

Lý thuyết Xác suất và Thống kê Toán học

PGS.TS. Trần Lộc Hùng

UFM, HCMC

Ngày 2 tháng 9 năm 2013

TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÀI CHÍNH-MARKETING
KHOA CƠ BẢN, BỘ MÔN TOÁN-THỐNG KÊ

PGS. TS. TRẦN LỘC HÙNG

LÝ THUYẾT XÁC SUẤT VÀ THỐNG KÊ TOÁN HỌC

Tp. Hồ Chí Minh - 2013

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất
 - ② Định nghĩa theo quan điểm đồng khả năng

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất
 - ② Định nghĩa theo quan điểm đồng khả năng
 - ③ Định nghĩa theo quan điểm hình học

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất
 - ② Định nghĩa theo quan điểm đồng khả năng
 - ③ Định nghĩa theo quan điểm hình học
 - ④ Định nghĩa theo quan điểm hệ tiên đề (đọc thêm)

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất
 - ② Định nghĩa theo quan điểm đồng khả năng
 - ③ Định nghĩa theo quan điểm hình học
 - ④ Định nghĩa theo quan điểm hệ tiên đề (đọc thêm)
- 4. Các tính chất của xác suất

Chương 1. Các khái niệm cơ bản về xác suất

- 1. Lịch sử Lý thuyết xác suất (1713-2013)
- 2. Biến cố ngẫu nhiên
- 3. Xác suất của biến cố ngẫu nhiên
 - ① Định nghĩa theo quan điểm tần suất
 - ② Định nghĩa theo quan điểm đồng khả năng
 - ③ Định nghĩa theo quan điểm hình học
 - ④ Định nghĩa theo quan điểm hệ tiên đề (đọc thêm)
- 4. Các tính chất của xác suất
- 5. Bài tập chương 1.

Các khái niệm mới

- Ngẫu nhiên-không xác định được quy luật.

Các khái niệm mới

- Ngẫu nhiên-không xác định được quy luật.
- Hỗn loạn.

Các khái niệm mới

- Ngẫu nhiên-không xác định được quy luật.
- Hỗn loạn.
- Chuyển động Brown (Robert Brown-nhà thực vật học Scotland) mô phỏng chuyển động các hạt trong môi trường chất lỏng, hoặc chuyển động hỗn loạn, theo mọi phương của các phân tử khí.

Các khái niệm mới

- Ngẫu nhiên-không xác định được quy luật.
- Hỗn loạn.
- Chuyển động Brown (Robert Brown-nhà thực vật học Scotland) mô phỏng chuyển động các hạt trong môi trường chất lỏng, hoặc chuyển động hỗn loạn, theo mọi phương của các phân tử khí.
- Phép thử ngẫu nhiên, biến cố ngẫu nhiên, xác suất của một biến cố ngẫu nhiên.

1.1 Lịch sử Lý thuyết xác suất

- Pháp, Italy, Hà Lan: thế kỷ 17, 18.

1.1 Lịch sử Lý thuyết xác suất

- Pháp, Italy, Hà Lan: thế kỷ 17, 18.
- Nga: thế kỷ 19, 20

1.1 Lịch sử Lý thuyết xác suất

- Pháp, Italy, Hà Lan: thế kỷ 17, 18.
- Nga: thế kỷ 19, 20
- Mỹ: thế kỷ 20, 21

1.1 Lịch sử Lý thuyết xác suất

- Pháp, Italy, Hà Lan: thế kỷ 17, 18.
- Nga: thế kỷ 19, 20
- Mỹ: thế kỷ 20, 21
- Việt nam thời vua Lê chúa Trịnh, thế kỷ 16 (Trạng Quỳnh).

Jacob Bernoulli (1654-1705)

- Cuốn sách *Ars Conjectandi*, 1713

Jacob Bernoulli (1654-1705)

- Cuốn sách *Ars Conjectandi*, 1713
- Jacob Bernoulli (1654-1705)

Jacob Bernoulli (1654-1705)

- Cuốn sách *Ars Conjectandi*, 1713
- Jacob Bernoulli (1654-1705)
- Năm 2013 là năm sinh thứ 300 của môn Xác Suất

Jacob Bernoulli (1654-1705)

- Cuốn sách *Ars Conjectandi*, 1713
- Jacob Bernoulli (1654-1705)
- Năm 2013 là năm sinh thứ 300 của môn Xác Suất
- Hội thống kê thế giới mang tên Hội Bernoulli

Jacob Bernoulli (1654-1705)



Trò chơi may rủi-game of chance

- Địa điểm: Pháp, Italy

Trò chơi may rủi-game of chance

- Địa điểm: Pháp, Italy
- Thời gian: nửa cuối thế kỷ 17

Trò chơi may rủi-game of chance

- Địa điểm: Pháp, Italy
- Thời gian: nửa cuối thế kỷ 17
- Blaise Pascal (1623-1662) và Pierre de Fermat (1601-1665)

Trò chơi may rủi-game of chance

- Địa điểm: Pháp, Italy
- Thời gian: nửa cuối thế kỷ 17
- Blaise Pascal (1623-1662) và Pierre de Fermat (1601-1665)
- Nguồn gốc: Trao đổi 17 lá thư về các bài toán liên quan tới trò chơi may rủi. Tính khả năng thắng của các người chơi.

Trò chơi may rủi-game of chance

- Địa điểm: Pháp, Italy
- Thời gian: nửa cuối thế kỷ 17
- Blaise Pascal (1623-1662) và Pierre de Fermat (1601-1665)
- Nguồn gốc: Trao đổi 17 lá thư về các bài toán liên quan tới trò chơi may rủi. Tính khả năng thắng của các người chơi.
- Các bài toán tương tự ở Italy, nhà toán học Cardano (1501-1576), Pacioli (1445-1509), Tartaglia.

Những cha đẻ của khái niệm xác suất

- Huygens (Hà lan), J. Bernoulli và De Moivre (Pháp).

Những cha đẻ của khái niệm xác suất

- Huygens (Hà lan), J. Bernoulli và De Moivre (Pháp).
- Cơ sở toán học của lý thuyết xác suất.

Những cha đẻ của khái niệm xác suất

- Huygens (Hà lan), J. Bernoulli và De Moivre (Pháp).
- Cơ sở toán học của lý thuyết xác suất.
- Sách về xác suất: sách của Cardano xuất bản năm 1663 và sách của Huygens (1629-1695) xuất bản năm 1657).

Những người có công phát triển lý thuyết xác suất (1713-2013)

- S. D. Poisson (1781-1894), Luật số lớn, Luật biến cố hiếm, Định lý xấp xỉ Poisson, Quá trình Poisson.

Những người có công phát triển lý thuyết xác suất (1713-2013)

- S. D. Poisson (1781-1894), Luật số lớn, Luật biến cố hiếm, Định lý xấp xỉ Poisson, Quá trình Poisson.
- C. F. Gauss (1777-1855), Lý thuyết sai số, Phương pháp bình phương tối thiểu, Mô hình Gaussian.

Những người có công phát triển lý thuyết xác suất (1713-2013)

- S. D. Poisson (1781-1894), Luật số lớn, Luật biến cố hiếm, Định lý xấp xỉ Poisson, Quá trình Poisson.
- C. F. Gauss (1777-1855), Lý thuyết sai số, Phương pháp bình phương tối thiểu, Mô hình Gaussian.
- P. S. Laplace (1749-1827) công bố cuốn sách "Theorie Analytique des Probabilités" năm 1812, người đầu tiên áp dụng lý thuyết xác suất vào các vấn đề liên quan sai số quan sát.

Những người có công phát triển lý thuyết xác suất (1713-2013)

- S. D. Poisson (1781-1894), Luật số lớn, Luật biến cố hiếm, Định lý xấp xỉ Poisson, Quá trình Poisson.
- C. F. Gauss (1777-1855), Lý thuyết sai số, Phương pháp bình phương tối thiểu, Mô hình Gaussian.
- P. S. Laplace (1749-1827) công bố cuốn sách "Theorie Analytique des Probabilités" năm 1812, người đầu tiên áp dụng lý thuyết xác suất vào các vấn đề liên quan sai số quan sát.
- P. L. Chebyshev (1821-1894), A.A. Markov (1856-1922), A.M. Liapunov (1857-1918), A. Ya. Khinchin, các bất đẳng thức, Luật số lớn, Định lý giới hạn trung tâm, Xích Markov, Quá trình Markov (trường phái Saint Peterbourg).

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.
- Hệ tiên đề được xây dựng dựa trên các ngành toán hiện đại thời đó

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.
- Hệ tiên đề được xây dựng dựa trên các ngành toán hiện đại thời đó
 - ① Lý thuyết tập hợp

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.
- Hệ tiên đề được xây dựng dựa trên các ngành toán hiện đại thời đó
 - 1 Lý thuyết tập hợp
 - 2 Lý thuyết độ đo

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.
- Hệ tiên đề được xây dựng dựa trên các ngành toán hiện đại thời đó
 - ① Lý thuyết tập hợp
 - ② Lý thuyết độ đo
 - ③ Lý thuyết hàm thực

Xác suất hiện đại (1933-2013)

- Tiên đề hóa
- Bernstein (1880-1968), von Mises (1883-1953), Borei (1887-1956), P. Levy.
- Cuốn sách "Foundations of the Theory of Probability" năm 1933 của Kolmogorov, được công nhận là cha đẻ của xác suất hiện đại, một lĩnh vực toán học chặt chẽ, nghiêm túc.
- Hệ tiên đề được xây dựng dựa trên các ngành toán hiện đại thời đó
 - ① Lý thuyết tập hợp
 - ② Lý thuyết độ đo
 - ③ Lý thuyết hàm thực
 - ④ Tích phân Lebesgue

Các lĩnh vực liên quan

- Thống kê toán học.

Các lĩnh vực liên quan

- Thống kê toán học.
- Lý thuyết thông tin, Lý thuyết hàng đợi, Lý thuyết độ tin cậy, Kinh tế lượng, Mô phỏng Monte Carlo.

Các lĩnh vực liên quan

- Thống kê toán học.
- Lý thuyết thông tin, Lý thuyết hàng đợi, Lý thuyết độ tin cậy, Kinh tế lượng, Mô phỏng Monte Carlo.
- Khai phá dữ liệu (Data mining), Xử lý ảnh, Lý thuyết mật mã, Độ phức tạp thuật toán.

Các lĩnh vực liên quan

- Thống kê toán học.
- Lý thuyết thông tin, Lý thuyết hàng đợi, Lý thuyết độ tin cậy, Kinh tế lượng, Mô phỏng Monte Carlo.
- Khai phá dữ liệu (Data mining), Xử lý ảnh, Lý thuyết mật mã, Độ phức tạp thuật toán.
- Khí tượng thủy văn, Dự báo thời tiết, Mô hình kinh tế, Toán Tài chính, Nông nghiệp, Y khoa, Dân số học.

Các lĩnh vực liên quan

- Thống kê toán học.
- Lý thuyết thông tin, Lý thuyết hàng đợi, Lý thuyết độ tin cậy, Kinh tế lượng, Mô phỏng Monte Carlo.
- Khai phá dữ liệu (Data mining), Xử lý ảnh, Lý thuyết mật mã, Độ phức tạp thuật toán.
- Khí tượng thủy văn, Dự báo thời tiết, Mô hình kinh tế, Toán Tài chính, Nông nghiệp, Y khoa, Dân số học.
- Tài chính định lượng (Quantitative finance)

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.
- PGS. Nguyễn Bác Văn, 1960, Giáo trình Lý thuyết xác suất (dịch từ sách tiếng Nga của Gnedenko).

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.
- PGS. Nguyễn Bác Văn, 1960, Giáo trình Lý thuyết xác suất (dịch từ sách tiếng Nga của Gnedenko).
- Các trường đại học, từ 1960 có chương trình xác suất thống kê.

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.
- PGS. Nguyễn Bác Văn, 1960, Giáo trình Lý thuyết xác suất (dịch từ sách tiếng Nga của Gnedenko).
- Các trường đại học, từ 1960 có chương trình xác suất thống kê.
- Viện nghiên cứu (Viện Toán học, Viện Tính toán điều khiển, Viện CNTT)

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.
- PGS. Nguyễn Bác Văn, 1960, Giáo trình Lý thuyết xác suất (dịch từ sách tiếng Nga của Gnedenko).
- Các trường đại học, từ 1960 có chương trình xác suất thống kê.
- Viện nghiên cứu (Viện Toán học, Viện Tính toán điều khiển, Viện CNTT)
- Các ứng dụng

Xác suất tại Việt nam

- Câu chuyện về Trạng Quỳnh (thời vua Lê chúa Trịnh).
- Gs. Tạ Quang Bửu, 1946, tài liệu đầu tiên viết về xác suất.
- PGS. Nguyễn Bác Văn, 1960, Giáo trình Lý thuyết xác suất (dịch từ sách tiếng Nga của Gnedenko).
- Các trường đại học, từ 1960 có chương trình xác suất thống kê.
- Viện nghiên cứu (Viện Toán học, Viện Tính toán điều khiển, Viện CNTT)
- Các ứng dụng
- Yêu cầu của thực tế và khoa học

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- ① Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$
- 3 Không gian các biến cố sơ cấp $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots\}$

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$
- 3 Không gian các biến cố sơ cấp $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots\}$
- 4 Biến cố ngẫu nhiên $A \subseteq \Omega$

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$
- 3 Không gian các biến cố sơ cấp $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots\}$
- 4 Biến cố ngẫu nhiên $A \subseteq \Omega$
- 5 Biến cố không thể \emptyset

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$
- 3 Không gian các biến cố sơ cấp $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots\}$
- 4 Biến cố ngẫu nhiên $A \subseteq \Omega$
- 5 Biến cố không thể \emptyset
- 6 Biến cố chắc chắn Ω

1. 2 Biến cố ngẫu nhiên

- Các khái niệm

- 1 Phép thử ngẫu nhiên F_1, \dots, F_n, \dots
- 2 Biến cố sơ cấp $\omega_1, \dots, \omega_n, \dots$
- 3 Không gian các biến cố sơ cấp $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_n, \dots\}$
- 4 Biến cố ngẫu nhiên $A \subseteq \Omega$
- 5 Biến cố không thể \emptyset
- 6 Biến cố chắc chắn Ω

- Ta nói: biến cố A xảy ra, nếu $\exists \omega \in A$.

1.3 Các quan hệ giữa các biến cố

- Kéo theo: $A \subseteq B$, ta nói sự xảy ra của biến cố A kéo theo sự xảy ra của biến cố B

1.3 Các quan hệ giữa các biến cố

- Kéo theo: $A \subseteq B$, ta nói sự xảy ra của biến cố A kéo theo sự xảy ra của biến cố B
- Tương đương: $A \subseteq B, B \subseteq A$, ta nói biến cố A tương đương với biến cố B

1.3 Các quan hệ giữa các biến cố

- Kéo theo: $A \subseteq B$, ta nói sự xảy ra của biến cố A kéo theo sự xảy ra của biến cố B
- Tương đương: $A \subseteq B, B \subseteq A$, ta nói biến cố A tương đương với biến cố B
- Ký hiệu $A = B$

1.3 Các quan hệ giữa các biến cố

- Kéo theo: $A \subseteq B$, ta nói sự xảy ra của biến cố A kéo theo sự xảy ra của biến cố B
- Tương đương: $A \subseteq B, B \subseteq A$, ta nói biến cố A tương đương với biến cố B
- Ký hiệu $A = B$
- Luôn có

$$\emptyset \subseteq A \subseteq \Omega$$

1.4 Các phép toán trên tập các biến cố

- Hợp: $A \cup B$

1.4 Các phép toán trên tập các biến cố

- Hợp: $A \cup B$
- Giao: $A \cap B$

1.4 Các phép toán trên tập các biến cố

- Hợp: $A \cup B$
- Giao: $A \cap B$
- Hiệu: $A \setminus B$

1.4 Các phép toán trên tập các biến cố

- Hợp: $A \cup B$
- Giao: $A \cap B$
- Hiệu: $A \setminus B$
- Đối: $\bar{A} = \Omega \setminus A$

Các phép toán

- $A \subseteq A \cup B$

Các phép toán

- $A \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A$

Các phép toán

- $A \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A$
- $A \setminus B = A \cap \bar{B}$

Quy tắc de Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Quy tắc de Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Quy tắc de Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- Quy tắc vẫn đúng cho đếm được các biến cố ngẫu nhiên $A_1, A_2, \dots, A_j \in \mathfrak{B}$,

Quy tắc de Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- Quy tắc vẫn đúng cho đếm được các biến cố ngẫu nhiên
 $A_1, A_2, \dots, A_j \in \mathfrak{B}$,
 - ① $\overline{\bigcup A_j} = \bigcap \overline{A_j}$

Quy tắc de Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- Quy tắc vẫn đúng cho đếm được các biến cố ngẫu nhiên $A_1, A_2, \dots, A_j \in \mathfrak{B}$,
 - ① $\overline{\bigcup A_j} = \bigcap \overline{A_j}$
 - ② $\overline{\bigcap A_j} = \bigcup \overline{A_j}$

2.1 Xác suất của biến cố ngẫu nhiên

- Ký hiệu $P(A)$ hoặc P_A .

2.1 Xác suất của biến cố ngẫu nhiên

- Ký hiệu $P(A)$ hoặc P_A .
- Khả năng xảy ra của biến cố A

2.1 Xác suất của biến cố ngẫu nhiên

- Ký hiệu $P(A)$ hoặc P_A .
- Khả năng xảy ra của biến cố A
- Probability - khả năng, có thể

2.1 Xác suất của biến cố ngẫu nhiên

- Ký hiệu $P(A)$ hoặc P_A .
- Khả năng xảy ra của biến cố A
- Probability - khả năng, có thể
- Có 4 định nghĩa về xác suất

Định nghĩa xác suất theo các quan điểm

- Tần suất

Định nghĩa xác suất theo các quan điểm

- Tần suất
- Đồng khả năng

Định nghĩa xác suất theo các quan điểm

- Tần suất
- Đồng khả năng
- Hình học

Định nghĩa xác suất theo các quan điểm

- Tần suất
- Đồng khả năng
- Hình học
- Hệ tiên đề Kolmogorov

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất
 - ① $0 \leq f_n(A) \leq 1$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất
 - 1 $0 \leq f_n(A) \leq 1$
 - 2 nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất
 - 1 $0 \leq f_n(A) \leq 1$
 - 2 nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$.
- Khi n đủ lớn, $f_n(A) \approx p$.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất
 - ① $0 \leq f_n(A) \leq 1$
 - ② nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$.
- Khi n đủ lớn, $f_n(A) \approx p$.
- Gọi $p = P(A)$, là xác suất xuất hiện biến cố A .

Định nghĩa xác suất theo quan điểm tần suất

- Tần suất $f_n(A) = \frac{m}{n}$, khi thực hiện n quan sát có m quan sát xuất hiện biến cố A . $0 \leq m \leq n$.
- Tính chất
 - 1 $0 \leq f_n(A) \leq 1$
 - 2 nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$.
- Khi n đủ lớn, $f_n(A) \approx p$.
- Gọi $p = P(A)$, là xác suất xuất hiện biến cố A .
- Ví dụ: tần suất sinh con trai, gái $107/100 \simeq 0.5$, nên coi xác suất sinh con trai là 0.5.

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể
- Người thực hiện

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể
- Người thực hiện
 - ① Buffon gieo đồng xu 4040 lần, có 2048 lần sấp, tần suất sấp là 0.5080

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể
- Người thực hiện
 - ① Buffon gieo đồng xu 4040 lần, có 2048 lần sấp, tần suất sấp là 0.5080
 - ② Pearson gieo đồng xu 12000 lần, có 6019 lần sấp, tần suất sấp là 0.5016

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể
- Người thực hiện
 - ① Buffon gieo đồng xu 4040 lần, có 2048 lần sấp, tần suất sấp là 0.5080
 - ② Pearson gieo đồng xu 12000 lần, có 6019 lần sấp, tần suất sấp là 0.5016
 - ③ Pearson gieo đồng xu 24000 lần, có 12012 lần sấp, tần suất sấp là 0.5005

Ví dụ

- Gieo một đồng xu cân đối đồng chất nhiều lần. Tần suất xuất hiện mặt sấp là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Cụ thể
- Người thực hiện
 - ① Buffon gieo đồng xu 4040 lần, có 2048 lần sấp, tần suất sấp là 0.5080
 - ② Pearson gieo đồng xu 12000 lần, có 6019 lần sấp, tần suất sấp là 0.5016
 - ③ Pearson gieo đồng xu 24000 lần, có 12012 lần sấp, tần suất sấp là 0.5005
 - ④ Xin mời gieo đồng xu 48.000 lần, quan sát số lần xuất hiện mặt sấp, hãy tính tần suất sấp!

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Tính chất của $P(A)$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Tính chất của $P(A)$
 - ① $P(A) \geq 0$ (tính không âm)

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Tính chất của $P(A)$
 - ① $P(A) \geq 0$ (tính không âm)
 - ② $P(\Omega) = 1$ (tính đầy đủ)

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Tính chất của $P(A)$
 - ① $P(A) \geq 0$ (tính không âm)
 - ② $P(\Omega) = 1$ (tính đầy đủ)
 - ③ nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B).$ (tính cộng tính)

Định nghĩa xác suất theo quan điểm đồng khả năng

- Đồng khả năng = faire = bình đẳng.
- Giả sử $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$, là không gian các biến cố sơ cấp.
- Tính chất
 - ① Ω là không gian hữu hạn, tức là số phần tử $= \text{card}(\Omega) = n, n < \infty$
 - ② Các biến cố sơ cấp ω_j là **đồng khả năng**, tức là $P(\omega_j) = \frac{1}{n}, \forall j = 1, 2, \dots, n.$
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \text{card}(A) = m \leq n.$
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Tính chất của $P(A)$
 - ① $P(A) \geq 0$ (tính không âm)
 - ② $P(\Omega) = 1$ (tính đầy đủ)
 - ③ nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B).$ (tính cộng tính)
- Ví dụ: Gieo 2 đồng xu cân đối và đồng chất. Xác suất xuất hiện "nhất âm, nhất dương" là $p = \frac{1}{2}.$

Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

- Độ đo = số đo. Với \mathfrak{R}^1 , độ đo là độ dài. Với \mathfrak{R}^2 , độ đo là diện tích. Với \mathfrak{R}^3 , độ đo là thể tích, ...

Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

- Độ đo = số đo. Với \mathfrak{R}^1 , độ đo là độ dài. Với \mathfrak{R}^2 , độ đo là diện tích. Với \mathfrak{R}^3 , độ đo là thể tích, ...
- Giả sử không gian Ω là không gian đo được. $\mu(\Omega) = n < \infty$ là độ đo của Ω

Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

- Độ đo = số đo. Với \mathfrak{R}^1 , độ đo là độ dài. Với \mathfrak{R}^2 , độ đo là diện tích. Với \mathfrak{R}^3 , độ đo là thể tích, ...
- Giả sử không gian Ω là không gian đo được. $\mu(\Omega) = n < \infty$ là độ đo của Ω
- Giả sử $A \subseteq \Omega, \mu(A) = m$.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

- Độ đo = số đo. Với \mathfrak{R}^1 , độ đo là độ dài. Với \mathfrak{R}^2 , độ đo là diện tích. Với \mathfrak{R}^3 , độ đo là thể tích, ...
- Giả sử không gian Ω là không gian đo được. $\mu(\Omega) = n < \infty$ là độ đo của Ω
- Giả sử $A \subseteq \Omega$, $\mu(A) = m$.
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.

Định nghĩa xác suất theo quan điểm hình học

- Độ đo = số đo. Với \mathfrak{R}^1 , độ đo là độ dài. Với \mathfrak{R}^2 , độ đo là diện tích. Với \mathfrak{R}^3 , độ đo là thể tích, ...
- Giả sử không gian Ω là không gian đo được. $\mu(\Omega) = n < \infty$ là độ đo của Ω
- Giả sử $A \subseteq \Omega$, $\mu(A) = m$.
- Khi đó, $P(A) = \frac{m}{n}$, là xác suất xuất hiện biến cố A.
- Ví dụ: (bài toán gặp gỡ) Hai người bạn hẹn gặp nhau tại một địa điểm trong khoảng thời gian 60 phút, với điều kiện họ chỉ đợi nhau 20 phút tính từ thời điểm tới của mỗi người. Tính xác suất để hai người đó gặp được nhau.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.
- Tập \mathfrak{B} được gọi là σ -đại số, nếu

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.
- Tập \mathfrak{B} được gọi là σ -đại số, nếu
 - 1 $\Omega \in \mathfrak{B}$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.
- Tập \mathfrak{B} được gọi là σ -đại số, nếu
 - 1 $\Omega \in \mathfrak{B}$.
 - 2 nếu $A \in \mathfrak{B}$, thì $\bar{A} \in \mathfrak{B}$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.
- Tập \mathfrak{B} được gọi là σ -đại số, nếu
 - 1 $\Omega \in \mathfrak{B}$.
 - 2 nếu $A \in \mathfrak{B}$, thì $\bar{A} \in \mathfrak{B}$.
 - 3 nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cup B \in \mathfrak{B}$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Giả sử $\Omega \neq \emptyset$. Đặt $\mathfrak{B} = \{A \subseteq \Omega\}$.
- Tập \mathfrak{B} được gọi là σ -đại số, nếu
 - 1 $\Omega \in \mathfrak{B}$.
 - 2 nếu $A \in \mathfrak{B}$, thì $\bar{A} \in \mathfrak{B}$.
 - 3 nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cup B \in \mathfrak{B}$.
- Cặp (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là không gian đo được. Mọi $A \in \mathfrak{B}$ được gọi là biến cố ngẫu nhiên (tập đo được)

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Hàm tập $f(A)$ xác định trên không gian đo được (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là xác suất của biến cố A , nếu

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Hàm tập $f(A)$ xác định trên không gian đo được (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là xác suất của biến cố A , nếu
 - 1 $P(A) \geq 0$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Hàm tập $f(A)$ xác định trên không gian đo được (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là xác suất của biến cố A , nếu
 - 1 $P(A) \geq 0$.
 - 2 $P(\Omega) = 1$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Hàm tập $f(A)$ xác định trên không gian đo được (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là xác suất của biến cố A , nếu
 - 1 $P(A) \geq 0$.
 - 2 $P(\Omega) = 1$.
 - 3 nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Định nghĩa xác suất theo hệ tiên đề (đọc thêm)

- Hàm tập $f(A)$ xác định trên không gian đo được (Ω, \mathfrak{B}) được gọi là xác suất của biến cố A , nếu
 - 1 $P(A) \geq 0$.
 - 2 $P(\Omega) = 1$.
 - 3 nếu $A \cap B = \emptyset$, thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- Bộ ba $(\Omega, \mathfrak{B}, P)$ được gọi là không gian xác suất Kolmogorov.

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên
- $P(\emptyset) = 0$.

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên
- $P(\emptyset) = 0$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A) \leq P(B)$.

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên
- $P(\emptyset) = 0$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A) \leq P(B)$.
- với mọi biến cố ngẫu nhiên A , $0 \leq P(A) \leq 1$.

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên
- $P(\emptyset) = 0$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A) \leq P(B)$.
- với mọi biến cố ngẫu nhiên A , $0 \leq P(A) \leq 1$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.

Hệ quả từ các tiên đề xác suất

- $\emptyset \in \mathfrak{B}$, nghĩa là tập rỗng là một biến cố ngẫu nhiên
- nếu $A, B \in \mathfrak{B}$, thì $A \cap B \in \mathfrak{B}$, nghĩa là giao của hai biến cố ngẫu nhiên là một biến ngẫu nhiên
- $P(\emptyset) = 0$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A) \leq P(B)$.
- với mọi biến cố ngẫu nhiên A , $0 \leq P(A) \leq 1$.
- nếu $A \subseteq B$, thì $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$
- ② Hoán vị n phần tử: $P_n = n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$
- ② Hoán vị n phần tử: $P_n = n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$
- ③ Tổ hợp chập k từ n phần tử: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$
- ② Hoán vị n phần tử: $P_n = n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$
- ③ Tổ hợp chập k từ n phần tử: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

- 2. Toán cao cấp.

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$
- ② Hoán vị n phần tử: $P_n = n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$
- ③ Tổ hợp chập k từ n phần tử: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

- 2. Toán cao cấp.

- ① Chuỗi Taylor: $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$.

1.5 Các kiến thức bổ túc

- 1. Giải tích tổ hợp.

- ① Chỉnh hợp lặp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Chỉnh hợp không lặp: $\bar{A}_n^k = n^k$
- ② Hoán vị n phần tử: $P_n = n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$
- ③ Tổ hợp chập k từ n phần tử: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

- 2. Toán cao cấp.

- ① Chuỗi Taylor: $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$.
- ② Tích phân Euler-Poisson: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = \sqrt{2\pi}$.

1.6 Bài tập chương 1

- 1. Trong 100 vé số từ số 00 tới 99 có vé trúng thưởng. Một sinh viên mua 5 vé. Tính xác suất để sinh viên đó trúng được vé thưởng. Hãy tính khả năng trúng giải độc đắc trong 10^6 vé số bán ra, nếu một người mua 100 vé.

1.6 Bài tập chương 1

- 1. Trong 100 vé số từ số 00 tới 99 có vé trúng thưởng. Một sinh viên mua 5 vé. Tính xác suất để sinh viên đó trúng được vé thưởng. Hãy tính khả năng trúng giải độc đắc trong 10^6 vé số bán ra, nếu một người mua 100 vé.
- 2. Một khối lập phương có 6 mặt quét sơn được chia thành 1000 khối lập phương con đều nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 khối.

1.6 Bài tập chương 1

- 1. Trong 100 vé số từ số 00 tới 99 có vé trúng thưởng. Một sinh viên mua 5 vé. Tính xác suất để sinh viên đó trúng được vé thưởng. Hãy tính khả năng trúng giải độc đắc trong 10^6 vé số bán ra, nếu một người mua 100 vé.
- 2. Một khối lập phương có 6 mặt quét sơn được chia thành 1000 khối lập phương con đều nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 khối.
 - ① Tính xác suất lấy được 1 khối có 2 mặt quét sơn và 2 khối có 3 mặt quét sơn.

1.6 Bài tập chương 1

- 1. Trong 100 vé số từ số 00 tới 99 có vé trúng thưởng. Một sinh viên mua 5 vé. Tính xác suất để sinh viên đó trúng được vé thưởng. Hãy tính khả năng trúng giải độc đắc trong 10^6 vé số bán ra, nếu một người mua 100 vé.
- 2. Một khối lập phương có 6 mặt quét sơn được chia thành 1000 khối lập phương con đều nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 khối.
 - ① Tính xác suất lấy được 1 khối có 2 mặt quét sơn và 2 khối có 3 mặt quét sơn.
 - ② Tính xác suất lấy được cả 3 khối có 3 mặt quét sơn.

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần
 - ② Mặt chẵn xuất hiện cả hai lần

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần
 - ② Mặt chẵn xuất hiện cả hai lần
 - ③ Tổng các mặt xuất hiện là 4.

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần
 - ② Mặt chẵn xuất hiện cả hai lần
 - ③ Tổng các mặt xuất hiện là 4.
 - ④ Tổng các mặt xuất hiện chia hết cho 3?

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần
 - ② Mặt chẵn xuất hiện cả hai lần
 - ③ Tổng các mặt xuất hiện là 4.
 - ④ Tổng các mặt xuất hiện chia hết cho 3?
- 4. (Bài toán chiếc kim Buffon 1777) Trên mặt phẳng có kẻ các đường thẳng song song cách đều nhau một khoảng cách $2a$, người ta gieo một chiếc kim có độ dài $2b$, ($b < a$). Tính xác suất để chiếc kim cắt một đường thẳng trên mặt phẳng.

Bài tập chương 1

- 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Hãy tính xác suất
 - ① Mặt 6 xuất hiện đúng một lần
 - ② Mặt chẵn xuất hiện cả hai lần
 - ③ Tổng các mặt xuất hiện là 4.
 - ④ Tổng các mặt xuất hiện chia hết cho 3?
- 4. (Bài toán chiếc kim Buffon 1777) Trên mặt phẳng có kẻ các đường thẳng song song cách đều nhau một khoảng cách $2a$, người ta gieo một chiếc kim có độ dài $2b$, ($b < a$). Tính xác suất để chiếc kim cắt một đường thẳng trên mặt phẳng.
- 5. Một thanh gỗ bị gãy ngẫu nhiên tại 2 điểm. Tính xác suất để 3 đoạn gãy ghép lại thành một tam giác.