

## BAB 2

# DASAR ALJABAR

### MATERI YANG DIBAHAS

- A. PERPANGKATAN
- B. AKAR
- C. PENYEDERHANAAN AKAR
- D. DASAR OPERASIONAL
- E. PEMFAKTORAN
- F. PEMFAKTORAN PERSAMAAN KUADRAT
- G. DASAR OPERASIONAL DENGAN RATIONAL EXPRESSION
- H. EKSPANSI PERPANGKATAN

#### A. Perpangkatan

Definisi dari pangkat yang positif



Jika  $n$  adalah bilangan bulat positif dan  $b$  adalah bilangan real sembarang , maka :

$$b^n = \underbrace{b \times b \times b \times b \times \dots \times b}_{n \text{ faktor}}$$

Nilai  $b$  disebut bilangan pokok dan  $n$  disebut sebagai pangkat

Beberapa aturan dasar yang berhubungan dengan pangkat yang positif disusun dengan mudah berdasarkan dari definisi di atas. Aturan – aturan itu dengan  $m$  dan  $n$  adalah bilangan bulat positif,  $a$  dan  $b$  adalah bilangan real adalah sebagai berikut :

$$1. \quad b^m b^n = b^{m+n}$$

$$2. \quad \frac{b^m}{b^n} = \begin{cases} b^{m-n} & m > n \\ 1 & \text{jika } m = n \\ \frac{1}{b^{n-m}} & m < n \end{cases}$$

$$3. \quad (b^m)^n = b^{m \times n}$$

$$4. \quad (a \times b)^m = a^m b^m$$

$$5. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \text{ dimana } b \neq 0$$

### Definisi dari pangkat 0

Jika  $b$  adalah bilangan real sembarang selain 0, maka :



$$b^0 = 1$$

### Definisi dari $b^{-n}$

Jika  $n$  adalah bilangan bulat dan  $b \neq 0$ , maka :

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$$

### LATIHAN

1.  $(-3)^2(-2)^3$
2.  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$
3.  $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$
4.  $2^0 + 2^1 + 2^2$
5.  $\left(\frac{2}{3}\right)^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^1$
6.  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times (-2)^4$
7.  $\frac{(-2)^5}{(-2)^3}$
8.  $\frac{2^3 \times 3^4 \times 4^5}{2^2 \times 3^3 \times 4^4}$
9.  $\left[(-7)^2(-3)^2\right]^1$



10.  $\frac{2^{10}}{2^5 \times 2^3}$
11.  $(-2a^2b^0)^4$
12.  $\frac{(x^2y)^4}{(xy)^2}$
13.  $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^4 \left(\frac{-y}{x^2}\right)^2$
14.  $\left(\frac{3a^2}{b^3}\right)^2 \left(\frac{-2a}{3b}\right)^2$
15.  $\frac{(2x^3y^{-2})^2}{8x^{-3}y^2}$
16.  $\frac{(a+b)^{-2}}{(a+b)^{-8}}$

## B. Akar

### Definisi dari $\sqrt[n]{a}$

1. Jika  $a > 0$  maka  $\sqrt[n]{a}$  adalah positif  $x$  dimana  $x^n = a$
2.  $\sqrt[n]{0} = 0$
3. Jika  $a < 0$  dan  $n$  adalah ganjil, maka  $\sqrt[n]{a}$  adalah negatif  $x$  dimana  $x^n = a$
4. Jika  $a < 0$  dan  $n$  adalah genap, maka  $\sqrt[n]{a}$  bukan bilangan real



Aturan – aturan dasar di dapat berdasarkan dari definisi di atas. Aturan – aturan itu antara lain :

1.  $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$
2.  $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
3.  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
4.  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$

#### Definisi $b^{1/n}$

Untuk  $b$  bilangan real dan  $n$  bilangan bulat positif  $n$  ( $n \geq 2$ ) maka :

$$b^{1/n} = \sqrt[n]{b}$$

selama  $\sqrt[n]{b}$  itu ada (real).

#### Definisi $b^{m/n}$

Jika  $\frac{m}{n}$  adalah bilangan rational yang terkecil dengan  $n > 0$  , maka :

$$b^{m/n} = (\sqrt[n]{b})^m = \sqrt[n]{b^m}$$

selama  $\sqrt[n]{b}$  itu ada (real)

### LATIHAN



$$1. \sqrt[3]{\frac{(-8)(125)}{27}}$$

$$2. \sqrt[3]{\frac{81}{-3}}$$

$$3. \sqrt[3]{\frac{27}{125}}$$

$$4. \sqrt{\frac{144}{49}} \times \sqrt{\frac{196}{36}}$$

$$5. \sqrt[3]{\frac{1}{24}} \times \sqrt[3]{-81}$$

$$6. (-64)^{2/3}$$

$$7. \frac{9^{1/2}}{\sqrt[3]{27}}$$

$$8. \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{-3}$$

$$9. \frac{\sqrt[3]{-3}}{\sqrt[3]{-24}}$$

$$10. \sqrt{(4)(9)(49)(100)}$$

$$11. \sqrt{\sqrt{625}}$$

$$12. \sqrt[5]{(-243)^2} \times (49)^{-1/2}$$

$$13. \left(\frac{8}{27}\right)^{2/3} + \left(-\frac{32}{243}\right)^{2/5}$$



$$14. \left( -\frac{125}{8} - \frac{1}{64} \right)^{1/3}$$

$$15. \left( \frac{a^{-2}b^3}{a^4b^{-3}} \right)^{-1/2} \left( \frac{a^4b^{-5}}{ab} \right)^{-1/3}$$

$$16. \frac{(49a^{-4})^{-1/2}}{(81b^6)^{-1/2}}$$

$$17. \left( \frac{a^{-2}b^3}{a^4b^{-3}} \right)^{-1/2} \left( \frac{a^4b^{-5}}{ab} \right)^{-1/3}$$

$$18. \frac{2}{3}(x^3 - 6x^2)^{-1/3}(3x^2 - 12x)$$

### C. Penyederhanaan Akar

Aturan – aturan dasarnya

$$1. \sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

#### Aturan dasar yang penting

Untuk semua bilangan real  $a$ ,  $\sqrt{a^2} = |a|$

### LATIHAN

$$1. \sqrt{2} + \sqrt{18}$$



2.  $\sqrt{25} + \sqrt{49}$
3.  $2\sqrt{5} + 3\sqrt{125}$
4.  $2\sqrt{200} - 5\sqrt{8}$
5.  $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$
6.  $\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{108}$
7.  $\frac{8}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{50}$
8.  $\frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$
9.  $\sqrt[3]{56x} + \sqrt[3]{7x}$
10.  $5\sqrt{75x^2} - 2\sqrt{12x^2}$
11.  $3\sqrt{10} + 4\sqrt{90} - 5\sqrt{40}$
12.  $3\sqrt{24} - \sqrt{54} + 2\sqrt{150}$
13.  $\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{72} - 2\sqrt{2}$
14.  $\frac{2}{\sqrt{3}} + 10\sqrt{3} - 2\sqrt{12}$
15.  $-5\sqrt{24} - 2\sqrt{54}$
16.  $\sqrt{18x} + \sqrt{50x} - \sqrt{2x}$
17.  $10\sqrt{3x} - 2\sqrt{75x} + 3\sqrt{243x}$
18.  $3\sqrt{9x^2} + 2\sqrt{16x^2} - \sqrt{25x^2}$





$$19. \sqrt{2x^2} + 5\sqrt{32x^2} - 2\sqrt{98x^2}$$

$$20. \sqrt{12b^3} + \sqrt{27b^3} + 2b\sqrt{3b}$$

#### D. Dasar Operasional

Persamaan  $5x^3 - 7x^2 + 4x - 12$  disebut polynomial dalam variabel  $x$ . Secara garis besar, polynomial pangkat  $n$  dalam variable  $x$  ditulis dalam bentuk standart :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

Koefisien  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  adalah bilangan real. Koefisien awal  $a_n \neq 0$  dan  $a_0$  disebut bentuk konstan.

Operasional dalam polynomial yang ada adalah

1. Penjumlahan (Add)

Contoh :

$$(4x^3 - 10x^2 + 5x + 8) + (12x^2 - 9x - 1) = 4x^3 + 2x^2 - 4x + 7$$

2. Pengurangan (Subtract)

Contoh :

$$(4t^3 - 10t^2 + 5t + 8) - (12t^2 - 9t - 1) = 4t^3 - 22t^2 + 14t + 9$$

3. Perkalian

Beberapa bentuk dari operasional perkalian polynomial

a. Monomial



Contoh :

$$3x^2 \times (4x^7 - 3x^4 - x^2 + 15) = 12x^9 - 9x^6 - 3x^4 + 45x^2$$

b. Binomials

Contoh :

$$(2x + 3)(4x + 5) = 8x^2 + 22x + 15$$

c. Trinomials

Contoh :

$$\begin{array}{r} (3x^3 - 8x + 4) \times (2x^2 + 5x - 1) \\ \hline \begin{array}{r} 3x^3 - 8x + 4 \\ 2x^2 + 5x - 1 \\ \hline -3x^3 \qquad + 8x - 4 \\ 15x^4 \qquad - 40x^2 + 20x \\ 6x^5 \qquad - 16x^3 + 8x^2 \\ \hline 6x^5 + 15x^4 - 19x^3 - 32x^2 + 28x - 4 \end{array} \end{array}$$

4. Pembagian (**Akan dibahas di semester 2**)

Suatu persamaan  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ . Setiap factor  $(a - b)$  dan  $(a + b)$  disebut saling mengkonjugasi (conjugate the other)

## LATIHAN



1.  $(3x^2 + 5x - 2) + (5x^2 - 7x + 9)$
2.  $(3x^3 - 7x^2 - 8x + 12) + (x^3 - 2x^2 + 8x - 9)$
3.  $(4x^2 + 9x - 17) + (2x^3 - 3x^2 + 2x - 11)$
4.  $(3x^3 - 2x^2 - 8x + 9) - (2x^3 + 5x^2 + 2x + 1)$
5.  $(4x^3 + x^2 - 2x - 13) - (2x^2 + 3x + 9)$
6.  $-4t(t^4 - \frac{1}{4}t^3 + 4t^2 - \frac{1}{16}t + 1)$
7.  $(5 - 3x)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$
8.  $(x^2 + 5x - 1)(36x^2 - 30x + 25)$
9.  $(x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$
10.  $(x + 3)(x + 1)(x - 4)$
11.  $(2x + 1)(3x - 2)(3 - x)$
12.  $(2x^2 + 3)(9x^2) + (3x^3 - 2)(4x)$
13.  $(2x^3 - x^2)(6x - 5) + (3x^2 - 5x)(6x^2 - 2x)$
14.  $(x^4 - 3x^2 + 5)(2x + 3) + (x^2 + 3x)(4x^3 - 6x)$

## E. Pemfaktoran

Suatu persamaan  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ . Dapatkah anda mencari jawabannya berapakah  $x$  sehingga hasil dari persamaan tersebut adalah  $0$  ?

Kalau kita tuliskan bentuknya lagi

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = (x + 2)(x - 2)(x - 3) = 0$$



maka dapat kita tarik kesimpulannya bahwa  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$  akan menghasilkan 0 ketika  $x + 2 = 0$ ,  $x - 2 = 0$ , dan  $x - 3 = 0$ . Sehingga besarnya  $x = -2$ ,  $x = 2$ , dan  $x = 3$ .

Intinya bahwa bentuk faktor (pemfaktoran) dari persamaan  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$  adalah  $(x + 2)(x - 2)(x - 3)$ .

Beberapa metode dasar dari pemfaktoran

1. Mengeluarkan variabel yang sama (factoring out of common monomial)

Contoh :

a.  $21x^4y - 14x^5y^2 - 63x^8y^3 + 91x^{11}y^4$

Penyelesaian :

$$21x^4y - 14x^5y^2 - 63x^8y^3 + 91x^{11}y^4 =$$

$$7x^4y(3 - 2xy - 9x^4y^2 + 13x^7y^3)$$

b.  $8x^2(x - 1) + 4x(x - 1) + 2(x - 1)$

Penyelesaian :

$$8x^2(x - 1) + 4x(x - 1) + 2(x - 1) =$$

$$2(x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

misalkan  $(x - 1) = a$

$$8x^2a + 4xa + 2a = 2a(4x^2 + 2x + 1)$$

$$8x^2a + 4xa + 2a = 2(x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

2. Dua bilangan pangkat dua yang berbeda (binomial)

Rumus dasarnya



$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Contoh :

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

3. Dua bilangan pangkat tiga yang berbeda ((sum) of two cubes)

Rumus dasarnya

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Contoh :

$$8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

$$2x^3 + 128y^3 = 2(x^3 + 64y^3) = 2(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$$

4. Dua bilangan kuadrat yang berbeda menggunakan akar

Contoh :

$$x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$$

5. Dua bilangan pangkat tiga yang berbeda menggunakan akar

Contoh :

$$x^3 - 5 = x^3 - (\sqrt[3]{5})^3 = (x - \sqrt[3]{5})(x^2 + \sqrt[3]{5}x + (\sqrt[3]{5})^2)$$

6. Dua bilangan pangkat  $n$  yang berbeda

Rumus dasarnya

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Contoh :

$$3y^5 - 96 = 3(y^5 - 32)$$



$$3y^5 - 96 = 3(y^5 - 2^5)$$

$$3y^5 - 96 = 3(y - 2)(y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 8y + 16)$$

Beberapa metode lain yang merupakan gabungan dari metode – metode dasar yang ada antara lain :

1. Pengelompokan

Contoh :

$$ax + by + ay + bx = a(x + y) + b(x + y) = (a + b)(x + y)$$

2. Gabungan

Contoh :

$$\begin{aligned} x^5 - 16xy^4 - 2x^4y + 32y^5 &= x(x^4 - 16y^4) - 2y(x^4 - 16y^4) \\ (x - 2y)(x^4 - 16y^4) &= (x - 2y)(x - 2y)(x^3 + x^2y + xy^2 + 8y^3) \end{aligned}$$

3. Penyederhanaan

Contoh :

$$\begin{aligned} (1 + x)^2(-1) + (1 - x)(2)(1 + x) &= (1 + x)(1 + x)(-1) + (1 - x)(2)(1 + x) \\ (1 + x)(-1 - x + 2 - 2x) &= (1 + x)(-3x + 1) \end{aligned}$$

## LATIHAN

Mengeluarkan variabel yang sama

1.  $16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x$
2.  $4a^2b - 6ab$
3.  $(a + b)x^2 + (a + b)y^2$





4.  $2xy + 4x^2 + 8x^4$
5.  $-12x^3y + 9x^2y^2 - 6xy^3$
6.  $10x(a - b) + 5y(a - b)$

Dua bilangan pangkat dua yang berbeda

7.  $x^2 - 10000$
8.  $25x^2 - 114y^2$
9.  $81 - x^2$
10.  $a^2 - 121b^2$

Dua bilangan pangkat tiga yang berbeda

11.  $8x^3 + 1$
12.  $8 - 27a^3$
13.  $125x^3 - 64$
14.  $8x^3 + 343y^3$

Dua bilangan kuadrat yang berbeda menggunakan akar

15.  $a^2 - 15$
16.  $2x - 9$
17.  $8 - 3x$

Dua bilangan pangkat tiga yang berbeda menggunakan akar

18.  $x^3 - 2$
19.  $27x - 64$
20.  $27x + 1$
21.  $3x - 4$



Pengelompokan

22.  $a^2 - 2b + 2a - ab$

23.  $x^2 - y - x + xy$

24.  $2 - y^2 + 2x - xy^2$

25.  $-y - x + 1 + xy$

Gabungan

26.  $8a^2 - 2b^2$

27.  $81x^3 - 3y^3$

28.  $81x^4 - 256y^4$

29.  $40ab^3 - 5a^4$

30.  $3x^5 - 96y^5$

31.  $(2a + b)a^2 - (2a + b)b^2$

32.  $3(a + 1)x^3 + 24(a + 1)$

33.  $x^6 + x^2y^4 - x^4y^2 - y^6$

34.  $7a^2 - 35b + 35a - 7ab$

35.  $x^5 - 16xy^4 - 2x^4y + 32y^5$

Sederhanakan dengan pemfaktoran

36.  $(x + 2)^3(2) + (2x + 1)(3)(x + 2)^2$

37.  $(x^2 + 2)^2(3) + (3x - 1)(2)(x^2 + 2)(2x)$

38.  $(x^3 + 1)^3(2x) + (x^2 - 1)(3)(x^3 + 1)^2(3x^2)$





## F. Pemfaktoran Persamaan Kuadrat

Dengan perkalian kita mendapatkan suatu rumus :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Setiap productnya dinamakan perfect trinomial square. Kebalikan rumus diatas menghasilkan bentuk pemfaktoran yang umum yaitu perfect trinomial square factoring.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Contoh :

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

$$25t^2 - 30t + 9 = (5t - 3)^2$$

$$1 + 18b + 81b^2 = (1 + 9b)^2$$

$$9x^3 - 42x^2 + 49x = x(3x - 7)^2$$

Teknik yang lain dimana tidak semuanya trinomial memerlukan dan memiliki perfect squares.

Misalnya ada persamaan  $x^2 + 7x + 12$ . Kemungkinan bentuk faktornya adalah  $(x + ?)(x + ?)$ . Kita perlu mengisi pada bagian yang kosong dimana kedua menghasilkan nilai **12** dan ditengahnya menghasilkan nilai **7x**. Kemungkinan yang bisa dipilih untuk menghasilkan nilai **12** adalah **12** dan **1**,



6 dan 2, serta 4 dan 3. Sehingga kemungkinan faktor yang ada adalah  $(x + 12)(x + 1)$ ,  $(x + 6)(x + 2)$ ,  $(x + 4)(x + 3)$ . Sehingga hasil faktor yang benar untuk hasil tengahnya  $7x$  adalah  $(x + 4)(x + 3)$ .

Contoh :

$$x^2 - 10x + 24 = (x - 6)(x - 4)$$

$15x^2 + 43x + 8$ . Untuk faktor 15 dan 8 yang mungkin adalah  $15 = 15 \times 1$ ,  $15 = 5 \times 3$  dan  $8 = 8 \times 1$ ,  $8 = 4 \times 2$ . Dari beberapa percobaan didapat hasil akhir  $15x^2 + 43x + 8 = (5x + 1)(3x + 8)$ .

## LATIHAN

Carilah faktor dengan menggunakan perfect trinomial square

1.  $a^2 - 14a + 49$
2.  $x^2 - 8x + 16$
3.  $r^2 - 2r + 1$
4.  $4a^2 + 8a + 4$
5.  $9x^2 - 18xy + 9y^2$
6.  $64a^2 + 64a + 16$
7.  $9x^2 + 12xy + 4y^2$
8.  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

Carilah faktornya

9.  $x^2 + 20x + 51$



10.  $x^2 + 20x + 36$
11.  $20a^2 - 9a + 1$
12.  $9x^2 + 6x + 1$
13.  $25a^2 - 10a + 1$
14.  $3x^2 + 20x + 12$
15.  $8x^2 - 9x + 1$
16.  $4a^2 + 20a + 25$
17.  $12a^2 - 25a + 12$
18.  $15x^2 - 7x - 2$
19.  $24a^2 + 25ab + 6b^2$
20.  $a^2 - 24a + 63$
21.  $x^2 - 20x + 64$
22.  $30a^2 - 17a + 1$
23.  $18t^2 - 67t + 14$
24.  $15x^2 + 7x - 2$
25.  $15x^2 + 19x - 56$
26.  $4a^2x^2 - 4abx^2 + b^2x^2$
27.  $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$
28.  $25a^2 + 50ab + 25b^2$
29.  $12x^2y + 22xy^2 - 60y^3$
30.  $6x^5y - 3x^3y^2 - 30xy^3$



## G. Dasar Operasional dengan rational expressions

Pernyataan rasional (rational expression) adalah suatu rasio dari polinomial. Merupakan pengembangan aljabar dari rational numbers. Jadi aturan dasar untuk operasi dengan rational nomor dikembangkan pada rational expressions.

Aturan – aturan dasar untuk operasi dengan rational expressions dinyatakan dalam pecahan aljabar. Aturan – aturan itu antara lain :

1. Pecahan negatif (Negative of a fraction)

Rumusnya  $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Contoh :

$$-\frac{2-x}{x^2-5} = \frac{-(2-x)}{x^2-5} = \frac{2-x}{-(x^2-5)}$$

2. Mengurangkan pecahan (Reducing fraction)

Rumusnya  $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$

Contoh :

$$\frac{x^2+5x-6}{x^2+6x} = \frac{(x-1)(x+6)}{x(x+6)} = \frac{x-1}{x}$$

3. Perkalian pecahan (Multiplication of fraction)

Rumusnya  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Contoh :



$$\frac{x-1}{x+1} \times \frac{x^2-x-2}{5x} = \frac{(x-1)(x^2-x-2)}{(x+1)5x}$$

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-2)}{(x+1)5x} = \frac{(x-1)(x-2)}{5x}$$

4. Pembagian pecahan (Division of fraction)

Rumusnya  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{1} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{a}{1} \div \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$$

Contoh :

$$\frac{(x+1)^2}{x^2-6x+9} \div \frac{3x+3}{x-3} = \frac{(x+1)^2}{(x-3)^2} \times \frac{x-3}{3(x+1)} = \frac{(x+1)}{3(x-3)}$$

5. Penjumlahan pecahan sama penyebutnya (Addition of fractions – same denominators)

Rumusnya  $\frac{a}{d} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{d}$

Contoh :

$$\frac{6x^2}{2x^2-x-10} + \frac{-15x}{2x^2-x-10} = \frac{6x^2+(-15x)}{2x^2-x-10}$$

$$\frac{3x(2x-5)}{(x+2)(2x-5)} = \frac{3x}{x+2}$$



6. Pengurangan pecahan sama penyebutnya (Subtraction of fractions – same denominators)

Rumusnya  $\frac{a}{d} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{d}$

7. Penjumlahan pecahan berbeda penyebutnya (Addition of fractions – different denominators)

Rumusnya  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

Contoh :

$$\begin{aligned}\frac{3}{x^2+x} + \frac{2}{x^2-1} &= \frac{3(x^2-1)+2(x^2+x)}{(x^2+x)(x^2-1)} = \frac{5x^2+2x-3}{(x^2+x)(x^2-1)} \\ \frac{(5x-3)(x+1)}{x(x+1)(x^2-1)} &= \frac{5x-3}{x(x^2-1)}\end{aligned}$$

8. Pengurangan pecahan berbeda penyebutnya (Subtraction of fractions – different denominators)

Rumusnya  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$

## LATIHAN

Sederhanakanlah

1.  $\frac{x^2-5x}{5-x}$

2.  $\frac{n+1}{n^2+1}$



$$3. \frac{(n-1)}{n^2-1}$$

$$4. \frac{3x^2+3x-6}{2x^2+6x+4}$$

$$5. \frac{x^3-x}{x^3-2x^2+x}$$

$$6. \frac{x^2+2x+xy+2y}{x^2+4x+4}$$

$$7. \frac{a^2-b^2}{a^2-6b-ab+6a}$$

$$8. \frac{2x^2}{y} \times \frac{y^2}{x^3}$$

$$9. \frac{2a}{3} \times \frac{3}{a^2} \times \frac{1}{a}$$

$$10. \frac{a-2b}{2} - \frac{3a+b}{3}$$

$$11. \frac{x-1}{3} \times \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

$$12. \frac{x^2-x-6}{x^2-3x} \times \frac{x^3+x^2}{x+2}$$

$$13. \frac{x-1}{x+2} \div \frac{x^2-x}{x^2+2x}$$

$$14. \frac{x^2+3x}{x^2+4x+3} \div \frac{x^2-2x}{x-1}$$





$$15. \frac{7}{5x} - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x}$$

$$16. \frac{3x+3}{2x^2-x-1} + \frac{1}{2x+1}$$

$$17. \frac{1}{a^2-4} + \frac{3}{a-2} - \frac{2}{a+2}$$

$$18. \frac{2x}{x^2-9} + \frac{x}{x^2+6x+9} - \frac{3}{x+3}$$

$$19. \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} \div \frac{a^2+3ab+2b^2}{a^2-3ab+2b^2}$$



1.  $(a + b)^1 = a + b$
2.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
4.  $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
5.  $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Suatu persamaan  $(a + b)^n$  akan di ekspansi.  $n$  adalah bilangan bulat positif.

Setiap ekspansi dimulai dengan  $a^n$  dan diakhiri dengan  $b^n$ . Sebagai contoh  $(a + b)^5$ . Bentuk ekspansinya jika seluruhnya ditampilkan  $a^5b^0 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + a^0b^5$ . Dilihat dari kiri ke kanan bahwa pangkat dari variabel  $a$  mengecil dari 5 ke 0. Pangkat dari variabel  $b$  membesar dari 0 ke 5. Jumlah pangkat dari setiap bentuknya adalah 5.

Kita coba dengan persamaan  $(a + b)^6$  dimana memiliki 7 bentuk ekspansi.

Jika kita belum tahu koefisiennya maka bentuknya menjadi :

$$\frac{a^6}{1} + \frac{a^5b}{2} + \frac{a^4b^2}{3} + \frac{a^3b^3}{4} + \frac{a^2b^4}{5} + \frac{ab^5}{6} + \frac{b^6}{7}$$

Koefisien ekspansi yang ke – 2 dan ke – 6 besarnya adalah sama dengan  $n$  yaitu 6. Sehingga bentuknya sekarang menjadi :

$$\frac{a^6}{1} + \frac{6a^5b}{2} + \frac{a^4b^2}{3} + \frac{a^3b^3}{4} + \frac{a^2b^4}{5} + \frac{6ab^5}{6} + \frac{b^6}{7}$$



Untuk koefisien berikutnya (ekspansi ke - 3) maka kita harus menggunakan bentuk ke - 2 dan ke - 3 dari persamaan ini yaitu  $\frac{6a^5b}{2} + \frac{a^4b^2}{3}$ . Rumus untuk mencarinya

$$Koef \text{ ke } - 3 = \frac{Exp. a \text{ ke } - 2 \times Koef. \text{ ke } - 2}{Exp. b \text{ ke } - 3}$$

Sehingga besarnya koefisien ke - 3 adalah  $\frac{5 \times 6}{2} = 15$ . Koefisien ke - 4

adalah  $\frac{4 \times 15}{3} = 20$ . Koefisien ke - 5 adalah  $\frac{3 \times 20}{4} = 15$ . Maka ekspansi

dari  $(a + b)^6$  adalah  $\frac{a^6}{1} + \frac{6a^5b}{2} + \frac{15a^4b^2}{3} + \frac{20a^3b^3}{4} + \frac{15a^2b^4}{5} + \frac{6ab^5}{6} + \frac{b^6}{7}$ .

Rumus dasar dari ekspansi perpangkatan adalah :

$$(a + b)^n = a^n + \frac{n}{1} a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \times 2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} a^{n-3}b^3 + \dots + \frac{n}{1} ab^{n-1} + b^n$$

Untuk mendapatkan ekspansi  $(a - b)$  maka kita menuliskannya  $(a + (-b))$ .

Contoh :  $(a - b)^6 = (a + (-b))^6$

$$(a + (-b))^6 = a^6 + 6a^5(-b) + 15a^4(-b)^2 + 20a^3(-b)^3 + 15a^2(-b)^4 + 6a(-b)^5 + (-b)^6$$

$$(a + (-b))^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$$

rumus praktis mencari koefisien ekspansi menggunakan segitiga pascall.



			1		1			
		1		2		1		
	1		3		3		1	
	1	4		6		4	1	
1	5		10		10		5	1
1	6	15		20		15	6	1

## LATIHAN

Ekspansi dan sederhanakanlah

1.  $(x + 1)^5$
2.  $(x + 1)^7$
3.  $(3x - y)^5$
4.  $(1 - h)^{10}$
5.  $(x + y)^8$
6.  $(2 + h)^9$
7.  $(x + 1)^{15}$
8.  $(a - 2)^{20}$
9.  $\frac{(1 + h)^3 - 1}{h}$



$$10. \frac{(c+h)^3 - c^3}{h}$$

$$11. \frac{2(x+h)^5 - 2x^5}{h}$$

$$12. \frac{(3+h)^4 - 81}{h}$$

$$13. \frac{(x+h)^6 - x^6}{h}$$

$$14. \frac{\frac{1}{(2+h)^2} - \frac{1}{4}}{h}$$

