

## Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der Strömungen in Randmeeren nebst Anwendungen<sup>1</sup>

Von WALTER HANSEN

Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg,  
International Meteorological Institute in Stockholm

(Manuscript received July 10, 1956)

### *Abstract*

For the detection of non-stationary movements in the ocean there exists, at present, no theory that could by observation stand a test with regard to its practical applicability. As there is available an abundant material of sea-level- and current observations from the marginal and adjacent seas and as in such areas maximum values of movements occur, the study of which deserves a special practical interest, a method is developed for determining the movements in such areas; moreover, the results of a numerical computation of an especially heavy storm surge (Holland-Orkan) and of the tides in an estuary (the Ems river) are discussed. By combining these results with numerical weather prediction it is, in principle, possible to carry out numerical prediction of sea level.

### **Die Problemstellung**

Die wesentlichen Ursachen für die Strömungen und die damit verbundenen Wasserstände im Meere liegen in den windschub-, den gezeiten- und den dichtegradienten-zeugenden Kräften. Abgesehen von den instationären Gezeiten und Oberflächenwellen, sind die grossen permanenten Stromsysteme der Ozeane, seit jeher das Kernproblem der dynamischen Ozeanographie, fast immer als stationäre Bewegungen behandelt worden. Wenn auch V. W. Ekman bereits vor dreissig Jahren die Grundzüge einer rationellen Theorie derartiger stationärer Meeresströmungen entwickelt hat, ist es aber erst in den letzten 8

bis 10 Jahren gelungen, vor allem durch die Arbeiten von Stommel und Munk, Lösungen anzugeben, die zum mindesten in grossen Zügen mit den Beobachtungen übereinstimmen.

Die sehr zahlreichen Beobachtungen zeigen indessen, dass die grossen Stromsysteme nur im statistischen Mittel stationär sind. Die wellenartigen Mäander, die sich längs des Golfstroms fortpflanzen und zu Abschnürungen von Warm- und Kaltwasserkörpern führen können, geben schöne Beispiele für dynamisch interessante aber zur Zeit noch nicht erfassbare kleinmasstäbige, instationäre Vorgänge im offenen Meer. Ohne Zweifel besteht an der Entwicklung von Verfahren zur Vorhersage der Lage und Intensität etwa des Golfstromes ein lebhaftes wissenschaftliches und praktisches Interesse. Zur Ent-

<sup>1</sup> Die Untersuchungen wurden finanziell gefördert durch Bereitstellung von Mitteln des Bundesverkehrsministeriums aus Zuschüssen des ERP-Sondervermögens und der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

wicklung und Anwendung eines derartigen Verfahrens bedarf es aber einer so ausserordentlichen Vermehrung des bereits vorhandenen sehr umfangreichen Beobachtungsmaterials, dass diese Forderung in naher Zukunft kaum wird verwirklicht werden können. Es ist deshalb verständlich, dass die Theoretiker, sofern sie sich überhaupt mit instationären Vorgängen beschäftigen, „Transient“-Probleme bevorzugen. Darunter sind hier Probleme etwa wie die langfristigen Änderungen der grossen permanenten Stromsysteme zu verstehen, die von Änderungen der allgemeinen atmosphärischen Windzirkulation hervorgerufen werden. Untersuchungen in dieser Richtung sind von CHARNEY (1955), MORGAN und VERONIS (1953) und VERONIS (1956) in Angriff genommen worden.

Anders liegen die Verhältnisse in den Rand- und Nebenmeeren wie etwa in der Nordsee.

Es ist zu hoffen, dass es mit der Entwicklung von Methoden zur numerischen Vorausberechnung des atmosphärischen Druckfeldes in 5 km Höhe, und später an der Meeresoberfläche, für 24, 48 und unter Umständen auch 72 Stunden, möglich sein wird, die Schubspannung an der Meeresoberfläche von Rand- und Nebenmeeren vorauszusagen. In Verbindung mit einer rationellen Theorie der Wasserbewegungen eröffnet sich damit erstmalig die Möglichkeit zum Aufbau eines theoretisch begründeten meteorologisch-ozeanographischen Verfahrens zur Vorhersage von Wasserständen und Strömungen in Rand- und Nebenmeeren. Die zahlreichen und routinemässig ausgeführten Beobachtungen des Wasserstandes an den Küsten eines Randmeeres wie der Nordsee geben die Möglichkeit, die Ergebnisse einer derartigen Theorie systematisch zu prüfen, und damit das Vertrauen in die dynamischen Methoden der Ozeanographie zu festigen.

Der praktische Wert derartiger Verfahren liegt vor allem darin, dass regelmässige und zuverlässige Wasserstandsvorhersagen rechtzeitig vor schweren Sturmfluten warnen können. Als Beispiel sei die als Folge des Holland-Orkans 1953 aufgetretene Sturmflut genannt, die schwere Verluste an Menschenleben und umfangreiche Verwüstungen hervorgerufen hat. Andere Anwendungen des Verfahrens zur Ermittlung der Wasserstände und Strömungen für Aufgaben der Praxis,

etwa des Seewasserbaues, werden weiter unten beleuchtet.

Die Entwicklung eines Verfahrens zur Errechnung der Wasserstände und Stromgeschwindigkeiten in einem Randmeer wie der Nordsee wird dadurch erleichtert, dass mit homogenen Wassermassen gerechnet werden kann, da hohe Windgeschwindigkeiten, die Sturmfluten zur Folge haben, im Verein mit den Gezeitenströmen für eine weitgehende horizontale und vertikale Vermischung sorgen. Schwierigkeiten, die aber überwunden werden können, bereitet die regional und in extremen Fällen wegen der Wasserstandsänderungen auch zeitlich variable Tiefe. Vielleicht noch grössere Schwierigkeiten können dadurch entstehen, dass die lateralen und vertikalen Reibungskoeffizienten nur mangelhaft bekannt sind.

Es ist heute noch nicht zu übersehen, in welcher Weise die Verknüpfung der Wasserstands- mit der numerischen Wettervorhersage am zweckmässigsten erfolgen soll. Nach den guten Ergebnissen, die die barotrope Theorie ergeben hat, ist vielleicht zu hoffen, dass eine barokline Theorie die benötigten Gradientenwindwerte an der Meeresoberfläche liefern wird. Erwähnt sei in diesem Zusammenhang, dass nicht nur 24-, 48- und 72-stündige, sondern auch kurzfristigere Vorhersagen der Sturmflutwasserstände von wenigen Stunden in aktuellen Fällen sehr wichtig sein können.

Wegen dieser noch offenen Fragen ist das Schwergewicht der vorliegenden Untersuchung auf den ozeanographischen Teil der Theorie gelegt, und diese unter Verwendung von meteorologischen Beobachtungen an Hand von Wasserstandsbeobachtungen geprüft worden. Ausserdem wurde das Verfahren zur Ermittlung der Gezeiten und Gezeitenströme in einer Flussmündung der deutschen Nordseeküste verwendet, da in diesem Fall eine gute Kontrolle durch die vorhandenen Beobachtungen möglich war, und derartigen Untersuchungen ein besonderes praktisches Interesse zukommt.

### Die Ableitung der Theorie

Die hier mitgeteilten Verfahren sind Verallgemeinerungen von solchen, die der Verfasser vor einer Reihe von Jahren zur Ermittlung von rein harmonischen Gezeitenschwin-

gungen und stationären Meeresströmungen abgeleitet hat. Ein wesentlicher Gesichtspunkt war dabei, Methoden zu finden, die unmittelbar an Hand vorliegender Beobachtungen geprüft und damit für praktische Aufgaben nutzbar gemacht werden können.

Grundlage der Untersuchungen sind die hydrodynamischen Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - v^* \Delta u + u \frac{\partial u}{\partial x} + \\ + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = k^{(x)} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - v^* \Delta v + u \frac{\partial v}{\partial x} + \quad (1) \\ + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = k^{(y)} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

Es bedeuten:  $x, y, z, t$  Raum- und Zeitkoordinaten,  $z$  von der ungestörten Meeresoberfläche positiv aufwärts gerechnet.

$h$  Wassertiefe bei ungestörter Wasseroberfläche.

$u, v, w$  Geschwindigkeitskomponenten.

$U, V$  Komponenten der über die Tiefe gemittelten Geschwindigkeiten, also

$$U = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} u dz, \quad V = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} v dz$$

Ferner wird gesetzt:

$$u = U(1 + u'), \quad v = V(1 + v')$$

so dass

$$\int_{-h}^{\zeta} u' dz = \int_{-h}^{\zeta} v' dz = 0$$

Es ist hydrostatischer Druck und konstante Dichte angesetzt. In den ersten zwei Gleichungen ist durch diese konstante Dichte dividiert, sämtliche Glieder besitzen dann die Dimension einer Beschleunigung  $m \text{ sec}^{-2}$ . Zur Abkürzung ist dieser Faktor nicht hingeschrieben worden.  $k^{(x)}$  und  $k^{(y)}$  sind die Komponenten

der äusseren Beschleunigungen. Der Index  $Ob$  bezieht sich auf die Oberfläche, der Index  $Bd$  auf den Boden. Es sind  $f$  Coriolisparameter,  $g$  Erdbeschleunigung,  $z = \zeta$  ist die Abweichung der Oberfläche vom ungestörten Meeresniveau,  $z = -h$  der Meeresboden,  $H = h + \zeta$  Gesamttiefe,  $v, v^*$  vertikale und horizontale virtuelle Viskositätszahlen mit der Dimension  $m^2/\text{sec}$ .  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  Laplace-Operator.

Die Integration dieser Gleichungen von  $z = -h(x, y)$  bis zu  $z = \zeta(x, y)$  liefert drei neue Gleichungen für die Komponenten der mittleren Geschwindigkeit  $U, V$  und für den Wasserstand  $\zeta$ , die nach einigen Umformungen den Ausgangsgleichungen in den wesentlichen Ausdrücken sehr ähnlich sind. Die ausserdem auftretenden Integrale über  $u'^2, u'v'$  und  $v'^2$  werden aus einer vorzuziehenden vertikalen Geschwindigkeitsverteilung (Potenz- oder logarithmische Gesetze) ermittelt. Bei den hier zu behandelnden Aufgaben spielen diese Terme aber keine Rolle. Die Umformung erfolgt unter Verwendung der Randbedingungen:

$$w_{Ob} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_{Ob} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_{Ob} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \text{ an der Oberfläche}$$

$$\text{und } w_{Bd} = - \left( u_{Bd} \frac{\partial h}{\partial x} + v_{Bd} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \text{ am Boden.}$$

Hiernach stimmt die Normalkomponente der Geschwindigkeit mit der entsprechenden Geschwindigkeitskomponente der Grenzfläche überein. Zur Abkürzung wird noch gesetzt:

$$\begin{aligned} A^{(x)} = k^{(x)} + v^* \Delta U + \\ + \frac{v^*}{H} \int_{-h}^{\zeta} \Delta(Uu') dz - \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left( U^2 \int_{-h}^{\zeta} u'^2 dz \right) - \end{aligned}$$

$$- \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left( UV \int_{-h}^{\zeta} u'v' dz \right),$$

$$A^{(y)} = k^{(y)} + v^* \Delta V +$$

$$+ \frac{v^*}{H} \int_{-h}^{\zeta} \Delta(Vv') dz - \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left( UV \int_{-h}^{\zeta} u'v' dz \right) -$$

$$- \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left( V^2 \int_{-h}^{\zeta} v'^2 dz \right).$$

Sämtliche  $\tau$ , die hier als Schub bezeichnet werden, besitzen, da durch die nicht aufgeschriebene Dichte dividiert worden ist, die Dimension  $\text{m}^2/\text{sec}^2$ .

Es resultieren die Gleichungen:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - fV + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\tau_{Bd}^{(x)}}{H} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_{Ob}^{(x)}}{H} + A^{(x)},$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + fU + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\tau_{Bd}^{(y)}}{H} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\tau_{Ob}^{(y)}}{H} + A^{(y)}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (HU) + \frac{\partial}{\partial y} (HV) = 0$$

Dieses System wird als Grundlage der Untersuchung in zweidimensional ausgedehnten Meeresgebieten benutzt. Beträgt die Breite ( $y$ -Koordinate) nur einen Bruchteil der Länge ( $x$ -Koordinate), wie etwa in kanalartigen Buchten und Flussmündungen, dann wird die Anzahl der Unbekannten durch Integration über die Breite abermals vermindert. Es werden eingeführt:

Die Breite  $B = b_1 + b_2$ , der Querschnitt  $Q = \int_{-b_2}^{b_1} H dy$ ,  $\bar{u} = \frac{1}{Q} \cdot \int_{-b_2}^{b_1} HU dy$ . Entsprechende Umformungen wie oben führen hier zu dem System für eindimensionale Gebiete:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{B}{Q} \cdot \tau_{Ob} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{B}{Q} \cdot \tau_{Bd} + A \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (Q\bar{u}) = 0$$

$\bar{u}$ ,  $\zeta$  und  $\tau$  sind definitionsgemäss Mittelwerte über den Querschnitt oder die Breite,  $A$  entspricht dem  $A^{(x)}$  im zweidimensionalen Fall. Numerische Rechnungen und theoretische Abschätzungen zeigen, dass in Rand- und Nebenmeeren  $A^{(x)}$  und  $A^{(y)}$ , in Flussmündungen  $A$ , im Vergleich mit den anderen Termen in den Gleichungen klein und demnach zu vernachlässigen sind. Entsprechendes gilt für die konvektiven Terme. Angemerkt sei, dass keine grundsätzlichen Schwierig-

keiten entstehen, wenn diese Ausdrücke mitgeschleppt werden.

Die in den Gleichungen (2) und (3) auftretenden tangentialen Schübe am Boden und an der Oberfläche werden hier, physikalischen Gepflogenheiten entsprechend, proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit gesetzt. Für den Schub an der Meeresoberfläche  $\tau_{Ob}$  wird nach dem Vorgang von Ekman, Palmén u. a. (vgl. SVERDRUP 1942):

$$\tau_{Ob} = \lambda \cdot W|W| \quad \text{mit } \lambda = 3,2 \cdot 10^{-6} \quad (4)$$

wo  $W$  die Windgeschwindigkeit über dem Wasser ist. Die Dimension von  $W$  ist  $\text{m sec}^{-1}$  und von  $\tau$   $\text{m}^2 \text{sec}^{-2}$ .

Der Tangentialschub am Boden  $\tau_{Bd}$  wird proportional dem Quadrat der mittleren Stromgeschwindigkeit gesetzt:

$$\tau_{Bd} = r \cdot \bar{u}|\bar{u}|. \quad (5)$$

Hier ist  $r$  ebenso wie  $\lambda$  eine dimensionslose Grösse. Aus Beobachtungen ist  $r$  zu  $2,6 \times 10^{-3}$  ermittelt worden.

Da die Anzahl der Windbeobachtungen von der freien Nordsee für die hier vorzunehmende Untersuchung der Sturmflut am 31. I. und 1. 2. 1953 nicht ausreicht, musste auf die Luftdruckverteilung zurückgegriffen und daraus der geostrophische Wind ermittelt werden. Der Umrechnungsfaktor wurde mit 0,7 angesetzt; damit ist in Gleichung (4) an Stelle von  $\lambda$  mit ausreichender Genauigkeit der Faktor  $0,5 \cdot \lambda$  einzutragen, wenn  $W$  die Geschwindigkeit des geostrophischen Windes bedeutet. Die Faktoren  $\lambda$  und  $r$  können räumlich und zeitlich variieren. Das Ausmass dieser Änderungen auch in Abhängigkeit von den massgebenden Parametern ist mit Hilfe eigens dafür angestellter Beobachtungen untersucht worden. Diese speziellen Ergebnisse lassen sich aber zur Zeit noch nicht für Untersuchungen der unten folgenden Art verwenden, da bei den hier zu behandelnden aktuellen Fällen (Holland-Orkan) nur die normalen Routinebeobachtungen zur Verfügung stehen. Aus dem Grunde werden hier die Koeffizienten  $\lambda$  und  $r$  als Konstante aufgefasst, was in erster Approximation gerechtfertigt sein wird.

WELANDER (1956) hat im International Meteorological Institute, Stockholm, in jüngster Zeit lineare Theorien der winderzeugten Wasserbewegungen entwickelt, die an Stelle der Verknüpfung gemäss Gleichung (5) von der

Voraussetzung ausgehen, dass die Geschwindigkeit am Boden gleich Null ist. Lineare ebenso wie nicht lineare Theorien (HANSEN, 1950) dieser Art liefern funktionale Zusammenhänge zwischen den Tangentialschüben, den Geschwindigkeiten am Meeresboden und an der Oberfläche, der mittleren Geschwindigkeit und dem Oberflächengefälle. Ausserdem tritt die virtuelle Viskositätszahl als Koeffizient der Geschwindigkeit auf. Derartige Theorien können dazu dienen, mit Hilfe von gleichzeitigen Wind-, Strom- und Gefällsbeobachtungen die numerischen Werte der Zahlen  $\lambda$  und  $r$  zu berechnen.

Ursprünglich war vorgesehen, in der hier dargestellten Theorie den Schub am Boden im nichtstationären Fall so anzusetzen, dass beim Übergang zum stationären Zustand eine Lösung erhalten wird, die mit der Lösung des nichtlinearen eindimensionalen Falles übereinstimmt. Da hier die mittlere Geschwindigkeit Null ist, wird der Schub dem Oberflächengefälle proportional. Auf den zweidimensionalen Fall übertragen ergibt sich ein Faktor von 1,5 mit dem der Schub an der Oberfläche multipliziert werden sollte. Da aber in zweidimensional ausgedehnten Meeresgebieten veränderlicher Tiefe die Komponenten der mittleren Geschwindigkeit im allgemeinen von Null verschieden sind, wurde dieser Faktor nachträglich aus den Rechnungen eliminiert. Das bedeutet, dass abgesehen von der Nichtlinearität der Gleichungen, praktisch der Schub am Boden proportional dem Quadrat der Stromgeschwindigkeit gesetzt wird.

Die hier zu behandelnden Aufgaben führen für die Gleichungssysteme (2) und (3) zu Rand- und Anfangswertaufgaben. Eine auch für praktische Zwecke ausreichende Reproduktion der natürlichen Bewegungsvorgänge im Meere mittels dieser Differentialgleichungen ist nur dann zu erwarten, wenn keine die Allgemeinheit wesentlich einschränkenden Vereinfachungen vorgenommen werden. Aus diesem Grund ist das Hauptaugenmerk auf die Entwicklung von Verfahren gelegt, die unter unmittelbarer Verwendung der vorgegebenen Rand- und Anfangswerte numerische Lösungen liefern.<sup>1</sup> Analytische Lösungen kön-

nen nur unter unvergleichlich höherem Aufwand den Anforderungen gerecht werden, der etwa aus einer natürlichen Tiefenverteilung entspringt. Hierzu werden in der üblichen Weise (vgl. etwa HANSEN, 1954) zunächst die in den Gleichungen (2) und (3) auftretenden Differentialquotienten nach  $x$  und  $y$  durch Differenzenquotienten approximiert, die einem bestimmten Gitter der Maschenweite  $l$  zugeordnet sind. Es entsteht ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen in bezug auf die Differentialquotienten nach der Zeit  $t$ , die sämtlich linear auftreten. Das bedeutet: Die zeitlichen Änderungen der Geschwindigkeitskomponenten und der Wasserstände in den Gitterpunkten sind bekannt, wenn die Funktionswerte vorgegeben sind. Werden auch die Ableitungen nach der Zeitkoordinate  $t$  durch finite Ausdrücke ersetzt, dann können ausgehend von bekannten Funktionswerten zu einem Anfangszeitpunkt diese Funktionswerte zu einem darauffolgenden numerisch ermittelt werden.

Das im Eindimensionalen verwendete Gitter ist in den Abb. 1 und 2 dargestellt. Das Nordseegitter ist in Abb. 3 zu erkennen. Die partiellen Ableitungen nach  $x$  oder  $x$  und  $y$  sind jeweils durch zentrale Differenzen in der Weise ersetzt, dass in den durch Kreuze gekennzeichneten Punkten die Geschwindigkeiten und in den durch ausgefüllte Kreise dargestellten Punkten die Wasserstände errechnet werden. Auch die Ableitungen nach der Zeit werden durch zentrale Differenzen approximiert. In den Zeitpunkten  $t=t_0$ ,  $t=t_0+2\Delta t$  usw. werden die Geschwindigkeitskomponenten, in den Zeitpunkten  $t=t_0+\Delta t$ ,  $t=t_0+3\Delta t$  usw. die Wasserstände numerisch ermittelt. Die Rechnung wird so angelegt, dass mit den bereits für  $t_0$  und  $t_0+\Delta t$  bekannten Geschwindigkeiten und Wasserständen unter Benutzung der Bewegungsgleichungen die Geschwindigkeiten für  $t=t_0+2\Delta t$  erhalten werden. Diese Werte werden in der Kontinuitätsgleichung zusammen mit den Wasserständen für  $t=t_0+\Delta t$  zur Ermittlung der Wasserstände im Zeitpunkt  $t=t_0+3\Delta t$  benutzt. In dieser Weise fortfahrend werden Schritt für Schritt die Geschwindigkeiten und Wasserstände bestimmt, wobei die Randbedingungen wesentlich in die Rechnung eingehen.

Im eindimensionalen Fall werden als Rand-

<sup>1</sup> KIVISILD (1954) hat ein graphisches Verfahren mitgeteilt und zur Ermittlung des Windstaus im Binnensee Okeechokee benutzt.

werte vorgegeben: Der Wasserstand an der Mündung und der Süßwasserzufluss an der Landseite als Funktionen der Zeit. Im zweidimensionalen Fall werden als Randbedingungen verwendet: Auf der Nordgrenze des Gebietes, die von Schottland nach Norwegen verläuft, bleiben die Wasserstände ungestört. Längs den Küsten ist die Normalkomponente der Geschwindigkeit Null. Das gilt auch für den Eingang zum Skagerrak, das hier nicht berücksichtigt wird. Die Durchflussmenge durch die Doverstrasse ist proportional dem Wasserstand gesetzt. Angemerkt sei, dass keine Beobachtungen des Wasserstandes oder der Durchflussmenge in die Rechnung eingesetzt werden.

Courant, Friedrich und Levy haben darauf hingewiesen, dass derartige Verfahren nur dann brauchbar sind, wenn  $\frac{\Delta t}{T}$  kleiner ist als

eine Zahl, die von der Wahl der verwendeten finiten Ausdrücke abhängt. Ist ein Reibungsterm vorhanden – wie bei den hier zu behandelnden Aufgaben –, dann existiert nicht nur eine eindeutig bestimmte Lösung, sondern diese ist auch – jedenfalls nach hinreichend langer Zeit – von den Anfangswerten unabhängig. Das Ausmass dieses Abklingens hängt einmal vom Betrag der Reibung, dann aber auch von der Struktur des approximierenden Gleichungssystems ab. Das Koeffizientenschema dieses Systems als Matrix aufgefasst besitzt Eigenwerte  $\chi$  und Eigenvektoren.

Durch geeignete Wahl des Zeitschrittes  $\Delta t$  wird  $|\chi| < 1$ . Sind die Eigenwerte  $\chi$  einfach, dann erfolgt das Abklingen gemäss  $|\chi|^k$  für grosse  $k$ , treten aber mehrfache Eigenwerte auf, dann tritt zu diesem Wert ein Faktor der Grössenordnung  $k$ , der zum mindesten zu Beginn das Abklingen verzögern kann. Diese Zusammenhänge sind nur dann bis in alle Einzelheiten klar zu erkennen, wenn die Eigenwerte des Systems der Differenzgleichungen bekannt sind. Bei Gittern mit mehreren hundert inneren Punkten ist deren Ermittlung ausserordentlich aufwendig. Nach den bisher in diesem Zusammenhang angestellten Überlegungen und den praktischen Erfahrungen werden folgende Vermutungen nahegelegt. Im eindimensionalen Fall besitzt die Matrix nur einfache Eigenwerte. Im zweidimensionalen Fall kommen unter den Eigenwerten

der Matrix mehrfache vor, sofern die Coriolisbeschleunigung unberücksichtigt bleibt. Wird dagegen  $f$  mitgenommen, dann treten zwar keine mehrfachen aber offenbar nahe beieinander gelegene Eigenwerte auf, so dass sich trotzdem Konvergenzverzögerungen bemerkbar machen. Zur Erprobung des Verfahrens wurden die Mitschwingungszeiten in einem rechteckigen Becken von der Grösse und der Tiefenverteilung der Nordsee errechnet. Vor allem in den tiefen im Norden gelegenen Teilen zeigten die Wasserstände Aufrauungen. Erst nach einer Mittelung benachbarter Werte betrug der mittlere Fehler etwa ein Drittel Meter. Dieses Ergebnis deutet jedenfalls darauf hin, dass das Verfahren noch nicht voll geeignet ist, Schwingungsvorgänge mit der Periode der Halbtagszeiten, das sind rund 12 Stunden, zu untersuchen. Wie bereits erwähnt, treten die Störungen vornehmlich in tiefem Wasser auf, das mag auch seinen Grund darin haben, dass hier die dämpfende Wirkung der Reibung wegen der grossen Tiefe geringer als im flachen Küstenbereich ist. Andererseits scheint eine in jedem Zeitschritt vorgenommene Mittelbildung räumlich benachbarter Funktionswerte die Konvergenz zu verbessern. Da diese Zusammenhänge heute noch nicht in voller Allgemeinheit durchschaubar sind, kann nicht immer auf eine experimentelle Erprobung dieser numerischen Verfahren verzichtet werden, und gelegentliche Misserfolge müssen in Kauf genommen werden. Auf jeden Fall ist im Zweidimensionalen eine kritische Verwendung des numerischen Verfahrens angezeigt.

Bemerkenswert ist, dass das Auftreten mehrfacher Eigenwerte auch im zweidimensionalen Fall vermieden werden kann, wenn die aus den Gleichungen (2) abzuleitende Vorticity und Divergenz zusammen mit dem Wasserstand zur Aufstellung des Systems finiter Ausdrücke verwendet werden. Im einfachsten linearen Fall konstanter Tiefe, linearer Reibung und verschwindender Erdrotation findet keine räumliche Ausbreitung der Rotation statt und diese ist durch ihren Anfangswert und die Rotation der äusseren Kräfte bestimmt. Damit reduziert sich das System auf zwei Gleichungen für die Divergenz und den Wasserstand. Das zweidimensionale Problem ist damit auf die Lösung eines eindimensionalen zurückgeführt.

### Die Anwendung der Theorie auf die Ermittlung von Wind- und gezeitenbedingten Bewegungen

Mit Hilfe der hier dargestellten Theorie wurden seit mehreren Jahren eine grössere Anzahl von ein- und zweidimensionalen Fällen vom Verfasser in der Abteilung Ozeanographie des Deutschen Hydrographischen Instituts in Hamburg mit der Hand und ab 1955 in enger Zusammenarbeit mit dem International Meteorological Institute in Stockholm unter Benutzung der BESK untersucht. In diesem Institut wurden auch die Maschinenprogramme sowohl für die eindimensionalen wie auch für die zweidimensionalen Fälle geschrieben. Ein umfassender Arbeitsbericht ist in Vorbereitung und erscheint gesondert. KREISS (1956) hat die Gezeiten und Gezeitenströme in geometrisch einfach gestalteten Kanälen untersucht. Im Zusammenhang mit Aufgaben des praktischen Wasserbaus wurden nach dem hier abgeleiteten Verfahren die Gezeiten und Gezeitenströme in einigen Flüssen mit der Hand gerechnet. Die Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Für zweidimensionale rechteckige Gebiete konstanter Tiefe sind Handrechnungen mit Gittern geringer Punktzahl zur Ermittlung der Gezeiten und der windbedingten Bewegungen durchgeführt worden. Die Ergebnisse waren unterschiedlich. Während die winderzeugten Wasserstände der Grössenordnung nach und die Phasen der Gezeiten recht gut mit den Beobachtungen übereinstimmten, waren zwischen beobachteten und errechneten Amplituden grössere Differenzen vorhanden.

Bei Rechnungen mit eindimensionalen Gebieten fanden, wie es die Theorie erwarten lässt, keine Konvergenzverzögerungen statt, auch dann nicht, wenn gleichzeitig Gezeiten und windbedingte Bewegungen gerechnet wurden. Dasselbe gilt für die Handrechnungen für zweidimensionale Gebiete, sofern die Anzahl der Gitterpunkte klein ist. Konvergenzverzögerungen machten sich überhaupt erst bemerkbar bei grosser Anzahl der Gitterpunkte. Der Grad der Konvergenzverzögerung wird nach den Erfahrungen mit den numerischen Rechnungen von der zeitlichen Änderung der steuernden Funktionen wie etwa der Windschubkraft oder den Gezeitenwasserständen auf dem Rande beeinflusst.

Ist etwa das vorgegebene Windfeld zeitlich konstant, dann werden praktisch keine Schwierigkeiten auftreten. Erstrecken sich die zeitlichen Änderungen über einen Zeitraum von grössenordnungsmässig zwei Tagen, wie etwa im Falle des Holland-Orkans, dann scheinen die Schwierigkeiten nicht allzu gross. Sie wachsen aber offenbar an, wenn die Dauer der zeitlichen Änderungen bei einem halben Tag liegt, wie die Nachrechnung der Halbtagszeiten für die Nordsee zeigt.

Zur Hauptsache werden im folgenden die Lösungen zweier Aufgaben besprochen und mit den Beobachtungen verglichen. Die erste betrifft die Nachrechnung der Gezeiten und Gezeitenströme in der Ems, die zweite die Ermittlung der vom Holland-Orkan bedingten Wasserbewegungen in der Nordsee.

Bei der Vorbereitung numerischer Rechnungen muss die Maschenweite des Gitters so gewählt werden, dass auf der einen Seite alle wesentlichen Einflüsse der Küsten- und Tiefengestalt erfasst werden. Auf der anderen Seite ist zu vermeiden, dass die Anzahl der Gitterpunkte und damit der Rechenaufwand zu gross werden. Die Maschenweite beträgt auf der Ems 2, auf der Nordsee 37 km. Im eindimensionalen Fall kann bei Maschinenrechnungen die Maschenweite ohne weiteres herabgesetzt werden. In der Nordseerechnung würde durch eine wesentliche Verkleinerung des Gitterpunktabstandes die Rechenarbeit aber erheblich ansteigen. Die hier für die Nordsee gewählte Maschenweite von 37 km gestattet die Küsten- und Tiefengestalt in den wesentlichen Zügen zu erfassen. Andererseits bleibt die Rechenarbeit noch in erträglichen Grenzen.

Es ist selbstverständlich, dass die Rechnung keine detaillierten Angaben für Gebiete liefert, deren Längen oder Breiten kleiner als die Maschenweite sind. In morphologisch reich gegliederten Gebieten, wie etwa im Wattenmeer, können aber die örtlichen Änderungen des Windstaus von Interesse sein. Zur Lösung dieser Aufgabe wären zunächst durch eine Rechnung für das gesamte Randmeer mit relativ grosser Maschenweite die windbedingten Wasserstände vor der Küste zu ermitteln. Diese können dann als vorgegebene Randwerte in einer Rechnung für ein Gitter mit kleinerer Maschenweite benutzt werden, und damit wird dann der Windstau

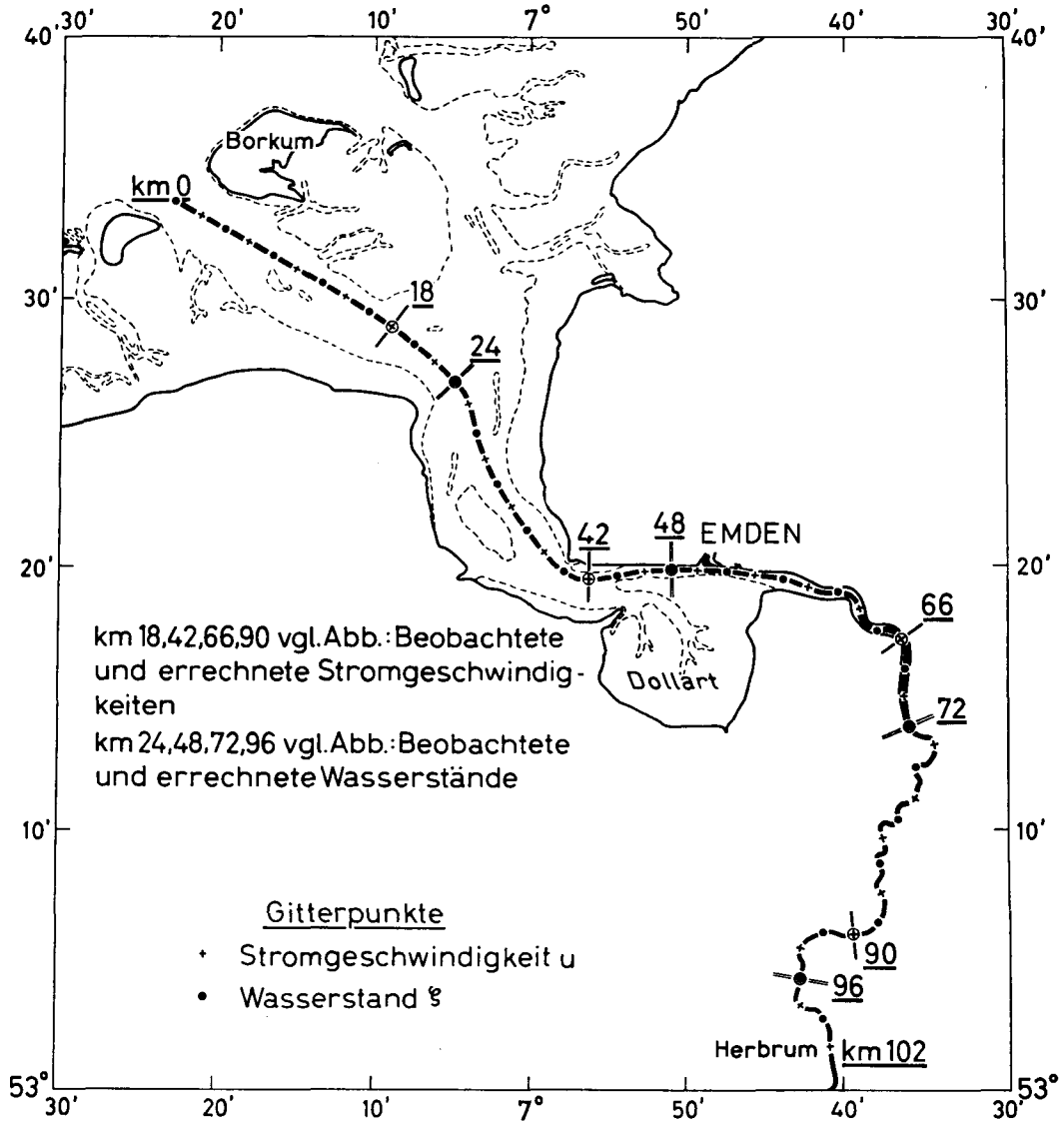


Abb. 1. Gezeitenästuar Ems. Das Gitter fällt mit der Stromachse zusammen. Zahlen geben Entfernung in Kilometern flussaufwärts, gerechnet von der Mündung bei Borkum. Die Wasserstände sind in den Punkten, die mit einem •, die Stromgeschwindigkeiten in den Punkten, die mit einem + bezeichnet sind, errechnet. Der Abstand aufeinander folgender Punkte beträgt 2 km. Vergleich zwischen beobachteten und errechneten Wasserständen erfolgt in den Punkten ⊖ mit 24, 48, 72 und 96 km Entfernung, für beobachtete und errechnete Stromgeschwindigkeiten in den Punkten ⊕ mit 18, 42, 66 und 90 km Entfernung von Borkum (vgl. Abb. 2).

auch in Gebieten geringer Ausdehnung aber örtlich stark veränderlicher Morphologie erhalten. In speziellen eindimensionalen Fällen kann das etwa nach dem hier gegebenen Beispiel von der Ems ausgeführt werden.

Das Gezeitenästuar der Ems erstreckt sich von der Mündung in die Nordsee bei der Insel Borkum bis zum etwa 100 km flussaufwärts gelegenen Ort Herbrum, wo ein Wehr errichtet ist. (Vergleiche Abb. 1.) Als Rand-



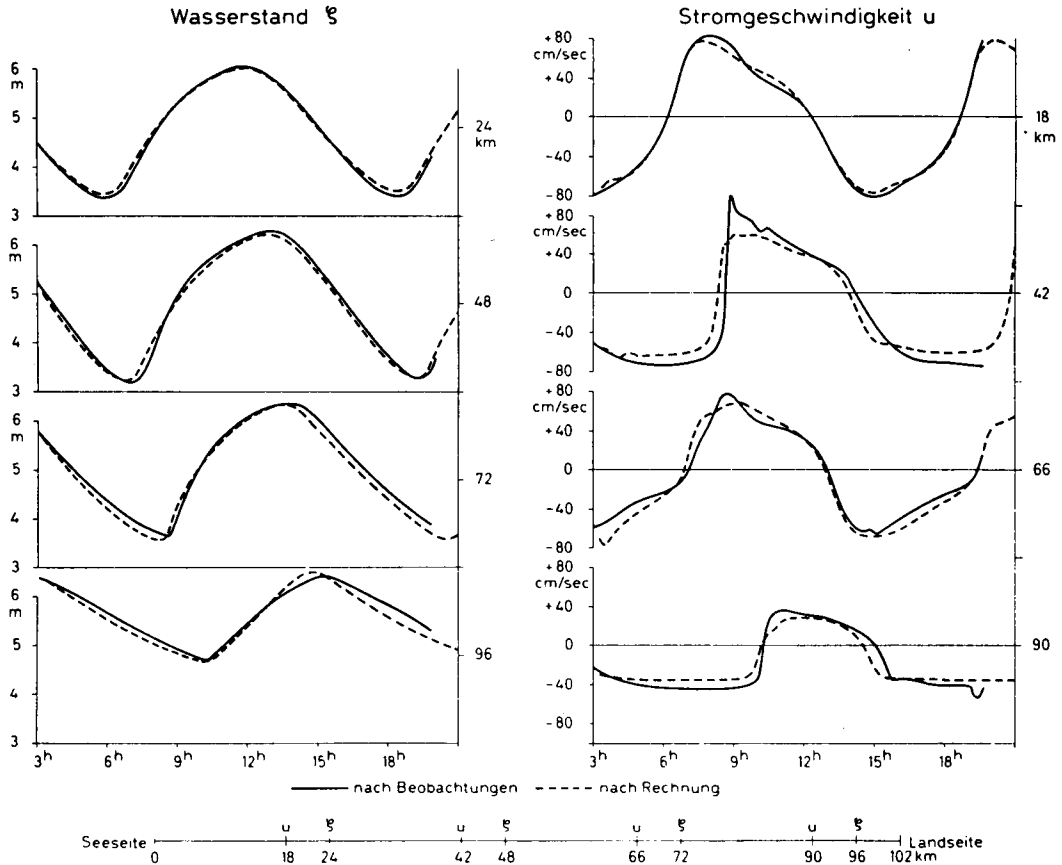


Abb. 2. Beobachtete (—) und errechnete (---) Wasserstände und Stromgeschwindigkeiten auf der Ems am 25.6.1949. Zum Vergleich sind die Wasserstände in 24, 48, 72 und 96 km, die Stromgeschwindigkeiten in 18, 42, 66 und 90 km Entfernung von der Mündung dargestellt.

bedingungen wurden die am 25. 6. 1949 bei Borkum beobachteten Wasserstände und die bei Herbrum zufließende Süßwassermenge verwendet. Die 102 km lange Strecke wurde in Abschnitte von je 2 km Länge eingeteilt, und die Wasserstände in Entfernungen von 4, 8, 12 usw. bis 100 km und die Stromgeschwindigkeiten in Entfernungen von 2, 6, 10 usw. bis 98 km, von der Mündung ab gerechnet, numerisch ermittelt. Breiten, Querschnitte und Oberflächen waren vorgegeben. Die Wasserstände in Entfernungen von 24, 48, 72 und 96 km und die über den Querschnitt gemittelten Stromgeschwindigkeiten in Entfernungen von 18, 42, 66 und 90 km wurden aus Beobachtungen für den 25. 6. 1949 ent-

nommen und mit den errechneten Werten zum Vergleich in Abb. 2 dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen beobachteten und errechneten Wasserständen und Stromgeschwindigkeiten ist bemerkenswert und umfasst sogar Feinheiten im Kurvenverlauf.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass von den Wasserbauingenieuren vor allem in Holland — es seien nur die Namen von H. A. Lorenz, Thyse, Dronkers und Schönfeldt genannt —, eine Reihe von Methoden zur Ermittlung der Gezeiten in Flussmündungen entwickelt worden sind, die entweder auf einer Linearisierung beruhen, Potenzreihenentwicklungen oder die Charakteristiken-Theorie benutzen. Das hier verwendete Verfahren ist demgegen-

über rein numerisch und erscheint als Spezialfall des oben gegebenen allgemeineren zweidimensionalen Ansatzes.

Die Errichtung von Wasserbauwerken bedingt eine Änderung der Morphologie des Meeresgebietes. Diese hat wiederum eine Änderung der Wasserstände und Strömungen zur Folge. Das Ausmass dieser Änderungen kann mit Hilfe des geschilderten Verfahrens quantitativ ermittelt werden. An der Ems tritt die Frage auf, welchen Einfluss eine Abdeichung der Meeresbucht des Dollart auf die Strömungen und Wasserstände in der Ems besitzt. Zur Lösung dieser Aufgabe ist es lediglich erforderlich, in der Rechnung die Querschnitte im Bereich des Dollart so abzuändern, wie es die Eindeichung vorschreibt. Es ist zu erwarten und durch numerische Handrechnungen bestätigt, dass die vorhandene Unsymmetrie des Gezeitenstroms vor dem Dollart durch die Eindeichung noch verstärkt wird. Die Unsymmetrie kommt dadurch zum Ausdruck, dass die Dauer des Flutstroms kleiner als die des Ebbstroms, dagegen die maximale Geschwindigkeit des Flutstroms grösser als die des Ebbstroms ist (vgl. etwa Abb. 2).

Das Flussbett der Ems besteht aus Sand. Die Geschwindigkeiten reichen aus, diesen Sand in Bewegung zu setzen und zu transportieren. Da dieser Materialtransport eine Funktion der Geschwindigkeit ist, wird er im Mittel über eine Gezeitenperiode wegen der Unsymmetrie der Gezeitenströme nur dann verschwinden, wenn das Fluss- oder Meeresgebiet im Gleichgewicht steht. Da bei der Eindeichung des Dollart die Unsymmetrie des Gezeitenstroms verstärkt wird, ist mit einem landwärts gerichteten Materialtransport zu rechnen, der das Fahrwasser der Ems verschlechtern kann. Bisher scheint es nur gelungen zu sein, aus den quantitativ ermittelten Stromgeschwindigkeiten den Materialtransport qualitativ abzuschätzen. Eine Theorie des resultierenden Materialtransportes über eine Gezeitenperiode scheint nicht vorzuliegen. Es wäre denkbar, eine solche auf der Grundlage der Transportgleichung zu entwickeln. Aber die Kenntnis der Stromgeschwindigkeit allein gestattet bereits wichtige Schlüsse auf die daraus folgenden Tendenzen zur Umgestaltung der Morphologie.

Das vorstehend geschilderte Verfahren zur

Ermittlung der Gezeiten und Gezeitenströme erlaubt in Verbindung mit einer von KREISS (1956) im International Meteorological Institute, Stockholm, entwickelten analytischen Theorie nichtlinearer Schwingungsvorgänge in einem einfachen Kanal festzustellen, inwieweit durch künstliche Änderungen der Morphologie die Bewegungsvorgänge in einem Meeresgebiet so gestaltet werden können, dass sie den von der Praxis zu stellenden Forderungen in optimaler Weise entsprechen. Als Beispiel sei die Planung eines schleusenfreien (sea-level) Panamakanals genannt. Die hierin zu erwartenden Gezeiten und Gezeitenströme sind von LAMOEN (1949) für ein angenommenes Kanalbett mit Hilfe eines graphischen Verfahrens ermittelt worden. Es erscheint reizvoll, Länge, Breiten und Tiefen dieses Kanals numerisch so zu bestimmen, dass eine möglichst grosse Sicherheit für die Navigation verbunden mit geringsten Unterhaltungskosten erreicht werden.

Im zweiten Beispiel wird die bereits genannte Sturmflut vom 31. 1. und 1. 2. 1953 (Holland-Orkan) behandelt.

Ursprünglich war vorgesehen, zunächst die Gezeiten der Nordsee zu berechnen und dann mit Beginn des Holland-Orkans die aus dessen Windfeld folgenden Kräfte dem System zu überlagern. Auf diese Weise hätten die tatsächlichen Wasserstände und Stromgeschwindigkeiten erhalten und mit den aktuellen Beobachtungen verglichen werden können. Da aber, wie oben bereits erwähnt, das hier zur Verfügung stehende, unmittelbar aus den Bewegungsgleichungen abgeleitete Verfahren die Gezeiten der Nordsee nur mit einer für praktische Zwecke noch nicht immer ausreichenden Genauigkeit wiedergibt, wurden in der Rechnung die windbedingten Bewegungen allein ermittelt.

Die meteorologischen Beobachtungen wurden dankenswerter Weise vom Seewetteramt Hamburg bearbeitet und für die Rechnung vorbereitet. Aus den eigens für diese Aufgabe gezeichneten Wetterkarten von 3 zu 3 Stunden wurden dort der Luftdruck und der geostrophische Wind für die Gitterpunkte gewonnen. Die Prüfung der Theorie wird dadurch erleichtert, dass sowohl GROEN (1953) als auch ROSSITER (1954) die während des Holland-Orkans aufgetretenen Wasserstände für eine grosse Zahl von Orten an den Küsten

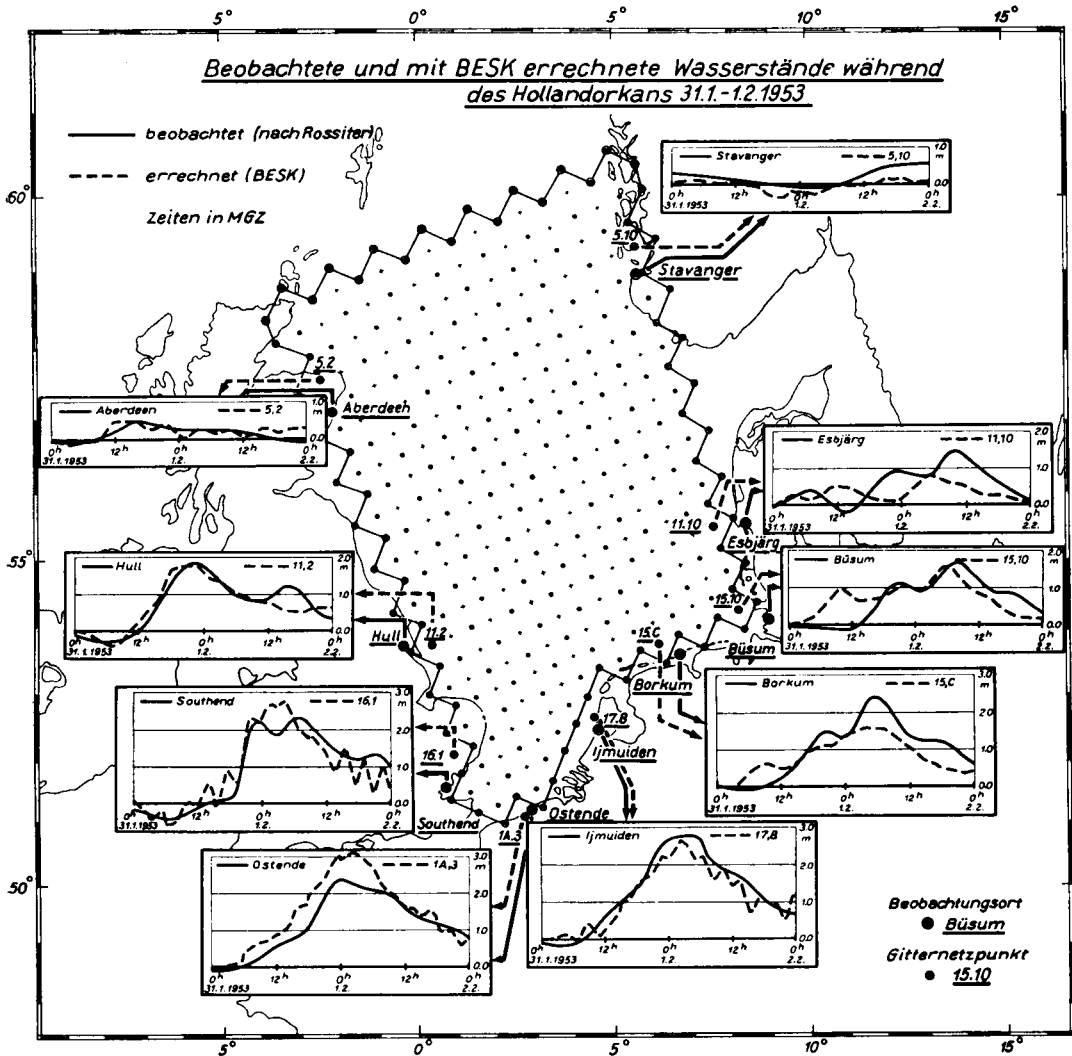


Abb. 3. Gitternetz für die Nordsee zur Nachrechnung des Hollandorkans. Die Wasserstände sind in den durch ●, die Stromgeschwindigkeiten in den durch + bezeichneten Punkten errechnet. Darstellungen geben beobachtete (—, nach Rossiter) und errechnete (- - -, nach BESK) Wasserstände. Die Beobachtungen auf die Orte mit unterstrichenen Namen, die Rechnungen auf die durch Ziffern bezeichneten Gitterpunkte, Pfeile weisen auf die zugehörige Darstellung.

der Nordsee bearbeitet haben. Rossiter hat nach Elimination der Gezeiten Windstaukurven für diese Küstenorte mitgeteilt, die in Auswahl in Abb. 3 wiedergegeben sind.

Die Rechnung liefert für die Dauer des Holland-Orkans die Wasserstände und die mittleren Geschwindigkeiten in den durch Vollkreise und Kreuze bezeichneten Gitterpunkten (vgl. Abb. 3 und 4). In Abb.

3 sind für Gitterpunkte, die Beobachtungsorten benachbart sind, die errechneten gemeinsam mit den von Rossiter gegebenen Werten über der Zeit eingetragen. Besonders für die Orte an der englischen Küste und für Ijmuiden gibt die Rechnung die Beobachtungen relativ gut wieder. Ausgesprochen schlecht ist das Ergebnis nur für einen Ort, nämlich Esbjerg. Das ist mög-

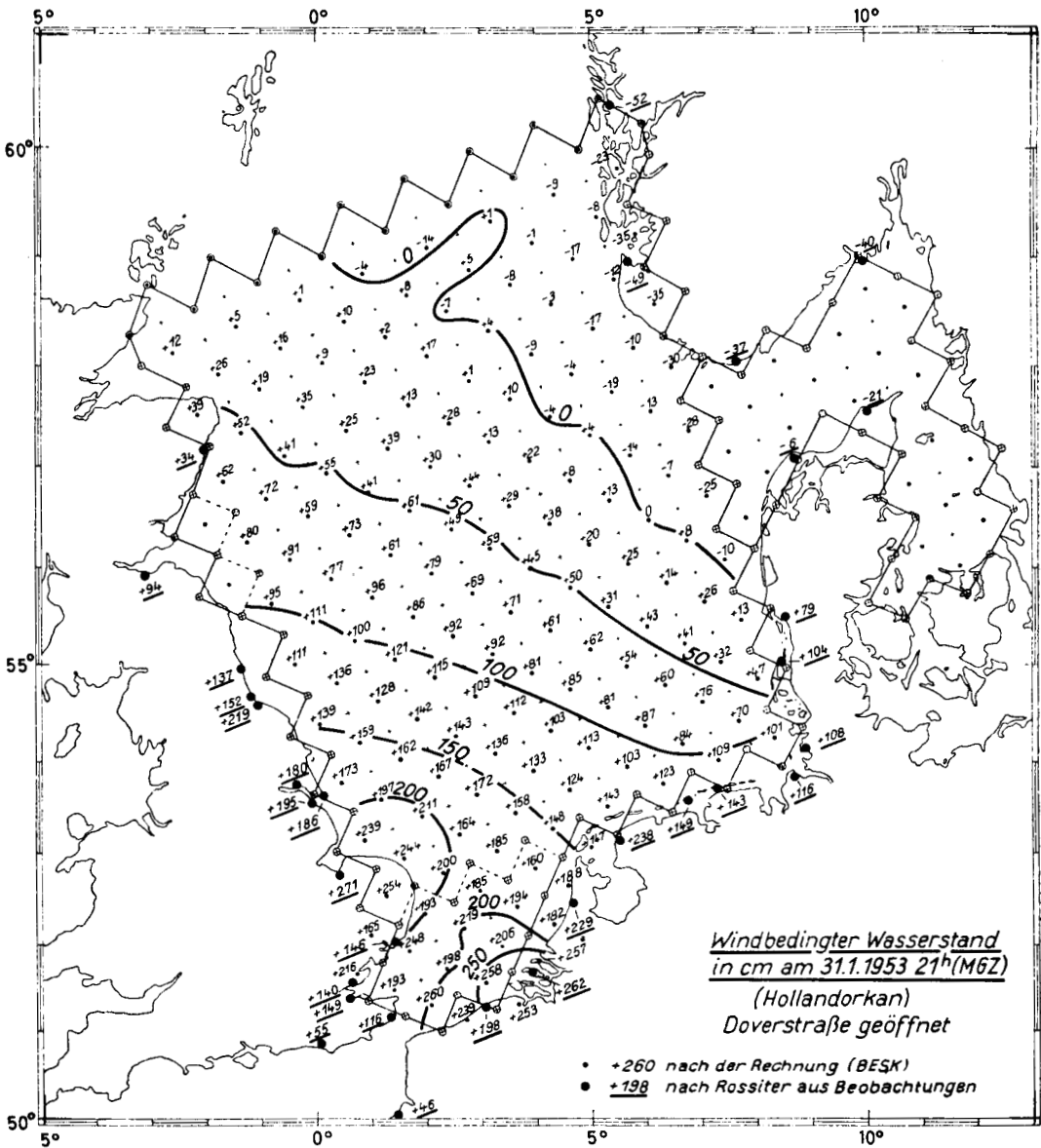


Abb. 4. Linien gleichen Wasserstandes in Zentimetern am 31.1.1953 um 21<sup>h</sup> MGZ, Zahlen geben mit BESK errechnete, unterstrichene Zahlen die von Rossiter aus den Beobachtungen abgeleiteten Wasserstände.

licherweise darauf zurückzuführen, dass das Skagerrak nicht in die Rechnung einbezogen wurde. Die an einigen Orten in den Rechnungen auftretenden Schwingungen von etwa 3 bis 4 Stunden Dauer können entweder in der Struktur des verwendeten Verfahrens oder in einer zeitlichen Unstetigkeit des ver-

wendeten Windfeldes begründet sein. Diese Unstetigkeit kann dadurch zustande gekommen sein, dass die Werte, den meteorologischen Beobachtungsterminen entsprechend für jeweils 3 Stunden in der Rechnung konstant gesetzt wurden. Eine lineare Interpolation kann diesen Mangel beheben.

Eine Vorstellung von der Gestalt der errechneten Meeresoberfläche zur Zeit der höchsten Windgeschwindigkeit vermittelt Abb. 4. Die unterstrichenen Werte längs der Küste geben den beobachteten Windstau für diesen Zeitpunkt. Die Abweichungen erreichen nur in wenigen Punkten 0,5 m und überschreiten diesen Betrag selten. Da für den Holland-Orkan keine für einen Vergleich geeigneten Strombeobachtungen vorliegen, sind die errechneten Stromgeschwindigkeiten hier nicht dargestellt.

Gewisse Abweichungen zwischen beobachteten und errechneten Wasserständen können möglicherweise auch darauf zurückzuführen sein, dass nicht immer eine ausreichende Anzahl meteorologischer Beobachtungen vorhanden war, um das Windfeld auf der freien Nordsee eindeutig festzulegen. Bei schweren Stürmen wird die Schifffahrt erfahrungsgemäss stark eingeschränkt und zum Teil müssen sogar die Feuerschiffe die Beobachtungen einstellen. Es wäre deshalb sehr nützlich eine Methode zu entwickeln, die es gestattet, aus den meteorologischen Beobachtungen längs den Küsten der Nordsee etwa unter Verwendung eines hydrodynamischen Interpolationsverfahrens brauchbare Windangaben für das freie Seegebiet abzuleiten. Der Gedanke, aus den bekanntesten Werten am Rande eines Meeresgebietes, die Werte im Innern mit Hilfe der hydrodynamischen Differentialgleichungen zu ermitteln, ist in der Ozeanographie mehrfach verwendet worden. Selbst dann, wenn es gelingen sollte, in der freien Nordsee Wetterstationen einzurichten, kann eine derartige Methode noch von Nutzen sein.

Das Ergebnis dieser ersten Nachrechnung einer schweren Sturmflut für ein Randmeer, wenn auch in einigen Einzelheiten noch nicht voll befriedigend, gibt doch Anlass, den Ausbau und die Vervollkommnung der hier entwickelten Theorie voranzutreiben. Dazu ist zunächst eine Verbesserung des numerischen Verfahrens in dem oben dargelegten Sinne erforderlich. Vorarbeiten sind in Angriff genommen. Insbesondere werden die Möglichkeiten untersucht, die die Verwendung der Vorticity-, Divergenz- und Kontinuitätsgleichung bietet. Da in der Ozeanographie bei den hier zu behandelnden Aufgaben die konvektiven Terme unberücksichtigt bleiben, werden die in der Meteorologie damit in Zu-

sammenhang auftretenden Komplikationen vermieden. Allerdings ergibt sich für das ozeanographische Problem ein System von fünf partiellen Differentialgleichungen, da Strom- und Potentialfunktionen zusätzlich eingeführt werden müssen, um die Randbedingungen in einfacher Weise zu berücksichtigen. Zur Prüfung der verbesserten Verfahren sollten sowohl die Gezeiten wie auch die schweren Sturmfluten nachgerechnet werden, die in der Vergangenheit aufgetreten sind. Hierfür könnten auch synoptische Messungen von Schiffen und registrierenden Geräten auf See im Verein mit den routinemässig anfallenden Beobachtungen der Küsten- und Feuerschiffstationen ein wertvolles Material liefern. Im Zusammenhang mit der Weiterentwicklung der Theorie muss untersucht werden, in welcher Weise der Windstau von der räumlichen und zeitlichen Struktur des Windfeldes abhängt. Aus Beobachtungen ist bekannt, dass extrem hohe Wasserstände in Flachwassergebieten rasch auf Änderungen des lokalen Windes reagieren, andererseits an der durchweg tieferen englischen Ostküste Wasserstandsänderungen auftreten, deren Zusammenhang mit dem lokalen Wind nicht erkennbar ist. Zu verstehen sind diese Erscheinungen qualitativ insofern, als die relativ hohe Reibung in Seichtwassergebieten eine so starke Dämpfung bedingt, dass die Bewegungen hier quasistationär erfolgen, auf tiefem Wasser wird die Dämpfung so gering, dass sich Schwingungen entwickeln können. Es ist vorgesehen für einfache, typische Windfelder Wasserstände und Stromgeschwindigkeiten mit der BESK zu rechnen. Für NNW- und WSW-Wind konstanter Geschwindigkeit ist das bereits erfolgt. Die Ergebnisse zeigen den erwähnten Einfluss der Tiefenverteilung und der Erdrotation. Im ersten Fall treten die Maximalwerte im südwestlichen Teil der Nordsee, im zweiten Fall in der Deutschen Bucht auf.

Wie eingangs bereits bemerkt taucht für die Zukunft der Gedanke auf, die Theorie zur Ermittlung der windbedingten Wasserstände mit der Theorie der numerischen Wettervorhersage zu verbinden. Dann könnte im Anschluss an eine numerische Wettervorhersage eine numerische Wasserstandsvorhersage gegeben werden. Die auf dem ozeanographischen Sektor zur Zeit noch vorhandenen

Schwierigkeiten sind vorstehend diskutiert. Für die Meteorologie würde hieraus die Aufgabe folgen, die vorhandenen Methoden so auszubauen, dass hinreichend detaillierte Vorhersagen des tangentialen Windschubes an der Meeresoberfläche geliefert werden können. Damit in Zusammenhang wäre eine Intensivierung der Arbeiten über die Beziehungen einerseits zwischen dem errechneten geostrophischen Wind in 1 000 mb und dem wahren Wind an der Meeresoberfläche, andererseits zwischen diesem und dem Tangentialschub an der Meeresoberfläche erforderlich.

Nach den Erfolgen, die in Stockholm, Washington und anderen Orten mit routinemässig durchgeführten numerischen Vorhersagen der Gestalt der 500 mb-Fläche für weiträumige Gebiete erzielt worden sind, ist

zu hoffen, dass es gelingen wird, unter Verallgemeinerung der vorhandenen Theorien auch das hier vorliegende Problem zu lösen. Über einen Versuch die 1 000 mb-Fläche unter Verwendung beobachteter Randwerte zu ermitteln, ist von BUSHLY und HINDS (1955) berichtet worden. Sie haben neben anderen Fällen auch den Holland-Orkan nachgerechnet.

Professor Rossby gebührt besonderer Dank, da er nicht nur in zahlreichen Diskussionen wertvolle Anregungen gegeben, sondern die Durchführung der Untersuchungen dadurch erst ermöglicht hat, dass sämtliche Maschinenrechnungen mit der leistungsfähigen und schnellrechnenden schwedischen Elektronenrechenmaschine BESK ausgeführt werden konnten.

#### SCHRIFTTUM

- BUSHBY, F. H., and HINDS, M. K., 1955: Computations of 24-HR pressure changes. *Quarterly Journal Royal Meteorological Society*, 8, No. 349.
- CHARNEY, J. G., 1955: Generation of ocean currents by wind. *J. Mar. Res.* 14, No. 3.
- GROEN, P., 1953: Voorlopig Oorzak van de Waterstanden opgetreden langs de Kusten der Noordzee. *Kon. Ned. Met. Inst.*, Rapport IV, No. 6.
- HANSEN, W., 1950: Triftstrom und Windstau. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, 3, Heft 5/6.
- 1954: Über ein Verfahren zur Ermittlung der Gestalt der Meeresoberfläche bei zeitveränderlichem Windfeld. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, 7, Heft 1/2.
- KIVISILD, H., 1954: Wind effect on shallow bodies of water with special reference to Lake Okeechokee. *Dist. Göteborg*.
- KREISS, H. O., 1956: Einige Bemerkungen über nicht-lineare Schwingungen in Kanälen. *Tellus*, 9, 1.
- LAMOEN, J., 1949: Tides and current velocities in a sea-level canal. *Engineering*, July 29.
- ROSSITER, J. R., 1954: The North Sea storm surge of 31 January and 1 February 1953. *Royal Society, Ser. A, Mathematical and Physical Sciences*, No. 915, Vol. 246.
- SVERDRUP, H. U., a. a., 1942: *The Oceans*. New York.
- VERONIS, G., and MORGAN, G. W., 1953: A study of the time-dependent wind-driven ocean circulation. *Graduate Division of Applied Mathematics*, Brown University, Providence, R. I.
- VERONIS, G., 1956: Partition of energy between geostrophic and non-geostrophic oceanic motions. *Deep-Sea Res* 3.
- WELANDER, P., 1956: On the wind action on shallow seas with particular reference to the problem of numerical sea-level prediction. *Tellus*, 9, 1.