

## BAB 1

# BILANGAN RIIL

### MATERI YANG DIBAHAS

- A. SISTEM BILANGAN RIIL
- B. SIFAT – SIFAT BILANGAN RIIL
- C. PERSAMAAN
- D. PERTIDAKSAMAAN
- E. NILAI ABSOLUTE

[Geometri koordinat], jauh melebihi dari spekulasi metafisisnya, mengabdikan nama Descartes, dan merupakan langkah tunggal terbesar yang pernah dibuat dalam perkembangan ilmu-ilmu eksakta.

*John Stuart Mill*



## A. Sistem Bilangan Riil

Kalkulus didasarkan pada sistem bilangan riil dan sifat – sifatnya. Beberapa sistem bilangan mulai dari yang sederhana sampai yang lebih kompleks antara lain :

1. Bilangan – bilangan asli. Merupakan sistem bilangan yang paling sederhana. Dengan ini kita dapat menghitung seperti buku – buku kita, teman – teman kita, uang kita dsb. Bilangan itu adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...
2. Bilangan – bilangan bulat. Merupakan sistem bilangan yang menggabungkan sistem bilangan asli dengan bilangan negatifnya dan nol. Bilangan itu adalah ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
3. Bilangan – bilangan rasional. Bilamana kita mengukur panjang, berat atau tegangan listrik, bilangan bulat tidak memadai karena kurang memberikan ketelitian yang cukup. Kita dituntut mempertimbangkan hasil bagi (rasio) dari bilangan – bilangan bulat. Jadi bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk  $\frac{m}{n}$ , dimana  $m$  dan  $n$  adalah bilangan bulat dengan  $n \neq 0$ . Yang termasuk bilangan rasional antara lain :
  - a. Bilangan pecahan :  $\frac{2}{7}$ ,  $-\frac{4}{5}$ ,  $\frac{83}{5}$
  - b. Bilangan desimal : 2,36; -0,003251
  - c. Bilangan desimal berulang :  $\frac{13}{11}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{6}$
4. Bilangan – bilangan irrasional. Bilangan yang tidak dapat dituliskan sebagai suatu hasil bagi dari dua bilangan bulat. Bilangan ini antara lain  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,



$\sqrt{5}$ ,  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\pi$ . Hal ini ditemukan oleh orang Yunani Kuno beberapa abad sebelum masehi. Mereka memperlihatkan tentang panjang sisi miring sebuah segitiga siku – siku.

5. Bilangan – bilangan riil. Sekumpulan bilangan rasional dan irrasional yang dapat mengukur panjang, bersama – sama dengan negatifnya dan nol. Dipandang sebagai pengenalan (label) untuk titik – titik sepanjang sebuah garis mendatar. Bilangan ini mengukur jarak ke kanan dan ke kiri dari titik asal nol (0). Tiap titik mempunyai sebuah label tunggal bilangan riil. Bilangan ini disebut **koordinat** dan garis koordinat yang dihasilkan diacu sebagai **garis riil**.

## B. Sifat – sifat Bilangan Riil

Dengan dua bilangan riil  $x$  dan  $y$ , kita dapat menambahkan atau mengalikan keduanya untuk memperoleh bilangan riil yang baru. Operasi perhitungan ini mempunyai sifat – sifat perhitungan. Sifat – sifatnya antara lain :

1. Hukum closure :  $x + y$  dan  $x \times y$
2. Hukum komutatif :  $x + y = y + x$  dan  $x \times y = y \times x$
3. Hukum asosiatif :  $x + (y + z) = (x + y) + z$  dan  $x(yz) = (xy)z$
4. Hukum distributif :  $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$
5. Elemen – elemen identitas :  $x + 0 = x$  dan  $x \times 1 = x$
6. Balikan (Invers). Balikan aditif (negatif)  $x + (-x) = 0$  dan balikan perkalian (kebalikan)  $x \times x^{-1} = 1$



7. Sifat nol :  $x \times 0 = 0$
8. Sifat subtraction :  $x - y = x + (-y)$
9. Sifat division :  $\frac{x}{y}$  dimana  $y \neq 0$

### C. Persamaan

Pernyataan seperti  $2x - 3 = 7$  adalah suatu persamaan. Pernyataan ini benar jika  $x$  diganti oleh beberapa variabel, tapi belum tentu benar untuk variabel yang lain.

Persamaan  $3(x + 2) = 3x + 6$  itu disebut persamaan identity karena persamaan ini benar untuk semua nilai  $x$ .

Untuk memecahkan persamaan biasanya menggunakan dua operasi perhitungan yaitu operasi penjumlahan dan perkalian

Contoh :

Selesaikanlah  $6x + 9 = 2x + 1$

*Penyelesaiannya :*

$$6x + 9 = 2x + 1$$

$$4x = -8$$

$$x = -2$$

Selesaikanlah  $2(x + 3) = x + 5$

*Penyelesaiannya :*

$$2x + 6 = x + 5$$



$$x = -1$$

Rumus temperatur adalah  $C = \frac{5F - 160}{9}$ . Berapakah besarnya temperatur dalam  $F$  ?

*Penyelesaiannya :*

$$5F - 160 = 9C$$

$$5F = 9C + 160$$

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

## LATIHAN

Selesaikanlah

1.  $3x + 7 = 2x + 2$
2.  $\frac{1}{2}x + 7 = 2x - 3$
3.  $\frac{4}{3}x - 7 = \frac{1}{3}x + 8$
4.  $2,5x - 8 = x + 3$
5.  $\frac{5}{2}x - 5 = 3x + 7$
6.  $5(x + 4) = \frac{5}{2}x - 5$





$$7. \quad \frac{7}{2}x + 5 + \frac{1}{2}x = \frac{5}{2}x - 6$$

$$8. \quad 2(x + 3) - x = 2x + 8$$

$$9. \quad -3(x + 2) + 1 = x - 25$$

$$10. \quad \frac{4}{3}(x + 8) = \frac{3}{4}(2x + 12)$$

$$11. \quad 1 - 12x = 7(1 - 2x)$$

$$12. \quad 2(3x - 7) - 4x = -2$$

$$13. \quad x + 2\left(\frac{1}{6}x + 2\right) = \frac{6}{5}x + 16$$

#### D. Pertidaksamaan

Pertidaksamaan atau beberapa buku menyebutnya *ketaksamaan* adalah suatu pernyataan dengan variabel atau persamaannya lebih kecil, lebih besar, lebih kecil sama dengan atau lebih besar sama dengan variabel atau persamaan yang lain.

Pernyataan pertidaksamaan contohnya  $3x - 17 < 6$ . Menyelesaikan suatu pertidaksamaan adalah mencari semua himpunan bilangan riil yang membuat pertidaksamaan tersebut berlaku. Himpunan pemecahannya biasanya terdiri dari suatu keseluruhan selang bilangan atau suatu gabungan dari beberapa selang.



Ilmu dasar yang mempelajari tentang pertidaksamaan adalah *trichotomy law*. Hukum ini menyatakan bahwa untuk semua dua bilangan riil  $x$  dan  $b$  salah satu pernyataan berikut ini pasti benar :  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$

Hukum – hukumnya antara lain :


1. Hukum 1 : Jika  $a < b$  dan  $b < c$ , maka  $a < c$ ,
2. Hukum 2 : Jika  $a < b$  maka  $a + c < b + c$  untuk setiap  $c$  anggota bil. riil,
3. Hukum 3 : Jika  $a < b$  dan  $c > 0$  maka  $ac < bc$ ,
4. Hukum 4 : Jika  $a < b$  dan  $c < 0$  maka  $ac > bc$ ,
5. Hukum 5 : Jika  $a < b$  dan  $c < d$  maka  $a + c < b + d$ ,
6. Hukum 6 : Jika  $0 < a < b$  dan  $0 < c < d$  maka  $ac < bd$ ,
7. Hukum 7 : Jika  $a < b$  dan  $ab > 0$  maka  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ,

Simbol

1. " $<$ " = lebih kecil.
2. " $>$ " = lebih besar.
3. " $\leq$ " = lebih kecil sama dengan.
4. " $\geq$ " = lebih besar sama dengan.


Pertidaksamaan juga dapat didefinisikan ke dalam interval yang dibatasi pada suatu grafik linear ( garis ). Bentuk – bentuk dari interval pada garis antara lain :

1. Interval yang terbatas
  - a. Batas interval terbuka



Himp	Interval	Grafik
$\{x   a < x < b\}$	$(a, b)$	



b. Batas interval tertutup

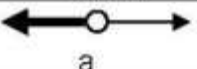
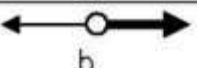
Himp	Interval	Grafik
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	

c. Batas interval  $\frac{1}{2}$  terbuka dan tertutup

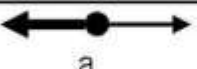
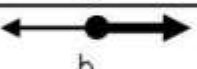
Himp	Interval	Grafik
$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$	

2. Interval yang tidak terbatas

a. Interval terbuka

Himp	Interval	Grafik
$\{x x < a\}$	$(-\infty, a)$	
$\{x b < x\}$	$(b, \infty)$	

b. Interval tertutup


Himp	Interval	Grafik
$\{x x \leq a\}$	$(-\infty, a]$	
$\{x b \leq x\}$	$[b, \infty)$	

c. Interval tak hingga

Himp	Interval	Grafik
------	----------	--------





$R$	$(-\infty, \infty)$	
-----	---------------------	--

Contoh:

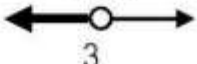
Carilah nilai  $x$ , himpunan penyelesaian, interval dan grafik dari soal-soal dibawah ini.

1.  $x - 3 < 0$

Penyelesaian:

$$x - 3 < 0$$

$$x < 3$$

Type	Himp	Interval	Grafik
Terbuka tanpa interval	$\{x   x < 3\}$	$(-\infty, 3)$	

2.  $x - 2 \geq \frac{1}{2}$

3.  $3x + 1 \leq x - 4$

4.  $-2(x + 6) \geq 0$

5.  $-\frac{1}{x} < 0$

## LATIHAN

Buatlah himpunan penyelesaian dan grafik dari soal-soal di bawah ini.

1.  $(-3, -1)$

2.  $[0, 5]$



3.  $[-3, -1]$

4.  $(-\infty, 0]$

5.  $(2, \infty]$

Buatlah himpunan penyelesaian, interval, dan grafik dari soal-soal di bawah ini.

6.  $-5 \leq x \leq 2$

7.  $3 \leq x \leq 7$

8.  $-10 \leq x \leq 10$

9.  $-2 \leq x$

10.  $x \leq 5$

Contoh

Carilah penyelesaiannya  $f(x) = x^2 - x - 2 < 0$

Penyelesaian:

1. Difaktorkan

$$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2) = 0$$

2. Tentukan batasnya

$$x = -1; x = 2 \quad x < -1, -1 < x < 2, 2 < x$$

3. Dibuat tabel


	$x+1$	$x-2$	$f(x) = (x+1)(x-2)$
$x < -1$	-	-	+
$x = -1$	0	-	0
$-1 < x < 2$	+	-	-



$x = 2$	+	0	0
$2 < x$	+	+	+

4. Hasilnya

$$f(x) = (x+1)(x-2) < 0; \quad -1 < x < 2$$

Type	Himp	Interval	Grafik
Terbuka interval	$\{x \mid -1 < x < 2\}$	$(-1, 2)$	

## LATIHAN

Buatlah himpunan penyelesaian dan grafik dari soal-soal di bawah ini.

- $\frac{1}{x} < 0$
- $\frac{5}{x-3} < 0$
- $\frac{1-2x}{x-3} \leq 0$
- $(x-2)(x-5) < 0$
- $(x+3)(x-1)(x-2) \geq 0$

## E. Nilai Absolute



Konsep nilai mutlak sangat berguna dalam kalkulus dan pembaca perlu terampil dalam bekerja dengannya. Nilai mutlak dari  $x$ , dinyatakan dengan  $|x|$ , didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Sebagai contoh  $|5| = 5$  dan  $|-5| = 5$

Sifat-sifatnya antara lain:

1. Jika  $|a| = k$  maka  $a = k$  atau  $-a = k$  dimana  $a = k$  atau  $a = -k$ ,  $|0| = 0$ ,
2.  $|a| < k$  jika dan hanya jika  $-k < a < k$ ,
3.  $|a| > k$  jika dan hanya jika  $a < -k$  atau  $a > k$ ,
4.  $|a| = |-a|$ ,
5.  $-|a| \leq a \leq |a|$ ,
6.  $|ab| = |a| \times |b|$ ,
7. Jika  $|a/b| = |a|/|b|$  dimana  $b \neq 0$ ,
8.  $|a+b| \leq |a| + |b|$  (**Ketaksamaan Segitiga**)

Contoh:

Selesaikanlah.

1.  $|5 - x| = 7$
2.  $|x - 2| < 3$
3.  $|x + 1| > 2$ ,
4.  $|6x - 1| \leq 11$



$$5. \quad |2x-1|=5$$

$$6. \quad |1-2x|=-5$$

$$7. \quad \frac{|x+1|}{|1-x|}=2$$

$$8. \quad \frac{1}{|x-3|}>0$$

### LATIHAN

Selesaikanlah dan carilah x.

$$1. \quad |6-2x|=4$$

$$2. \quad |3x+4|<16$$

$$3. \quad \frac{|x|}{x}=1$$

$$4. \quad \left| \frac{1}{x-1} \right|=2$$

$$5. \quad \left| \frac{x}{2}+7 \right| \geq 2$$

$$6. \quad \left| \frac{3x}{5}+1 \right| \leq 4$$

$$7. \quad |2x-3|-|x+2|=7$$

$$8. \quad ||3x-2|-8|=7$$



9.  $2 \leq |4 - x| < 9$

10.  $|2x - 3| + 6 = |x - 2|$

Contoh

Selesaikanlah

$$|2x - 3| - |x + 2| = 7$$

Penyelesaian:

1. Didefinisikan

$$|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & \text{jika } 2x - 3 \geq 0, x \geq \frac{3}{2} \\ -2x + 3 & \text{jika } 2x - 3 < 0, x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$|x + 2| = \begin{cases} x + 2 & \text{jika } x + 2 \geq 0, x \geq -2 \\ -x - 2 & \text{jika } x + 2 < 0, x < -2 \end{cases}$$

2. Tentukan batasnya

$$x = -2; x = \frac{3}{2} \quad x < -2, \quad -2 \leq x \leq \frac{3}{2}, \quad \frac{3}{2} < x$$

3. Batas 1  $x < -2$

$$-2x + 3 - (-x - 2) = 7$$

$$-2x + 3 + x + 2 = 7$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

*Karena  $x < -2 \cap x = -2 = \emptyset$ , maka TM*

4. Batas 2  $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$

$$-2x + 3 - (x + 2) = 7$$





$$-2x+3-x-2=7$$

$$-3x=6$$

$$x=-2$$

*Karena  $-2 \leq x \leq \frac{3}{2} \cap x = -2 = -2$ , maka  $x = -2$*

5. Batas  $3 \frac{3}{2} < x$

$$2x-3-(x+2)=7$$

$$2x-3-x-2=7$$

$$x=12$$

*Karena  $12 \in \{x \mid x > \frac{3}{2}\}$  maka  $x = 12$*

6. Hasilnya

$$\{-2, 12\}$$

## LATIHAN

Selesaikanlah dan carilah x.

1.  $|x-3|+|x-2|+|1-x|=3$

2.  $|x-2| \geq 5+3|1-x|$

3.  $||2-x|+1|=4$

4.  $|2x+1|+3 \leq |1-x|$

5.  $|x-2|+4 \leq 3|x+1|$

