的杂志一定会办得更好、更有价值！

□

# 致 读 者

编辑部

《学数学》杂志是高中学生学习数学课程参加高考、准备参加自主招生考试、角逐全国高中数学联赛等各级数学竞赛的得力助手。她是学生研究数学的工具,学好数学的宝典;她是高中数学教师教学的伴侣,竞赛辅导的参考资料。

《学数学》杂志以“探索数学学习本源,研究数学思想方法,关注数学发展动态,拓展数学学习视野”为宗旨,传播数学文化,探究压轴经典,聚焦自主招生,关注竞赛动态。2012年7月我们首先发布电子试刊号,热忱欢迎读者提出你们的宝贵意见与建议。

我们考虑读者使用杂志的便利性,决定以专辑形式出版发行;同时考虑读者使用的时效性,安排如下的编辑出版计划:

第 01, 02 月: 综合学习; 第 03, 04 月: 高考复习; 第 05, 06 月: 综合学习;

第 07, 08 月: 高考研究; 第 09, 10 月: 数学竞赛; 第 11, 12 月: 自主招生。

特别赠送信息速递 PDF 版电子刊,读者可以通过学数学电子信息速递(<http://www.omaths.com/bbs> 顶部右侧)的链接进行邮件订阅。我们将通过此项服务,为读者提供及时的国内外著名大学自主招生政策、数学课

外活动和数学竞赛的试题等相关信息。

另外,为了便于读者交流与订阅,我们特设《学数学》杂志读者 QQ 群: 208949603。

当然,我们还热忱欢迎广大高中学生、教师及数学爱好者为各个专辑相关栏目撰稿,把你们的学习、研究数学的经验介绍给大家,特别欢迎适合高中生阅读的、内容充实的专题讲座和指导解题的精品文章。来稿时请注意以下各项:

1. 来稿请标注所投专辑,专题应附有相应练习题,并给出答案或提示。

2. 文中例题最好选用国内高考试题(含模拟试题)、国内外大学自主招生试题、世界各国各级高中竞赛试题,并请标出试题全称、届次和时间。

3. 凡为本刊数学考场和数学贴吧栏目提供的稿件,试题内容范围以高中数学课程标准、数学竞赛大纲为准;题目要有新意(如用成题,必须改编),并注明是自编或改编,改编题须注明原题出处。

4. 来稿不要一稿多投,文责自负,允许编辑修改,所有刊登稿件,出版社付稿酬,版权归出版社所有。

## 杂 志 导 读

编辑部

编辑部考虑读者使用杂志的便利性、时效性,决定以专辑形式出版发行。我们对照前面的编辑计划,对各专辑内容作如下简要的说明。

每年的3月至6月正值高三学子埋头复习迎接高考。我们选择在这个时候给各位迎考的老师、学生提出一些复习的指导意义,并特约一线著名教师将高考热点与难点问题的研究成果呈现给大家;高考之后我们还将整理一线教师相关稿件及编委成员研究高考试题成果;由此编辑形成高考复习与高考研究专辑;

每年的年底及下年的1,2月份是我国大学自主招生考试密集期,我们特约一线的中学与大学

数学教师为杂志撰写自招热点问题的研究、指导与前瞻性分析的文章,编辑形成自主招生专辑;

每年的9,10月份是全国高中数学联赛的预赛与决赛;每年的1至4月份是世界各国数学奥林匹克竞赛与集训;每年7,8月份又是国内各大数学奥林匹克竞赛与国际数学奥林匹克竞赛。我们特约一线著名的中学数学竞赛教练为杂志编写竞赛热点与难点的专题讲座,赛题解析与模拟训练题的文章,编辑形成数学竞赛专辑。

而对于综合学习专辑,我们将会把日常学习、高考、自主招生考试及数学竞赛整合在一起,尽可能的把它们之间的联系处理得更加融洽。 □

## 2012 年数学竞赛信息通报

畅想未来

(畅想未来新浪博客 -<http://blog.sina.com.cn/changxiangweilai2012>)

### 第 11 届中国女子数学奥林匹克

2012 年第 11 届中国女子数学奥林匹克将于 8 月 8 日—12 日在广州市的广东实验中学举行. 北京仁慧书院姚景峰老师的博客里传来了一个好消息: 今年的中国女子数学奥林匹克竞赛将会有更多名额的优胜者可以直接进入明年的全国数学冬令营.

届时除了我国各省市重点高中派队参加外, 还会吸引许多国外代表队参与其中, 它是一项我国女子中学生最高级别的数学竞赛活动. 当女孩与数学相遇, 当青春与科学相逢, 当热情与理智碰撞, 当智慧与美丽交融, 当所有的这一切都在奥林匹克的舞台上精彩呈现的时候, 留给大家的必将是一场绚丽的精彩表演, 必将是一段难以忘怀的记忆.

中国女子数学奥林匹克 (Chinese Girls' Mathematical Olympiad, 缩写 CGMO), 是特别为女学生而设的数学竞赛. 设立目的在鼓励女学生学习数学和参与竞赛, 培养学习数学兴趣并增强信心. 从 2002 年第一届开始起, 每年 8 月举办. 参赛队伍为中国大陆各省重点中学代表队, 和香港、澳门、菲律宾、俄罗斯、美国等代表队. 比赛设两卷, 每卷四题, 分两天比赛. 全卷满分为 120 分. 按参赛者成绩设金、银、铜牌. 金牌前两名 (去年增加到前三名, 考虑到进入冬令营的女选手人数有明显的下降趋势, 所以今年直接进入冬令营的人数将会有一定的增加) 将入选国际数学奥林匹克中国国家集训队, 参加 IMO 国家队的选拔. 迄今为止, 有两名女同学 (陈卓、张敏) 通过该项比赛, 最终在集训队的选拔中成功“突围”, 入选国际数学奥林匹克中国国家队, 并夺得金牌.

此外, 比赛期间又设有健美操团体比赛. 参赛者会接受健美操训练, 再进行比赛.

去年在深圳举行的“第 10 届女子数学奥林匹克比赛”决出 20 多枚金牌, 前 8 位分别是: 第一名吉林大学附属中学安圣美; 第二名湖北华师一附中杨思怡; 第三名上海中学郭永祎; 第四名武汉二中胡安然; 第五名上海中学周逸凡; 第六名上海中学李晓玥; 第七名广东实验中学张思嘉; 第八名武汉二中俞道骅. 其中, 包括了国外代表队的 6 名金牌选手. 团体第一名由上海中学获得. 前三

名选手获得免试进入 2012 年 1 月在西安举行的数学冬令营.

顺便提一下, 今年在英国举行的首届欧洲女子数学奥林匹克 (其创意来源就是根据我国每年举办的女子数学奥林匹克), 比赛吸引了几乎所有欧洲数学强国和美国、加拿大和澳大利亚的参与, 这与我国现阶段奥林匹克竞赛降温出现了强烈的反差, 它将不断推动欧洲女子选手在竞赛数学上的水平. 明年或许后年, 我国的首支女子国家队能否出现在欧洲女子数学奥林匹克的赛场上, 与他们相互交流, 共同提高, 这将是我們非常期待的一件事.

### 第 9 届中国东南地区数学奥林匹克

中国东南地区数学奥林匹克 (Chinese Southeast Mathematical Olympiad 简称 CSMO) 起源于浙赣闽地区数学奥林匹克, 当时为了加强闽浙赣地区数学奥林匹克的协作和交流, 三省数学奥林匹克协作体在中国数学奥委会副主席裘宗沪先生的倡议与主持下, 于 2003 年开始组织本项活动, 活动主要面向三省高一学生, 并邀请国内外著名重点中学及部分国家地区的高一学生组队参加, 并于 2004 年 7 月正式更名为“中国东南地区数学奥林匹克”.

根据中国数学会奥林匹克委员会的建议, 决定于 2012 年 7 月 25 日至 30 日在福建省莆田第一中学 (福建省莆田市城厢区学院南街 1699 号) 举办第 9 届中国东南地区数学奥林匹克 (The 9th Chinese Southeast Mathematical Olympiad).

### 第 8 届北方数学奥林匹克邀请赛

第 8 届北方数学竞赛于 7 月 29 日至 8 月 4 日在太原五中举行. 7 月 30 至 8 月 1 日培训, 8 月 2、3 日比赛.

### 第 53 届国际数学奥林匹克

2012 年第 53 届国际数学奥林匹克竞赛 IMO(网址: <http://oma.org.ar/imo2012/>) 由阿根

廷主办, 将于 7 月 4 日—16 日在美丽的海滨城市马德普拉塔市举行, 以下就是本届 IMO 的徽标:



本届比赛截止今日共有 103 个国家和地区确定参加该项赛事, 仅少于 2009 年德国的第 50 届 IMO 的 105 个国家和地区, 为 IMO 历史上参赛国家和地区数第二的一届比赛, 其中古巴在时隔几年后, 将再次参赛, 乌干达也将首次派学生参赛……这些都将是为本届比赛增色不少.

按本届 IMO 组委会的日程安排, 7 月 4 日, 将是各国领队报到日, 并于 7 月 5 日—8 日召开相关会议, 而各国代表队的副领队、队员和观察员将于 7 月 8 日抵达马德普拉塔市, 9 日是本届 IMO 的开幕式, 10 日、11 日为两天比赛日, 12—14 日为活动、参观、交流日, 15 日闭幕式及颁奖, 16 日返回.

参赛国家和地区已确定, 但参赛人数至今仍未最后确定, 但我们可以大胆预测: 本届 IMO 参赛人数将少于 2009 年第 50 届 IMO 的 565 人以及去年第 52 届 IMO 的 564 人, 参赛人数将位列历届第三.

我们非常欣喜地看到, 随着时间的推移, 该项活动已成为全世界中学生最高水平的数学竞赛, 可以说, 每届比赛都集中了当年各参赛国最优秀、最具数学天赋的中学生.

我国自 1985 年开始参赛以来, 共参加了 26

届 IMO 的比赛, 共获金牌 119 枚, 银牌 26 枚, 铜牌 5 枚, 可谓战绩辉煌. 就拿 2000 年以来的 12 次比赛来说, 除了 2003 年、2007 年获总分第 2 外, 其余 10 届均总分第一, 成为全世界公认的头号 IMO 大国, 但在辉煌的背后, 我们也体味到了因一些国家水平的提升而带来的一丝“危险”, 去年荷兰第 52 届 IMO, 我们的总分只领先第 2 的美国队 3 分, 差距之微弱, 令我们在感叹幸运的同时, 也或多或少感到了些许压力, 据说, 今年的伊朗队是该国历届参赛队伍中实力最强的一支, 尽管伊朗队还不能给我们带来实质性的压力, 但这支队伍也将可能成为一匹黑马.

自 1959 年罗马尼亚的第 1 届 IMO 的 7 个参与国发展至今, 无论其规模还是影响都是深刻而巨大的, 其中不乏获奖选手日后成为国际数学界一流大师和著名的数学家的范例. 我国自 1985 年起开始融入 IMO 这个大家庭, 除其中一届未参赛外, 共获奖牌 150 枚, 其中金牌 119 枚、银牌 26 枚、铜牌 5 枚 (其中还举办了 1990 年的第 31 届 IMO), 从这些奖牌的分布情况来看: 湖北、上海、北京、湖南和广东无疑是我国中学生竞赛数学的大省, 其中:

湖北: 金牌 17, 银牌 4, 铜牌 1;

上海: 金牌 16, 银牌 3, 铜牌 2;

北京: 金牌 16, 银牌 3, 铜牌 1;

湖南: 金牌 11, 银牌 3, 铜牌 0;

广东: 金牌 11, 银牌 1, 铜牌 1.

之后是: 山东 5 金 1 银; 江苏 4 金 3 银; 四川 4 金 2 银; 天津 4 金 1 银; 浙江 4 金 1 银; 辽宁 3 金 1 银; 吉林 3 金 1 银; 福建、河南、黑龙江、江西、重庆都获 3 金; 陕西 2 金 1 银; 安徽 2 金; 河北 1 金 1 银; 新疆 1 金.

最后我们提前祝由陈景文、吴昊、左浩、余毅阳、刘宇韬和王昊宇组成的中国国家队取得好成绩.

**注:** 印刷版期刊不含以下类似信息, 相关内容将通过信息速递 PDF 版免费发放, 欢迎通过学数学电子信息速递 (<http://www.omaths.com/bbs> 顶部右侧) 的链接进行邮件订阅.

## 为 学 与 做 人

畅想未来的话: 著名华裔数学家, 哈佛大学终身教授, 清华大学数学科学中心主任, “清华学堂”数学班首席教授, 美国科学院院士, 中国科学院外籍院士, 俄罗斯科学院外籍院士, 哈佛大学名誉博士, 数学界最高荣誉菲尔兹奖得主, 1994 年获克拉福德奖, 2010 年获得有“数学家终身成就

奖”之称的沃尔夫数学奖, 所有这些荣誉都标志着这位数学大师非凡的成就.

受清华学生科协之邀, 大师在“星火论坛”上讲述了其对做学问和人生独特的思考, 值得一读.

以下内容, 摘自畅想未来新浪博客:

<http://blog.sina.com.cn/changxiangweilai2012>.

“中国科技的发展在这几年内将有巨大的转变,这是年轻人做一番事业的大好时机,也是中华民族崛起的宝贵时刻。”

“大部分科学上的突破,都是在科学家 30 岁以前完成的。当然,他们都是经过艰苦学习和多次失败才最终成功完成的。”——丘成桐

“为学与做人”这个题目是梁启超从前讲过的,他是中国 20 世纪初重要的启蒙学者,也是清华国学研究院“四大导师”之一,我念过不少他的书籍。“四大导师”里还有大史学家陈寅恪先生,他说过一句很有名的话——“独立之精神,自由之思想”,这始终是我们做学问和办教育的座右铭,我一辈子做学问都是希望能够做到这点。我期望我们的同学能够争取做一些大学问、好的学问,而不是随便做个能够毕业的学生。

中国改革开放 30 多年来的成就举世公认,欧美强国也开始对我们另眼相看。但是我们知道,劳动密集型的发展道路是很难持续下去的。要实现可持续发展、不断提高生产力,就要朝高科技化的目标前进。高科技化是所有国家都想做到的事情,但是讲来容易做到却很难。由于政治和经济的稳定发展,中国大陆已经成为仅次于美国的世界第二大经济体。面向未来,如何把中国的高科技搞上去是一个值得我们深思的迫切问题。

## 中国人有能力做出第一流的成绩

一个多月前,我受邀去国防科技大学演讲,参观了他们自主研制的大型计算机“天河一号”。去年这部计算机通过了国际评估,被认为是全世界最快速的计算机。

参观后我感到很兴奋,这是中国独立自主完成高科技产品的重要标志。在和国防科大校长聊天时,我向他请教如何将这批一流的教授和工程师聚在一起,苦干十年完成了这项举世瞩目的工程。

他说他们学校的士气和学风都很好,年轻人待遇不错,以能够做出一流的工作为荣。

拥有安定的环境、对自己的信心和为国家、为学校争取荣誉的决心,这些的确是进行研究的重要推动力。

在此之前几个月,我受邀去了酒泉卫星发射中心。

当第一次看着祖国的火箭冲天而起的时候,我内心感动不已。整个宇宙飞船的建造、组装和发射等工程牵涉到 8 个部门的合作,每个部门有 10000 多人,是一个超大型的系统工程,不容许有

任何错误。我对中国工程师的组织能力至为钦佩。中国人有能力做出世界一流的成绩,我希望同学们也要相信自己有能力去完成这样重要的工作。

从这两个不同领域的研究中心里,我看到一个共同点,就是他们都认识到基础科学的重要性——他们都向我询问了很多基本的数学问题。从前韩国的科技大不如台湾,可现在超过台湾很多,听说韩国政府要成立 50 个以基础科学为主的研究中心,每个中心每年投入经费 1500 万美元。事实上,在欧美俄日等国都有同样的理念,认为基础科学非常重要。然而在对基础科学进行投资方面中国做得还很不够,所以我很希望政府能充分意识到基础科学对于科教兴国的重要性。

## 民族崛起年轻人大有可为

我认为中国科技的发展在这几年内将有巨大的转变,这是年轻人做一番事业的大好时机,也是中华民族崛起的宝贵时刻。我说的崛起不是经济或军事的崛起,而是科技的崛起。现在中国科技的创新不如欧美,但在经济比较充裕和国家比较稳定的客观环境中,10 年内将会见到重要的成功,当然这些进展需要靠年轻一代同心协力来完成。

同学们也许会惊讶地说:“我们还是本科生,很多学问都没有学过,你凭什么说 10 年内我们会对科技有重要的贡献?”你们应当看得起自己。只要把基础科学学好,熟练掌握规律技巧后,你们很快就可以海阔天空地去闯、去创新了。回顾历史,大部分科学上的突破,都是在科学家 30 岁以前完成的。牛顿、爱因斯坦、沃森和克里克、费米、杨振宁等人最重要的工作都是在年轻时做出来的。这些划时代的工作虽然成于少时,但绝不是凭空创造。事实上,它们都“有迹可循”,是科学家经过艰苦学习和多次失败才最终成功完成的。

## 做学问首先要找到自己的弱点

以我自己为例,我在你们这个年纪时懂的不多——20 世纪 60 年代香港的数学博士不过寥寥几个,图书馆里收藏的数学书甚至不见得比一般的书店多。当时也没有钱,我看的数学书大部分是国内版,有些英文的书还要托友人到台湾去买盗版的,种类少得可怜,但我从来没有放弃过要做大数学家的念头。我看了所有能够看到的数学书,最重要的是做了书中的所有习题。这并不是课堂上老师要求的事情,但我仍努力去做,一方面是出于兴趣,另一方面是知道要成为优秀的学者,必须将基础打好。有些人很聪明,题目一看就懂,知道



怎么做就不写了,但这种想法其实不对.我即使觉得自己知道,还是会坐下来把解题步骤写出来.40年来我每天都在学习,但还是要承认,在中学、大学时打下的基础是最重要的.

做学问的第一件事不是向前走,而是要找到自己的弱点.学习的过程不可能无往而不利,做习题正是找出自己弱点的门路.同时也要多听课、发问、与同学交流.我在大学时的数学水平已远超同侪,但是和同学交流还是有很大好处的.我给同学解释习题时,往往发现自己还有未理解清楚的地方,由此温故知新,得益不少.直到现在,我在给学生讲题时,往往在讲解的一瞬间灵光一闪,找到新的想法.我建议你们不要以为自己很了不起,就不跟其他同学交流.

做学问,尤其是有深度的学问,不是靠一时的冲动就可以完成的.我们听人讲故事、看电影,作者为了将气氛营造得更为生动,往往戏剧化地说某人灵机一动,解决了重要的问题,而且不倚靠任何其他人的想法,这完全是错误的观点.比如在《心灵捕手》这部电影中,讲述了麻省理工学院的一名清洁工没有经过学习,却在一个晚上解决了一个有名的数学难题的故事.我可以跟你们说,这种事情历史上从来没有发生过,我也不相信以后会有.所有重要的工作,都是经过学者夜以继日的思考才实现的.

科学的突破往往建基于众人思想的融汇.即使不太重要的发现,只要有新的意思,也是有价值的,所谓集腋成裘.有些人一定要做最伟大的工作,但所有伟大工作都是累积的结果.即便是有独特创新贡献的大师,他们的工作也都是在前人的基础上完成的.

## “DNA 之父”的启示

要懂得如何做好学问,还必须了解科学发展的过程.我经常鼓励学生去读名人传记,了解著名学者如何学习、克服挫折和开拓新的方向.

我的专业虽然是数学,但在阅读其他学科名家的成功经验时,也会深受启发.记得我曾读过吉姆·沃森写的一本小书,描述他与弗朗西斯·克里克发现 DNA 结构的故事.他们为了研究生物的基本结构,三年间完成了 20 世纪最伟大的科学“杰作”之一,其过程可以说是引人入胜.当时沃森才 20 出头,跟你们年纪不相上下,他从来没有怀疑过自己可以攀登生物学的高峰.他固然有很好的基础,但成功的主要原因是靠无比的专注和热情.他还懂得找一个好的伙伴,那就是弗朗西斯·克里克.他们合作期间也曾遇上停滞不

前的低潮,但他们并没有放弃,通过学习并利用同行最新的结果,终于比竞争对手鲍林早一步测定了 DNA 的结构.两个年轻小伙子想跟获得过诺贝尔奖的大师竞争并且最终获胜,这是值得我们学习的.

## 黎曼的“疯狂”计算

我再讲另外一个故事.在研究空间这个重要概念时,黎曼和爱因斯坦都受到哲学家的影响.因为在他们之前,除了欧几里德描述的平坦空间外,世人并没有一个具体而有用的空间概念.黎曼很早就知道空间除了描述每一点附近的几何外,还需要描述它们彼此的关系,而这种关系需要由大自然也就是物理学的基本定律来决定.黎曼 25 岁时发表他的第一篇文章,到 40 岁去世,只有 15 年的时间做研究,但其间他发表了 33 篇文章,开创了数学和物理学中的不同领域.他阐述“黎曼猜想”的著名文章,可以说是数论历史上最伟大的文章之一,却只有寥寥 9 页.但是人们最近发现了他未发表的文稿,原来他做了大量的计算,计算了黎曼 Zeta 函数数百万个以上的零点,每个零点的数字精确到 20 位.诸位只要完成他工作中的一小部分就可以变成中国最厉害的数学家.我对他很佩服!

虽然黎曼不是物理学家,但他对电磁场的物理有莫大的兴趣.他推导了麦克斯韦方程的前三条,不过由于他去世得比较早,没有机会看到法拉第的实验,也不知道法拉第关于“场”的观念,所以没有完成麦克斯韦方程的全部理论.可见一个科学家兴趣要广,要博览群书.有时也要等待适当的时机,看到重要的现象,但是扎实的基本功却不可或缺.

## 爱因斯坦的十年探索

爱因斯坦在 1905 年完成相对论的创作时,也受到麦克斯韦方程组里存在洛伦兹对称的影响.他当时也想融合相对论和牛顿力学,但是遇到很大的困难,因为他对几何学认识不深,对时空应有的数学背景并不了解.1908 年,他的老师闵可夫斯基利用洛伦兹变换的概念引进了时空的观念.看到老师的工作后,爱因斯坦了解到相对论和牛顿力学的融合不可能用简单的方法仅仅改变牛顿力学即可完成,还需要彻底地改变空间的观念.他曾说这是他一生中最重要的观念的改变.

一个人知道自己不足的地方是很重要的,但找对方向后还要解决存在的问题.爱因斯坦受到



哲学家马赫的影响,认为相对的意义需要用空间的几何表现出来,也从闵可夫斯基那里知道对称群可以用来推导时空的方程.直到1912、1913年间,他找到大学同学格罗斯曼,才了解到黎曼几何的概念正是他所需要的描写重力场空间的基本工具.经过多次的奋斗,以及与列维-奇维塔和希尔伯特的交流,他才在1915年完成广义相对论场方程的伟大工作.

现在的网络搜索是很方便,但当你完全不知道要找什么东西的时候,浏览是很重要的,要去图书馆读书.物理学家往往说爱因斯坦发现广义相对论是伟大的工作,其实他受了很多数学家的影响.从中我们也可以看到他从1905年到1915年、从狭义相对论到广义相对论探索的十年辛苦,看到伟大科学家在自己的学识未臻完美时的奋斗经验和锲而不舍的精神.当然,这一工作完成后的喜悦也是此后爱因斯坦一直津津乐道的.

从沃森和爱因斯坦的故事中我们可以看到以下三点:第一,年轻人要有充实的基础知识.一旦碰到重要问题时,能有足够的工具来解决它.即使工具不够,也要懂得找合适的学者合作.第二,做学问要有热情,有了热情才能够专注.所以我说20多岁是最能做大事情的时候,有热情、能专注,体力也跟得上,因为重要的成果往往需要三五年甚至十年才能完成.第三,要找到正确的方向做重要的问题,比如刚才说到1908年爱因斯坦发现自己找错方向后,推翻基本设想重新来过,而且一旦决定便勇往直前、义无反顾.

## 不要忘记刚开始做学问的原因

这三点仿佛老生常谈显而易见,但真正实行时,却不见得人人都能做到.首先,所谓充实的基本知识是多方面的.本世纪人类知识的发展突飞猛进,跨学科的知识更是如此.事实上,大部分科学的创新都是通过不同学科的融合、擦出火花来完成的.很多人都同意这个看法,但却忘记了一个重要的事情,就是有能力融合不同学科的学者,其能力和知识水平都要跟这些不同学科的专家大致相等.即使某方面的知识跟不上,他也能理解问题的困难所在,找合适的专家求教,正如沃森找到克里克和爱因斯坦找到格罗斯曼帮忙一样.

中国有不少专家只注重科学的应用而不愿意在基础科学下功夫,这是十分肤浅的看法.事实上,从工业革命以来科技的突破,无不源自基础科学的发展.同学们年轻时务必踏实学好基础学科,同时也应研习应用科学.因为这些知识能增长见闻,使我们对学问有更宽广的认识,一方面帮助我

们了解基本科学的真谛,一方面在应用基本科学的原理时,能够得心应手.进理工科的同学,必须学好微积分.至于语文训练,则是所有同学都应该熟习的.

这种训练只是成为真正学者的第一步,韩愈《答李翊书》里曾描述:“将蕲至于古之立言者,则无望其速成,无诱于势利.养其根而俟其实,加其膏而希其光.根之茂者其实遂,膏之沃者其光晔.”这一点今天仍然适用,现在很多年轻的学者做了些小问题就很高兴,无论做的是好的问题还是一般的问题心里只想着发表,这点是不可取的.不要忘记刚开始做学问时的原因,不要走不对的方向.韩愈这里说的是写文章,但其实写文章和做学问的态度基本是一样的.

## 执着追寻确有意义的学问

一个胸怀大志的学者必须有远见.有人想了解宇宙的结构、星体的运行、粒子的基本原理,有人想了解生命的起源、人体的构造、疾病的疗法,有人想了解流体的变化、计算机的运作等等,这都是发人深省的问题,值得我们去追求.我们一定要有一个高尚的目标才能做好学问,如果你的题目只是导师给你的,只求顺利毕业,那你永远做不出伟大的学问.有了这些目标,而又具备适当的基础训练后,就要找最好的问题,努力去解决它.我一辈子做学问,既有很好的老师又有优秀的学生,和他们交流让我得益不少,志同道合而又跟你在知识上互补的朋友是很要紧的.

有深度的工作往往需要花很多工夫才能够完成.失败后再尝试,屡败屡战后才能成功.要想持久就必须要有热情,能高瞻远瞩.

首先,要达到王国维先生说的“独上高楼,望尽天涯路”的境界,才知道自己想做的学问确有意义,值得奉献一生的精力去完成.追求学问的热忱需要培养.去除名利的羁绊,让我们欣赏大自然的本能毫无拘束地表露出来,乃是培养做学问的感情的第一步.屈原说“纷吾既有此内美兮,又重之以修能”,就是说有了这种感觉以后,再加上努力,就可以做大学问了.我有幸接触过不少伟大的学者,他们在工作上执著入迷的程度,只可以用欧阳修的词句来描述——“人间自是有情痴,此恨不关风与月”.很多重要的创作发明,甚至是学者在有深厚感情的潜意识中完成的.

如何去找正确的方向是一个困难的问题.一方面要有师友的帮助,要看很多书,知道什么叫好的学问、好的方向;另一方面还要有浓厚的好奇心,不要光听老师的讲解,也要自己去发现、去思

考。大自然无穷无尽,现象万千,其中必有某种现象使我感到疑惑,从而心动、兴奋不已。于是本着好奇心,锲而不舍地找出此现象背后的原理,这是创新的第一步。然后就是继续发扬光大这些研究,以至完成一套有意义的理论。

## 享受寻求真理的纯真喜悦

现在我们来谈谈做人。当你全心全力去做学问的时候,实在找不出时间去做不应当做的事。我看见某些朋友、学生做学问的态度,不禁慨叹权力欲望愚弄人如此。高尚的情操需要培养和坚持,良师益友、先哲懿范、文化修养都是培养这种情操不可缺少的。我希望青年人能克制私欲,以真挚的感情来欣赏和理解大自然的奥秘。我们每个人在年轻时都怀着一颗赤子之心,关爱家人、朋友,也爱慕异性,对事物充满好奇。我们何不继续保持这份赤子之心,培养孟子的“浩然之气”,昂昂然做一个顶天立地的大丈夫?我们何必受到外界的影响,要富且贵才觉得舒适?学者有了独立的精神、自由的意志,方能创出不朽。

除了纯净自我的境界外,我们也要注意与家人的相处、与师友的交往。一个稳定和谐的家庭、一个尊重知识的家庭,使我们能够安心去做学问。

近代科学的发展日新月异,重要的突破往往是群体的工作而非一人一时所能够完成的。做理论的学者须知道实验的结果,搞实验的学者须要有理论的指引,才能够完成前沿的科学工作。在大型的学术合作中,我们要有谦虚的态度,宽宏的胸襟。除了“审己以度人”外,也应当“审人以度己”。创新的科学都是“在巨人的肩膀上”推进的,在时机成熟时,不同地方的作者,往往在不同的场合有着类似的想法,而得到相同的结果。

学术竞争不一定是公平的,我们要学习如何处置这种不愉快的经验,从失败中站立起来。学问的道路是长远的,一个优秀而有毅力的学者,在取得优良的成果后,总会得到他们应该得到的重视。一时的失意不应该影响我们一辈子的成就,所以年轻人必须沉得住气,正如屈原所说:“路漫漫其修远兮,吾将上下而求索。”

寻求真理的路并不容易,但成功时的喜悦却无与伦比,这种喜悦有如看到造物的真谛,并非金钱和权力的感觉所能比拟。但我们须牢记:成功的路必须由自己去耕耘,这种成功才会带给我

们纯真的喜悦感。我在中学时常唱这样一首歌:“我要真诚,莫负人家信任深……”这首歌我终生不忘。我们做学问一定要真诚,否则做不了好学问。希望同学们也能享受这种至高无上的喜悦,为学术、为祖国建设努力。

## 精彩问答

“科学就是一种爱情。做学问,需要对它有丰富的感情,感情对科学家来说是很重要的。”

——丘成桐

## 追求真理是人生中最重要的事

问:对科学家来说,爱情重要么?

丘成桐:我觉得科学就是一种爱情啊。做学问,需要对它有丰富的感情,感情对科学家来说是很重要的。

问:您人生中最重要的事情是什么?

丘成桐:追求真理。假如我知道真理是什么样的话,死9次也没有关系,但找到真理的过程肯定充满艰辛。

问:您觉得美国高校的学生培养有哪些特点?

丘成桐:在我呆过的美国学校中,我们认为研究生是教授做研究时的伙伴。虽然我们指导他,但我们认为他们自己的能力很强,学校和老师对研究生的资助也很充分。他们不仅是来学习的,更是我们的研究伙伴。我们很尊重他们。

问:您是如何确立自己的研究方向的?在此过程中遇到过怎样的困难?

丘成桐:凭借自己受训练的经验、跟老师和朋友的交流,同时培养自己的直觉力。这就像骆驼在沙漠里走,它自己知道要往哪边走,一个好的科学家也是如此。我们走一条从来没人走过的路,要靠我们自身的修养、看过的书以及与师友的交流才能知道方向在哪儿。我做卡拉比猜想时,在相反的方向做了3年后才意识到对的方向在哪儿。有经验、有文化修养很重要,彷徨时要能坚持住,保持希望和信心也非常重要。

**注 1.** 本文根据 2012 年 5 月 13 日丘成桐先生在学生科协“星火论坛”上所作的特邀报告录音整理。录音整理:徐雯王飞。

## 中法学者追忆数学天才伽罗瓦

《中国科学报》  
(2012-05-03 A4 综合)

本报讯 (记者鲁伟摄影报道) “伽罗瓦虽然英年早逝, 但却照亮了数学界一个不为人知的隐秘天地。”近日, 在中科院武汉物理与数学研究所举办的中法交流学术沙龙上, 来自法国图卢兹大学数学学院的让·皮埃尔·米斯教授在介绍法国天才数学家埃瓦里斯特·伽罗瓦时表示。

1811 年, 伽罗瓦出生在法国巴黎附近的拉赖因堡。1832 年, 这位未满 21 岁的数学家与世长辞。伽罗瓦最主要的成就是提出了“群”的概念。为了纪念他, 人们把用“群论”的方法研究代数方程根式解的理论称为伽罗瓦理论。

在让·皮埃尔·米斯看来, 作为法国数学界的

瑰宝, 伽罗瓦敢于以崭新的方式去思考, 其创立的“群论”成为古典数学与现代抽象数学的分水岭, 彻底解决了方程的根式可解问题。该成果对近代数学的各个方向, 甚至物理学、化学的许多分支都产生了重大的影响, 伽罗瓦也由此成为数学史上公认的两个最具浪漫主义色彩的人物之一。

此次活动由法国驻武汉总领事馆和中科院武汉教育基地共同主办。在伽罗瓦诞辰 200 周年之际, 主办方希望通过此次活动来纪念这位富有传奇色彩的数学天才。

注 1. 本消息摘自中国数学会网站:  
<http://www.cms.org.cn/>.

技巧是数学知识中最有价值的部分, 比仅仅获得信息还要有价值得多。但是, 我们应该怎样教技巧呢? 学生只有通过模仿与实践才能学到技巧。在数学中, 技巧是解决问题的能力, 是构想证明的能力, 是敏锐地评判答案与证明的能力。因而, 在数学中, 技巧比仅仅掌握信息还重要得多。

——波利亚

## 上海数学中心揭牌奠基

《中国科学报》  
2012-05-14 A1 要闻

本报上海 5 月 13 日讯 (记者黄辛) 今天下午, 上海数学中心在复旦大学江湾校区揭牌奠基。

“人才高地是我们数学学科建设的关键。”复旦大学数学科学学院院长吴泉水表示, 建设上海数学中心, 是保持国家科技持续发展的战略需要, 也是复旦大学实现建设世界一流大学目标的绝好契机。

据悉, 上海数学中心的使命是延揽海内外优秀学者, 积聚高素质创新人才和团队, 培养杰出青年数学人才; 开展原始创新, 作出国际一流的研究成果; 面向国家目标, 发展数学技术, 服务于国家和地方的经济建设需要。

上海数学中心将围绕纯粹数学以及数学与其他学科交叉领域中的一些重要前沿课题开展深入研究。同时, 该中心将聘请两组 (每组各 6 位, 共 12 位) 国际一流的著名学者分别担任纯粹数学和数学与其他学科交叉领域的首席专家, 分别具体负责规划和开展各自领域的科学研究、人才培

养、学术交流等工作。

“中心将注重基础研究, 为首席专家提供必要、稳定的研究经费支持。”中国科学院院士洪家兴表示, “让首席专家能够自由地选择感兴趣的课题, 专心致志地开展科学研究, 形成一个在大师的引领下, 追求原始创新的良好氛围。”中心固定研究人员的聘用合同期为 3 至 5 年, 采用“期中加期末 (3 年加 2 年)”的考核模式。中心将努力使评估与国际接轨, 建立具有公信力的国际评估体系; 建立代表作制度; 注重原始创新和解决国家重大需求的实效。

洪家兴说: “对首席专家来说, 科研已成为一种惯性, 关键是考评他们怎么培养人才。”

该中心由国家有关部委和上海市政府共建, 将于 2013 年年底落成, 预计建筑面积约 12500 平方米。中心依托复旦并与复旦数学科学学院形成“协同创新”的学术共同体。

据介绍, 2010 年春天, 中国科学院院士、复

旦大学教授谷超豪在多番学科调研与讨论的基础上,向中南海送出了一封信,建议成立一个以上海为基地、联动周边地区高校与研究所的南方数学研究中心,与现已建成的“陈省身数学研究所”(天津南开大学)、“北京国际数学研究中心”南北呼应,优化我国数学事业科学发展的战略布局。

对谷超豪的提议,中央领导十分重视,并作出了重要批示.此后,上海数学中心的筹建提上了议事日程.

**注 1.** 本消息摘自中国数学会网站:

<http://www.cms.org.cn/>.

## 著名数学家谷超豪最后时光最挂念“上海数学中心”

世界著名数学家、国家最高科技奖获得者、中国科学院院士、国际高等学校科学院院士、复旦大学数学研究所名誉所长谷超豪教授因病医治无效,于6月24日01时08分在上海逝世,享年87岁.

大师已去,精神永存.谷教授的一生硕果累累、桃李天下.在他的数学生涯中,培养和指点过的学生中有9人先后当选为中国科学院院士或中国工程院院士.

### 谷超豪先生生前曾作的寄语

#### 对青年学者的建议:要对创造感兴趣

“我觉得国家最需要的事情都要努力去做,做学问总是得耐得住寂寞,不是每个人都能很快得到认可和重视.不过数学的应用比较间接,所以一旦看中了重要的问题,对国家建设起重要作用的,都应该努力去做.我自己搞数学研究的经验就是要对创造感兴趣,对新鲜事物感兴趣才能有新的研究成果出来.”

#### 对学生的建议:年轻人都应学点数学

“数学能够把各种复杂的现象都描述得非常好.年轻人都应该学点数学,即使本科学数学,以后转到别的领域去也没有关系.因为数学总是能够在各行各业都发挥一点作用.生活中有很多数学的小游戏,年轻人都可以试一试的.

生活中有很多数学的问题,包括池塘水的频率、太阳升起落下的规律,都可以用数学的办法解决,尤其是多观察自然现象,从自然现象中发现问题,用数学方法解决,比如我最喜欢的预测台风,基本规律很简单,就是台风是从南往北走,而且是反螺旋形的,而且风向可以看雨点方向掌握,风速可以根据经验估算,通过简单的运算就可以当场预测台风了,而且比较准.”

#### 对老师的建议:让学生了解最前沿的研究

“有人认为现在要培养聪明人,还有人认为要培养专业人.我认为要培养重视创造,重视思维能力的人.”

老师不能满足于上课给学生讲点内容,应该多给学生提点问题,帮助学生成长,但是不能号召他们去做那些没有条件做的事.也不能搞题海战术,单纯地让他们记住解题方式.其实现在有很多问题需要解决,我们做老师的应该不断启发学生的创新兴趣,而不是让学生去胡思乱想,这样才能提高学生的创新意识和创新能力.如果学生都能够被调动起来的话,既可以提高创新能力和研究水平,又能够解决更多的实际问题.

老师应该给学生的除了上课内容以外,要尽可能地让学生了解科学界最前沿的研究,这样学生的兴趣才会更广泛,眼界也会更高一点,视野也会更广,这些不论是继续从事研究还是转行都有好处.培养研究生的时候,要让研究生发挥自己的作用.好多人招学生,都是名义学生,这样会影响学生质量.”

#### 对业余爱好的见解:诗歌和数学一样有规律性

“我的业余爱好就是解决问题,思考问题.我还喜欢古典文学,尤其是诗歌,因为和数学具有规律性一样,诗歌的对仗也是一种规律,非常优美.我最喜欢的诗是杜甫的诗,因为他的诗大多数是反映社会民生的问题.李白的诗歌也很好,比较豪放一点.还有些诗人的诗歌也很好,但是我的欣赏水平不高,所以欣赏不到它们的优美.我喜欢看的书是《三国演义》,这是一本聪明的书,里面写了很多聪明的人,做了聪明的事.我觉得年轻人可以看看这本小说.现在我的业余爱好是思考广义相对论.”

### 晚年最后牵挂

#### 上海数学中心奠基 中风的他激动出声

昨天复旦大学沉静在一片哀思中.谷超豪先生的学生、如今也是中科院院士的洪家兴教授在接受采访时悲痛地说,由于生病原因,谷超豪教授在生命最后一年变得非常沉默.今年1月,再次中风的谷超豪先生失去了语言表达能力,可2月

份,得知上海数学中心已经获批即将成立时,先生却突然十分激动,有许多话想要说。“他差不多一年中唯一表达出声音的就是这句话,我猜他心里对办好数学中心有很多设想和很多期望。”

成立上海数学中心是谷超豪教授生前最后最为挂念的事情. 2010 年 1 月,谷先生荣获 2009 年度国家最高科学技术奖,胡锦涛总书记亲自为谷超豪院士颁发奖励证书. 可是谷先生从北京载誉归来后,却为如何培养数学人才而焦虑失眠. 当时已 85 岁的老人,拖着病体,亲自提笔给胡锦涛总书记写信,希望能成立上海数学中心,把国际上最优秀的数学大家引进来,直接面对本科生、研究生交流,以加快培养创新型人才,推动上海及全国数学学科发展.

先生的信引起了中央的高度重视,并最终推动了上海数学中心的正式成立. 今年 5 月,上海数学中心奠基,他的愿望正在实现.

## 早年立志救国

**师从著名数学家苏步青 选择用数学“做大事”**

谷先生是一位蜚声海内外的科学家. 他与数学的缘分,从上小学时就开始了. 那时,看着礼堂里孙中山先生的“青少年要立志做大事”的语录,忧心国家危亡的谷超豪就痛下决心:要做“大事”,用科学解救落后的国家. 他选择了数学.

谷先生师从著名数学家苏步青院士,致力于数学研究事业. 他在纯粹数学和应用数学两方面均卓有建树. 他在国际上系统地开创了多元和高阶混合型偏微分方程理论,处于国际领先水平,被国际同行广为称赞. 他开创了波映照的研究,引发了许多著名数学家进行后续研究,成为国际上一个注目的研究方向,其文章已成为这一领域的经典性引文.

他生前在国内外发表论文约 130 篇,其中 100 篇独立完成. 他一生中不断开辟新研究领域,他还为我国尖端技术特别是航天工程的基础研究做出了杰出贡献.

1980 年,谷先生当选为中国科学院院士(数学物理学部委员),1994 年当选国际高等学校科学院院士. 他撰有《数学物理方程》等多部专著,研究成果“规范场数学结构”、“非线性双曲型方程组和混合型偏微分方程的研究”、“经典规范场”分别获全国科学大会奖、国家自然科学基金二等奖、三等奖.

## 名人如此评价

**杨振宁将他的研究比喻成“站在高山往下看看到全局”**

杨振宁教授曾把谷超豪的研究比喻是“站在高山上往下看,看到了全局”.

谷超豪教授被称为是数学王国披荆斩棘的开拓者,是培育中国现代数学的极少数数学家之一. 他 1940 年入党,其学术重点曾历经几次转向. 从早期跟随苏步青先生专攻微分几何,留苏归国后转向偏微分方程,之后又一头扎进数学物理的前沿,与杨振宁开展合作研究等,都是为了国家的科技发展需要.

让人敬佩的是,每当谷先生开拓出一个新领域,并作出开创性的贡献后,他就毫无保留地传授给学生,把学生推上这一领域的前沿,而自己又去开拓另一更新的领域.

## 弟子回忆恩师

**做学问认真,脑子转得快跟着他学习,要特别认真才行**

除了是一位蜚声海内外的数学家外,谷先生还是一位德高望重、淡泊名利的教育家.

谷先生生前常教诲年轻人要严谨、踏实地做学问,他在指导学生写论文时,经常会提出一些创造性的构想,但不愿在文章上署名.

“谷先生对弟子要求非常严格,跟着谷先生学习,要特别认真才行.”谷先生曾经带过的学生周子翔在接受采访时说,谷先生做学问十分认真,而且脑子转得特别快.“那时我们每个星期要讨论研究内容,哪个学生发言里稍有差错,他是第一时间就要指出来的. 不仅如此,他还会顺着问题举一反三,让学生从多层面来思考.”周子翔表示,就是在谷先生这么严格的要求下,学生们才学到了真本领.”

谷教授晚年时,虽然精神大不如前,但是他仍然坚持每两周为青年教师开设一堂讨论课. 据了解,讨论班的这一传统谷教授就坚持了有 40 年.

在他的数学生涯中,培养和指点过 9 名学生先后当选为中国科学院院士或中国工程院院士. 仅他直接带的研究生中就有 3 位先后成为中国科学院院士,这在中国科学界很少见.

2009 年 8 月,经国际小行星中心和国际小行星命名委员会批准,国际编号为 171448 的一颗小行星被命名为“谷超豪星”,作为对这位著名数学家、教育家的褒奖.

## 复旦学子纪念

### 后学亦当多努力不负春晖报涌泉

谷先生生前曾经作诗一首作为对自己的要求和希望:学海茫茫欲何之,惜阴岂止少年时.秉烛求索不觉晚,折得奇花三两枝.

听闻谷超豪院士逝世,昨天,很多复旦学生自发赶来为谷超豪先生折纸鹤寄托哀思.

数学科学学院 2008 级本科生张钧凯说:“作为后学,虽然与先生只有几面之缘,但先生的学术精神和高洁风骨却早已成为数学系永久的精神

财富,感染着我们,激励着我们.追想谷先生一生严谨治学,学术成就斐然;勤恳教学,换来桃李满园.如今,复旦园中又少一大师,日月光华又少一星辰,长者悲戚,后学怅然.我辈只待星汉灿烂之时,遥望苍穹中的那颗‘谷超豪星’,让谷先生的精神永远照耀我们的旅程,指引我们前进.”

复旦数学科学学院 2008 级本科生赵磊作诗一首表达哀悼:“数理巨擘出西关,种下芬芳桃李园;后学亦当多努力,不负春晖报涌泉.”

据悉,谷超豪同志遗体告别仪式定于 2012 年 6 月 28 日上午 10 时在龙华殡仪馆举行.

## 数学的威力有多大

2012 年 05 月 06 日《科技日报》

在许多人看来,数学这个传统学科,推导的是公式,训练的是思维.然而,国防科技大学理学院的数学教授们却并不局限于此,他们创造性地运用一个个数学公式、算法、方程,破解难题,让数学在加快转变战斗生成模式中发挥出巨大的几何效应.近日,他们解密了几个故事:

### 一个方程值一个亿

曾经,我国遥感卫星的图像质量不尽如人意.图像就像电视信号不好时一样,画面布满了“雪花”.

该校理学院的数学专家了解到这一情况,试图运用数学方法来提高图像质量.团队成员抱来一大摞成像方面的书籍进行系统学习,又到卫星研制单位、用户单位及各相关部队进行实地调研,逐渐掌握了遥感成像的原理和特点.

专家们想,将卫星图像质量不高的问题描述成数学语言,并将误差扩散过程转换为一个二维函数方程,然后对这个函数进行求解,从而使受到噪声斑点污染的图像恢复本来面目.

科学研究总会出现这样的问题:理论上看似行得通,实践中却做不到.他们发现,这个二维函数方程求解,只适用于处理光学图像处理,对处理雷达图像随机噪声斑点问题完全无效.

找准了突破口,问题就好解决了.他们先对二维函数方程进行改造,再将图像目标特征信息放到方程中去求解.经过多年攻关,终于建立起一个全新的偏微分方程.就是这个方程,一举将图像质量提高了 30%,达到国内领先、国际先进水平.

在庆功宴上,一位部队领导感慨地对该院数学专家说:“你们的这个方程能值一个亿.”

### 一个算法救活一项装备

有一次,某型号装备在演示验证中,目标测量数据出现大误差,严重影响装备定型.

研制单位想到了该院数据分析技术创新团队.求援电话打过去,3 名教授犹如战士接到了出征的命令,立即动身赶赴试验现场.

了解情况后,专家们一时也难住了:目标测量数据误差很大,装备对数据预报精度要求却很高.他们面临的问题,就好比只给你 100 个已知数,却要求在很短时间内准确解算出 1 万个未知参数,传统计算理论及方法根本无能为力.

面对装备研制人员焦急而充满期待的目光,3 名专家决定背水一战.他们在条件艰苦的试验场安营扎寨,每天工作到深夜,饿了吃方便面,困了就在临时搭起的实验室场和衣而睡.

60 多个日日夜夜,他们经历数不清的挫折和失败,终于从纷繁复杂的数据中,锁定了影响目标测量预报的关键参数,找到了解决问题的突破口,将动力学模型与数学模型结合起来,创造性地提出了一个新的算法,既能大大减少需要运算的参数,又兼顾到速度和精度要求.

试验表明,他们创造的这一全新算法,彻底解决了数据预报误差问题,精度大大提升.一个算法救活一项武器装备,这个故事被传为佳话.

### 一个软件提高一个定轨精度量级

分布式卫星的定轨精度,是衡量一个国家空间技术发展水平的重要标志.我国由于在这方面起步较晚,相对定轨精度要比国际先进水平低两个量级.

我国组织多领域专家经过 10 余年联合攻关,各分系统有关定轨精度的技术指标取得了重大突破。然而当总体单位“组合”试验时,却出现了令人惊诧的结果:精度与当初的设计要求相差甚远。

问题出在哪里?偌大一个系统,任何一个地方出现的一个微小问题都可能导致误差成几何式增长,要查找出症结所在,如同大海捞针。

时间已临近春节,参与联合攻关的该校理学院一位年轻博士退掉回家的火车票,像平常一样钻进实验室开始攻关,连续几天的试验数据分析验证后,腊月二十七这天晚上,隐隐约约地发现精度误差随着时间呈一定规律性变化。

误差和时间有关!他立即着手进行数据误差分析,并将时间处理程序嵌入到一个相关软件中。经过实验验证后,再用这个改进后的软件进行有关数据处理时,误差消失了,精度完全达到要求!

研制单位按照他改造的这个软件,用来校准卫星时钟精度和进行相对卫星相对运动轨道参数处理,难题迎刃而解,完美地将卫星相对定轨精度提高一个量级。

## 一个公式改变了一支部队

“雷达站为什么要建在偏远山区?”最初,当该校理学院数学教授提出这个问题时,不免让人觉得有点“太业余”。

“如果抛开测距,仅通过测速来定位行不行呢?”

不行。国际经典“测距—测速定位”理论早有结论:仅凭速度数据无法解算出飞行器的具体位置。

从测控部队调研回来,数学教授们仍在思考,如果能突破这一传统经典理论,就可以改变部队的传统测控方法,不仅官兵可以走出偏远山区,而且能极大提高部队战斗力。

不久,部队送来一次导弹试验测量参数,请求他们帮助进行数据分析处理,教授们欣然受命。然而,当他们将几组测距、测速数据放到计算机中进行运算时,发现其中一个测距雷达并未测到应该测到的数据。

按照传统计算理论,少了一个已知数,方程解不出来,也就无法算出弹道精度。

怎么办?数学教授们又想到了抛开测距来定位的创新思路。于是,他们尝试性地将一个相应的测速参数替代这个测距参数,再算。奇迹出现了他们得出了准确的弹道精度。

但是,一个参数的替代,并不说明可以完全抛开测距。对传统经典理论的挑战,必须要提出一套令人信服的全新理论,并通过实验验证。

于是,一场挑战经典的攻关打响了。这期间,不知经历了多少曲折和失败,也不知熬过多少不眠之夜,专家们终于发现了一个不曾被人注意的关键因素:时间。他们把时间的连续性转换为相应的空间信息,再转换为数学方法,然后进行建模仿真,如此反复推算验证,最终提出了一套全新的全测速定位理论,建立了全测速定位的核心数学公式。

有关部门将这一创新成果应用于测控部队,彻底改变了传统雷达测控制度。如今,这支部队的测距雷达站全部撤出偏远山区,遂行任务时,官兵们只需用一台车载测速雷达到达指定在点就可以完成测控任务。□

## 信息技术能否让学生爱上数学

《中国科学报》记者 李 晨

今年 9 月,教育部颁发的新课程标准将正式在义务教育阶段实施。新课改的一个重要方向是从教师教授为主转变为学生主动学习为主。

在数学课中,为了实现这一转变,新课程标准十分重视信息技术的应用。北京数学协会副理事长、北京教育学院教授王长沛告诉生认识数学的本质”。

信息技术进入课堂并不是新消息,人们更关注的是:其应用情况究竟如何?如何让学生们真正爱上数学?

### 现实:更多是教师演示工具

王长沛告诉《中国科学报》记者,近十余年来,信息技术在学校得到了快速应用,也包括数学教育。最常见的应用集中在内容和教学两个维度上。例如,教师常常使用几何画板来呈现几何、立体几何、函数和解析几何等难以呈现的内容。

早在 2010 年,教育部就发布了“高中理科教学仪器装备标准”。图形计算器成为高中理科需要配备的教学仪器之一。但是,王长沛告诉记者,图形计算器尚未普及。一些数学教师虽然接受过图形计算器的训练,但他们更愿意用其作为演示



工具,而不是鼓励学生使用图形计算器作为他们的学习工具。

对此,中国数学会基础教育委员会副主任、北京师范大学数学科学学院教授曹一鸣也承认,我国的数学教材中,信息技术更多的是为教师设计和准备的,通常以专题的形式出现,完全可以从教学过程中剥离出去。

究其原因,云南省曲靖师范学院数学与信息科学学院教授黄刚告诉《中国科学报》记者,很多学校,尤其是县级学校乃至农村中小学校的硬件设施不足,不具备应用信息技术的基本条件;师生的信息技术素养及相互配合并没达到得心应手的水平。而根本原因是应试教育、升学教育还在起决定性作用,优秀教学资源严重不足,对数学教育评价没有随教学手段变化而变化。

而且,国内一些教师认为,在使用信息技术进行数学教学时,相当一部分学生没有或很少产生实质性的智力活动。“不考试还没问题,一考就露真容了,学生什么都不会!”有的教师甚至认为这导致了数学成绩普遍下降。

## 方向: 学生成为使用主体

从 2008 年开始,王长沛参与到教育部组织的“手持技术与数学新课程整合”的国际合作项目中。

来自中国 11 个省市自治区 48 所实验学校上百位数学教师投入到高中数学课程资源开发中来,并具体实施于他们的日常教学。项目中的每个学生都拥有一个手持图形计算器。

一开始,北京十二中的刘宇萌还只是玩玩功能键,输入一两个函数方程,让计算器显示函数曲

线;后来他就和同学们玩起了编程,既能让屏幕上显示一个小人在走路,也能让计算器演奏欢乐颂等乐曲。

“我了解到了数学与其他学科的紧密联系,也明白了数学不是枯燥无味的。”刘宇萌说。

曹一鸣曾带领他的课题组,对芬兰、荷兰、美国、日本等 14 个国家进行了课程标准的分析比较。他们发现,这些国家基本上都提倡或者允许学生在数学学习中使用计算器或计算机等信息技术手段。

曹一鸣向《中国科学报》记者展示了美国数学课的一个案例。学生使用计算机上的七巧板,分别用一块、两块,直到 7 块七巧板拼出一个正方形。使用虚拟七巧板,不能仅靠试误法来学习,学生还要观察、想象、思考图形的变换。

美国路易斯维尔大学数学教育专业教授 Robert N. Ronau、教育科学研究所副研究员 Christopher R. Rakes 等 6 位研究人员,对 1976 年至 2009 年发表的 200 篇关于计算器与图形计算器等的研究论文作了综合分析。这些研究得到了高度一致的结论:计算器或图形计算器的使用,对于提高学生的数学成绩、数学概念理解、对数学的态度和数学学习行为,具有积极的影响。

“(美国数学课堂)信息技术使用的主体是学生,呈现方式通常是融入式的。”曹一鸣说。

“关键是学生。”王长沛也强调说,学生应当是数学教育信息技术的使用者,这才有可能真正实现新课改所倡导的探究性学习。

黄刚认为,信息技术与数学课程整合不仅是一个理论问题,更是一个实践问题。要想办法不断改善硬件环境,提高师生的信息技术素质,鼓励师生共同实践,更重要的是改变当前以考试为指挥棒的评价方式。

## 2012 “四大联盟” 自主招生政策

1. “华约”联盟(共 7 所):清华大学、上海交通大学、中国人民大学、中国科学技术大学、西安交通大学、南京大学、浙江大学。

2. “北约”联盟(共 11 所):北京大学(含医学部)、北京航空航天大学、北京师范大学、厦门大学、山东大学、武汉大学、华中科技大学、中山大学、四川大学、兰州大学、香港大学。

3. “卓越”联盟(共 9 所):北京理工大学、重庆大学、大连理工大学、东南大学、哈尔滨工业大学、华南理工大学、天津大学、同济大学、西北工业大学。

4. “京都”联盟(共 5 所):北京交通大学、北京邮电大学、北京科技大学、北京林业大学、北京化工大学。

2012 年高校自主招生联盟,在经历了“自招联盟”瓦解之后,12 月 2 日正式亮相。“华约”、“卓越联盟”以及“京都五校联盟”,仍然保持去年阵容,不增不减。“华约”为清华大学等 7 校;“卓越联盟”为北京理工大学等 9 校;“京都五校联盟”为北京交通大学等 5 所高校。与以上三大联盟的稳定阵容不同,“北约”阵容发生较大变化,复旦大学和南开大学两所名校退出联盟。

“北约”的阵容为北京大学(含医学部)等11所学校。

对于退出的原因,复旦大学在学校网站上公布的一个数字或许可以说明问题:与往年相比,今年联考平均录取率为10%左右,去年复旦自主试点联考板块的实际录取率低于2%。据了解,2012年,复旦大学将在全国(苏浙沪除外)试行“推优直选”自主选拔录取试点生办法,即由中学校长推荐优秀学生、大学综合评价入学的一种人才选拔模式。

2012年自主招生,“北约”“华约”不约而同地把笔试时间放在了2012年的2月11日,这意味着,考生鱼和熊掌不能兼得。“卓越联盟”的笔试时间为2月12日。“京都五校联盟”的笔试时间则定在2月19日。

“北约”笔试设语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治(每科100分)七科考试。上午举行语文、数学考试,下午举行英语、物理、化学、历史、政治考试(文理科分列)。

“华约”笔试包括阅读与写作、数学、自然科学和人文与社会四科,在济南和青岛设考点。阅读与写作包括中英文写作两部分;数学测试内容以高中文科数学教学内容为主,难度应该有所控制;自然科学测试内容包括物理学和化学,不排除涉及生物学相关知识的可能;人文与社会测试内容包括但不限于高中政治、历史、地理的教学内容。考生应当参加阅读与写作、数学的考试,并在自然科学、人文与社会中选择参加其一。考试当天,上午进行阅读与写作的测试,下午进行数学、自然科学/人文与社会的测试。

“卓越联盟”学业能力测试采用笔试形式,主要由三部分组成,即数学、自然科学(涵盖物理与化学)、社会科学(涵盖语文与英语),在济南设考点。

考生可以同时在一个联盟内选择几所高校报

考。根据“北约”的规定,每位考生最多可报考联盟内的3所高校,所报考的高校互为平行关系,志愿不分先后。

“华约”允许考生报考联盟内的两所高校。如果考试后考生在初审通过的院校均未得到认定,则可以将本次考试成绩和相关材料向第三所高校提出申请。高校不接受初审未通过考生的再次申请。高校也不接受初审未通过考生的复试申请。同时报考两所高校的考生,如A、B志愿高校初审和初试均通过,则可参加两所高校的复试。

“卓越联盟”中,考生最多可以同时报考第一志愿和第二志愿的两所高校。

不过,“京都五校联盟”是五所学校统一命题、统一阅卷、同一时间进行考试,面试由各高校自行安排,考生只能参加其中一所学校组织的复试。

附:

“北约”报名平台:综合性大学自主选拔录取联合考试报名平台。网址:

<http://www.ccuut.edu.cn>

报名时间:2011年12月3日8:00至2011年12月18日22:00

“华约”报名平台:高水平大学自主选拔学业能力测试报名网站。网址:

[http://211.151.240.112/aaa\\_student/](http://211.151.240.112/aaa_student/)

报名时间:2011年12月2日24:00至2011年12月18日24:00

“卓越联盟”报名平台:卓越人才培养合作高校联合自主选拔录取网上报名系统。网址:

[http://211.151.240.39/excellent\\_student/](http://211.151.240.39/excellent_student/)

报名时间:2011年12月3日0:00至2011年12月18日24:00

“京都五校联盟”在各校招生网站分别报名,网站报名目前已经开始。

## 2012 各大联盟自主招生试题

### “卓越联盟”

导读:2012自主招生三大联盟上演“三国杀”大战,“卓越”联盟测试也落下了帷幕,据参加“卓越”测试的考生反映,考题难度大,且化学题难度倾向于竞赛题。

语文

1. 语文的古文阅读选取的是《左传》中的篇章。一道现代文阅读,内容是关于“科学研究的范式”,即常规科学赖以运作的理论基础和规范。文

章偏于科学哲学范围,考察逻辑思维和理解能力。

2. 小作文要求选取一个汉字来盘点2011年,并做阐述,篇幅不超过150字。

3. 大作文:作题目大意为:在“见、贤、思、齐”这四个字中,任选一个字作为作文的主题,题目不限,文体不限,字数为800字左右。

英语

1. 完型填空是乔布斯,这篇完型填空是作者以一名“果粉”的身份,表达了对乔布斯的怀恋,

比较抒情。

## 2. 阅读短文三篇

第一篇阅读讲小镇居民对树的感情,思想性比较强。

第二篇阅读材料的内容是及“有机食品的研究”,主要讲的是有机食品问题,包括有机食品和常规食品的优缺点比较等。

第三篇阅读材料与“关于科学发展对教育的影响和作用”。阅读内容偏向于社会时事。

3. 完形填空的文章,谈到现代技术对教育的影响。

4. 英语作文题的大意为“回顾过去与展望未来一样重要”。英语写作内容与“回忆过去,展望未来”有关,并根据自己的理解进行写作,其字数要求 120 字左右。

## 数学

### 1. 数学 6 道填空题

2.6 道大题,涉及平面几何、立体几何、抛物线、等比数列、抛物线,导数等知识点。

## 化学则都是大题

1. 一道说明题要求考生比较碳元素和硅元素的差异。

2. 大题为根据铁元素的性质,进行沉淀实验验证。

### 3. 一道辩证推理题。

### 4. 最难的一道有机题。

## 物理

### 1. 大题涉及到速度与电路问题。

## “北约”“华约”

导读:上周六(2月11日),2012年自主招生“北约”和“华约”两大联盟同天开战,从考生的普遍反映来看,“华约”考试的语文试题多数是阅读题,因此材料和要回答的问题很多,“华约”试题整体难度要超过“北约”。

## 语文

1. 阅读理解题:“华约”语文卷中唯一让考生感到生僻的内容是俄罗斯作家的小说《马车夫彼得》,这道阅读理解题除了选择题之外,还包括了一道开放式论述题,要求考生将这篇小说与鲁迅的《一件小事》进行比较。

### 2. 古诗词阅读《蝶恋花》(晏殊)

槛菊愁烟兰泣露,罗幕轻寒,燕子双飞去。明月不谙离恨苦,斜光到晓穿朱户。昨夜西风凋碧树,独上高楼,望尽天涯路。欲寄彩笺兼尺素,山长水远知何处?

问:这是王国维在《人间词话》中关于人生三重境界的描述之一,另外两重是什么?

### 3. 作文写作:材料内容如下:富兰克林和他

的同事有一次看到一名女士摔倒了,他的同事想去扶那名女士,富兰克林阻止了,而且拉着他的同事躲到了柱子后头。同事觉得很奇怪,这时,女士站起来走了。同事问富兰克林,为什么要这么做?富兰克林说,每个人在摔倒的时候都是很尴尬的时候,这名女士也肯定不太愿意让别人看见,所以阻止他就是为了不要让这名女士感到尴尬。这是对人的一种尊重。要求考生根据以上材料,任选角度,结合现实,写一篇不少于 800 字的议论文。

## 数学

1. 有  $N$  个学生在一个班级,他们要参加乒乓球双打比赛,班里先举行了热身赛。这  $N$  个学生,两两互为搭档,恰好都参加了一次热身赛。请你写出  $N$  的所有可能的值并写出其中一个比赛安排方案。

2. 解答题涉及到概率、圆锥、三角函数、导数等内容。

## 英语

1. 英语作文形式是给出一段中文资料,先翻译成英文,然后写出 150 字的看法,材料内容与“人的潜能”有关。

2. 翻译题:每个人都有很多潜能,但是总得不到发挥。迫于环境的逼迫、自身的懒惰等,每个人往往过早地给自己定了模式,让我们把偶然出现的夹缝当做我们的人生之路,从而让潜能只有很小一部分得到释放,极大部分被抛弃了。

a. 请将这段中文翻译成英文。

b. 请结合这段文字,谈一谈你的见解。

## 文综

1. 讲美国妇女民权运动的,给出了相关资料,其中最后一问就是要谈谈美国民权运动的实质和现状。

3. 材料一:在一个小村庄里,政府要征用土地,打算给村民一笔比较可观的补偿金。该村村民通过村委会讨论补偿金的使用方案,在村民大会通过,提交给政府。

政府按照规定除了给村民补偿金,还给了 5 万元养老补助。但其中还有两户村民没有得到养老补助,他们是 23 年前因为政府水库建设而迁来的移民。

(1) 通过上述材料中的民主实践过程,谈谈你对发展民主的看法。

材料二:1992 年,《联合国气候变化框架公约》签订,1997 年,框架条约国签订京都协议书,规定碳排放指标。材料中具体介绍了当时提出的三个碳排放标准。

材料三:发达国家通过转移技术和其他方式,来换取发展中国家的碳排放权。

中国目前陷入技术演进的僵局,在清洁发展和低碳产业发展中,资源利用型的产业占 80% 以上,如水能、水电的利用等,而高新技术升级产业(技改领域)则很少被涉及.中国碳排放压力逐渐增大.

(2) 碳排放市场的交易对象和普通对象相比,有什么区别?碳排放市场化的前提条件是什么?

(3) 面对中国所面临的更大减排压力,国家将采取怎样的减排措施?

材料四给了一幅巢湖周围的农业生产模式图.图中间是农田,农田四周是水渠,它们的北边是村庄,农田中间有一条公路贯穿南北,连接至村庄.这个地方目前实施生产承包制,问每个家庭为什么分到的田是小块的分散的田地?

引用胡适 1916 年一段话,讲述的是,戊戌变法失败之后,国家实行共和制.如果当初戊戌变法成功的话,中国就会有满族帝室,有社会变革,会出现官僚政治.现在国家根基之所以稳固,还要拜戊戌变法的失败所赐.问:

(1) 胡适为什么会产生这些感想,原因是什么?

(2) 阅读材料体现了胡适先生什么样的社会变革观?

(3) 胡适通过对历史的假设和推断来分析历史,你对这样一个分析历史的观点有什么看法?

4. 阅读与总结:给出一篇 1000 个单词左右的时事类说明文.大体内容是英国出台了新政策,要求不让孩子到学校学习的家长们,每年要到政府相关部门注册,说明给孩子安排的课程,以保证这些青少年的学习效果.要求用 200 字左右中文总结文章内容.

#### 理综

1. 物理卷中实验题稍难,除了要说明实验物理原理,还要写出物理具体操作步骤.

2. 有关在磁场空间中带电粒子运行问题.

#### “北约”“华约”

导读:上周六(2月11日),2012 年自主招生“北约”与“华约”联盟同时进行了笔试,高考网编辑赶赴考场进行采访报道,第一时间整理出“北约”与“华约”笔试试题.以下是高考网编辑根据考生回忆对“北约”各科试题进行的简单汇总,仅供参考.高考网预祝所有考生取得好成绩!

#### 语文

1. 现代文阅读,文章为苏涵龄的散文《生命的滋味》,关于生命的讨论,主观题涉及到了“生死哲学”、“自杀”等话题,作者在文章中提到“自杀是人生中最深刻的哲学问题”,请根据你平日的经历,写出 200 字左右的感悟.

2. 作文:题目只给出一个“暖”字,文体不限,要求篇幅为 700 至 800 字.

3. 诗词鉴赏:清·赵翼《论诗》只眼须凭自主张,纷纷艺苑漫雌黄,矮人看戏何曾见?都是随人说短长.

#### 数学

4. 方程题:关于  $x$  的方程  $\sin 2x \cdot \sin 4x - \sin x \cdot \sin 3x = a$  在  $x \in [0, \pi)$  有唯一解,求实数  $a$  的值.

函数题:求函数  $y = |x+2| + |x-1| + |x|$  的递增区间.

5. 大题有判断圆内是否是正五边形与三角函数相关的内容.

#### 英语

6. 完形填空:讲述了乔布斯对苹果公司的影响及其离世后苹果公司可能遇到的困难.

7. 阅读理解:第一篇阅读,讲的是中国的教育.提到了虎爸和狼妈之类.

第二篇阅读,讲的是中国的医保.提到了中国某国家领导人去艾滋病中心访问的情况.也提到了药品的出厂价与零售价之间有较大的差别,可能存在医药代表的回扣等现象.现在买药会很困难,政府可能会出台一些相应的政策.但政府制定政策的过程也是不透明的,是否存在其他问题.

第三篇阅读,讲的是英国的经济危机.现在的世界经济都面临一个向下的转折,英国也遭到了这种危机.作者并没有感到很惊讶.在英国,最基层的人民也受到了很大的影响,同时英国的福利投入也有所削减.

8. 改错:讲到一个类似中东国家涉及军事演习的内容.

9. 汉译英:要求翻译的句子中有题目中给出的两个英文单词.

1. 有一个词能克服所有苦难,这个词就是爱情.

2. 土地是唯一值得我们为之工作、为之战斗、为之牺牲的东西.因为它是唯一永恒的.

#### 物理

10. 填空题:一块长木板向右运动,有两个激光器,在地面上同时向木板上各烧了一个洞.

(1) 若木板停下来,则两个洞的间距为?

(2) 在板上的人看来,两束激光打在木板上的时间差为?

#### 化学

11. 选择题:第 7 题考查了关于可逆反应平衡常数的判断,本题的考查形式是对 c-t 图像进行分析,从而得出结论.

12. 问答题:考查关于草酸及草酸钠混合物的

分析. 增加了计算分析的部分, 根据计算来判断发生反应的物质到底是什么.

历史

13. 选择题: 下面哪部著作不是康有为的作品?

- A. 《孔子改制考》 B. 《新学伪经考》  
C. 《大同书》 D. 《戊戌政变记》

14. 下面哪件事情发生在 50 年代的经济领域?

- A. 三反 B. 五反  
C. 反右运动 D. 肃反运动

15. 以下哪个和北大没有直接关系?

- A. 戊戌变法 B. 詹天佑  
C. 严复 D. 西南联大

16. 论述题: 概述世界三大宗教的概况.

17. 叙述秦汉至明清我国地理版图的形成过程.

政治

18. 考了 5 道论述题, 其中 4 道让考生谈对热点事件的看法. “包括近期频发的校车事故、网络账号大规模泄密事件等社会事件.”

### “五校联盟”

五校联盟笔试部分考题整理:

2 月 19 日, 由北京交通大学等 5 所北京特色高校组成的“五校联盟”进行了 2012 年自主招生联考, 高考网小编赶赴考试现场进行采访报道, 下面是小编根据考生回忆整理出的五校联考相关笔试题, 考题均来自考生口述, 仅供参考!

学科能力测试

数学: 题量很大, 考题难度多集中于大题. 共有 8 道选择题, 5 道大题. 5 道大题考察内容为三角函数、导数、对称、函数与数列. 推理题居多.

语文: 作文为看图作文, 要求根据漫画内容写一篇议论文, 漫画内容为“不倒翁”相关内容.

英语: 试题类型与往年无太大的差异. 考题增加英译汉、汉译英. 作文题目有“网购”有关.

综合素质能力测试

综合素质能力测试内容包括历史、政治、地理、法律和时政等方面内容, 其中历史题目中出现了一道指出下列几项事件中, 哪一项是在飞夺泸定桥之前发生的. 时政方面考了“天宫一号”和“乔布斯”等社会热点问题.

## 2012 年北京大学保送生考试部分面试题

说明: 考生 5 人一组参加面试, 面对 3 名考官. 每个人通过抽签决定自己单独回答的问题, 在自我介绍, 单独回答问题后, 将设置有 5 名学生相互讨论的时间, 一组的总时间控制在 30 至 40 分钟.

1. 现在倡导绿色食品. 你认为什么是绿色食品? 野生食品都是绿色的吗? 举例说明.

2. 试比较中国的“诚信为本”和西方的“契约精神”.

3. 天宫一号与“神八”已在太空中对接成

功. 由此你想到了什么?

4. 在生活中, 你喜欢什么样的朋友? 为什么?

5. 一种观点认为, 我们应该坚持全国统一高考标准, 这样才公平; 另一种观点认为, 我们应建立高考基础上的多元测试选拔制度. 你赞同哪一种观点? 为什么?

6. 我国禁止土地买卖, 在这样的情况下, 如何实现土地资源的优化配置?

7. 你观察过生活中的某种事物吗? 请谈谈你的发现及感受.

## 2012 年清华大学保送生考试部分面试题

说明: 考生单独参加面试, 面对三名考官, 每名考官都会提问, 面试时间约 12 分钟, 一个人一般会有 3 至 4 个问题, 无自我介绍时间, 每个问题的回答都被计时.

1. 如果你穿越到 20 年后遇到自己, 那时的你会是什么样的?

2. 大学中有各种各样的实践活动, 如实习, 社会实践, 跟导师做学术课题等等, 你会从中选择哪些参加? 你是否认为参加这些活动会不利于你

的学业? 现在参加社会实践是否过早?

3. 你昨天参加了我们的笔试, 但通过我们对你的试卷的批改, 认为你离保送生的要求还有一定距离. 现在给你两分钟来申述自己, 证明自己具有这一能力.

4. 近来, 越来越多的青年教师选择去西北地区支教, 同时有越来越多的大学生选择出国留学. 你对此有什么看法?

## 专题研究

## 谈谈向量法与质点法

张景中 彭翥成

(广东省广州大学计算机科学与教育软件学院, 510006, zjz2271@163.com)

几何问题千变万化, 不同的方法各有自己的长处. 有不少题目用向量法做起来比较简明快捷, 也有不少题目用面积法或质点法更为直观方便. 还有一些题目, 用综合法能够巧妙地做出来, 用向量法反而显得笨拙. 这不是遗憾, 而恰恰显示了几何的丰富和优美.

向量方法是解几何问题的通法, 翻来覆去只用那几条规则. 此外, 面积法和质点法也是通法, 并且已经有了适用于相当广泛的命题类的机械化算法. 面积可以用向量的运算表示, 所以面积法给出的题解原则上都可以改写成向量法. 质点法的基本公式都可以写成向量形式, 所以质点法给出的题解更容易改写成向量的形式. 在这个意义上, 用向量法解几何题实质上也有适用于相当广泛的命题类的机械化算法, 只是还没有具体实现罢了.

用向量解几何题, 并非数学家引入向量的主要目的. 向量理论的大用场, 还在更多更高深更有用更重要的数学或物理学的分支里. 向量的基本思想是把事物简化. 本来用两个数、三个数甚至一万个数表示的东西, 在一定条件下可以用一个字母表示. 这样表示之后照样能运算, 必要时又可以分解成两个数、三个数甚至一万个数. 其神通好比孙悟空的毫毛, 分开来可以变出成百个东西, 合起来又是一点点. 在中学里, 学生熟悉的是几何, 用向量解几何问题, 是让他们初步体会一下向量的威力, 体验一下分分合合的数学思想的高明之处.

表达面积要用三个点, 表达向量要用两个点, 表达质点只要一个点. 比较这三种不同的通法, 质点法处理问题时所考虑的对象可以具有最小的“粒度”. 所以质点比向量更基本. 既然上海在初中就讲了向量, 能不能让学生思路再开阔一些, 讲点质点几何呢?

质点法的发现基于考虑两点如何相加. 从加法想到减法, 两点相减就成了向量. 如果先讲向量, 把向量说成是两点相减的结果, 再从减法说到加法, 就引出了质点几何. 这样, 不但向量加法的首尾衔接法更为显然, 而且把数直线上的有向线段、解析几何里的定比分点公式、向量坐标的计算以及力学中重心和力矩等知识都联系起来了.

我们曾经在一次中学生夏令营报告会上用半小时讲质点几何, 引起很大兴趣. 不少同学当时就学会了用质点几何方法解决一些通常认为比较困难的线段比例计算问题. 在中学讲讲质点几何基本知识, 能否帮助学生提高解题能力, 更快更好地学习向量和解析几何, 值得一试.

数学大师华罗庚和吴文俊, 都特别强调几何要与代数结合. 只讲几何不讲代数, 是飞不高飞不远的. 几何与代数的结合, 有坐标方法和非坐标方法. 用坐标方法研究几何, 就发展成了“代数几何”; 用代数方法但尽量不用坐标研究几何, 就发展成了“几何代数”. 向量是代数几何的基础, 也是几何代数的基础. 同时更是大学里要学的数学分析、解析几何和高等代数这些主要数学课程的基础之一.

下面我们就简略介绍一下向量法和质点法, 更详细的论述请参看我们的新书《绕来绕去的向量法》<sup>[1]</sup>. 希望能够有助于读者体会向量的奥妙, 更好地掌握向量方法, 更重视向量的学习和教学.

一般来说, 我们把向量看作是有向线段. 而在向量坐标化的时候, 每个向量又对应着一个点.

几何学最基本的元素是点. 能否在处理几何问题时, 把向量看作是一个点呢? 若将任意设置的原点  $O$  省略掉, 用一个点来表示一个向量, 可称之为单点向量.

进一步扩展, 就是质点几何学研究内容了. 19 世纪, 德国数学家格拉斯曼 (Grassmann) 提出质点几何的基本设想. 南京大学莫绍揆教授的专著《质点几何学》系统地阐述了质点几何的理论和方法<sup>[2]</sup>.

质点几何的基本概念, 介绍于下:

定义: 在质点几何中, 称  $aP(a \neq 0, a \in \mathbf{R})$  为质点, 系数为 1 或  $-1$  时“1”可以省略; 称  $xM - xN(x \in \mathbf{R})$  为向量, 当  $x = 0$  或  $M = N$  时, 称  $xM - xN$  为零向量.

性质 1 (i) 设  $C$  是直线  $AB$  上的一点, 满足  $\overline{AC} : \overline{CB} = m : n$ , 则  $(m+n)C = nA + mB$ .

(ii) 若点  $A, B, C$  满足  $(m+n)C = nA + mB(m+n \neq 0)$ ,

(余文见后期)

## 关于数学问题解答栏不等式问题的研究性学习

安振平

(陕西咸阳师范学院基础教育课程研究中心, 712000, anzhenping@sina.com)

作为《数学通报》刊物的一个亮点, 每期都刊登了 5 道数学问题, 当中的一些问题比较精彩, 为我们中学的课堂教学、课外辅导、初数研究提供了很好的“题源”, 探究、思考、研究这些问题, 对于提升教师的解题基本功, 是有很大益处的.

### 1. 简单解答

**例 1.**  $\triangle ABC$  的三边长, 面积及三条内角平分线长分别为  $a, b, c, \Delta$  及  $t_a, t_b, t_c$ . 试证:  $\sum at_a \geq 6\Delta$ .  
(数学问题 815, 1993, 1)

**证:** 利用  $t_a \geq h_a, t_b \geq h_b, t_c \geq h_c$ , 以及三角形的面积公式, 立得

$$\sum at_a \geq \sum ah_a = 6\Delta.$$

**注 1.** 找到了如此简单的证明, 看来, 本题作为数学问题栏目里的问题, 其意义就不那么大了.

**例 2.** 设  $a, b, c \in \mathbf{R}^+, \lambda \geq 0$ , 求证:

$$\sum \frac{\sqrt{a^2 + \lambda b^2}}{a} \geq 3\sqrt{1 + \lambda}.$$

(数学问题 1613, 2006, 5)

**证:** 构造复数, 利用复数模的不等式, 得

$$\begin{aligned} \sum \frac{\sqrt{a^2 + \lambda b^2}}{a} &= \sum \left| 1 + \frac{\sqrt{\lambda} b}{a} i \right| \\ &= \left| \sum \left( 1 + \frac{\sqrt{\lambda} b}{a} i \right) \right| = \left| 3 + \sqrt{\lambda} \left( \sum \frac{b}{a} \right) i \right| \\ &= \sqrt{9 + \lambda \left( \sum \frac{b}{a} \right)^2} \geq \sqrt{9 + 9\lambda} \\ &= 3\sqrt{1 + \lambda}. \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \sum \frac{\sqrt{a^2 + \lambda b^2}}{a} \geq 3\sqrt{1 + \lambda}.$$

**注 2.** 原作者是用换元与反证法来解答此题的. 其实, 上述用复数模不等式的证明是比较简明的. 用类似的办法, 还可以证明 2008 年第 8 期《中等数学》数学奥林匹克问题高 231 题:

已知  $a, b, c$  为满足  $a + b + c = 1$  的正数, 求证:  $\sum \sqrt{1 + \frac{bc}{a}} \geq 2\sqrt{3}$ .

(余文见后期)

## 高斯函数的性质及应用

雷 勇

(河北省石家庄市第二中学, 050000, qq959595@sohu.com)

### 一、定义

$y = [x]$  叫高斯函数,  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数.

将  $[x]$  叫做  $x$  的整数部分,  $x - [x]$  叫做  $x$  的小数部分, 记作  $\{x\}$ .

### 二、基本性质

- (1)  $x = [x] + \{x\}, 0 \leq \{x\} < 1$ ;
- (2)  $x - 1 < [x] \leq x < [x] + 1$ ;
- (3)  $[n + x] = n + [x], \{n + x\} = \{x\}, n \in \mathbf{Z}$ ;
- (4) 若  $x \leq y$ , 则  $[x] \leq [y]$ ;
- (5) 当  $x \in \mathbf{Z}$  时,  $[-x] = -[x]$ ;
- 当  $x \notin \mathbf{Z}$  时,  $[-x] = -[x] - 1$ ;
- (6) 若  $n \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{R}$ , 则  $\left[\frac{x}{n}\right] = \left[\frac{[x]}{n}\right]$ ;
- (7)  $[x + y] \geq [x] + [y]$ .

### 三、与高斯函数相关的两个重要结论

结论 1: (厄米特恒等式)  $x \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}, [x] +$

$$\left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] = [nx].$$

**证:** 引入辅助函数

$$\begin{aligned} f(x) &= [nx] - [x] - \left[x + \frac{1}{n}\right] - \left[x + \frac{2}{n}\right] - \cdots - \\ &\quad \left[x + \frac{n-2}{n}\right] - \left[x + \frac{n-1}{n}\right], \end{aligned}$$

因  $f\left(x + \frac{1}{n}\right) = \cdots = f(x)$  对一切  $x \in \mathbf{R}$  成立, 所以  $f(x)$  是一个以  $\frac{1}{n}$  为周期的周期函数,

而当  $x \in \left[0, \frac{1}{n}\right)$  时, 直接计算知  $f(x) = 0$ , 故任意  $x \in \mathbf{R}$ , 厄米特恒等式成立.

**注 1.** 高斯函数主要着眼点还是应该放在考察小数部分的情况, 本题中关注到  $\frac{k}{n}$  是一个小于 1 的数, 是解决该题目的关键.

(余文见后期)



## 自主招生

## 全国高中数学联赛初赛暨自主招生数学培训讲义

## 联赛初赛试题分类汇编—函数部分

闫伟锋

(天津南开大学滨海学院公共数学教研室, 300270, summer14\_1210@yahoo.com.cn)

**前言:** 随着国内高校自主招生的火热兴起, 自主招生已经成为名副其实的小高考. 如何获得自主招生的考试资格是广大考生及家长密切关注的问题. 笔者研究国内数十所知名高校的自主招生简章, 发现各高校招生简章都明确指出: 考生在高中阶段获得全国高中数学联赛省级赛区二等奖及以上, 便具备该校的自主招生考试资格. 具有较好数学基础的同学, 在联赛预赛中斩获省赛区二等奖并非难事. 而近几年各高校联盟自主招生的数学考试略高于高考而近似于联赛初赛. 《学数学》期刊精心研究自主招生试题的类型和难度, 分类编辑部分联赛初赛题目, 以服务于广大学子及一线教师.

**1.** 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的不恒为 0 的函数. 如果对于任意的  $a, b \in \mathbf{R}$  都满足  $f(ab) = af(b) + bf(a)$ , 则函数  $f(x)$  ( )

- (A) 是奇函数 (B) 是偶函数  
(C) 既是奇函数也是偶函数  
(D) 既不是奇函数也不是偶函数

**解:** 因  $f(ab) = af(b) + bf(a)$ , 所以  $f(-x) = f(-1 \times x) = (-1)f(x) + f(-1)$ .

又因  $f(-1) = f(-1 \times 1) = -f(1) + f(-1)$ , 得  $f(1) = 0$ .

而  $f(1) = f((-1) \times (-1)) = -2f(-1)$ , 得  $f(-1) = 0$ . 所以,  $f(-x) = -f(x)$ .

又  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上不恒为 0, 故  $f(x)$  是奇函数.

**2.** 已知函数  $f(x) = x^2 - 2ax + 2$ , 当  $x \in [-1, +\infty)$  时,  $f(x) \geq a$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $-2 < a < 1$  (B)  $-2 \leq a \leq 1$   
(C)  $-3 \leq a \leq -2$  (D)  $-3 \leq a \leq 1$

**解:** 法一: 参变分离  $x^2 + 2 \geq a(1 + 2x)$ .

当  $x = -\frac{1}{2}$  时, 不等式恒成立.

当  $x \in (-\frac{1}{2}, +\infty)$  时,  $a \leq \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$ ,

令  $h(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$ ,

则  $h'(x) = \frac{2(x+2)(x-1)}{(1+2x)^2}$ , 在  $(-\frac{1}{2}, +\infty)$  上得驻点  $x = 1$ , 且  $x = 1$  是最小值点, 所以有  $a \leq 1$ .

当  $x \in [-1, -\frac{1}{2})$  时,  $a \geq \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$ , 由上述讨论知  $h(x)$  在  $[-2, -\frac{1}{2})$  上单调递减, 所以  $a \geq h(-1) = -3$ .

综上,  $-3 \leq a \leq 1$ .

**解:** 法二: 转化成一元二次方程.

$f(x) \geq a$  恒成立, 等价于  $x^2 - 2ax + 2 - a \geq 0$  恒成立. 令  $h(x) = x^2 - 2ax + 2 - a$ .

即二次函数  $h(x)$  在  $[-1, +\infty)$  上恒大于等于 0. 当  $\Delta = (a+2)(a-1) \leq 0$ , 即  $-2 \leq a \leq 1$  时, 恒有  $h(x) \geq 0$ .

当  $\Delta = (a+2)(a-1) > 0$  时, 须有对称轴  $x = a \leq -1$  且  $f(-1) \geq 0$ , 解得  $-3 \leq a \leq -1$ .

**3.** 已知关于参数  $a(a > 0)$  的二次函数  $y = ax^2 + \sqrt{1-a^2}x + a^2 - 3a - \frac{1}{4} + \frac{1}{4a}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的最小值是关于  $a$  的函数  $f(a)$ , 则  $f(a)$  的最小值为 ( )

- (A) -2 (B)  $-\frac{137}{64}$  (C)  $-\frac{1}{4}$   
(D) 以上结果都不对

**解:** 当  $x = -\frac{\sqrt{1-a^2}}{2a}$  时,  $y$  的最小值为  $f(a) = a^2 - \frac{11}{4}a - \frac{1}{4}$ , 其中  $0 < a < 1$ .

因为对称轴为  $a = \frac{11}{8}$ ,

所以当  $a = 1$  时  $f(a)$  的最小值为 -2.

**4.** 已知二次函数  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ , 则方程  $f(f(x)) = 0$  不同实数根的数目为 ( )

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

**解:** 法一: 因为  $f(f(x)) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x$ , 所以有  $x(x-3)(x^2-3x+1) = 0$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ,  $x_{3,4} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ .

(余文见后期)

高考研究

## 一道高考解几题的平凡解法探索

李 红

2012 年江苏高考数学第 19 题第 (2) 小题的第 (ii) 问本质是以下问题:

**问题 1:** 过椭圆的左右焦点  $F_1$ 、 $F_2$  作两条平行直线与椭圆上半部分分别交于  $A$ 、 $B$  两点, 点  $P$  为  $AF_2$  和  $BF_1$  的交点, 求证:  $PF_1 + PF_2$  为定值.

我们想通过改造问题, 把原题中的椭圆条件去掉, 把问题改造成一个平面几何问题.

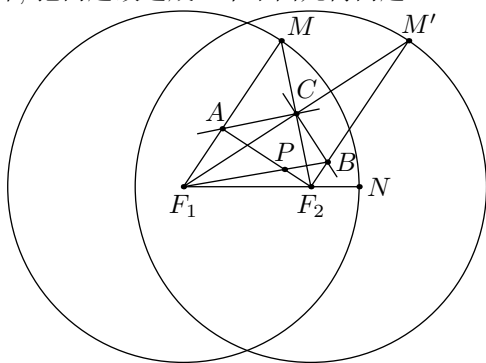


图 1

如图1, 线段  $F_1F_2$  为定长  $2c(c > 0)$ , 在  $F_1F_2$  延长线上取点  $N$ , 使得  $F_1N = 2a(a > c)$ ,

以  $F_1$  为圆心,  $F_1N$  为半径作圆  $F_1$ , 在圆  $F_1$  上任取一点  $M$ , 线段  $F_2M$  的垂直平分线与线段  $F_1M$  交于点  $A$ , 于是

$$AF_1 + AF_2 = AF_1 + AM = F_1M = 2a.$$

即点  $A$  在以  $F_1$ 、 $F_2$  为焦点的椭圆上, 焦距为  $2c$ , 长轴长为  $2a$ .

再以  $F_2$  为圆心,  $F_1N$  (即长  $2a$ ) 为半径作圆  $F_2$ , 过  $F_2$  作  $F_1M$  的平行线交圆  $F_2$  于点  $M'$ , 显然  $F_1F_2M'M$  为平行四边形, 于是  $F_1M'$  和  $F_2M$  互相平分于点  $C$ , 过  $C$  作  $F_1M$  的垂线交  $F_2M'$  于点  $B$ , 则

$$BF_1 + BF_2 = B_1M' + BF_2 = F_2M' = 2a.$$

即点  $B$  也在以  $F_1$ 、 $F_2$  为焦点的椭圆上, 焦距为  $2c$ , 长轴长为  $2a$ .

连接  $AF_2$  及  $BF_1$ , 取其交点  $P$ , 我们要证明  $PF_1 + PF_2$  为定值.

我们把问题重新叙述如下:

**问题 2:** 设平行四边形  $F_1F_2M'M$  各边长为定长, 过其对角线的交点  $C$  作  $CA \perp F_2M$ ,

$CB \perp F_1M'$ , 分别交  $F_1M$ 、 $F_2M'$  于点  $A$ 、 $B$ . 线段  $AF_2$  与  $BF_1$  交于点  $P$ .

求证:  $PF_1 + PF_2$  为定长.

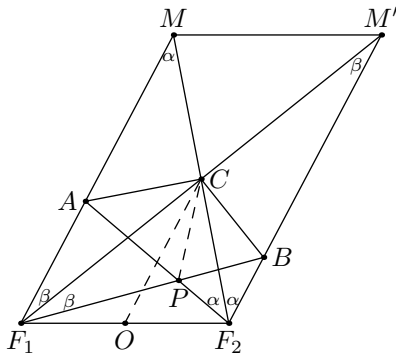


图 2

注意到平行四边形的构建过程, 我们有  $\triangle AF_2M$  及  $\triangle BF_1M'$  为等腰三角形, 为了叙述方便, 我们在图2中把两组分别相等的角用  $\alpha$  和  $\beta$  表示出来. 连  $PC$ .

注意到  $CB$  平分  $\angle F_1BM'$ ,  $CA$  平分  $\angle F_2AM$ , 及  $C$  到  $F_1M$ 、 $F_2M'$  的距离相等, 我们可得到  $C$  到  $PA$ 、 $PB$  的距离相等, 即  $PC$  平分  $\angle APB$ .

$$\text{而 } \angle APB = \angle F_1AP + \angle AF_1P = 2\alpha + 2\beta.$$

所以  $\angle APC = \angle BPC = \alpha + \beta$ . 从而

$$\angle PCF_1 = \angle BPC - \angle PF_1C = \alpha,$$

$$\angle PCF_2 = \angle APC - \angle PF_2C = \beta.$$

所以  $\triangle F_1PC \sim \triangle CPF_2 \sim \triangle F_1CM$ .

$$\text{于是 } \frac{PF_1}{CF_1} = \frac{CF_1}{MF_1}, \text{ 即 } PF_1 = \frac{CF_1^2}{MF_1}.$$

$$\text{同理 } PF_2 = \frac{CF_2^2}{M'F_2}.$$

取  $F_1F_2$  中点  $O$ , 连  $OC$ , 于是

$$MF_1 = M'F_2 = 2CO.$$

在  $\triangle CF_1F_2$  中, 由中线长公式知

$$CF_1^2 + CF_2^2 = 2(OC^2 + OF_1^2).$$

$$\text{于是 } PF_1 + PF_2 = \frac{OC^2 + OF_1^2}{OC} = \frac{a^2 + c^2}{a}$$

为定值.

$$\text{同时还有 } PF_1 \cdot PF_2 = PC^2.$$

注意到  $OC \parallel F_1M \parallel F_2M'$ , 于是

$$\angle OCF_2 = \alpha, \angle OCF_1 = \beta.$$

我们把问题再次重新叙述如下:

问题 3: 如图3,  $D$  为  $\triangle ABC$  中  $AB$  边的中点,  $P$  为  $\triangle ABC$  形内一点, 且满足:

$$\angle PAC = \angle ACD, \angle PBC = \angle BCD.$$

求证:

$$(1) PA \cdot PB = PC^2;$$

$$(2) PA + PB = \frac{CD^2 + AD^2}{CD}.$$

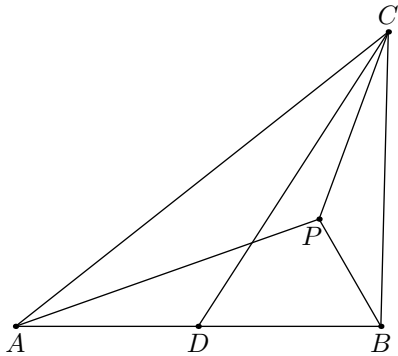


图 3

到此, 我们得到了一个全新的平面几何问题, 究其本质却和问题 1 完全一致.

如何来解决问题 3 呢? 我们当然可以倍长  $AC$ 、 $BC$  后把问题转成问题 2. 但这个解法显得很自然. 有没有其他好的解决办法呢? 上海叶中豪先生给出了如下证明:

如图4, 倍长中线  $CD$  至  $Q$ , 延长  $AP$ 、 $QB$  交于点  $E$ , 延长  $BP$ 、 $QA$  交于点  $F$ .

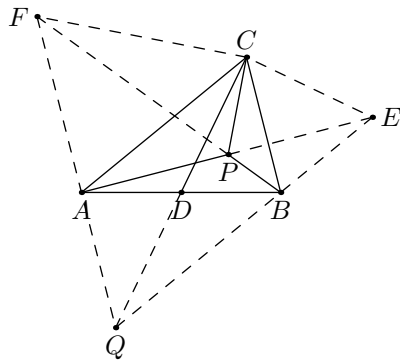


图 4

由  $\angle CQE = \angle ACQ = \angle CAE$  知  $C, A, Q, E$  四点共圆.

于是  $\angle CEP = \angle CQA = \angle BCD = \angle CBP$ , 故  $C, P, B, E$  四点共圆.

于是  $\angle PCB = \angle PEB = \angle PAC$ .

同理  $C, P, A, F$  四点共圆.

于是  $\angle PCA = \angle PFA = \angle PBC$ .

从而  $\triangle PBC \sim \triangle PCA$ .

所以  $PA \cdot PB = PC^2$ .

另一方面  $\triangle CPB \sim \triangle CAQ$ ,

$$\text{所以 } \frac{PB}{BC} = \frac{AQ}{CQ} = \frac{BC}{2CD}.$$

$$\text{即 } PB = \frac{CB^2}{2CD}. \text{ 同理 } PA = \frac{CA^2}{2CD}.$$

两式相加, 再利用

$$CA^2 + CB^2 = 2(CD^2 + AD^2)$$

即得

$$PA + PB = \frac{AD^2 + CD^2}{CD}.$$

□

### 短文集萃

## “多思”与“统一”

费振鹏

一首旋律优美的音乐百听不厌, 余音绕梁, 叫人永世难忘; 一道好题优雅的解法简捷明快, 一针见血, 令人观为叹止. 我们在解决很多数学难题时, 经常是百思不得其解, 但往往当你把其中几个不同的事物转化、统一成同一个事物去处理, 问题反而会迎刃而解, 其间的感受说不完道不尽, 正所谓“山重水复疑无路, 柳暗花明又一村”, 使人心旷神怡而回味无穷……

在这里, 我就拿一道竞赛训练的填空题来谈谈用统一思想求解的多种方法, 仅供同学们参考.

问题 已知:  $a + \lg a = 10$ ,  $b + 10^b = 10$ , 则

$$a + b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解: (法一) 由已知得,  $a = 10^{10-a}$ ,  $10 - b = 10^b$ .

两式相减得  $10 - a - b = 10^b - 10^{10-a}$ .

i. 若  $10 - a - b > 0$ , 则  $10 - a > b$ ,  $10^{10-a} > 10^b$ ,  $10^b - 10^{10-a} < 0$ .

从而  $0 < 10 - a - b = 10^b - 10^{10-a} < 0$ . 矛盾!

ii. 若  $10 - a - b < 0$ , 则  $10 - a < b$ ,  $10^{10-a} < 10^b$ ,  $10^b - 10^{10-a} > 0$ .

从而  $0 > 10 - a - b = 10^b - 10^{10-a} > 0$ . 矛盾!

盾!

综合 i、ii, 得  $10 - a - b = 0$ .

即  $a + b = 10$ .

**评析** 本法是巧妙地把原题中指数与对数全部统一成指数, 再利用指数函数的单调性而迫敛到最后一个结果.

**解:** (法二) 由已知得,  $\lg a = 10 - a$ ,  $10^b = 10 - b$ .

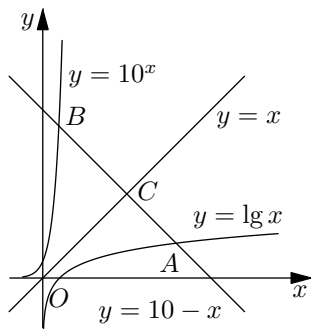


图 1

如图1, 分别作出函数  $y = \lg x$ 、 $y = 10 - x$ 、 $y = 10^x$  的图象, 设  $y = \lg x$  与  $y = 10 - x$  的交点为  $A$ ,  $y = 10^x$  与  $y = 10 - x$  的交点为  $B$ , 则  $a$  为  $A$  的横坐标,  $b$  为  $B$  的横坐标.

由互为反函数的图象关于  $y = x$  对称, 知  $y = x$  与  $y = 10 - x$  的交点  $C(5, 5)$  为  $A$ 、 $B$  的中点.

从而  $a + b = 5 \times 2 = 10$ .

**评析** 本法一方面把问题中四个函数统一为三个函数, 另一方面其中有两个函数互为反函数. 结合反函数的图象性质, 巧妙地将“数”通过“形”的直观性展示出来, 使问题变得清晰明了, 而求解起来也容易了许多.

**解:** (法三) 由  $a + \lg a = 10$  得,  $\lg a = 10 - a$ ,  $10^{10-a} = a$  即  $10^{10-a} = 10 - (10 - a)$  由  $b + 10^b = 10$  得,  $10^b = 10 - b$ .

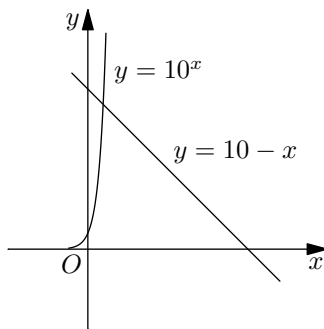


图 2

如图2, 分别作出函数  $y = 10^x$ 、 $y = 10 - x$  的图象, 显然它们只有唯一公共点, 即  $10^x = 10 - x$  有唯一解. 从而  $b = 10 - a$ , 即  $a + b = 10$ .

**评析** 本法是把问题中四个函数统一为两组形式一致的两个函数, 通过这两个函数图象的交点的唯一性, 而得到对应的方程仅有唯一解. 在此数形结合又一次显示出它的作用, 使问题更加简单易求.

**解:** (法四) 由已知  $a + \lg a = 10$ ,  $b + 10^b = 10$ , 知函数  $f(x) = x + \lg x$  当  $x_1 = a$ ,  $x_2 = 10^b$  时, 函数值相等, 都为 10. 即  $f(a) = f(10^b)$ . 又易推得函数  $f(x) = x + \lg x$  是单调函数, 故  $a = 10^b$ . 从而  $a + b = 10^b + b = 10$ .

**评析** 本法是构建在以上三种解法的基础上进行归类统一而形成. 到此为止, 我们已把问题研究得“清澈见底”, 几乎无可挑剔.

的确数学的解题很有学问, 平时做练习, 应不满足于一种方法, 多思则多解, 遇到具体问题时才能做到随机应变, 达到快速求解的目的. 令狐冲何以“无招胜有招”? 我想, 博采众长, 锐意创新, 方能随心所欲, 战无不胜. 其实解决数学问题不也是如此吗? 只有博览群书就能使掌握的知识广而深、方法多而活、技巧强而新. 解题中的创新意识, 来自于平时的日积月累. 不学习、不思考, 创新思维的火花怎会闪现在你的头脑中? 所谓“功到自然成”, 也蕴含着这个道理. □

### 赛题解析

## 2012 年全国高中数学联赛江苏赛区初赛试题与参考解答

### 一、填空题 (70 分)

1. 当  $x \in [-3, 3]$  时, 函数  $f(x) = |x^3 - 3x|$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

**解:** 令  $g(x) = x^3 - 3x$ , 则  $g'(x) = 3x^2 - 3$ .

解不等式  $3x^2 - 3 > 0$  得  $x < -1$  或  $x > 1$ .

所以  $g(x)$  在  $[-3, -1]$  和  $[1, 3]$  上单调递增, 在  $[-1, 1]$  上单调递减.

又  $g(3) = 18$ ,  $g(1) = -2$ ,

$g(-3) = -18, g(-1) = 2$ ,  
所以  $-18 \leq g(x) \leq 18$ , 即  $0 \leq f(x) \leq 18$ .  
所以函数  $f(x)$  的最大值为 18.

2. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 12, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} = -4$  则  $AC =$ \_\_\_\_\_.

解: 由  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 12, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} = -4$ .

两式相减得

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \\ = \overrightarrow{AC}^2 = 16, \text{ 即 } AC = 4.$$

(余文见后期)

## 2011 印度地区数学奥林匹克试题与参考解答

1.  $\triangle ABC$  中,  $D, E, F$  分别在线段  $BC, CA, AB$  上,  $AD, BE, CF$  交于一点  $K$ , 且  $\frac{BD}{DC} = \frac{BF}{FA}, \angle ADB = \angle AFC$ .

求证:  $\angle ABE = \angle CAD$ .

(余文见后期)

## 2011/12 年英国数学奥林匹克第一轮试题与参考解答

1. 求所有的整数  $n$ , 使得  $n^2 + 20n + 11$  是完全平方数.

解: 设  $n^2 + 20n + 11 = m^2$ , 其中  $m \in \mathbf{N}$ , 则  $(n + 10 + m)(n + 10 - m) = 89$ .

而 89 是质数,  $n + 10 + m \geq n + 10 - m$ , 故  $(n + 10 + m, n + 10 - m) = (89, 1), (-1, -89)$ .

解得  $(m, n) = (44, 35)$  或  $(44, -55)$ . 故所求整数  $n = 35$  或  $-55$ .

2. 将  $1, 2, \dots, n$  重新排成一行, 使得连续项至少相差  $t$ . 求最大整数  $t$ .

解: 情形一: 当  $n = 2k$  时, 若  $t \geq k + 1$ , 则  $k$  与  $k + 1$  的邻项都不存在. 故  $t \leq k$ .

将其排成  $k + 1, 1, k + 2, 2, k + 3, 3, \dots, 2k - 1, k - 1, 2k, k$ . 此时  $t = k$ .

情形二: 当  $n = 2k + 1$  时, 若  $t \geq k + 1$ , 则  $k + 1$  的邻项不存在. 故  $t \leq k$ .

将其排成  $k + 1, 1, k + 2, 2, \dots, 2k - 1, k - 1, 2k, k, 2k + 1$ . 此时  $t = k$ .

综上,  $t_{\max} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ .

(余文见后期)

## 2012 年俄罗斯数学奥林匹克九年级试题与参考解答

1.  $a_1, a_2, \dots, a_{11}$  是不小于 2 的互异正整数, 满足  $a_1 + a_2 + \dots + a_{11} = 407$ .

是否存在正整数  $n$ , 使得当  $n$  分别除以  $a_1, a_2, \dots, a_{11}, 4a_1, 4a_2, \dots, 4a_{11}$  这 22 个数时所得到的余数的和等于 2012?

解: 不存在.

若存在这样的  $n$  满足条件,  $n$  除以所得的 22 个余数为不超过  $a_1 - 1, a_2 - 1, \dots, a_{11} - 1, 4a_1 - 1, 4a_2 - 1, \dots, 4a_{11} - 1$  的非负整数.

又因为  $a_1 - 1, a_2 - 1, \dots, a_{11} - 1, 4a_1 - 1, 4a_2 - 1, \dots, 4a_{11} - 1 = 5 \cdot 407 - 22 = 2013$ .

故上述余数中恰好有一个取不到最大情况, 而其他都取到最大情形.

故存在  $1 \leq i \leq 11$  使得  $n \equiv -2 \pmod{a_i}$ , 且  $n \equiv -1 \pmod{4a_i}$ , 或者  $n \equiv -1 \pmod{a_i}$ , 且  $n \equiv -2 \pmod{4a_i}$ .

由这两式均可得到  $-1 \equiv -2 \pmod{a_i}$ .

从而得到,  $a_i = 1$ , 这是不可能的.

2. 已知在正 2012 边形的顶点中, 存在  $k$  个顶点, 使得以这  $k$  个顶点为顶点的凸  $k$  边形的任意两条边不平行. 求  $k$  的最大值.

(余文见后期)

## 2012 年亚太数学奥林匹克试题与参考解答

1. 设  $P$  是三角形  $ABC$  内一点, 直线  $AP, BP, CP$  分别与边  $BC, CA, AB$  相交于点  $D, E, F$ . 证明: 若  $\triangle PFA, \triangle PDB, \triangle PEC$  的面积均为 1, 则  $\triangle ABC$  的面积为 6.

证: 我们定义  $S_{\triangle XYZ}$  表示  $\triangle XYZ$  的面积. 设  $x = S_{\triangle PAB}, y = S_{\triangle PBC}, z = S_{\triangle PCA}$ . 由于

$$y : z = S_{\triangle BCP} : S_{\triangle ACP} = BF : AF$$

$$= S_{\triangle BPF} : S_{\triangle APF} = (x-1) : 1.$$

可得  $z(x-1) = y$ , 从而  $(z+1)x = x+y+z$ . 类似地, 我们有  $(x+1)y = x+y+z$  和  $(y+1)z = x+y+z$ .

于是, 我们得到  $(x+1)y = (y+1)z = (z+1)x$ .

不失一般性, 我们可以假设  $x \leq y, z$ .

如果  $y > z$ , 那么我们有  $(y+1)z > (z+1)x$ ,

矛盾.

类似地, 如果  $y < z$ , 可得到  $(x+1)y < (y+1)z$ , 同样矛盾;

因此, 必然有  $y = z$ . 于是, 通过  $(y+1)z = (z+1)x$  知  $x = z$ , 这样我们由  $(x-1) : 1 = y : z = 1 : 1$  知  $x = y = z = 2$ .

因此,  $\triangle ABC$  的面积为  $x + y + z = 6$ .

2. 在  $2012 \times 2012$  的方格纸中, 每个小方格内填入一个不小于 0 且不大于 1 的实数, 满足方格纸内任一条格线所分的两个矩形中, 至少有一个其内部所有小方格内所填数之和不超过 1. 求这  $2012 \times 2012$  个小方格内所填数之和的最大可能值.

(余文见后期)

## 2012 年首届欧洲女子数学奥林匹克试题与参考解答

畅想未来的话: 2012 年首届欧洲女子数学奥林匹克 EGMO 于 2012 年 4 月 10 日—16 日在英国剑桥大学默里爱德华兹学院举行. 今年是该项赛事的第一届比赛, 其创意来自“中国女子数学奥林匹克”. 2010 年, 英国曾派出了一支女子国家队参加了当年的中国女子数学奥林匹克竞赛, 回国后便着手筹划该项赛事, 他们希望能有更多的适龄女子在国际数学奥林匹克的舞台上一展身姿.

今年的首届 EGMO 吸引了几乎所有欧洲数学强国参加, 共有 19 个国家的约 70 名女选手代表各自国家参赛. 按规定: 每支代表队由 4 名女选手组成, 比赛分两天进行 (4 月 12、13 日), 每天 4.5 个小时, 完成 4 道试题, 每题 7 分.

从这两天的试题中, 我们看到了许多非常好的组合试题, 令人兴奋不已, 同时也感叹于他们试题的创新和灵活, 更感叹于该项比赛所带来的积极意义, 它无疑会对欧洲各国女中学生进一步提高对数学的兴趣, 展示自己的才能起到极大而深远的影响.

据组委会消息, 第 2 届欧洲女子奥林匹克 EGMO 将于 2013 年在卢森堡举行.

1. 设  $\triangle ABC$  的外心为  $O$ , 点  $D, E, F$  分别位于边  $BC, CA, AB$  上, 使得  $DE$  垂直于  $CO$ ,  $DF$  垂直于  $BO$  ( $D$  在  $BC$  上意为点  $D$  在直线  $BC$  上且  $D$  在  $B, C$  之间), 若  $K$  是  $\triangle AFE$  的

外心, 证明:  $DK$  垂直于  $BC$ .

2.  $n$  是正整数, 求最大可能的正整数  $m$ , 使得  $m, n$  满足下列条件: 一个  $m$  行  $n$  列的表格, 在每空格内填入一个实数, 且对于任意两个不同行  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  和  $[b_1, b_2, \dots, b_n]$  有  $\max(|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|) = 1$ .

3. 求所有函数  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  且  $x, y \in \mathbf{R}$ , 满足  $f(yf(x+y) + f(x)) = 4x + 2yf(x+y)$ .

4. 整数集  $A$ , 如果满足  $A \subset A + A$ , 那么把  $A$  称为“全总和”, 也就是说: 对于每一个  $a \in A$  可表示为  $b$  与  $c$  之和 ( $b, c \in A$  且  $b, c$  可以相同), 如果 0 是不能表示为  $A$  的一个有限非空子集中所有元素之和的唯一整数, 则整数集  $A$  被称为“零的总和”. 问是否存在一个整数集, 既是“全总和”又是“零的总和”?

5.  $p, q$  为质数, 满足  $\frac{p}{p+1} + \frac{q+1}{a} = \frac{2n}{n+2}$ , 对某个正整数  $n$  成立. 求所有可能的  $q - p$  的值.

6. 有无限多个人在社交网站 Mugbook 上注册, 有几对不同用户互相注册为好友, 但每个人只有有限多个好友, 且至少有一个好友 (好友是相互的, 比如  $A$  是  $B$  的好友,  $B$  也是  $A$  的好友). 每个人被要求指定他的一个好友作为最佳好友, 如果  $A$  指定  $B$  作为最佳好友, 那么 (不幸的是)  $B$  不一

定指定  $A$  作为最佳好友. 某人如果被指定为最佳好友, 那么称他为“一级朋友”. 一般的,  $n > 1$  是正整数, 如果一个用户被指定为某个  $n-1$  级朋友的最佳朋友, 则该用户是“ $n$  级朋友”, 如果某人对于任意正整数  $k$ , 是  $k$  级朋友, 则该用户被称为“受欢迎的人”.

(1) 证明: 每一个受欢迎的人是另一个受欢迎的人的最佳朋友;

(2) 若每个人可有无限多个朋友, 那么是否有可能一个受欢迎的人不是另一个受欢迎的人的最佳朋友.

7.  $\triangle ABC$  是锐角三角形, 它的外接圆为  $\Gamma$ , 垂心为  $H$ . 令  $K$  是圆  $\Gamma$  上的一点, 且  $K$  与

$A$  在  $BC$  的异侧; 令  $L$  是  $K$  关于直线  $AB$  的对称点,  $M$  是  $K$  关于直线  $BC$  的对称点,  $E$  是圆  $\Gamma$  和  $\triangle BLM$  的外接圆的第二个交点. 证明:  $KH, EM, BC$  共点.

8. 一个单词是某些字母的有限排列, 如果一个单词是由至少两个相同的子单词串联而成, 称该单词为“重复的”, 如  $ababab$  和  $abcabc$  是“重复的”, 而  $ababa$  和  $aabb$  则不是. 证明: 如果交换一个单词中任意两个相邻字母, 得到的新单词都是“重复的”, 那么原单词各个字母相同.

(可交换两个相同的相邻字母, 则新、旧单词相同)

(余文见后期)

### 英语数学

## 2011 年美国数学邀请赛试题代数部分汇编

1. Jar A contains four liters of a solution that is 45% acid. Jar B contains five liters of a solution that is 48% acid. Jar C contains one liter of a solution that is  $k\%$  acid. From jar C,  $\frac{m}{n}$  liters of the solution is added to jar A, and the remainder of the solution in jar C is added to jar

B. At the end both jar A and jar B contain solutions that are 50% acid. Given that  $m$  and  $n$  are relatively prime positive integers, find  $k+m+n$ .

(2011-I-1, Answer:  $\boxed{085}$ )

(余文见后期)

### 数学考场

## 2010 年莫斯科大学计算数学与控制论系入学考试试题

### 第一卷

1. 一个等差数列的首项是负的, 等于  $-405$ , 公差为  $18$ . 这个数列的前  $n$  项的绝对值之和为  $5661$ . 求  $n$ .

2. 解不等式

$$\frac{1 + \log_{x-2}(-x^2 + 7x - 10)}{2 - \log_{5-x}(x^2 - 4x + 4)} \leq 2.$$

3. 解方程  $\tan^2(5x + \sin^2 y) + \left| \frac{5x + \cos 2y}{3} + \frac{3}{5x + \cos 2y} \right| = 4 \cos^2 \frac{7\pi}{4}.$

4. 在四边形  $ABCD$  中, 长为  $9$  的对角线  $AC$  是锐角  $\angle BAD$  的平分线, 并分四边形为  $2$  个

面积为  $6\sqrt{2}$  与  $12\sqrt{2}$  的三角形, 这四边形内接于一圆, 求它的半径.

5. 设混合组

$$\begin{cases} 64 \cdot 25^{-\sqrt{y}} + (8 - 40a) \cdot 5^{-\sqrt{y}} - 5a \leq 0 \\ 40 \cdot 5^{-\sqrt{y}} = 80 \cdot 2^x + 5a + a \cdot 2^{-x} \end{cases}$$

有解, 求参数  $a$  的所有值.

6. 四棱锥  $SABCD$  的底是边长为  $AB = 2$ ,  $AD = 3$  的矩形  $ABCD$ . 长为  $\frac{12}{\sqrt{23}}$  的棱锥的高通过矩形  $ABCD$  的对角线交点. 一平面通过点  $A$ , 平行于直线  $BD$ , 与半径为  $1$ , 球心为点  $S$  的球相切, 且与棱  $SC$  相交, 它分这条棱的比是多少?



## 2010 年莫斯科大学计算数学与控制论系入学考试试题

## 第二卷

1. 一个等差数列的首项是负的, 等于  $-376$ , 公差为  $16$ . 这个数列的前  $n$  的绝对值之和为  $5408$ . 求  $n$ .

2. 解不等式  

$$\frac{2 + \log_{x+1}(-x^2 + x + 2)}{2 - \log_{2-x}(x^2 + 2x + 1)} \leq 2.$$

(余文见后期)

## 数学贴吧

## 数学贴吧问题

主持人: 李 红 李 潜

欢迎你到论坛数学贴吧讨论区 (<http://www.omaths.com/bbs/index.asp?boardid=234>) 参与讨论, 讨论问题回帖可以发到邮箱 [mathclub@163.com](mailto:mathclub@163.com), 我们会择优在下期杂志上发表.

**题 1.** 能否把一个正方体分割成  $54$  个小正方体?

(邬天泉 浙江台州市椒江中学)

(编辑部 供题)

**题 2.** 已知半径分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三个球两两相切, 两个相异平面  $\alpha$ 、 $\beta$  分别与这三球都相切, 记  $\alpha$  与  $\beta$  所成二面角为  $\theta$ .

试证  $\cos \theta = 3 - 2 \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{abc(a+b+c)}.$

**题 3.** 设  $x, y \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ , 求证:  $\frac{3}{2} \leq \frac{1}{x+xy} + \frac{x}{1+xy} + \frac{xy}{1+x} \leq \frac{19}{10}.$

(安振平 陕西省咸阳师范学院基础教育课程研究中心)

附录:

## 2012 年创刊号目录

# 目 次

### 信息之窗

创刊寄语 .....	单 增	1
发刊词 .....	编辑部	1
致读者 .....	编辑部	2
杂志导读 .....	编辑部	2

### 名家讲堂

谈谈向量法与质点法 (连载之一) .....	张景中 彭翥成	3
------------------------	---------	---

### 专题研究

关于数学问题解答栏不等式问题的研究性学习 .....	安振平	5
高斯函数的性质及应用 .....	雷 勇	8

### 短文集萃

近在眼前 .....	小 月	13
格点多边形面积公式及其应用 .....	李 红	14
正项等差数列幂和式的下界估计 .....	李 明	15
一个优美不等式的精彩证明 .....	宋 庆	16
一个关于 $\ln x$ 的不等式的加强及其应用 .....	甘志国	17
一道女子奥数题的加强 .....	范花妹 秦庆雄	18

### 竞赛基础

联赛初赛试题分类汇编—函数部分 .....	闫伟锋	19
-----------------------	-----	----

### 国内赛题

2012 年全国高中数学联赛江苏赛区初赛试题与解答 .....	22
2012 年全国高中数学联赛四川赛区初赛试题与解答 .....	25
2012 年浙江省高中数学竞赛试题与解答 .....	28
2012 年上海市高中数学竞赛试题与解答 .....	33

### 国外赛题

2011 年印度地区数学奥林匹克试题与解答 .....	36
2011/12 年英国数学奥林匹克第一轮试题与解答 .....	38
2012 年俄罗斯数学奥林匹克九年级试题与解答 .....	40
2012 年欧洲女子数学奥林匹克试题与解答 .....	42

### 学生习作

一道数学竞赛不等式的简证 .....	钱 男	45
--------------------	-----	----

### 数学考场

高中数学竞赛训练题 (1) .....	李 红 李 潜	46
---------------------	---------	----

### 数学贴吧

有奖探究问题 .....	49
--------------	----

# 《学数学》征稿启事

《学数学》以“探索数学学习本源, 研究数学思想方法, 关注数学发展动态, 拓展数学学习视野”为宗旨, 传播数学文化, 探究压轴经典, 聚焦自主招生, 关注竞赛动态.

我们考虑读者使用杂志的便利性、时效性, 决定以专辑形式出版发行. 具体编辑计划如下:

第 01, 02 月: 综合学习; 第 03, 04 月: 高考复习; 第 05, 06 月: 综合学习;

第 07, 08 月: 高考研究; 第 09, 10 月: 数学竞赛; 第 11, 12 月: 自主招生.

我们热忱欢迎广大作者为各个专辑相关栏目撰稿, 特别欢迎适合高中生阅读的、内容充实的专题讲座和解题指导性文章. 来稿时请注意以下各项:

1. 来稿请标注所投专辑, 专题应附有相应练习题, 并给出答案或提示.
2. 文中例题最好选用国内高考试题 (含模拟试题)、国内外大学自主招生试题、世界各国各级高中竞赛试题, 并请标出试题全称、届次和时间.
3. 凡为本刊数学考场和数学贴吧栏目提供的稿件, 试题内容范围以高中数学课程标准、数学竞赛大纲为准; 题目要有新意 (如用成题, 必须改编), 并注明是自编或改编, 改编题须注明原题出处.
4. 来稿接收 DOC 或 TEX 两种格式的文档. 对于 DOC 文档, 公式使用 MathType 公式编辑器输入. 两种格式文档中的图形, 再另附几何画板的 GSP 文档.
5. 来稿不要一稿多投, 文责自负, 允许编辑修改, 所有刊登稿件, 出版社付稿酬, 版权归出版社所有.

# 《学数学》征订启事

《学数学》杂志是高中学生学习数学课程, 参加高考、准备参加自主招生考试及角逐全国高中数学联赛等各级数学竞赛的得力助手. 她是学生研究数学的工具, 学好数学的宝典; 她是高中数学教师教学的伴侣, 竞赛辅导的参考资料. 我们考虑读者使用杂志的便利性、时效性, 决定以专辑形式出版发行:

第 01, 02 月: 综合学习; 第 03, 04 月: 高考复习; 第 05, 06 月: 综合学习;

第 07, 08 月: 高考研究; 第 09, 10 月: 数学竞赛; 第 11, 12 月: 自主招生.

特别赠送信息速递 PDF 版电子刊, 读者可以通过学数学电子信息速递 (<http://www.omaths.com/bbs> 顶部右侧) 的链接进行邮件订阅. 另外, 我们为了便于读者交流与订阅, 我们特设《学数学》杂志读者 QQ 群: 208949603.

本刊每期 48 页, 定价人民币 6 元. 《学数学》杂志社淘宝网店地址: <http://xueshuxue.taobao.com/>.

## 学 数 学

专辑月刊

(2012 年 9 月创刊)

刊名题字: 单 增

2012 年 7 月试刊号

(2012 年 6 月 30 日出版)

编 委: (按姓氏笔划为序)

安振平 闫 东 闫伟锋 成俊锋

邬天泉 宋 庆 李 红 李 潜

张 雷 陆 康 费振鹏 姚景峰

姜 平 赵 斌 顾 滨 郭强辉

康春波 彭 玲 彭翥成 雷 勇

投稿邮箱: [xsx@omaths.com](mailto:xsx@omaths.com)

订阅邮箱: [fzp@omaths.com](mailto:fzp@omaths.com)

ISSN 2073-0616



主办单位: 香港鹏博文化传播有限公司

编辑出版: 鹏博出版社学数学编辑部

顾 问: 单 增

社 长: 费振鹏

主 编: 李 红

杂志网址: [www.omaths.com](http://www.omaths.com)

国际刊号: ISSN 2073-0616

定 价: ¥ 6.00