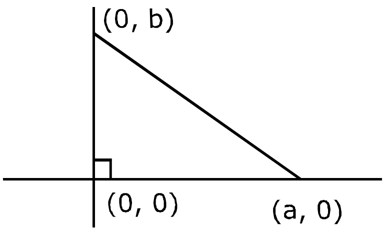
[MATHEMATICS] 09-01-2019_Evening

1. माना S, xy-तल में स्थित ऐसी सभी त्रिभुजों का समुच्चय है जिनका एक शीर्ष मूल बिंदु पर है तथा दूसरे दो शीर्ष निर्देशांक अक्षों पर हैं तथा जिनके निर्देशांक पूर्णांकीय है। यदि S की प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग इकाई है, तो समुच्चय S के अवयवों की संख्या है :

(A) 32 (B) 9 (C) 18 (D) 36

Sol. **D**



$a, b \in I$

$|a.b| = 100.$

$ab = \pm\ 100.$

(i) $ab = 100 = 2^2\ 5^2$

$^{++}_{--}$ tatal factors = 9

18 cases possible for a and b.

(ii)

$\left.\begin{array}{l} ab = -100 \\ + \ - \\ - \ + \end{array}\right\}$ Same possible cases as above

$\therefore$ tatal Ans = 36

2. यदि रेखाएँ $x = ay + b,\ z = cy + d$ तथा $x = a'z + b',\ y = c'z + d'$ लंबवत हैं, तो :

(A) $bb' + cc' + 1 = 0$ (B) $cc' + a + a' = 0$ (C) $aa' + c + c' = 0$ (D) $ab' + bc' + 1 = 0$

Sol. **C**

$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c},\ \frac{x-b'}{a'} = \frac{y-d'}{c'} = \frac{z}{1}$

For perpandicular lines

$a\,a' + c' + c = 0$

3. यदि $f(x) = \int \frac{5x^8 + 7x^6}{\left(x^2 + 1 + 2x^7\right)^2} dx, (x \geq 0)$ तथा $f(0) = 0$ है, तो $f(1)$ का मान है :

(A) $-\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$

Sol. **C**

$f(x) = \int \frac{5x^8 + 7x^6}{\left(x^2 + 1 + 2x^7\right)^2} dx,\ x > 0$

take x^7 common from denominator $\frac{\frac{5}{x^6} + \frac{7}{x^8}}{\left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right)^2} = \int \frac{\frac{5}{x^6} + \frac{7}{x^8}}{\left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right)^2}$

$= \int \frac{-dt}{t^2}$ Let $\left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7} + 2\right) = t \Rightarrow \left(\frac{-5}{x^6} - \frac{7}{x^8}\right) dx = dt$

$= \frac{1}{t} + C$

$$= \frac{1}{\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^7}+2}+C$$

$$f(x) = \frac{x^7}{x^2+1+2x^7}+C$$

$C = 0$

$$f(1) = \frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

4. आँकड़ो के एक समूह में n प्रेक्षण $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_n$ हैं। यदि $\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)^2 = 9n$ तथा $\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2 = 5n$ है, तो इन आँकड़ों का मानक विचलन है:

(A) $\sqrt{7}$ (B) 2 (C) 5 (D) $\sqrt{5}$

Sol. **D**

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)^2 = \sum x_i^2 + 2\sum x_i + n = 9n$$

$$\sum x_i^2 + 2\sum x_i = 8n \qquad —(1)$$

and $$\sum x_i^2 + 2\sum x_i = 4n \qquad —(2)$$

$\therefore$ $\sum x_i^2 = 6n$ और $\sum x_i = n$

$$\therefore \quad s.d = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{6n}{n}-\left(\frac{n}{n}\right)^2} = \sqrt{5}$$

5. अंकों 0, 1, 3, 7, 9 के प्रयोग से (जहाँ अंकों को दोहराया जा सकता है) बनाई जा सकने वाली प्रकत संख्याएँ जो 7,000 से कम है, की संख्या है:

(A) 372 (B) 375 (C) 374 (D) 250

Sol. **C**

0, 1, 3, 7, 9

$$\underset{4}{\square} + \underset{4\times5}{\square\square} + \underset{4\times5\times5}{\square\square\square} + \underset{4\times5\times5\times5}{\square\square\square\square}$$

4 + 20 + 100 + 250

= 374

6. एक ऐसे समतल का समीकरण, जिस पर रेखा $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ स्थित है तथा जो एक अन्य समतल जिसमें रेखाएँ $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{2}$ rFkk $\frac{x}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ स्थित हैं, के लंबवत है, है

(A) x – 2y + z = 0 (B) 3x + 2y – 3z = 0 (C) 5x + 2y – 4z = 0 (D) x + 2y – 2z = 0

Sol. **A**

Direction ratios of plane : $\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 3 & 4 & 2\\ 4 & 2 & 3\end{vmatrix}\times\left(2i+3\hat{j}+4\hat{k}\right)$

$= \hat{i}(8) - -\hat{j}(1) + \hat{k}(-10)$

= (8, –1, –2) × (2, 3, 4)

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 8 & -1 & -10 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(26) - \hat{j}(52) + \hat{k}(26)$$

$$= \left(\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}\right)$$

7. निम्न श्रेणी $1+6+\frac{9\left(1^2+2^2+3^2\right)}{7}+\frac{12\left(1^2+2^2+3^2+4^2\right)}{9} + \frac{15\left(1^2+2^2+....+5^2\right)}{11}$ + ... के प्रथम 15 पदों का योग है :

(A) 7830 (B) 7510 (C) 7820 (D) 7520

Sol. **C**

$$1 + 3.2\ \underset{T_2}{\frac{\left(1^2+2^2\right)}{5}} + \underset{T_3}{\frac{3.3\left(1^2+2^2+3^2\right)}{7}} + \underset{T_4}{\frac{3.4\left(1^2+2^2+3^2+4^2\right)}{9}}$$

$$T_n = \frac{3.n\left(1^2+2^2+....+n^2\right)}{(2n+1)} = \frac{3n(n)(n+1)(2n+1)}{6(2n+1)}$$

$$= \frac{n(n)(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n^3+n^2}{2}$$

$$\therefore Sn = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{(15\times 8)^2 + \frac{15\times 16\times 31}{6}\right\}$$

$$\frac{1}{2}\{14400+1240\} = 7820$$

8. तर्क संगत कथन $[\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$ निम्न में से किसके समतुल्य है?

(A) $(p \wedge \sim q) \vee r$ (B) $\sim p \vee r$ (C) $(\sim p \wedge \sim q) \wedge r$ (D) $(p \wedge r) \wedge \sim q$

Sol. **D**

$$[\sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$[(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$[p \wedge (\sim q \vee r)] \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$p \wedge (\sim q \wedge r)$$

$$(p \wedge r) \wedge \sim q$$

9. माना $f : R \to R$ एक ऐसा अवकलनीय फलन है, कि सभी x, y, $\in R$ के लिए $|f(x) - f(y)| \le 2|x-y|^{3/2}$ है। यदि f(0) = 1 है, तो $\int_0^1 f^2(x)dx$ बराबर है:

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

Sol. **B**

$$\frac{|f(x)-f(y)|}{|x-y|} \le 2|x-y|^{1/2}$$

$$\left|\frac{f(x)-f(y)}{x-y}\right| \le 2|x-y|^{1/2}$$

$$\lim_{y\to x}|f'(x)| \le 0$$

$\therefore$ $f'(x) = 0$

$\therefore$ $f(x)$ = Constant

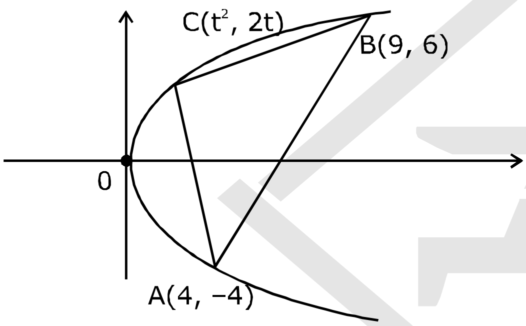
Given $f(0) = 1$ $\therefore f(x) = 1$

$\therefore$ $\int_0^1 dx = 1$

10. माना A(4, –4) तथा B(9, 6) एक परवलय $y^2 = 4x$ पर स्थित दो बिंदु है। माना परवलय के चाप AOB (जहाँ O मूल बिंदु है) पर स्थित एक बिंदु C इस प्रकार चुना गया कि ΔACB का क्षेत्रफल अधिकतम है, तो ΔACB का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) है:

(A) $30\frac{1}{2}$ (B) 32 (C) $31\frac{3}{4}$ (D) $31\frac{1}{4}$

Sol. **D**



$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} t^2 & 2t & 1 \\ 9 & 6 & 1 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{t^2(10) - 2t(5) - 1(60)\right\}$$

$A = 5\,|t^2 - t - 6|$

$$\frac{dA}{dt} = 0, t = \frac{1}{2}$$

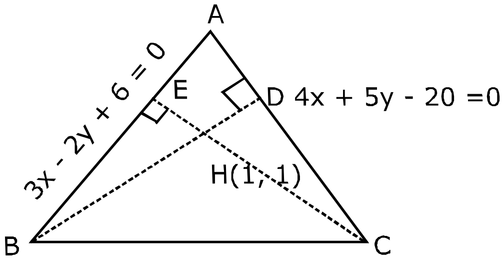
$$\text{Aera}_{max} = 5\left|\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6\right| = 5\left|\frac{1-2-24}{4}\right| = \frac{125}{4} = 31\frac{1}{4}$$

11. माना एक त्रिभुज की दो भुजाओं के समीकरण $3x - 2y + 6 = 0$ तथा $4x + 5y - 20 = 0$ है। यदि इस त्रिभुज का लंबकेन्द्र (1, 1) पर है, तो इसकी तीसरी भुजा का समीकरण है:

(A) $122y - 26x - 1675 = 0$ (B) $122y + 26x + 1675 = 0$

(C) $26x - 122y - 1675 = 0$ (D) $26x + 61y + 1675 = 0$

Sol. **C**



Equation of BD: $5x - 4y = 1$ Solve with $3x - 2y + 6 = 0$
Equation of CE : $2x + 3y = 5$ Solve with $4x + 5y - 20 = 20$

Co-ordinates of B = $\left(-13, \frac{33}{2}\right)$

Co-ordinates of C = $\left(\frac{35}{2}, -10\right)$

$\therefore$ Equation of BC

$$y + 10 = \frac{+13}{61}\left(x - \frac{35}{2}\right)$$

$$61y + 610 = +13x + \frac{445}{2}$$
$$-26x + 122y + 1675 = 0$$

12. क्षेत्र $A = \{(x, y) : 0 \le y \le x|x| + 1$ तथा $-1 \le x \le 1\}$ का वर्ग इकाईयों में क्षेत्रफल है :

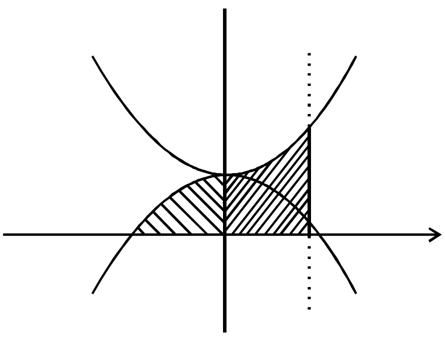
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{4}{3}$

Sol. **C**

$o \le y \le x\,|\,x\,| + 1$, $x \in [-1, 1]$

Case-I $x \in [0, 1]$

$y \le x^2 + 1$



Case-II

$x \in [-1, 0]$

$$A = \int_{-1}^{0}(-x^2 + 1)dx + \int_{0}^{1}(x^2 + 1)\,dx$$

$$= \left(\frac{-x^3}{3} + x\right)_{-1}^{0} + \left(\frac{x^3}{3} + x\right)_{0}^{1}$$

$$= -\left(\frac{1}{3}-1\right)+\left(\frac{1}{3}+1\right)$$

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=2$$

13. माना f:[0, 1] $\rightarrow$ R इस प्रकार है कि सभी x, y $\in$[0, 1] के लिए f(xy) = f(x).f(y) है तथा f(0) $\neq$ 0 है। यदि y = y(x) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=f(x)$ को संतुष्ट करता है और y(0) = 1 है, तो $y\left(\frac{1}{4}\right)+y\left(\frac{3}{4}\right)$ बराबर है:

(A) 4 (B) 3 (C) 5 (D) 2

Sol. **B**

f(x. y) = f(x) . f(y), x,y$\in$ [0, 1] f(0) $\neq 0$

x = y = 0 $\frac{dy}{dx}=f(x)$

f(0) = $f^2(0)$ y(0) = 1

$\therefore$ f(0) = 1

y = 0

f(0) = f(x) = 1

$\therefore$ $\frac{dy}{dx}=1$

y = x + c

x = 0, y= 1 $\therefore$ c = 1

y = x + 1

$y\left(\frac{1}{4}\right)+y\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{4}+1+\frac{3}{4}+1$ = 3.

14. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - mx + 4 = 0$ के दोनों मूल वास्तविक तथा भिन्न है और वे अंतराल [1 ,5] में स्थित हैं, तो m जिस अंतराल में स्थित है, वह है:

(A) (5, 6) (B) (−5, −4) (C) (4, 5) (D) (3, 4)

Sol. **C / Bonus**

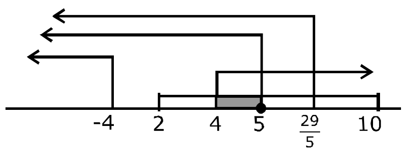
$x^2 - mx + 4 = 0$

(1) D> 0 (2) f(1) $\leq$ > 0 (3) f(5) $\geq$ 0

(4) $1<-\frac{b}{2a}<5$

$m^2 - 16 > 0$

$m\in(-\infty,-4)\cup(4,\infty)$ Solving : m$\in$(4, 5)



5-m $\geq$ 0 25-5m + 4 $\geq$ 0

m $\leq$ 5 m $\leq$ 29/5

1 < $\frac{m^2}{2}$ <5

2<M<10

m $\in$ (4, 5]

15. एक कलश में 5 लाल तथा 2 हरी गेंदे है। इस कलश में से यादच्छया एक गेंद निकाली गई। यदि निकाली गई गेंद हरी है, तो कलश में एक लाल गेंद डाली जाती है तथा यदि निकाली गई गेंद लाल है, तो कलश में एक हरी गेंद डाली जाती है, जबकि निकाली गई गेंद वापिस नहीं डाली जाती। अब इसमें से यादच्छया एक दूसरी गेंद निकाली गई, तो इस दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता है:

(A) $\frac{27}{49}$ (B) $\frac{32}{49}$ (C) $\frac{21}{49}$ (D) $\frac{26}{49}$

Sol. **B**

5R
2G

P(G). P(R) + P(R). P(R)

$$\frac{2}{7}\times\frac{6}{7}+\frac{5}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{12+20}{49}=\frac{32}{49}.$$

16. यदि रैखिक समीकरण निकाय $x - 4y + 7z = g$, $3y - 5z = h$, $-2x + 5y - 9z = k$ संगत (Consistent) है, तो

(A) $g + 2h + k = 0$ (B) $g + h + k = 0$ (C) $2g + h + k = 0$ (D) $g + h + 2k = 0$

Sol. **C**

$$\begin{cases} x-4y+7z=g \\ 3y-5z=h \\ -2x+5y-9z=k \end{cases} \qquad D=\begin{vmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 0 & 3 & -5 \\ -2 & 5 & -9 \end{vmatrix}$$

$= 1(-27 + 25)+ 4(-10)+ 7(6)$
$= - 2 - 40 + 42 = 0$

$$D_1=\begin{vmatrix} g & -4 & 7 \\ h & 3 & -5 \\ k & 5 & -9 \end{vmatrix}$$

$= g(-27 + 25) + 4(-9h + 5k) + 7(5h - 3k) = 0$
$= - 2g \;\; 36h + 20k + 35h - 21k = 0$
$- 2g - h - k = 0$
$2g + h + k = 0$

17. यदि $\int_0^{\pi/3}\frac{\tan\theta}{\sqrt{2k\sec\theta}}d\theta=1-\frac{1}{\sqrt{2}},(k>0)$ है, तो k का मान है :

(A) 2 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

Sol. **A**

$$\int_0^{\pi/3}\frac{\tan\theta}{\sqrt{2k\sec\theta}}d\theta=1-\frac{1}{\sqrt{2}},k>0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2k}}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin\theta}{\sqrt{\cos\theta}}d\theta$$

Let $\cos\theta = t \Rightarrow -\sin\theta\, d\theta = dt$
One Solving K = 2

18. माना $A = \{x \in R : x$ एक धन पूर्णांक नहीं है$\}$। एक फलन $f: A \to R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है:

$f(x) = \frac{2x}{x-1}$, तो f एक :

(A) न एकैकी है और न आच्छादक फलन है।
(B) आच्छादक है, परन्तु एकैकी फलन नहीं है।
(C) एकैकी है, परन्तु आच्छादक फलन नहीं है।
(D) एकैकी फलन नहीं है

Sol. **C**

$f : A \to R$

$f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$

$\dfrac{\text{linear}}{\text{linear}}$ is always one-one

19. माना a, b तथा c एक समान्तर श्रेढ़ी (जो कि अचर समान्तर श्रेढ़ी नहीं है) के क्रमशः 7वे, 11वें तथा 13वें पद है। यदि ये एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के भी तीन क्रमागत पद हैं तो $\dfrac{a}{c}$ बराबर है–

(A) 2 (B) $\dfrac{7}{13}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 4

Sol. **D**

$t_7 = a = A + 6d$

$b = A + 10d$

$c = A + 12d$

$$r = \frac{b}{a} = \frac{b}{b}$$

$$= \frac{A+10d}{A+6d} = \frac{A+12d}{A+10d}$$

$$r \Rightarrow \frac{2d}{4d} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \ \frac{1}{r^2} = 4$$

20. यदि $\begin{bmatrix} e^t & e^{-t}\cos t & e^{-t}\sin t \\ e^t & -e^{-t}\cos t - e^{-t}\sin t & -e^{-t}\sin t + e^{-t}\cos t \\ e^t & 2e^{-t}\sin t & -2e^{-t}\cos t \end{bmatrix}$ है, तो A :

(A) किसी भी t∈R के लिए व्युत्क्रमणीय नहीं है। (B) व्युत्क्रमणीय है, केवल तब, जब $t = \dfrac{\pi}{2}$ है।.

(C) व्युत्क्रमणीय(invertible) है, केवल तब, जब $t = \pi$. (D) सभी t∈R के लिए व्युत्क्रमणीय है।

Sol. **D**

$$|A| = e^{-t}\begin{vmatrix} 1 & \cos t & \sin t \\ 1 & -\cos t - \sin t & -\sin t + \cos t \\ 1 & 2\sin t & -2\cos t \end{vmatrix}$$

$$= e^{-t}\begin{vmatrix} 1 & \cos t & \sin t \\ 0 & -2\cos t - \sin t & -2\sin t + \cos t \\ 0 & 2\sin t - \cos t & -2\cos t - \sin t \end{vmatrix}$$

$= e^{-t}\ \{(2c + s)^2 + (2s - c)^2\}$

$= 5\ e^{-t}$

21. माना कि द्विघातीय समीकरण $x^2 + x + 1 = 0$,का एक मूल z_0 है। यदि $z = 3 + 6i\ z_0^{81} - 3iz_0^{93}$ है, तो कोणांक z(arg z) बराबर है:

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Sol. $Z_0 \nearrow w$, $Z_0 \searrow w^2$

$Z = 3 + 6iZ_0^{81} - 3iZ_0^{93}$

$3 + 6iw^{81} - 3iw^{93}$

$= 3 + 3i$

$\therefore \arg(z) = \pi/4$

22. $\left(\frac{1-t^6}{1-t}\right)^3$ के प्रसार में t^4 का गुणांक है:

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 10

Sol. **C**

$\left(1-t^6\right)^3\left(1-t\right)^{-3}$

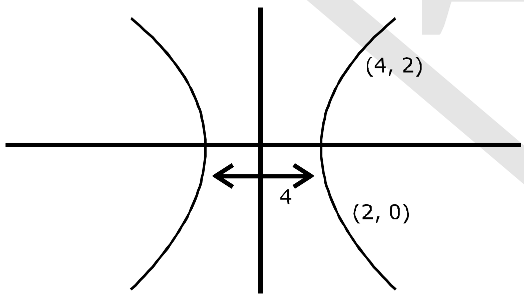
$\left({}^3C_0 - {}^3C_1t^6 + {}^3C_2t^{12} - {}^3C_3t^{18}\right)\left(1-t\right)^{-3}$

${}^{3+4-1}C_4 = {}^6C_4 = 15$

23. एक अतिपरवलय का केंद्र मूल बिंदु पर है, तथा यह बिंदु (4, 2) से होकर जाता है और इसका अनुप्रस्थ (transverse) अक्ष, x-अक्ष के अनुदिश है जिसकी लंबाई 4 है। तो इस अतिपरवलय की उत्केंद्रता (eeccentricity) है :

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Sol. **D**



a = 2

$\frac{x^2}{y} - \frac{4^2}{b^2} = 1$

$4 - \frac{4}{b^2} = 1$

$\frac{3}{4} = \frac{1}{b^2} \quad \Rightarrow \quad b^2 = 4/3$

$\therefore \quad e^2 = 1 + \frac{4/3}{4} = \frac{1}{3} + 1$

$e = \frac{2}{\sqrt{3}}$

24. यदि x = 3 tan t तथा y = 3 sec t है, तो $t = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान है :

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ (C) $\frac{3}{3\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$

Sol. **D**

x = 3 tant, y = 3 sect

$\frac{dx}{dt} = 3\sec^2 t$

$\frac{dy}{dt} = 3\sec t \tan t$

$\therefore \quad \frac{dy}{dt} = \sin t$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \cos t.\frac{dt}{dx} = \frac{\cos^3 t}{3}$

$t = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{6\sqrt{2}}$

25. α के उन सभी संभावित धन पूर्णांक मानों की संख्या जिनके लिए द्विघातीय समीकरण $6x^2 - 11x + \alpha = 0$ के मूल परिमेय संख्याएँ है, है:

(A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 5

Sol. **A**

D $\rightarrow$ perfect sq.

$D = 121 - 24\alpha = \lambda^2$

$\alpha = 1$, reject

$\alpha = 2$ reject

$\alpha = 3$

$\left.\begin{array}{l}\alpha = 3\\ \alpha = 4\\ \alpha = 5\end{array}\right\}$ 3 integration values

26. माना $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 5\hat{i} + \hat{j} + \sqrt{2}\hat{k}$ तीन ऐसे सदिश है कि $\vec{b}$ का $\vec{a}$ पर प्रक्षेप सदिश, $\vec{a}$ है। यदि $\vec{a}+\vec{b}$, सदिश $\vec{c}$ के लंबवत् है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :

(A) $\sqrt{32}$ (B) 6 (C) 4 (D) $\sqrt{22}$

Sol. **A**

Project of $\vec{b}$ on $\vec{a} = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{|\vec{a}|} = |\vec{a}|$

$\frac{b_1 + b_2 + 2}{2} = 2$

$b_1 + b_2 = 2$

$(\vec{a}+\vec{b}) \perp \vec{c} \Rightarrow (\vec{a}+\vec{b}).\vec{c} = 0$

$5b_1 + b_2 = -10$

$b_1 = -3$, $b_2 = 5$

$\therefore |\vec{b}| = 6$

27. यदि $x = \sin^{-1}(\sin 10)$ तथा $y = \cos^{-1}(\cos 10)$ है, तो $y - x$ बराबर है:

(A) 10 (B) 7π (C) 0 (D) π

Sol. **D**

$x = \sin^{-1}(\sin 10) = -10 + 3\pi$

$y - \cos^{-1}\cos 10 = 4\pi - 10$

$\therefore$ $y - x = 4\pi - 10 + 10 - 3\pi$

$= \pi$

28. यदि $x \in R$ के लिए, माना $[x]$, एक महत्तम पूर्णांक है जो x के समान अथवा उससे कम है, तो $\lim_{x \to 0^-} \frac{x([x] + |x|)\sin[x]}{|x|}$ बराबर है

(A) 1 (B) sin 1 (C) – sin 1 (D) 0

Sol. **C**

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x\{[x] + |x|\}\sin[x]}{|x|}$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x(+x+1)\sin 1}{-x} = -\sin 1$$

29. यदि वत्त $x^2 + y^2 - 16x - 20y + 164 = r^2$ तथा $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 36$ दो भिन्न बिंदुओं पर काटते है, तो :

(A) $0 < r < 1$ (B) $r = 11$ (C) $r > 11$ (D) $1 < r < 11$

Sol. **D**

C_1 (8, 10), $r_1 = r$

C_2 (4, 7) $r_2 = 6$

$|r_1 - r_2| < C_1C_2 < r_1 + r$

$\therefore r \in (1, 11)$

30. यदि $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ है, तो x के उन मानों की संख्या जिनके लिए $\sin x - \sin 2x + \sin 3x = 0$ है, है :

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 4

Sol. **B**

$\sin x + \sin 3x - \sin 2x = 0$

$\sin 2x (2\cos x - 1) = 0$

$\sin 2x = 0, \cos x = \frac{1}{2}$

$x = 0, \frac{\pi}{3}$