

# Lý thuyết Xác suất và Thống kê Toán học

PGS.TS. Trần Lộc Hùng

Tp. Hồ Chí Minh, 10/ 2013

Ngày 20 tháng 10 năm 2013

TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÀI CHÍNH-MARKETING  
KHOA CƠ BẢN, BỘ MÔN TOÁN-THỐNG KÊ

-----

PGS. TS. TRẦN LỘC HÙNG

LÝ THUYẾT XÁC SUẤT VÀ THỐNG KÊ TOÁN HỌC

Tp. Hồ Chí Minh, 10/2013

# Lý thuyết Xác suất và Thống kê Toán học

PGS.TS. Trần Lộc Hùng

Tp. Hồ Chí Minh, 10/ 2013

Ngày 20 tháng 10 năm 2013

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

# Từ khóa (Key Words)

- Giả thuyết thống kê

# Từ khóa (Key Words)

- Giả thuyết thống kê
- Kiểm định

# Từ khóa (Key Words)

- Giả thuyết thống kê
- Kiểm định
- Mức ý nghĩa

# Từ khóa (Key Words)

- Giả thuyết thống kê
- Kiểm định
- Mức ý nghĩa
- Miền bác bỏ

# Từ khóa (Key Words)

- Giả thuyết thống kê
- Kiểm định
- Mức ý nghĩa
- Miền bác bỏ
- Miền chấp nhận



# Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

## ① Đặt vấn đề

# Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$
- 4 Kiểm định phương sai tổng thể  $\sigma^2$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$
- 4 Kiểm định phương sai tổng thể  $\sigma^2$
- 5 Kiểm định hai trung bình  $\mu_1, \mu_2$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$
- 4 Kiểm định phương sai tổng thể  $\sigma^2$
- 5 Kiểm định hai trung bình  $\mu_1, \mu_2$
- 6 Kiểm định hai xác suất  $p_1, p_2$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$
- 4 Kiểm định phương sai tổng thể  $\sigma^2$
- 5 Kiểm định hai trung bình  $\mu_1, \mu_2$
- 6 Kiểm định hai xác suất  $p_1, p_2$
- 7 Kiểm định hai phương sai  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$

## Chương 7. Kiểm định giả thuyết thống kê

- 1 Đặt vấn đề
- 2 Kiểm định trung bình tổng thể  $\mu$
- 3 Kiểm định xác suất tổng thể  $p$
- 4 Kiểm định phương sai tổng thể  $\sigma^2$
- 5 Kiểm định hai trung bình  $\mu_1, \mu_2$
- 6 Kiểm định hai xác suất  $p_1, p_2$
- 7 Kiểm định hai phương sai  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$
- 8 Bài tập



## 7.1 Đặt vấn đề

Giả sử  $\omega_n = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  là một mẫu ngẫu nhiên sinh bởi biến ngẫu nhiên  $X$  có quy luật xác suất  $F(x, \theta)$ , tham số tổng thể chưa biết là  $\theta$ . Vấn đề đặt ra là:

- 1 Kiểm định giả thuyết thống kê về tham số chưa biết  $\theta$

## 7.1 Đặt vấn đề

Giả sử  $\omega_n = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  là một mẫu ngẫu nhiên sinh bởi biến ngẫu nhiên  $X$  có quy luật xác suất  $F(x, \theta)$ , tham số tổng thể chưa biết là  $\theta$ . Vấn đề đặt ra là:

- 1 Kiểm định giả thuyết thống kê về tham số chưa biết  $\theta$
- 2 Xây dựng quy tắc (các thủ tục) để kiểm định

# Các khái niệm và thuật ngữ

- 1 Giả thuyết thống kê là kết luận, đánh giá, nhận xét, phát biểu, ... về biến ngẫu nhiên, các đặc trưng của biến ngẫu nhiên, các phân phối của biến ngẫu nhiên, ...

# Các khái niệm và thuật ngữ

- 1 Giả thuyết thống kê là kết luận, đánh giá, nhận xét, phát biểu, ... về biến ngẫu nhiên, các đặc trưng của biến ngẫu nhiên, các phân phối của biến ngẫu nhiên, ...
- 2 Một vài ví dụ

# Các khái niệm và thuật ngữ

- 1 Kiểm định giả thuyết thống kê dựa trên các quy luật thống kê để đánh giá xem có thể chấp nhận hay bác bỏ giả thuyết thống kê về tham số chưa biết.

# Các khái niệm và thuật ngữ

- 1 Kiểm định giả thuyết thống kê dựa trên các quy luật thống kê để đánh giá xem có thể chấp nhận hay bác bỏ giả thuyết thống kê về tham số chưa biết.
- 2 Một vài ví dụ

# Cặp giả thuyết thống kê

- 1 Giả thuyết  $H_0$  là giả thuyết ban đầu.

# Cặp giả thuyết thống kê

- 1 Giả thuyết  $H_0$  là giả thuyết ban đầu.
- 2 Giả thuyết  $\overline{H_0}$  là giả thuyết đối lập với giả thuyết ban đầu (đối thuyết).



# Ví dụ kiểm định hai phía

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$

# Ví dụ kiểm định hai phía

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$
- 2 Giả thuyết  $\overline{H_0} : \mu \neq 163.5$

# Ví dụ kiểm định một phía phải

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$

# Ví dụ kiểm định một phía phải

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$
- 2 Giả thuyết  $\overline{H_0} : \mu > 163.5$

# Ví dụ kiểm định một phía trái

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$

## Ví dụ kiểm định một phía trái

- 1 Giả thuyết  $H_0 : \mu = 163.5$
- 2 Giả thuyết  $\overline{H_0} : \mu < 163.5$

# Kiểm định giả thuyết thống kê

## Khái niệm

Giả sử giả thuyết ban đầu  $H_0$  đúng, với cơ sở dữ liệu có được từ mẫu phải quyết định

- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , hoặc

# Kiểm định giả thuyết thống kê

## Khái niệm

Giả sử giả thuyết ban đầu  $H_0$  đúng, với cơ sở dữ liệu có được từ mẫu phải quyết định

- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , hoặc
- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$



# Kiểm định giả thuyết thống kê

## Khái niệm

Giả sử giả thuyết ban đầu  $H_0$  đúng, với cơ sở dữ liệu có được từ mẫu phải quyết định

- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , hoặc
  - Bác bỏ giả thuyết  $H_0$
- ❶ Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , tức là bác bỏ đối thuyết  $\overline{H_0}$

# Kiểm định giả thuyết thống kê

## Khái niệm

Giả sử giả thuyết ban đầu  $H_0$  đúng, với cơ sở dữ liệu có được từ mẫu phải quyết định

- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , hoặc
  - Bác bỏ giả thuyết  $H_0$
- 
- 1 Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , tức là bác bỏ đối thuyết  $\overline{H_0}$
  - 2 Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , tức là chấp nhận đối thuyết  $\overline{H_0}$

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc
- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , với xác suất lớn  $(1 - \alpha)$

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc
- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , với xác suất lớn  $(1 - \alpha)$

① Xác suất  $P(\text{bác bỏ } H_0) = \alpha$

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc
- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , với xác suất lớn  $(1 - \alpha)$

- 1 Xác suất  $P(\text{bác bỏ } H_0) = \alpha$
- 2 Xác suất  $P(\text{chấp nhận } H_0) = (1 - \alpha)$

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc
- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , với xác suất lớn  $(1 - \alpha)$

- 1 Xác suất  $P(\text{bác bỏ } H_0) = \alpha$
- 2 Xác suất  $P(\text{chấp nhận } H_0) = (1 - \alpha)$
- 3 Xác suất  $\alpha \in (0, 1)$ , là mức ý nghĩa của kiểm định.

# Nguyên lý trong kiểm định giả thuyết thống kê

## Nguyên lý

Giả sử cần kiểm định cặp giả thuyết  $(H_0, \overline{H_0})$ . Khi đó,

- Bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , với xác suất bé  $\alpha \in (0, 1)$  hoặc
- Chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , với xác suất lớn  $(1 - \alpha)$

- 1 Xác suất  $P(\text{bác bỏ } H_0) = \alpha$
- 2 Xác suất  $P(\text{chấp nhận } H_0) = (1 - \alpha)$
- 3 Xác suất  $\alpha \in (0, 1)$ , là mức ý nghĩa của kiểm định.
- 4 Thường chọn giá trị  $\alpha$  rất bé:  $\alpha = 0.01 \quad 0.05 \quad 0.1$



# Miền bác bỏ-Miền chấp nhận

## Định nghĩa

Miền phẳng giới hạn bởi đường cong mật độ có diện tích  $\alpha$ , được gọi là Miền bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , ký hiệu  $W_\alpha$ . Phần bù  $(-\infty, +\infty) \setminus W_\alpha$  được gọi là miền chấp nhận giả thuyết  $H_0$ . Như vậy miền chấp nhận có diện tích  $(1 - \alpha)$

- 1 Nếu miền bác bỏ ở hai phía đối xứng với diện tích mỗi miền là  $\frac{\alpha}{2}$ , thì có kiểm định hai phía

# Miền bác bỏ-Miền chấp nhận

## Định nghĩa

Miền phẳng giới hạn bởi đường cong mật độ có diện tích  $\alpha$ , được gọi là Miền bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , ký hiệu  $W_\alpha$ . Phần bù  $(-\infty, +\infty) \setminus W_\alpha$  được gọi là miền chấp nhận giả thuyết  $H_0$ . Như vậy miền chấp nhận có diện tích  $(1 - \alpha)$

- 1 Nếu miền bác bỏ ở hai phía đối xứng với diện tích mỗi miền là  $\frac{\alpha}{2}$ , thì có kiểm định hai phía
- 2 Nếu miền bác bỏ ở phía phải với diện tích là  $\alpha$ , thì có kiểm định một phía phải

# Miền bác bỏ-Miền chấp nhận

## Định nghĩa

Miền phẳng giới hạn bởi đường cong mật độ có diện tích  $\alpha$ , được gọi là Miền bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , ký hiệu  $W_\alpha$ . Phần bù  $(-\infty, +\infty) \setminus W_\alpha$  được gọi là miền chấp nhận giả thuyết  $H_0$ . Như vậy miền chấp nhận có diện tích  $(1 - \alpha)$

- 1 Nếu miền bác bỏ ở hai phía đối xứng với diện tích mỗi miền là  $\frac{\alpha}{2}$ , thì có kiểm định hai phía
- 2 Nếu miền bác bỏ ở phía phải với diện tích là  $\alpha$ , thì có kiểm định một phía phải
- 3 Nếu miền bác bỏ ở phía trái với diện tích là  $\alpha$ , thì có kiểm định một phía trái

# Miền bác bỏ-Miền chấp nhận

## Định nghĩa

Miền phẳng giới hạn bởi đường cong mật độ có diện tích  $\alpha$ , được gọi là Miền bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , ký hiệu  $W_\alpha$ . Phần bù  $(-\infty, +\infty) \setminus W_\alpha$  được gọi là miền chấp nhận giả thuyết  $H_0$ . Như vậy miền chấp nhận có diện tích  $(1 - \alpha)$

- ➊ Nếu miền bác bỏ ở hai phía đối xứng với diện tích mỗi miền là  $\frac{\alpha}{2}$ , thì có kiểm định hai phía
- ➋ Nếu miền bác bỏ ở phía phải với diện tích là  $\alpha$ , thì có kiểm định một phía phải
- ➌ Nếu miền bác bỏ ở phía trái với diện tích là  $\alpha$ , thì có kiểm định một phía trái
- ➍ Việc xác định miền bác bỏ rất quan trọng (hai phía, một phía phải, một phía trái).

## Điểm phân vị mức $\frac{\alpha}{2}$ và $\alpha$

- ① Miền bác bỏ ở hai phía đối xứng:

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \left( -\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}} \right) \cup \left( x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty \right)$$

## Điểm phân vị mức $\frac{\alpha}{2}$ và $\alpha$

- ① Miền bác bỏ ở hai phía đối xứng:

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \left( -\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}} \right) \cup \left( x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty \right)$$

- ② Miền bác bỏ ở phía phải:

$$W_{\alpha} = \left( x_{\alpha}, +\infty \right)$$

## Điểm phân vị mức $\frac{\alpha}{2}$ và $\alpha$

- ① Miền bác bỏ ở hai phía đối xứng:

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \left( -\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}} \right) \cup \left( x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty \right)$$

- ② Miền bác bỏ ở phía phải:

$$W_{\alpha} = \left( x_{\alpha}, +\infty \right)$$

- ③ Miền bác bỏ ở phía trái:

$$W_{\alpha} = \left( -\infty, -x_{\alpha} \right)$$

## Điểm phân vị mức $\frac{\alpha}{2}$ và $\alpha$

- ① Miền bác bỏ ở hai phía đối xứng:

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \left( -\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}} \right) \cup \left( x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty \right)$$

- ② Miền bác bỏ ở phía phải:

$$W_{\alpha} = \left( x_{\alpha}, +\infty \right)$$

- ③ Miền bác bỏ ở phía trái:

$$W_{\alpha} = \left( -\infty, -x_{\alpha} \right)$$

- ④ Các điểm  $\alpha, \frac{\alpha}{2}$ , được gọi là các phân vị mức  $\alpha$  và  $\frac{\alpha}{2}$  tương ứng



# Tiêu chuẩn kiểm định (hàm kiểm định giả thuyết) $H_0$

## Định nghĩa

Hàm thống kê  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$  xây dựng từ mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , được gọi là hàm kiểm định giả thuyết  $H_0$ , với tiêu chuẩn kiểm định:

- 1 Nếu  $\hat{\theta} \in W_\alpha$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$
- 2 Nếu  $\hat{\theta} \in \overline{W}_\alpha = (-\infty, +\infty) \setminus W_\alpha$ , thì chấp nhận giả thuyết  $H_0$

# Sai lầm loại 1 và sai lầm loại 2 trong phép kiểm định

## Định nghĩa

Khi kiểm định giả thuyết thống kê, có thể mắc phải một trong hai sai lầm sau

- ❶ Sai lầm loại 1: bác bỏ giả thuyết  $H_0$  mặc dù nó đúng. Sai lầm loại 1 xảy ra với xác suất  $P(\text{bác bỏ } H_0) = \alpha$
- ❷ Sai lầm loại 2: chấp nhận giả thuyết  $H_0$  mặc dù nó sai. Sai lầm loại 2 xảy ra với xác suất  $P(\text{chấp nhận } H_0) = (1 - \alpha)$

# Sai lầm loại 1 và loại 2

- ❶ Sai lầm loại 2 hay xảy ra hơn sai lầm loại 1 (vì có xác suất lớn hơn, với  $\alpha$  bé)

# Sai lầm loại 1 và loại 2

- ❶ Sai lầm loại 2 hay xảy ra hơn sai lầm loại 1 (vì có xác suất lớn hơn, với  $\alpha$  bé)
- ❷ Cần hạn chế sai lầm loại 2

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3 Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, xác định phân vị  $x_\alpha$  mức  $\alpha$  hoặc  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  mức  $\frac{\alpha}{2}$

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3 Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, xác định phân vị  $x_\alpha$  mức  $\alpha$  hoặc  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  mức  $\frac{\alpha}{2}$
- 4 Xây dựng miền bác bỏ  $W_\alpha$  hoặc  $W_{\frac{\alpha}{2}}$  phù hợp



# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3 Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, xác định phân vị  $x_\alpha$  mức  $\alpha$  hoặc  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  mức  $\frac{\alpha}{2}$
- 4 Xây dựng miền bác bỏ  $W_\alpha$  hoặc  $W_{\frac{\alpha}{2}}$  phù hợp
- 5 Kiểm định:

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3 Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, xác định phân vị  $x_\alpha$  mức  $\alpha$  hoặc  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  mức  $\frac{\alpha}{2}$
- 4 Xây dựng miền bác bỏ  $W_\alpha$  hoặc  $W_{\frac{\alpha}{2}}$  phù hợp
- 5 Kiểm định:
  - Nếu  $\hat{\theta} \in W_\alpha$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , chấp nhận đối thuyết  $\overline{H_0}$

# Các thủ tục trong phép kiểm định

## Các thủ tục

Để tiến hành kiểm định giả thuyết thống kê ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ ), cần thiết tuân theo các bước sau

- 1 Căn cứ yêu cầu bài toán, đặt cặp giả thuyết ( $H_0 \mid \overline{H_0}$ )
- 2 Từ các đặc trưng mẫu, xác định hàm kiểm định  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3 Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, xác định phân vị  $x_\alpha$  mức  $\alpha$  hoặc  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  mức  $\frac{\alpha}{2}$
- 4 Xây dựng miền bác bỏ  $W_\alpha$  hoặc  $W_{\frac{\alpha}{2}}$  phù hợp
- 5 Kiểm định:
  - Nếu  $\hat{\theta} \in W_\alpha$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$ , chấp nhận đối thuyết  $\overline{H_0}$
  - Nếu  $\hat{\theta} \in \overline{W_\alpha}$ , thì chấp nhận giả thuyết  $H_0$ , bác bỏ đối thuyết  $\overline{H_0}$

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### 1 Bài toán

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

- 1 Bài toán
- 2 Thủ tục kiểm định

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

- 1 Bài toán
- 2 Thủ tục kiểm định
- 3 Ví dụ

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### Bài toán 1

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu = \mu_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### Bài toán 1

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu = \mu_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$
- Giả sử phương sai  $\sigma^2$  đã xác định



## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### Bài toán 1

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu = \mu_0$

### Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$
- Giả sử phương sai  $\sigma^2$  đã xác định
- Ngoài thực tế thì phải kiểm định xem các dữ liệu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  hay không? Nếu không phải là chuẩn thì phải xét mẫu có cỡ lớn ( $n \geq 30$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ )

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_1 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$$

# Hàm kiểm định

## ① Thống kê

$$K_1 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$$

## ② Nếu giả thuyết đầu $H_0$ đúng thì $K_1 \sim \mathfrak{N}(0, 1)$ (Định lý giới hạn trung tâm)

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$



# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - ② Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - ③ Phân vị  $-x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - ② Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - ③ Phân vị  $-x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Hàm Laplace  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - ② Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - ③ Phân vị  $-x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Hàm Laplace  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$
- Chú ý, hàm  $\Phi(x)$  cũng là hàm Laplace, có quan hệ với hàm  $\Phi_0(x)$  như sau

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy = \Phi_0(x) + \frac{1}{2}$$

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (-\infty, -x_\alpha)$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_1$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_1 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).



# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_1$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_1 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Nếu  $K_1 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_1$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_1 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Nếu  $K_1 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).
- 3 Nếu  $K_1 \in (-\infty, -x_\alpha)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ).

# Kiểm định

## Ví dụ 1

Có ý kiến cho rằng chi tiêu trung bình của một sinh viên đại học tại thành phố Hồ Chí Minh là 2.000.000 đồng/tháng. Phỏng vấn ngẫu nhiên 160 sinh viên thì thấy chi tiêu trung bình của sinh viên là 2.150.000 đồng/tháng với độ lệch chuẩn là 75.000 đồng/tháng. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$  hãy kiểm định ý kiến nhận xét, cho biết chi tiêu (X ngàn đồng/tháng) có phân phối chuẩn.

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_1 = \frac{2.150.000 - 2.000.000}{75.000} \sqrt{160} = 25.2982$

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_1 = \frac{2.150.000 - 2.000.000}{75.000} \sqrt{160} = 25.2982$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_1 = \frac{2.150.000 - 2.000.000}{75.000} \sqrt{160} = 25.2982$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty)$



# Lời giải

- ❶ Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- ❷ Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).
- ❸ Hàm kiểm định  $K_1 = \frac{2.150.000 - 2.000.000}{75.000} \sqrt{160} = 25.2982$
- ❹ Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$
- ❺ Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty)$
- ❻ Do  $K_1 \in W_{\frac{\alpha}{2}}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu = 2.000.000$

# Lời giải

- 1 Chi tiêu trung bình của sinh viên là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 2.000.000 (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu = 2.000.000 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 2.000.000$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_1 = \frac{2.150.000 - 2.000.000}{75.000} \sqrt{160} = 25.2982$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty)$
- 6 Do  $K_1 \in W_{\frac{\alpha}{2}}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu = 2.000.000$
- 7 Kết luận: ý kiến nhận xét không đúng (với mức ý nghĩa 0.05)

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### Bài toán 2

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu = \mu_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$

## 7.2 Kiểm định trung bình tổng thể

### Bài toán 2

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu = \mu_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$
- Do điều kiện phương sai  $\sigma^2$  chưa xác định, nên thay thế bằng phương sai mẫu điều chỉnh  $\hat{S}_n^2$  là ước lượng không chệch cho  $\sigma^2$ .

# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )

# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )

# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ )

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_2 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\hat{S}_n} \sqrt{n}$$



# Hàm kiểm định

## ① Thống kê

$$K_2 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\hat{S}_n} \sqrt{n}$$

- ② Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_2 \sim T(n-1)$  (Phân phối Student với  $(n-1)$  bậc tự do)

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước và bậc tự do  $(n-1)$  xác định, tra bảng Student, ta có

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước và bậc tự do  $(n-1)$  xác định, tra bảng Student, ta có
  - 1 Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước và bậc tự do  $(n-1)$  xác định, tra bảng Student, ta có
  - ① Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
  - ② Phân vị  $t_{\alpha}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước và bậc tự do  $(n-1)$  xác định, tra bảng Student, ta có
  - 1 Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
  - 2 Phân vị  $t_{\alpha}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )
  - 3 Phân vị  $-t_{\alpha}(n-1)$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ )

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước và bậc tự do  $(n-1)$  xác định, tra bảng Student, ta có
  - ① Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ )
  - ② Phân vị  $t_{\alpha}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ )
  - ③ Phân vị  $-t_{\alpha}(n-1)$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ )
- Bảng phân phối Student có ở Phần phụ lục của các tài liệu Xác suất Thống kê

# Miền bác bỏ

Với các phân vị Student  $t_{\alpha}(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị Student  $t_{\alpha}(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_{\alpha} = (t_{\alpha}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).



# Miền bác bỏ

Với các phân vị Student  $t_\alpha(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (t_\alpha(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (-\infty, -t_\alpha(n-1))$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_2$  với các phân vị Student  $t_\alpha(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_2 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_2$  với các phân vị Student  $t_\alpha(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_2 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- 2 Nếu  $K_2 \in (t_\alpha(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_2$  với các phân vị Student  $t_\alpha(n-1)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- ➊ Nếu  $K_2 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu \neq \mu_0$ ).
- ➋ Nếu  $K_2 \in (t_\alpha(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu > \mu_0$ ).
- ➌ Nếu  $K_2 \in (-\infty, -t_\alpha(n-1))$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu = \mu_0 \mid \overline{H_0} : \mu < \mu_0$ ).

## Ví dụ 2

Một tổ chức y tế cho rằng trọng lượng trung bình của học sinh nam THPT tại thành phố Hồ Chí Minh là 54kg. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 học sinh nam của một trường THPT thì thấy trọng lượng trung bình của 100 học sinh nam được kiểm tra là 51kg với phương sai mẫu là 1kg. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.01$  hãy kiểm định ý kiến nhận xét của tổ chức y tế, cho biết trọng lượng học sinh nam ( $X$  kg) có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_2 = \frac{54-51}{1.01} \sqrt{100} = 29.7$  (lưu ý phương sai mẫu điều chỉnh là 1.01)



# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_2 = \frac{54-51}{1.01} \sqrt{100} = 29.7$  (lưu ý phương sai mẫu điều chỉnh là 1.01)
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.01$ , tra bảng Student  $t_{\frac{0.01}{2}}(99) = 2.58$  Giá trị này bằng phân vị chuẩn mức vì n quá lớn

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_2 = \frac{54-51}{1.01} \sqrt{100} = 29.7$  (lưu ý phương sai mẫu điều chỉnh là 1.01)
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.01$ , tra bảng Student  $t_{\frac{0.01}{2}}(99) = 2.58$  Giá trị này bằng phân vị chuẩn mức vì n quá lớn
- 5 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -2.58) \cup (2.58, +\infty)$

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_2 = \frac{54-51}{1.01} \sqrt{100} = 29.7$  (lưu ý phương sai mẫu điều chỉnh là 1.01)
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.01$ , tra bảng Student  $t_{\frac{0.01}{2}}(99) = 2.58$  Giá trị này bằng phân vị chuẩn mức vì n quá lớn
- 5 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -2.58) \cup (2.58, +\infty)$
- 6 Do  $K_2 \in W_{\frac{\alpha}{2}}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu = 54$

## Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh là  $E(X) = \mu$  cần so sánh với số 54 kg (là  $\mu_0$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu = 54 \mid \overline{H_0} : \mu \neq 54$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_2 = \frac{54-51}{1.01} \sqrt{100} = 29.7$  (lưu ý phương sai mẫu điều chỉnh là 1.01)
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.01$ , tra bảng Student  $t_{\frac{0.01}{2}}(99) = 2.58$  Giá trị này bằng phân vị chuẩn mức vì n quá lớn
- 5 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -2.58) \cup (2.58, +\infty)$
- 6 Do  $K_2 \in W_{\frac{\alpha}{2}}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu = 54$
- 7 Kết luận: ý kiến nhận xét không đúng (với mức ý nghĩa 0.01)

## 7.3 Kiểm định tỷ lệ tổng thể

### Bài toán 3

Giả sử  $X \sim B_n(p)$ ,  $p \in (0, 1)$ , trong đó xác suất  $p$  là tỷ lệ các phần tử nào đó của tổng thể có dấu hiệu A nào đó. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : p = p_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối nhị thức với tham số  $p$

## 7.3 Kiểm định tỷ lệ tổng thể

### Bài toán 3

Giả sử  $X \sim B_n(p)$ ,  $p \in (0, 1)$ , trong đó xác suất  $p$  là tỷ lệ các phần tử nào đó của tổng thể có dấu hiệu A nào đó. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : p = p_0$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối nhị thức với tham số  $p$
- Sử dụng định lý tiệm cận chuẩn (chương 5)

# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1 và bài toán 2, có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ )

# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1 và bài toán 2, có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ )



# Cặp giả thuyết

Tương tự bài toán 1 và bài toán 2, có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p < p_0$ )

# Hàm kiểm định

- 1 Chọn thống kê

$$K_3 = \frac{f_n - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} \sqrt{n}$$

# Hàm kiểm định

- 1 Chọn thống kê

$$K_3 = \frac{f_n - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} \sqrt{n}$$

- 2 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_3 \sim \mathfrak{N}(0, 1)$  (Phân phối chuẩn chính tắc)

# Hàm kiểm định

- 1 Chọn thống kê

$$K_3 = \frac{f_n - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} \sqrt{n}$$

- 2 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_3 \sim \mathfrak{N}(0, 1)$  (Phân phối chuẩn chính tắc)
- 3 Tỷ lệ thực nghiệm (tỷ lệ mẫu) là  $f_n = \frac{k}{n}$ , trong đó  $k$  là số phần tử mẫu có dấu hiệu A

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_{\alpha}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - 3 Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p < p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$



# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - ② Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - ③ Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p < p_0$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Bảng giá trị hàm Laplace có ở Phần phụ lục của các tài liệu Xác suất Thống kê

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (-\infty, -x_\alpha)$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p < p_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_3$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_3 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_3$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_3 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).
- 2 Nếu  $K_3 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_3$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_3 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p \neq p_0$ ).
- 2 Nếu  $K_3 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p > p_0$ ).
- 3 Nếu  $K_3 \in (-\infty, -x_\alpha)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = p_0 \mid \overline{H_0} : p < p_0$ ).

# Kiểm định một tỷ lệ

## Ví dụ 3

Tỷ lệ phế phẩm của một nhà máy trước đây là 4% . Sau khi áp dụng một quy trình mới, kiểm tra ngẫu nhiên 300 sản phẩm thấy có 1 phế phẩm. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$  hãy kiểm định ý kiến nhận xét rằng quy trình mới có tác dụng làm giảm tỷ lệ phế phẩm.



# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_3 = \frac{1/300 - 0.04}{\sqrt{0.04(1-0.04)}} \sqrt{300} = -11.01838$  (lưu ý tỷ lệ mẫu là  $1/300$ )

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_3 = \frac{1/300 - 0.04}{\sqrt{0.04(1-0.04)}} \sqrt{300} = -11.01838$  (lưu ý tỷ lệ mẫu là  $1/300$ )
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_3 = \frac{1/300 - 0.04}{\sqrt{0.04(1-0.04)}} \sqrt{300} = -11.01838$  (lưu ý tỷ lệ mẫu là  $1/300$ )
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_3 = \frac{1/300 - 0.04}{\sqrt{0.04(1-0.04)}} \sqrt{300} = -11.01838$  (lưu ý tỷ lệ mẫu là  $1/300$ )
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$
- 6 Do  $K_3 \in W_{0.05}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : p = 0.04$

# Lời giải

- 1 Tỷ lệ tổng thể  $p$  (tỷ lệ phế phẩm toàn nhà máy) cần so sánh với số 0.04 (là  $p_0 = 0.04$ )
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p = 0.04 \mid \overline{H_0} : p < 0.04$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_3 = \frac{1/300 - 0.04}{\sqrt{0.04(1-0.04)}} \sqrt{300} = -11.01838$  (lưu ý tỷ lệ mẫu là  $1/300$ )
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$
- 6 Do  $K_3 \in W_{0.05}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : p = 0.04$
- 7 Kết luận: ý kiến nhận xét đúng (với mức ý nghĩa 0.05)

## 7.4 Kiểm định phương sai tổng thể

### Bài toán 4

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$



## 7.4 Kiểm định phương sai tổng thể

### Bài toán 4

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

### Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$
- Giả sử điều kiện phương sai chưa xác định cần kiểm định

## 7.4 Kiểm định phương sai tổng thể

### Bài toán 4

Giả sử  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  và giả sử phương sai tổng thể  $\sigma^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

### Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với hai tham số  $\mu$  và  $\sigma^2$
- Giả sử điều kiện phương sai chưa xác định cần kiểm định
- Ngoài thực tế thì phải kiểm định xem các dữ liệu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  hay không? Nếu không phải là chuẩn thì phải xét mẫu có cỡ lớn ( $n \geq 30$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 < \sigma_0^2$ )

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_4 = \frac{(n-1)\hat{S}_n^2}{\sigma_0^2}$$

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_4 = \frac{(n-1)\hat{S}_n^2}{\sigma_0^2}$$

- 2 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_4 \sim \chi^2(n-1)$  (Phân phối khi bình phương với  $(n-1)$  bậc tự do  $\chi_{n-1}^2$ )

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  và bậc tự do  $(n-1)$  cho trước, tra bảng  $\chi^2$ , xác định



# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  và bậc tự do  $(n-1)$  cho trước, tra bảng  $\chi^2$ , xác định
  - ① Các phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2)$ .

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  và bậc tự do  $(n-1)$  cho trước, tra bảng  $\chi^2$ , xác định
  - ① Các phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2)$ .
  - ② Phân vị  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2)$ .

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  và bậc tự do  $(n-1)$  cho trước, tra bảng  $\chi^2$ , xác định
  - ① Các phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2)$ .
  - ② Phân vị  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2)$ .
  - ③ Phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định một phía trái  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 < \sigma_0^2)$ .

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  và bậc tự do  $(n-1)$  cho trước, tra bảng  $\chi^2$ , xác định
  - ① Các phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2)$ .
  - ② Phân vị  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định một phía phải  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2)$ .
  - ③ Phân vị  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  cho kiểm định một phía trái  $(H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 < \sigma_0^2)$ .
- Chú ý, bảng  $\chi^2$  được cho ở phân Phụ lục các tài liệu Xác suất Thống kê

# Miền bác bỏ

Với các phân vị khi bình phương  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị khi bình phương  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$  và  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)) \cup (\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_2 = (\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị khi bình phương  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_2 = (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_3 = (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 < \sigma_0^2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_4$  với các phân vị chuẩn  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_4 \in (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).



# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_4$  với các phân vị chuẩn  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_4 \in (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).
- 2 Nếu  $K_4 \in (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_4$  với các phân vị chuẩn  $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  và  $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_4 \in (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).
- 2 Nếu  $K_4 \in (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ).
- 3 Nếu  $K_4 \in (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 < \sigma_0^2$ ).

# Kiểm định

## Ví dụ 1

Nếu máy hoạt động bình thường thì trọng lượng của sản phẩm sẽ là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với phương sai  $D(X) = \sigma^2 = 12$ . Nghi ngờ máy hoạt động không bình thường, người ta kiểm tra ngẫu nhiên 13 sản phẩm và có được phương sai mẫu điều chỉnh là  $\hat{S}_{13}^2 = 14.6$ . Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , hãy kiểm định xem nghi ngờ trên có cơ sở hay không?

# Lời giải

- ① Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$ )

# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).

# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_4 = \frac{13-1}{12} 14.6 = 14.6$

# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_4 = \frac{13-1}{12} 14.6 = 14.6$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng  $\chi^2$  có  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 4.4$  và  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 23.3$

# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_4 = \frac{13-1}{12} 14.6 = 14.6$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng  $\chi^2$  có  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 4.4$  và  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 23.3$
- 5 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, 4.4) \cup (23.3, +\infty)$



# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_4 = \frac{13-1}{12} 14.6 = 14.6$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng  $\chi^2$  có  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 4.4$  và  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 23.3$
- 5 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, 4.4) \cup (23.3, +\infty)$
- 6 Do  $K_4 \notin W_1$ , nên chấp nhận giả thuyết ban đầu  $H_0 : \sigma^2 = 12$

# Lời giải

- 1 Phương sai tổng thể  $D(X) = \sigma^2$  cần so sánh với số  $\sigma_0^2 = 12$
- 2 Ta có bài toán kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma^2 = 12 \mid \overline{H_0} : \sigma^2 \neq 12$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_4 = \frac{13-1}{12} 14.6 = 14.6$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng  $\chi^2$  có  $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 4.4$  và  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(12) = 23.3$
- 5 Miền bác bỏ  $W_1 = (-\infty, 4.4) \cup (23.3, +\infty)$
- 6 Do  $K_4 \notin W_1$ , nên chấp nhận giả thuyết ban đầu  $H_0 : \sigma^2 = 12$
- 7 Kết luận: ý kiến nghi ngờ không có căn cứ (với mức ý nghĩa 0.05).  
Máy vẫn hoạt động bình thường

## 7.5 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của tỷ lệ của hai tổng thể

### Bài toán 5

Giả sử  $X \sim B_{n_1}(p_1)$ ,  $p_1 \in (0, 1)$  và  $Y \sim B_{n_2}(p_2)$ ,  $p_2 \in (0, 1)$ . Giả sử hai biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  là độc lập. Cần kiểm định giả thuyết đầu về sự bằng nhau của hai tỷ lệ  $H_0 : p_1 = p_2$

### Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  đều mô tả một dấu hiệu A nào đó của hai tổng thể  $\Omega_1$  và  $\Omega_2$ .

## 7.5 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của tỷ lệ của hai tổng thể

### Bài toán 5

Giả sử  $X \sim B_{n_1}(p_1)$ ,  $p_1 \in (0, 1)$  và  $Y \sim B_{n_2}(p_2)$ ,  $p_2 \in (0, 1)$ . Giả sử hai biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  là độc lập. Cần kiểm định giả thuyết đầu về sự bằng nhau của hai tỷ lệ  $H_0 : p_1 = p_2$

### Chú ý

- Biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  đều mô tả một dấu hiệu A nào đó của hai tổng thể  $\Omega_1$  và  $\Omega_2$ .
- Mẫu thứ nhất sinh ra từ biến  $X$  là  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và mẫu thứ hai sinh ra từ biến  $Y$  là  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$ . Các  $X_j, Y_i, j = 1, 2, \dots, n_1, i = 1, 2, \dots, n_2$  là độc lập.

# Cặp giả thuyết

Tương tự các bài toán đã xét, ta có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ )

# Cặp giả thuyết

Tương tự các bài toán đã xét, ta có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ )

# Cặp giả thuyết

Tương tự các bài toán đã xét, ta có các cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ )

# Hàm kiểm định

## 1 Chọn thống kê

$$K_5 = \frac{f_{n_1} - f_{n_2}}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$



# Hàm kiểm định

- 1 Chọn thống kê

$$K_5 = \frac{f_{n_1} - f_{n_2}}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- 2 Tỷ lệ chung  $f = \frac{k_1+k_2}{n_1+n_2}$ ,  $f_1 = \frac{k_1}{n_1}$ ,  $f_2 = \frac{k_2}{n_2}$

# Hàm kiểm định

- 1 Chọn thống kê

$$K_5 = \frac{f_{n_1} - f_{n_2}}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- 2 Tỷ lệ chung  $f = \frac{k_1+k_2}{n_1+n_2}$ ,  $f_1 = \frac{k_1}{n_1}$ ,  $f_2 = \frac{k_2}{n_2}$
- 3 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_5 \sim \mathfrak{N}(0, 1)$  (Phân phối chuẩn chính tắc)

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_{\alpha}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - 3 Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - ① Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - ② Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - ③ Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Bảng giá trị hàm Laplace  $\Phi_0(x)$  có ở Phần phụ lục của các tài liệu Xác suất Thống kê

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).



# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (-\infty, -x_\alpha)$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_5$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_5 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_5$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_5 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).
- 2 Nếu  $K_3 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_5$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_5 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 \neq p_2$ ).
- 2 Nếu  $K_3 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 > p_2$ ).
- 3 Nếu  $K_3 \in (-\infty, -x_\alpha)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).

# Kiểm định giả thuyết sự bằng nhau của hai tỷ lệ

## Ví dụ 5

Sau một đợt dịch, các dữ liệu thống kê cho thấy trong nhóm 800 người đã tiêm phòng chỉ có 8 người bị mắc bệnh. Còn trong nhóm 200 người chưa tiêm phòng dịch có 92 người mắc. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$  hãy kiểm định xem việc tiêm phòng có tác dụng hay không?

# Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .

# Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).



# Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_5 = \frac{8/800 - 92/200}{\sqrt{0.1(1-0.1)(1/800 + 1/200)}} = -18.97367$

## Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_5 = \frac{8/800 - 92/200}{\sqrt{0.1(1-0.1)(1/800 + 1/200)}} = -18.97367$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$

## Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_5 = \frac{8/800 - 92/200}{\sqrt{0.1(1-0.1)(1/800 + 1/200)}} = -18.97367$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$

## Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_5 = \frac{8/800 - 92/200}{\sqrt{0.1(1-0.1)(1/800 + 1/200)}} = -18.97367$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$
- 6 Do  $K_5 \in W_{0.05}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : p_1 = p_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : p_1 < p_2$ .

## Lời giải

- 1 Gọi tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm chưa tiêm phòng là  $p_1$ , tỷ lệ người mắc bệnh trong nhóm đã tiêm phòng là  $p_2$ .
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía trái ( $H_0 : p_1 = p_2 \mid \overline{H_0} : p_1 < p_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_5 = \frac{8/800 - 92/200}{\sqrt{0.1(1-0.1)(1/800 + 1/200)}} = -18.97367$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace  $x_{0.01} = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_{0.05} = (-\infty, -1.66)$
- 6 Do  $K_5 \in W_{0.05}$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : p_1 = p_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : p_1 < p_2$ .
- 7 Kết luận: Việc tiêm phòng có tác dụng tốt (với mức ý nghĩa 0.05)

## 7.6 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 6

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập

## 7.6 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 6

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập
- Giả sử điều kiện hai phương sai  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  đã xác định

## 7.6 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 6

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  đã xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập
- Giả sử điều kiện hai phương sai  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  đã xác định
- Ngoài thực tế thì phải kiểm định xem các dữ liệu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  hay không? Nếu không phải là chuẩn thì phải xét mẫu có cỡ lớn ( $n_1 \geq 30, n_2 \geq 30$ )



# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ )

# Hàm kiểm định

## ① Thống kê

$$K_6 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_6 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

## 2 Nếu giả thuyết đầu $H_0$ đúng thì $K_6 \sim \mathfrak{N}(0, 1)$ (Định lý giới hạn trung tâm)

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_{\alpha}$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\alpha}) = \frac{1}{2} - \alpha$



# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - 3 Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - 3 Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Hàm Laplace  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Laplace, xác định
  - 1 Phân vị  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}$
  - 2 Phân vị  $x_\alpha$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
  - 3 Phân vị  $-x_\alpha$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ), sao cho  $\Phi_0(x_\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha$
- Hàm Laplace  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$
- Chú ý, hàm  $\Phi(x)$  cũng là hàm Laplace, có quan hệ với hàm  $\Phi_0(x)$  như sau

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy = \Phi_0(x) + \frac{1}{2}$$

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (x_\alpha, +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (-\infty, -x_\alpha)$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_6$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_6 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_6$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_6 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Nếu  $K_6 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).



# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_6$  với các phân vị chuẩn  $x_\alpha$  và  $x_{\frac{\alpha}{2}}$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_6 \in (-\infty, -x_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (x_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Nếu  $K_6 \in (x_\alpha, +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Nếu  $K_6 \in (-\infty, -x_\alpha)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).

# Kiểm định hai trung bình

## Ví dụ 6

Có ý kiến cho rằng các học sinh THPT ở thành phố có chiều cao lớn hơn chiều cao của các học sinh THPT ở ngoại thành. Kiểm tra ngẫu nhiên 200 học sinh THPT ở khu vực thành phố thấy có chiều cao trung bình 157.5cm. Kiểm tra ngẫu nhiên 300 học sinh THPT ở khu vực ngoại thành có chiều cao trung bình 155.8 cm. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$  hãy kiểm định ý kiến nhận xét, cho biết chiều cao có phân phối chuẩn với  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$ .

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải  $(H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2)$ .

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_6 = \frac{157.5 - 155.7}{\sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}}} = 18.62257$

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_6 = \frac{157.5 - 155.7}{\sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}}} = 18.62257$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_\alpha = 1.66$

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_6 = \frac{157.5 - 155.7}{\sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}}} = 18.62257$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_\alpha = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$

# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_6 = \frac{157.5 - 155.7}{\sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}}} = 18.62257$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_\alpha = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$
- 6 Do  $K_6 \in W_\alpha$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : \mu_1 > \mu_2$



# Lời giải

- 1 Chiều cao trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với chiều cao trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_6 = \frac{157.5 - 155.7}{\sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{300}}} = 18.62257$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Laplace có  $x_\alpha = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$
- 6 Do  $K_6 \in W_\alpha$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : \mu_1 > \mu_2$
- 7 Kết luận: ý kiến nhận xét đúng (với mức ý nghĩa 0.05)

## 7.7 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 7

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập

## 7.7 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 7

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập
- Giả sử điều kiện hai phương sai  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  chưa xác định, cần dùng hai phương sai mẫu điều chỉnh  $\hat{S}_{n_1}^2$  và  $\hat{S}_{n_2}^2$  thay thế.

## 7.7 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai trung bình

### Bài toán 7

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Giả sử hai phương sai tổng thể  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  chưa xác định. Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

### Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập
- Giả sử điều kiện hai phương sai  $\sigma_1^2$  và  $\sigma_2^2$  chưa xác định, cần dùng hai phương sai mẫu điều chỉnh  $\hat{S}_{n_1}^2$  và  $\hat{S}_{n_2}^2$  thay thế.
- Ngoài thực tế thì phải kiểm định xem các dữ liệu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  hay không? Nếu không phải là chuẩn thì phải xét mẫu có cỡ lớn ( $n_1 \geq 30, n_2 \geq 30$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ )

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_7 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\hat{S}_{n_1}^2}{n_1} + \frac{\hat{S}_{n_2}^2}{n_2}}}$$



# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_7 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\hat{S}_{n_1}^2}{n_1} + \frac{\hat{S}_{n_2}^2}{n_2}}}$$

- 2 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_7 \sim T(n_1 + n_2 - 2)$  (Phân phối Student với  $(n_1 + n_2 - 2)$  bậc tự do)

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Student, xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Student, xác định
  - ① Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2)$ .

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Student, xác định
  - 1 Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
  - 2 Phân vị  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định một phía phải  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Student, xác định
  - 1 Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
  - 2 Phân vị  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định một phía phải  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
  - 3 Phân vị  $-t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định một phía trái  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng Student, xác định
  - ① Phân vị  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định hai phía  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
  - ② Phân vị  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định một phía phải  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
  - ③ Phân vị  $-t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  cho kiểm định một phía trái  
( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).
- Chú ý, phân phối Student với  $(n_1 + n_2 - 2)$  được cho ở phần Phụ lục các tài liệu Xác suất Thống kê.

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_{\alpha} = (t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).



# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

- 1 Miền bác bỏ  $W_{\frac{\alpha}{2}} = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Miền bác bỏ  $W_{\alpha} = (t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Miền bác bỏ  $W_{\alpha} = (-\infty, -t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2))$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_7$  với các phân vị chuẩn  $t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_7 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_7$  với các phân vị chuẩn  $t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_7 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Nếu  $K_7 \in (t_\alpha(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_7$  với các phân vị chuẩn  $t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_7 \in (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)) \cup (t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 \neq \mu_2$ ).
- 2 Nếu  $K_7 \in (t_\alpha(n_1 + n_2 - 2), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Nếu  $K_7 \in (-\infty, -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2))$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 < \mu_2$ ).

# Kiểm định hai trung bình

## Chú ý

- 1 Nếu  $n_1 \geq 30, n_2 \geq 30$ , thì sử dụng bảng Laplace
- 2 Nếu  $n_1 < 30, n_2 < 30$ , thì sử dụng bảng Student

# Kiểm định hai trung bình

## Ví dụ 7

Có ý kiến cho rằng các học sinh THPT ở thành phố có trọng lượng hơn trọng lượng của các học sinh THPT ở ngoại thành. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 học sinh THPT ở khu vực thành phố thấy có trọng lượng trung bình 50.5kg và phương sai điều chỉnh là 1kg. Kiểm tra ngẫu nhiên 200 học sinh THPT ở khu vực ngoại thành có trọng lượng trung bình 45.8 kg với phương sai mẫu điều chỉnh 1kg. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$  hãy kiểm định ý kiến nhận xét, cho biết trọng lượng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải  $(H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2)$ .



# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_7 = \frac{50.5 - 45.8}{\sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{200}}} = 38.37534$

## Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải  $(H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2)$ .
- 3 Hàm kiểm định  $K_7 = \frac{50.5 - 45.8}{\sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{200}}} = 38.37534$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Student có  $t_{0.05}(300 - 2) = 1.66$

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_7 = \frac{50.5 - 45.8}{\sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{200}}} = 38.37534$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Student có  $t_{0.05}(300 - 2) = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải  $(H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2)$ .
- 3 Hàm kiểm định  $K_7 = \frac{50.5 - 45.8}{\sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{200}}} = 38.37534$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Student có  $t_{0.05}(300 - 2) = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$
- 6 Do  $K_7 \in W_\alpha$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : \mu_1 > \mu_2$

# Lời giải

- 1 Trọng lượng trung bình của học sinh thành phố là  $E(X) = \mu_1$  cần so sánh với trọng lượng trung bình của học sinh ngoại thành là  $E(Y) = \mu_2$
- 2 Ta có bài toán kiểm định một phía phải ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \mid \overline{H_0} : \mu_1 > \mu_2$ ).
- 3 Hàm kiểm định  $K_7 = \frac{50.5 - 45.8}{\sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{200}}} = 38.37534$
- 4 Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , tra bảng Student có  $t_{0.05}(300 - 2) = 1.66$
- 5 Miền bác bỏ  $W_\alpha = (1.66, +\infty)$
- 6 Do  $K_7 \in W_\alpha$ , nên bác bỏ giả thuyết ban đầu  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ , chấp nhận đối thuyết  $\hat{H}_0 : \mu_1 > \mu_2$
- 7 Kết luận: ý kiến nhận xét đúng (với mức ý nghĩa 0.05)

## 7.8 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai phương sai

### Bài toán 8

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập

## 7.8 Kiểm định giả thuyết về sự bằng nhau của hai phương sai

### Bài toán 8

Giả sử hai biến ngẫu nhiên độc lập  $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Cần kiểm định giả thuyết đầu  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Chú ý

- Hai mẫu  $(X_1, X_2, \dots, X_{n_1})$  và  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2})$  là độc lập
- Ngoài thực tế thì phải kiểm định xem các dữ liệu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  và  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  hay không? Nếu không phải là chuẩn thì phải xét mẫu có cỡ lớn ( $n_1 \geq 30, n_2 \geq 30$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ )



# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ )

# Cặp giả thuyết

- 1 Kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ )
- 2 Kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ )
- 3 Kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ )

## 1 Thống kê

$$K_8 = \frac{\hat{S}_{n_1}^2}{\hat{S}_{n_2}^2}$$

# Hàm kiểm định

## 1 Thống kê

$$K_8 = \frac{\hat{S}_{n_1}^2}{\hat{S}_{n_2}^2}$$

- 2 Nếu giả thuyết đầu  $H_0$  đúng thì  $K_8 \sim F(n_1 - 1; n_2 - 1)$  (Phân phối F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ )

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ , xác định

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ , xác định
  - 1 Hai điểm phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ .

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ , xác định
  - 1 Hai điểm phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).
  - 2 Phân vị  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).

# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ , xác định
  - 1 Hai điểm phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).
  - 2 Phân vị  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).
  - 3 Phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ).



# Mức ý nghĩa

- Với mức ý nghĩa  $\alpha \in (0, 1)$  cho trước, tra bảng F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$ , xác định
  - 1 Hai điểm phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).
  - 2 Phân vị  $f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).
  - 3 Phân vị  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  cho kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ).
- Chú ý, phân phối F với các tham số  $(n_1 - 1)$  và  $(n_2 - 1)$  được cho ở phần Phụ lục các tài liệu Xác suất Thống kê.

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/1}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

① Miền bác bỏ

$W_1 = (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía  $(H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ .

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/1}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

① Miền bác bỏ

$W_1 = (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).

② Miền bác bỏ  $W_2 = (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).

# Miền bác bỏ

Với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/1}(n_1 + n_2 - 2)$  và  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$  đã xác định, các miền bác bỏ có dạng sau:

① Miền bác bỏ

$W_1 = (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).

② Miền bác bỏ  $W_2 = (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).

③ Miền bác bỏ  $W_3 = (-\infty, f_{1-\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1))$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_8$  với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_8 \in (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_8$  với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_8 \in (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).
- 2 Nếu  $K_8 \in (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).

# Kiểm định

So sánh thống kê  $K_8$  với các phân vị chuẩn  $f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1)$  và  $f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)$ , có kết luận:

- 1 Nếu  $K_8 \in (-\infty, f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1; n_2 - 1)) \cup (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định hai phía ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ).
- 2 Nếu  $K_8 \in (f_{\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1), +\infty)$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía phải ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ).
- 3 Nếu  $K_8 \in (-\infty, f_{1-\alpha/2}(n_1 - 1; n_2 - 1))$ , thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  đối với kiểm định một phía trái ( $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \mid \overline{H_0} : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ).

# Bài tập chương 7

## Bài tập 1.

Sau 30 lần quan sát thí nghiệm ta thấy thời gian làm việc trung bình của một chi tiết điện tử là 60 giờ với  $\sigma_1^2 = 0.1$ . Trong cùng điều kiện tương tự tiến hành quan sát 20 lần thí nghiệm chi tiết đó chưa được cải tiến thì thời gian làm việc trung bình là 55 giờ với  $\sigma_2^2 = 0.02$ . Hỏi sự cải tiến có thực sự có tác dụng không? với mức ý nghĩa  $\alpha = .0.1$



# Bài tập chương 7

## Bài tập 2

Giám đốc một công ty tuyên bố 90 % sản phẩm của công ty bán ra đạt tiêu chuẩn quốc gia. Kiểm tra ngẫu nhiên 200 sản phẩm bán ra của công ty đó, thấy có 168 sản phẩm đạt tiêu chuẩn quốc gia. Với  $\alpha = 0.05$  kiểm định kết luận của vị giám đốc nọ.

## Bài tập chương 7

### Bài tập 3

Một loại hạt giống có tỷ lệ nảy mầm là 0,90. Do điều kiện bảo quản không tốt nên người ta nghi ngờ về tỷ lệ nảy mầm sẽ thấp hơn quy định. Gieo ngẫu nhiên 200 hạt giống thấy có 185 hạt nảy mầm. Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  việc nghi ngờ có cơ sở hay không?

# Bài tập chương 7

## Bài tập 4

Kiểm tra một lô hàng gồm 102 chi tiết bằng phương pháp A thấy có 82 chi tiết hỏng. Kiểm tra lô hàng có 98 chi tiết bằng phương pháp B có 69 chi tiết hỏng. Hỏi với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  hai phương pháp kiểm tra có cho hiệu quả giống nhau không?

# Bài tập chương 7

## Bài tập 5

Chủ hãng sản xuất cho biết độ lệch chuẩn của sai số đo của thiết bị là 5 đơn vị. Kiểm tra ngẫu nhiên 19 thiết bị đo thì thấy  $S^2 = 33$ . Với mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  hãy kiểm định ý kiến của chủ hãng?