

分类号
学校代码 10487

学号 D2020280867
密级

华中科技大学

博士学位论文

(学术型 ☒ 专业型 ☐)

多类故障下不确定非线性系统的 自适应容错控制研究

学位申请人：方新鹏

学科专业：控制科学与工程

指导教师：樊慧津 教授

答辩日期：2024年5月8日

答辩委员会

	姓名	职称	单位
主席	张海涛	教授	华中科技大学
委员	周克亮	教授	武汉理工大学
	瞿少成	教授	华中师范大学
	黄剑	教授	华中科技大学
	刘磊	教授	华中科技大学

**A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy**

**Adaptive Fault-Tolerant Control for
Uncertain Nonlinear Systems Under
Multiple Types of Faults**

Ph.D. Candidate : Fang Xinpeng

Major : Control Science and Engineering

Supervisor : Prof. Fan Huijin

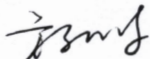
Huazhong University of Science and Technology

Wuhan 430074, P. R. China

May, 2024

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师的指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已标明引用的内容外，本论文不包含任何其他人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名： 

日期：2014年5月13日

学位论文版权使用授权书

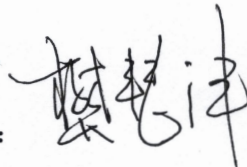
本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于 ☐ 保 密 □，在 ____ 年解密后适用本授权书。
☒ 不保密。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名： 

日期：2014年5月13日

指导教师签名： 

日期：2014年5月13日

摘要

控制系统的安全性、可靠性是完成预定任务、实现期望目标的基本保证。然而，由于所执行任务的复杂性、所处环境的恶劣性、元器件老化与磨损等多种因素，控制系统的各组成部件可能发生故障而偏离正常工作模态，并且存在间歇故障、反向故障、时变故障等多种复杂故障类型。控制系统的执行器和传感器等关键部件出现故障后将造成控制性能的下降，严重时甚至导致系统失稳，引发安全事故并造成人力财力的巨大损失。同时，实际系统均为非线性系统，并且由于建模不精确或环境变化而存在各类不确定因素，呈现出不确定非线性的特点。因此，本文以不确定非线性系统为对象，研究了执行器或传感器多类故障下的自适应容错控制设计问题以提高系统的安全性与可靠性，并提出事件触发机制以缓解系统的通信负担、降低资源损耗。本文主要研究工作如下：

首先，针对一类未知执行器单次故障和输出约束下的不确定非线性系统，提出了固定时间自适应容错控制方案。执行器故障包含乘性和加性两种模式，且故障的发生时间、发生位置和具体量值等信息均是未知的。通过对数型输出转换和反步法构建了自适应容错控制器，可以在确保系统输出始终满足约束的同时实现对期望信号的固定时间跟踪，且可以给出与系统初值无关的收敛时间。

其次，针对一类执行器间歇故障未知时的不确定非线性系统，提出了双通道事件触发自适应容错控制方案。基于已建立的执行器单次故障模型，考虑故障发生的间歇性，进一步构建了执行器间歇故障模型，放松了对故障发生次数的限制。为缓解系统的通信和计算负担，针对参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了双通道事件触发机制。所提出控制方案可以保证系统输出收敛到原点附近一个大小可调的界内。进一步地，在故障次数有限的情况下，将所提出容错控制方案进行拓展，可以保证系统状态渐近收敛至原点。

再次，针对一类执行器间歇反向故障未知时的不确定非线性系统，提出了事件触发自适应容错控制方案。基于已建立的执行器间歇故障模型，进一步完善并构建了执行器间歇反向故障模型，其中包含加性故障模式以及反向故障、部分失效故障、

完全失效故障和过度故障等四种乘性故障模式。设计了序列 Nussbaum 函数以处理间歇反向故障,进而构建了事件触发自适应容错控制器。为适应控制信号的频繁变化,提出了一种时变阈值事件触发机制,其触发阈值与所传输信号的幅值和变化率同时相关,可通过参数的选择得到固定阈值、基于幅值的阈值、基于变化率的阈值和混合阈值等四种策略。应用所提出的控制方案,输出跟踪误差可以渐近收敛至原点。

然后,针对传感器故障未知时的互联非线性系统,提出了分散自适应容错控制方案。通过构建一系列辅助量和相应的自适应更新机制,仅利用被故障所污染的测量值设计了反步容错控制器。每个子系统仅使用局部测量值而无需使用其他子系统信息,从而实现了完全分散控制。所提出控制方案可以保证输出跟踪误差收敛到原点附近一个大小可调的界内。进一步地,对所提出控制方案在不同故障情况和干扰情况下进行了拓展和讨论。

最后,针对传感器时变故障未知时的互联系统,提出了多通道事件触发分散自适应容错控制方案。考虑传感器乘性和加性故障的时变性,进一步建立了时变传感器故障模型。通过设计状态估计滤波器以处理未测量状态,进而利用被故障所污染的局部测量输出进行反步控制设计。为缓解控制系统的通信和计算负担,针对包括状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道以及控制器-执行器通道在内的多类通道设计了异步事件触发机制。所提出控制方案可以提高事件触发机制的鲁棒性,并保证输出跟踪误差收敛到原点附近一个大小可调的界内。

综上,论文针对不确定非线性系统研究了多类故障下的自适应容错控制及事件触发机制设计问题,所提出方法可以保证控制系统在未知故障下的稳定性并降低通信和计算负担,对提高系统安全性和可靠性、实现资源节约具有重要意义。

关键词: 自适应容错控制; 事件触发控制; 分散控制; 不确定非线性系统; 互联系统

Abstract

For control systems, the safety and reliability are important for completing expected tasks and achieving desired goals. However, due to some unexpected factors, such as harsh environmental conditions and component aging, components of control systems may suffer from faults and deviate from normal operation modes. Practical faults include intermittent faults, reverse faults, time-varying faults, and other complex modes. Faults of key components such as actuators and sensors may lead to degradation of control performance or even result in an unstable closed-loop system. Meanwhile, practical systems are all nonlinear and subject to various types of uncertainties due to unmodeled dynamics or environmental changes. Therefore, this dissertation investigates the adaptive fault-tolerant control problem for uncertain nonlinear systems in the presence of unknown faults to improve the safety and reliability of the system, and proposes several event-triggering mechanisms to release the system burden. The main work and contributions of this dissertation are as below.

First, a fixed-time adaptive fault-tolerant control scheme is proposed for a class of uncertain nonlinear systems with unknown actuator faults and output constraints. Actuator faults consist of both multiplicative and additive modes, and the fault information, such as time of occurrence, location of occurrence, and exact magnitude, is unknown. An adaptive fault-tolerant controller is constructed by utilizing the backstepping technique and logarithmic output conversion method, which achieves fixed-time tracking for the desired signal while ensuring that the output of the system is always within the constraints. Moreover, the convergence time is independent of the initial values of the system.

Second, a dual-channel event-triggered adaptive fault-tolerant control scheme is proposed for a class of uncertain nonlinear systems with unknown intermittent actuator faults. An intermittent actuator fault model is constructed in which faults are no longer restricted to a finite number of times. To release the communication burden and computation burden of the system, a dual-channel event-triggering mechanism is designed for both the parameter

estimator-to-controller channel and the controller-to-actuator channel. The proposed control scheme ensures that the system output converges to an adjustable set. Furthermore, the proposed fault-tolerant control scheme is extended to the case of a finite number of faults, which ensures that the system states converge to zero asymptotically.

Third, an event-triggered adaptive fault-tolerant control scheme is proposed for a class of uncertain nonlinear systems in the presence of unknown intermittent reverse actuator faults. An intermittent reverse actuator fault model is developed, which involves both additive fault mode as well as four multiplicative fault modes including reverse fault, partial loss of effectiveness fault, total loss of effectiveness fault and excessive fault. To handle intermittent reverse faults, a series of Nussbaum functions are proposed and then an adaptive fault-tolerant controller is designed. Meanwhile, an event-triggering mechanism is proposed to reduce the communication burden of the system. The threshold of the designed event-triggering mechanism is related to both the magnitude and the rate of change of the transmitted signal. Four strategies including constant threshold, magnitude-based threshold, rate of change-based threshold, and hybrid threshold can be obtained through the selection of the parameters, which improves the design flexibility and adapts to frequent signal changes. The proposed control scheme ensures that the output tracking error converges to zero asymptotically.

Fourth, a decentralized adaptive fault-tolerant control scheme is proposed for interconnected nonlinear systems with unknown sensor faults. In order to deal with the coupling among unknown sensor faults, unknown interconnections and uncertain system parameters, a series of auxiliary quantities are constructed and the corresponding adaptive updating laws are designed. The actual state of the system is not available in the presence of sensor faults, and only measurements corrupted by faults can be employed for control design. Therefore, unlike conventional backstepping control technique, only the measurements corrupted by faults are employed to define coordinate transformations and design fault-tolerant controllers. Moreover, each subsystem uses only local measurements and no information from other subsystems is required. The proposed control scheme ensures that the output tracking

error converges to an adjustable set. Furthermore, the proposed control scheme is extended for different types of faults and disturbances.

Last, a multichannel event-triggered decentralized adaptive fault-tolerant control scheme is proposed for interconnected systems with time-varying sensor faults. A sensor fault model is developed in which both multiplicative and additive faults are unknown and time-varying. State estimation filters are first designed to handle unmeasured states, and then a backstepping controller is designed by using local measurements corrupted by faults. To release the communication and computation burden of the control system, an asynchronous event-triggering mechanism is designed for multiple channels including the state estimation filter-to-controller channel, the parameter estimator-to-controller channel, and the controller-to-actuator channel. As a consequence, the robustness of the designed event-triggering mechanism is improved. The proposed control scheme ensures that the output tracking error converges to an adjustable set.

In summary, this dissertation investigates the design of adaptive fault-tolerant control schemes and event-triggering mechanisms for uncertain nonlinear systems under complex faults. The proposed control schemes ensure the stability of the control system under unknown multiple types of faults and reduce the communication and computation burden, which is of great significance in improving the safety and reliability and saving the resources of the system.

Keywords: Adaptive fault-tolerant control, Event-triggered control, Decentralized control, Uncertain nonlinear system, Interconnected system

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	III
主要符号对照表.....	IX
1 绪论	
1.1 研究背景与意义.....	(1)
1.2 国内外研究现状.....	(4)
1.3 存在的关键问题.....	(13)
1.4 研究内容与组织架构.....	(15)
2 执行器单次故障下的固定时间自适应容错控制	
2.1 引言.....	(18)
2.2 执行器单次故障容错控制问题描述.....	(19)
2.3 固定时间自适应容错控制器设计.....	(22)
2.4 执行器单次故障下的稳定性分析.....	(28)
2.5 仿真验证.....	(33)
2.6 本章小结.....	(41)
3 执行器间歇故障下的双通道事件触发自适应容错控制	
3.1 引言.....	(43)
3.2 执行器间歇故障容错控制问题描述.....	(44)
3.3 有界容错控制器设计与分析.....	(46)
3.4 渐近容错控制器设计与分析.....	(59)
3.5 仿真验证.....	(61)
3.6 本章小结.....	(66)

4	执行器间歇反向故障下的事件触发自适应容错控制	
4.1	引言	(67)
4.2	执行器间歇反向故障容错控制问题描述	(68)
4.3	事件触发自适应容错控制器设计	(71)
4.4	执行器间歇反向故障下的稳定性分析	(78)
4.5	仿真验证	(85)
4.6	本章小结	(92)
5	传感器部分时变故障下互联系统的分散自适应容错控制	
5.1	引言	(94)
5.2	传感器部分时变故障容错控制问题描述	(95)
5.3	分散自适应容错控制器设计	(97)
5.4	传感器部分时变故障下的稳定性分析	(107)
5.5	不同故障和干扰情况下的进一步设计与分析	(110)
5.6	仿真验证	(113)
5.7	本章小结	(122)
6	传感器时变故障下互联系统的多通道事件触发分散自适应容错控制	
6.1	引言	(123)
6.2	传感器时变故障容错控制问题描述	(124)
6.3	多通道事件触发分散自适应容错控制器设计	(129)
6.4	传感器时变故障下的稳定性分析	(143)
6.5	仿真验证	(147)
6.6	本章小结	(154)
7	总结与展望	
7.1	本文工作总结	(156)

华中科技大学博士学位论文

7.2	主要创新点	(157)
7.3	工作展望	(158)
致 谢		(160)
参考文献		(162)
附录 1 攻读博士学位期间取得的研究成果		(177)
附录 2 公开发表的学术论文与博士学位论文的关系		(179)
附录 3 攻读博士学位期间主持或参与的科研项目		(180)

主要符号对照表

$\mathbb{R}$	1 维实数空间
$\mathbb{R}^n$	n 维实数空间
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ 维实数空间
$\mathbb{Z}^+$	正整数集
$\emptyset$	空集
I_n	n 阶单位矩阵
A^T	矩阵/向量 A 的转置
A^{-1}	矩阵 A 的逆
$\lambda_{\min}(A)$	矩阵 A 的最小特征根
$\lambda_{\max}(A)$	矩阵 A 的最大特征根
$\ A\ _1$	矩阵/向量 A 的 1 范数
$\ A\ $ 或 $\ A\ _2$	矩阵/向量 A 的 2 范数
$B \subseteq A$	集合 B 是集合 A 的子集
$B \subset A$	集合 B 是集合 A 的子集但 $B \neq A$
$a \in A$	元素 a 属于集合 A
$\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	对角元素为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的对角矩阵
$\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	$a_1, a_2, \dots, a_n$ 的最小值
$\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	$a_1, a_2, \dots, a_n$ 的最大值
$\inf$	下确界
$\sup$	上确界
$ a $	a 的绝对值
$\text{sign}(a)$	符号函数, 当 $a > 0$ 时, $\text{sign}(a) = 1$; 当 $a = 0$ 时, $\text{sign}(a) = 0$; 当 $a < 0$ 时, $\text{sign}(a) = -1$

1 绪论

1.1 研究背景与意义

现代社会中，控制系统在日常生活以及工业生产、航空航天等军民领域均发挥重要作用。控制系统的正常工作依赖于各组成部件（如：执行器、传感器、通信部件）能够正常发挥作用，完成控制执行、信号测量、信息传输等功能。然而，随着所执行任务复杂度的提升、工作环境可能出现的变化与干扰、元器件的磨损与老化，控制系统各组成部件出现故障的概率也随之提高。部件故障可能造成控制性能下降，严重时甚至导致系统失稳，引发恶劣后果。容错控制技术可以在控制系统部件出现故障时保持系统的稳定性并将性能指标维持在合理范围内，在不同领域均可发挥关键作用，如无人机系统^[1,2]、机器人系统^[3]、卫星系统^[4,5]、运载火箭系统^[6,7]、电机系统^[8]等，容错控制技术的部分应用场景如图 1.1 所示。



图 1.1 容错控制技术部分应用场景

图 1.2 给出了反馈控制系统的示意图，其中主要流程为信息获取 → 信息传输 →

信息处理 → 信息传输 → 信息利用。信息获取是指利用传感器等部件测量、整合系统信息的过程。然后将所获取的信息通过总线或网络传输给信息处理部件，进行控制/滤波/决策/计算等过程。接着将指令信息进行传输，通过执行器等部件实现指令信号，对系统实施控制。可以看出，各个过程密切合作、环环相扣，任何一个环节出现故障或异常均有可能破坏整个控制系统的稳定性。

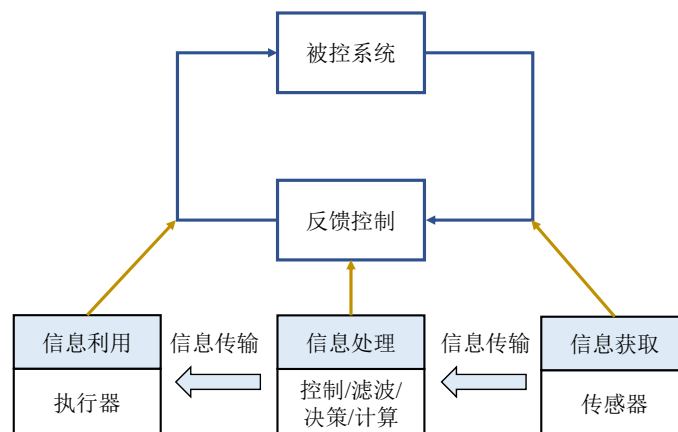


图 1.2 反馈控制系统示意图

执行器是执行指令信号、对系统实施控制作用的关键部件。常见执行器包括：卫星的反作用飞轮、运载火箭的推进器、飞机的舵机、工业过程的阀门等等。由于执行器通常需要高负荷连续工作，因此随时间推移将难以避免出现老化、磨损等问题，进而引发故障。执行器发生故障后，实际施加在系统上的控制信号将偏离所设计控制指令，因此系统控制性能将受到影响。2000 年 1 月 31 日，阿拉斯加航空 261 号班机由于起重螺杆疏于保养，造成水平尾翼在飞行过程中完全失效，导致机上乘客全部遇难。2023 年 12 月，中国卫通集团所属的中星 6C 卫星出现推力器故障，导致卫星寿命减少并造成约 2.6 亿元损失。2024 年 1 月 8 日，美国 Astrobotic Technology 研制的游隼号月球着陆器发射升空，然而游隼号与运载火箭分离后出现推进系统故障，导致其无法实现在月球的软着陆。根据上述实例可知，执行器故障可能破坏整个控制系统的稳定性，造成人力、财力的巨大损失，是控制设计时不可忽视的重要因素。

另一方面，对于反馈控制系统，控制器的设计依赖于传感器对系统信息的测量。然而，类似于执行器，传感器也会因各种干扰因素和元器件老化而出现故障，即使是一个微小的传感器故障也可能破坏整个系统的稳定性^[9]。2008 年 2 月 23 日，美军

一架 B-2 轰炸机受雨水干扰,造成空速管故障并出现测量偏差,导致飞机失速坠毁。2016 年 5 月 7 日,美国俄亥俄州一男子使用自动驾驶模式驾驶一辆汽车时与一辆拖挂车相撞而身亡,事故原因为强烈的日光条件导致车身传感器未能识别拖挂车的白色车身。2016 年 5 月 9 日,由于变频器故障和温度传感器故障,国华新右旗风电场一风力发电机组烧毁。2018 年 10 月 29 日,印尼狮航一架波音 737 MAX 客机多次出迎角传感器失灵,空速表读数不可靠,机长和副驾驶的仪表读数不一致,最终导致狮航 JT610 航班坠毁,造成了包括机上乘客、机组成员和事故搜救员在内的 190 人不幸丧生。因此,考虑传感器故障对控制系统带来的负面影响、使用不可靠测量信息设计有效的容错控制方案以保证系统的稳定性和控制性能是一个具有重要意义也富有挑战的问题。

此外,多数现代控制系统通过数字控制器实现对被控对象的控制。控制系统有固定的采样周期,因此根据系统的采样周期设计基于时间触发的控制方案最为直接也应用较为广泛。在基于时间触发的控制方案中,各信号的传输和更新频率都是固定的,无论控制效果优劣、控制目标达成与否,都需要按部就班地传输、更新信号。同时,为保证系统的控制性能,采样周期通常较小,这将不可避免地造成系统资源的浪费。并且在信号传输通道带宽有限的情况下,频繁、冗余的信号传输可能造成网络拥塞、通信异常,进而导致控制性能的下降。为解决这一问题,有学者研究了事件触发的控制方法,也称事件驱动控制。不同于时间触发控制按照采样周期传输信号,事件触发控制仅在预先设定的触发条件被达成或违背时才进行信号的传输与更新。事件触发控制的优势可总结为以下两点^[10]: 1) 由于信号传输和更新是非周期性的,因此事件触发控制系统的信号传输频率可显著下降,从而降低了对通信带宽的占用; 2) 许多现代控制系统由电池进行能量供应(例如:自主无人系统),且电池能量有限,因此事件触发控制可以更为高效地利用系统有限的资源。

以无人潜航器为例,据统计其执行器(如:推进器、舵机)故障占总故障类型的 84%,传感器(如:深度传感器、陀螺仪)故障占比 13%,而通信异常引发的故障占比 3%^[11]。因此,针对执行器和传感器故障下的控制系统设计有效的容错控制机制并考虑通信异常对系统的影响可有效提高系统可靠性、延长系统寿命,这已引起国内外学者的广泛关注与研究。控制领域国际国内学术组织也相继成立了专注于故

障处理和容错控制的专业委员会，如：IFAC Technical Committee on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes、中国自动化学会技术过程的故障诊断与安全性专业委员会等。此外，在实际系统中，由于系统特性、未建模动态、环境变化等因素，不确定性和非线性广泛存在。因此，综合上述内容，针对不确定非线性系统研究容错控制问题，特别是执行器故障下的控制执行错误问题、传感器故障下的测量信息不可靠问题以及事件触发通信下的容错控制设计问题以提高控制系统的可靠性、实现对系统资源的高效利用具有重要的理论研究意义和实际应用价值。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 容错控制研究现状

容错控制是在系统部件发生故障后通过硬件冗余或解析冗余保证系统性能的控制方法。早期容错控制的基本思想受启发于 Antoni Niederlinski 在文献 [12] 中所提出的完整性控制方法。同时期 Richard Vernon Beard 也研究了线性系统的容错控制问题 [13]。几十年来，容错控制得到了长足发展，图 1.3 给出了 2000 年至 2023 年之间以 Fault-tolerant control/容错控制为关键词在 Web of Science/知网上的文献检索结果，可以看出不断有新的容错控制结果涌现。总体而言，容错控制方法可以分为两大类：被动容错控制方法和主动容错控制方法。其中主动容错控制方法又可细分为基于故障检测与诊断的容错控制方法和自适应容错控制方法。下面将具体介绍容错控制的国内外研究现状。

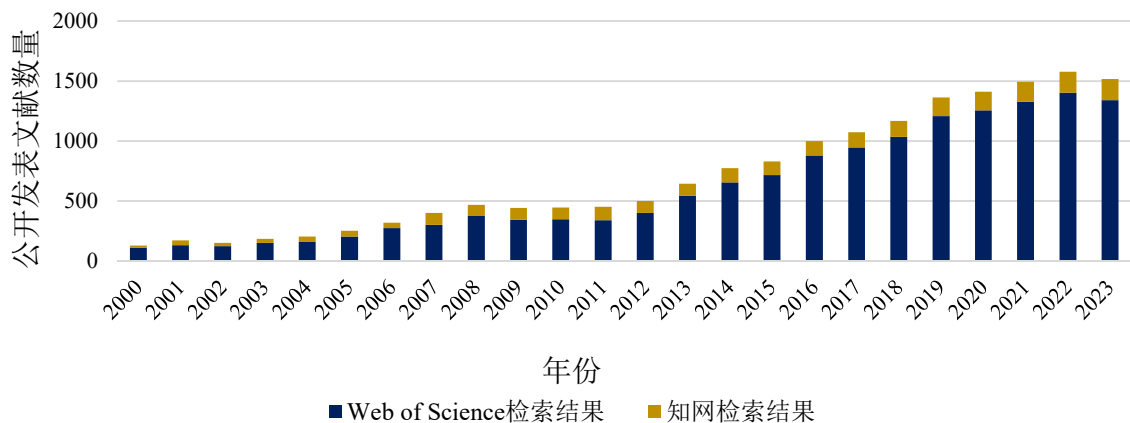


图 1.3 以 Fault-tolerant control/容错控制为关键词在 Web of Science/知网上的文献检索结果 (2000 年至 2023 年)

(1) 被动容错控制

被动容错控制方法主要借鉴鲁棒控制的思想, 预先根据可能发生的故障设计补偿项, 并将其引入至控制器中以降低控制系统对故障的敏感性, 从而提高系统的容错能力^[14], 被动容错控制系统的结构如图 1.4 所示。被动容错控制方法的优点在于无需对故障进行在线处理, 控制设计较为简单, 控制器结构无需变化, 控制方案的应用也较为方便。而其缺点主要在于仅能处理预先考虑的故障, 在面对复杂情况下较为多变的故障时灵活性不足, 控制设计较为保守。

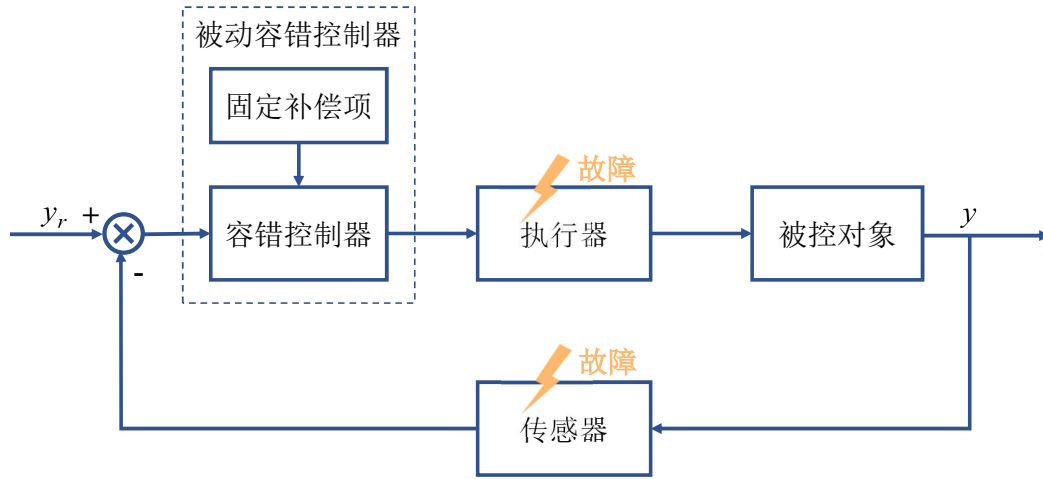


图 1.4 被动容错控制系统示意图

考虑执行器故障, 文献 [15] 研究了四旋翼飞行器的被动容错控制问题, 文中将旋翼故障建模为一个作用于四旋翼飞行器系统的虚拟控制上的叠加扰动, 设计了一种改进的控制器结构, 可以实现双旋翼和三旋翼故障时的被动容错控制。文献 [16] 针对挠性航天器设计了被动容错姿态控制器, 通过构建干扰观测器将执行器故障作为干扰进行补偿。文献 [17] 研究了高超声速飞行器再入段的轨迹跟踪被动容错控制问题, 文中提出了一种多变量螺旋控制器, 可以保证执行器故障下轨迹跟踪误差的渐近收敛。文献 [18] 研究了电动汽车的被动容错控制方法, 文中考虑了三类执行器故障, 并设计了被动容错控制器以同时处理三类故障。更多执行器故障下的被动容错控制方法可参见文献 [19–22]。

针对传感器故障, 文献 [23] 研究了间歇传感器故障下一类不确定非线性离散时间系统的被动容错控制问题, 文中设计了一种动态输出反馈容错控制器, 可以在间

歇传感器故障下保持系统的稳定性并实现 H_∞ 性能指标。考虑传感器加性故障, 文献 [24] 设计了三模块被动容错控制方案, 可实现故障下系统输出对参考信号的跟踪。针对一类状态观测器反馈回路出现传感器故障的不确定时滞系统, 文献 [25] 设计了基于状态观测器的 H_∞ 鲁棒容错控制器, 可以保证闭环增广系统的渐近稳定。针对具有传感器故障的载荷模拟器, 文献 [26] 基于定量反馈理论设计了被动容错控制器, 可以保证较为鲁棒的跟踪性能。更多传感器故障下的被动容错控制方法可参见文献 [27–30]。

(2) 主动容错控制

主动容错控制是指在故障发生后, 控制器根据所获得的故障信息或自适应更新机制主动地调整结构或参数, 以实现故障的在线补偿与处理。因此, 根据控制器进行结构或参数调整时的依据, 可以将主动容错控制方法分为两类: 基于故障检测与诊断的主动容错控制方法和自适应容错控制方法。

① 基于故障检测与诊断的主动容错控制

如图 1.5 所示, 基于故障检测与诊断的主动容错控制方法综合利用系统信息, 通过故障检测与诊断机制给出故障信息, 进而对控制器进行重构、调整, 从而实现对故障的补偿。该方法的优点在于设计弹性较高, 应用时较为灵活, 在故障检测与诊断机制设计得当的情况下可以处理更多类型的故障。然而其缺点在于故障检测与诊断机制设计较为复杂, 可能耗费更多的计算资源, 并且可能存在故障的误报、漏报等问题。

针对执行器故障下的系统, 基于故障检测与诊断的主动容错控制已取得了丰硕的成果^[31–46]。文献 [31] 针对执行器故障下的航天器设计了主动容错姿态控制算法, 所提出算法利用辅助变量建立故障与系统状态之间的关系, 在实现具有一定重构精度的故障识别后构建容错反步控制器。文献 [32] 针对一类执行器故障下的二阶非线性系统提出了一种主动故障诊断和容错控制协同设计框架, 通过控制器设计、残差生成、性能评估和增益调整四个步骤实现主动容错控制。为了提高故障检测与诊断机制的鲁棒性, 文献 [33] 提出了一种主动容错控制方案, 所提出方案只需判断哪个执行器出现故障进而实施控制切换, 而无需利用具体的故障信息。文献 [34] 针对独立计量阀门故障提出了一种主动容错控制方法, 仅利用压力反馈设计了三种可重构

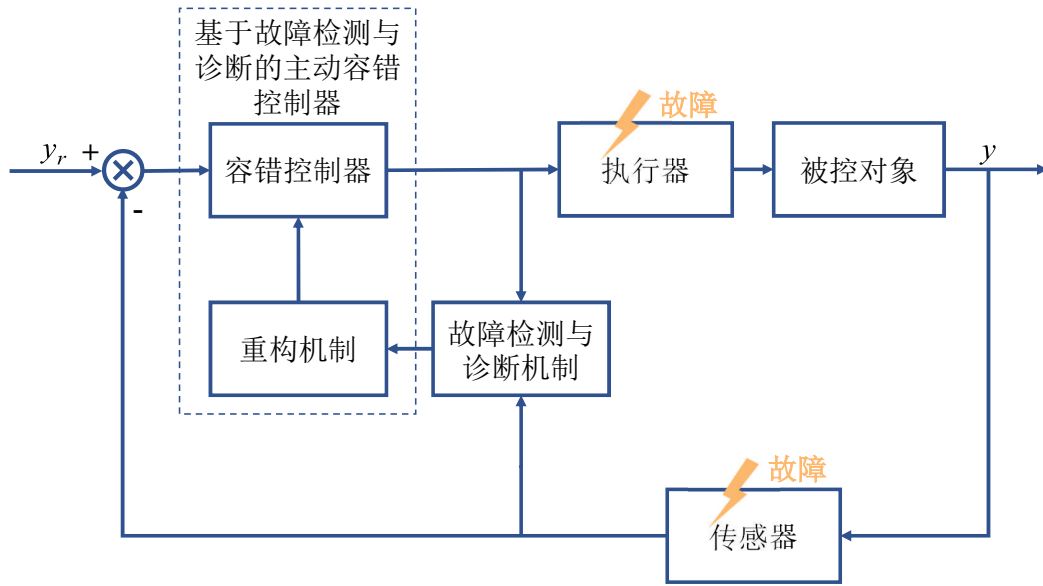


图 1.5 基于故障检测与诊断的主动容错控制系统示意图

控制器，以综合控制无故障阀门和备用阀门。针对执行器故障下的切换线性参变系统，文献 [35] 设计了 H_∞ 意义下的故障检测滤波器，基于此构建了主动容错控制策略以稳定故障系统。文献 [36] 针对电动汽车提出了一种由基准控制器、可重构控制器、故障检测与诊断机制和决策机制组成的主动容错控制方案，在故障发生后首先由基准控制器稳定故障车辆，然后在故障诊断完成后使用可重构控制器实现最佳的故障后性能。通过结合被动容错控制方法和主动容错控制方法，文献 [37] 针对一类不确定非线性系统提出了一种鲁棒性能提升的容错控制方法，可以在容错性能和控制器复杂度之间取得较好的平衡。针对执行器反向故障，文献 [38] 提出了一种故障符号估计方法，可以处理执行器故障的符号变化，但对相邻故障的间隔时间有严格限制。

在传感器故障下基于故障检测与诊断的主动容错控制领域，文献 [47] 针对三自由度直升机提出了一种基于输出反馈的主动容错控制方案，文中考虑了仰角传感器的故障，设计了一个自适应间隔观测器作为故障检测和隔离单元以指示故障的发生及其位置，然后设计了高增益观测器与滑模观测器以进行故障估计，进而根据故障信息构建容错控制方案以保障系统的 H_∞ 性能。文献 [48] 针对传感器故障下的直流孤岛微电网提出了一种主动容错控制方案，设计了一个分布式 H_∞ 观测器以实现

未中断的电压和电流的高精度估计,进而设计了基于观测器的状态反馈容错控制器以确保系统电压调节的稳定性。文献[49]针对无人潜航器设计了自适应观测器以对传感器故障进行检测和隔离,进而构建主动容错控制器以保证故障系统的跟踪性能。文献[50]针对具有间歇传感器故障的离散模糊随机系统设计了主动容错控制方法,该方法通过观测器对故障进行估计进而基于线性矩阵不等式方法构建了容错控制器。文献[51]将故障下的线性系统视为切换系统设计了容错控制方法,所提出方法既可用于无故障检测的被动容错控制系统又可用于在规定时间内完成故障检测与诊断的主动容错控制系统。更多有关传感器故障下基于故障检测与诊断的主动容错控制结果可参见文献[52–56]。

② 自适应容错控制

自适应容错控制的基本思想是根据可获得的系统信息构造自适应律对故障或故障相关参量进行估计,进而利用估计结果构建容错控制器以保证控制系统在故障情况下的性能^[57]。自适应容错控制系统的结构如图 1.6 所示。作为一种典型的主动容错控制方法,自适应容错控制通过设计合适的自适应更新律赋予控制器参数或结构可调节性,进而可以提高控制设计的灵活性,放宽控制系统对精确故障检测与诊断的依赖,并且可以处理系统模型和环境的不确定性,增强控制系统的鲁棒性^[58]。因此,过去几十年间涌现了大量自适应容错控制方法,并与反步法、滑模控制、神经网络、模糊逻辑等方法相结合以灵活应对不同故障。

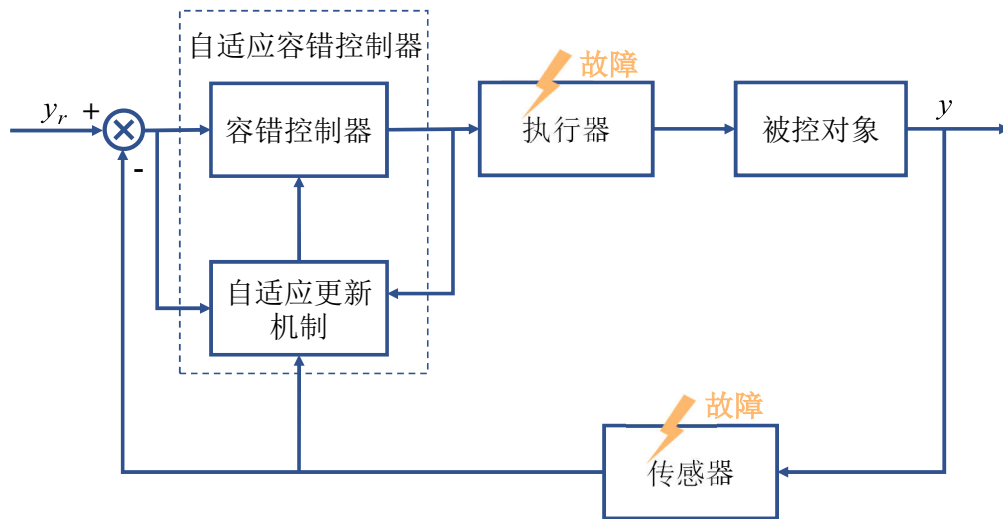


图 1.6 自适应容错控制系统示意图

执行器故障下的自适应容错控制问题已经得到了广泛的研究。为补偿未知执行器故障, Gang Tao 教授在文献 [59] 中针对线性系统设计了模型参考自适应容错控制方法, 并在文献 [60] 中给出了故障下的模型匹配条件, 进而在文献 [61] 中结合反步法研究了不确定非线性系统的自适应容错控制问题。文献 [62] 和 [63] 分别利用神经网络和模糊逻辑系统的逼近能力为执行器故障下的不确定非线性系统设计了自适应容错控制方案。结合滑模控制方法, 文献 [64] 针对执行器故障下的高速列车设计了自适应滑模容错控制方案。实际容错控制系统总是受到约束, 如时间约束和输出约束, 即控制系统需要在有限的时间内达成控制目标或从故障的影响中恢复, 并且输出需要始终在约束范围内。有限时间控制可以保证系统状态/输出在有限的时间内收敛到原点或原点附近的邻域内^[65-67], 可满足系统的时间约束。针对一类执行器故障下的不确定非线性系统, 文献 [68] 设计了基于模糊观测器的有限时间自适应容错控制方案, 可以保证输出跟踪误差在有限时间内收敛至原点附近的邻域内。为放松有限时间控制方法在计算调整时间上界时对系统初始状态的依赖, 文献 [69-71] 针对执行器故障下的系统设计了固定时间自适应容错控制方案, 可给出与系统初始状态无关的调整时间上界。为保证系统输出始终满足约束, 文献 [72] 针对一类有输出约束的非线性系统提出了一种基于障碍 Lyapunov 函数的控制方案, 通过限制输出跟踪误差进而间接实现对输出的约束。在此之后, 基于障碍 Lyapunov 函数方法, 文献 [73-75] 研究了执行器故障下的自适应容错控制问题, 可以保证系统输出在执行器存在故障时仍能满足约束。文献 [76] 分别基于障碍 Lyapunov 函数和预设性能函数设计了若干神经网络自适应容错控制方案, 可应对突发和缓变执行器故障并保证输出满足约束。

上述结果多研究的是执行器的单次故障, 而实际系统的故障可能间歇发生。文献 [77] 首次研究了执行器间歇故障下不确定非线性系统的容错控制问题, 所提出容错控制方案可以保证闭环控制系统的稳定性, 并且在故障数量有限时可保证系统输出跟踪误差的渐近收敛。在此之后, 文献 [78-81] 进一步针对执行器间歇故障下的不确定非线性系统设计了自适应容错控制方案。此外, 上述容错控制方案设计时均忽略了执行器的反向故障模式。针对执行器可能出现的反向故障, 研究人员提出了一系列方法, 包括增益切换自适应控制方法^[82]、多模型自适应控制方法^[83,84] 和

Nussbaum 函数方法^[85-88]等。在文献 [82] 中, 针对具有执行器反向故障的线性系统提出了一种逆增益切换模型参考自适应控制方法。文献 [83] 和 [84] 提出了自适应切换容错控制方案来补偿航天器的执行器反向故障, 但所提出方法需要列出所有可能的故障模式。Nussbaum 函数是处理反向故障的另一种有效方法, 它将反向故障视为未知但符号确定的控制增益^[89-94]。因此, 文献 [85] 中提出了一种自适应容错控制方案, 通过采用文献 [90] 中所提出的 Nussbaum 函数来补偿单次发生的执行器反向故障。基于文献 [91] 中设计的 Nussbaum 函数, 文献 [86] 针对具有执行器反向故障的车辆设计了一种神经网络自适应容错控制方案。

不同于执行器故障补偿问题, 在传感器故障下设计自适应容错控制器时只能使用被故障所污染的系统状态或输出, 因此会给控制设计带来额外的挑战。传感器故障将导致测量值偏离真实值, 即使很小的测量故障也可能导致控制信号出现偏差, 从而破坏系统的稳定性^[9]。为了应对可能出现的传感器故障, 研究人员提出了众多容错控制方案, 包括: 基于自适应神经网络的方案^[95]、基于自适应估计的方案^[96-103]等。文献 [95] 针对传感器故障下的非线性系统设计了间接自适应神经网络控制策略, 利用神经网络的逼近能力处理未知函数, 保证了闭环系统的稳定性。文献 [96] 将传感器故障建模为可参数化的不确定函数, 并构建了一个补偿器来自适应地消除传感器故障的影响, 进而设计了模型参考自适应控制方案。为了补偿上界已知的乘性传感器故障, 文献 [97] 针对一类单输入单输出非线性系统, 基于立方绝对值型 Lyapunov 函数设计了自适应容错控制方案。然后, 在文献 [98] 中, 通过使用立方绝对值型 Lyapunov 函数, 针对一类同时具有传感器和执行器故障的单输入单输出非线性系统设计了自适应容错控制方案。

以上传感器故障补偿方案均针对不考虑互联作用的简单系统。相比之下, 互联系统的传感器故障补偿更具挑战性, 某一个子系统的传感器故障不仅会影响子系统本身, 而且会通过互联作用对其他子系统产生影响, 从而降低控制性能甚至破坏整个系统的稳定性。分散自适应控制因其处理不确定因素的能力而被广泛应用于不确定互联系统的控制。文献 [104] 和 [105] 是最早的关于分散自适应控制的结果, 二者均基于确定性等价原理进行控制设计。文献 [106] 基于反步法设计了分散自适应控制方案, 可以改善控制系统的瞬态性能。文献 [107] 针对一类互联非线性系统提出了一

种分散自适应输出跟踪方案,通过引入一个光滑函数来补偿各子系统之间的互联作用影响。关于分散自适应控制的更多结果可参见文献[108–116]。注意到在设计完全分散控制器时只能使用局部测量信号,因此在传感器存在故障时需要利用局部测量信号处理其他子系统的故障,这给分散容错控制器的设计造成了额外的困难^[117]。文献[97]中所提出的基于立方绝对值型 Lyapunov 函数的方法在文献[118–121]中被扩展用于互联系统的分散自适应神经网络/模糊容错控制,其中神经网络或模糊逻辑系统被用于逼近子系统间的未知互联作用,最终保证了闭环系统的半全局稳定性。值得注意的是,上述结果对故障的界或参数估计的收敛性有严格要求,如何在控制器设计时放松这些需求仍有待研究。

1.2.2 事件触发控制研究现状

相比较于时间触发的控制方法,事件触发控制以事件为驱动,事实上提供了一种非周期性的、被动的信号更新机制。其设计思路为,根据系统信息选取合适的指标和阈值构建相应的事件触发条件,在所定义的条件被满足或违反时才进行信号传输与更新。事件触发机制可以作用在系统的多个信号传输通道,如控制器-执行器通道、参数估计器-控制器通道、状态估计滤波器-控制器通道等。以控制器-执行器通道为例,事件触发信号传输示意如图 1.7 所示。触发条件的设计是事件触发控制的核心问题,根据触发条件的特性,可将其分为静态触发条件和动态触发条件^[122]。下面将具体介绍事件触发控制的国内外研究现状。

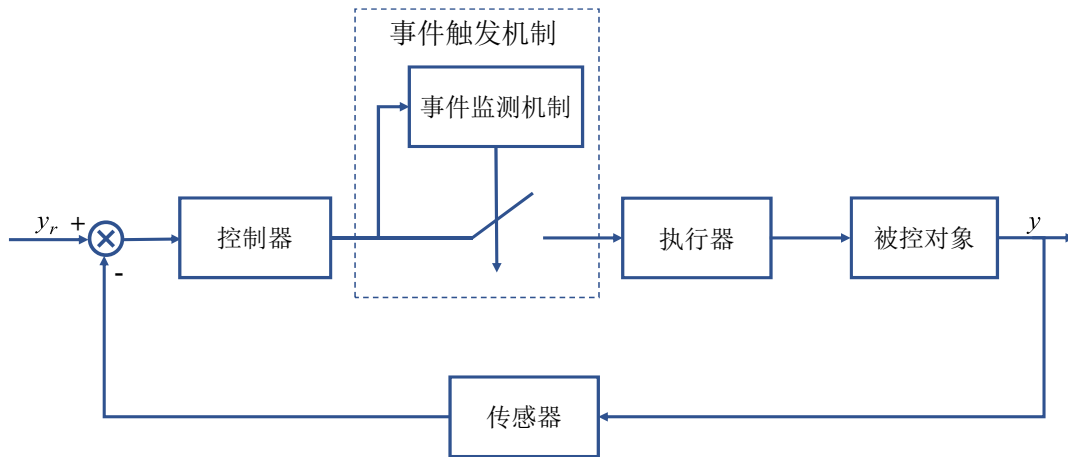


图 1.7 控制器-执行器通道事件触发控制系统示意图

(1) 静态事件触发控制

静态事件触发控制是指触发条件不包含额外的动态变量, 由于其设计相对简单而被广泛研究和使用的^[102,123-134]。文献 [123] 和 [124] 基于事件触发误差满足输入到状态稳定 (Input-to-State Stable, ISS) 的假设, 针对非线性系统设计了事件触发控制方案。对于事件触发控制系统, 一个关键的问题是避免触发事件在有限的时间内无限次发生, 即要避免 Zeno 行为。文献 [125] 设计了固定阈值策略、相对阈值策略和混合阈值策略三种事件触发机制, 通过控制器和事件触发条件的联合设计放松了 ISS 假设并证明了任意两个相邻触发事件之间的时间间隔为正, 即 Zeno 行为不会发生。在静态事件触发容错控制领域, 考虑未知执行器间歇故障, 文献 [135] 基于文献 [125] 中所提出的相对阈值策略设计了事件触发自适应容错控制算法。文献 [136] 为执行器故障下的不确定非线性系统设计了事件触发自适应输出反馈容错控制器。针对执行器故障下的航天器系统, 文献 [137] 提出了一种事件触发自适应姿态跟踪控制算法。针对传感器故障下的不确定非线性系统, 文献 [102] 设计了一种事件触发自适应控制方案, 可同时处理未知故障、事件触发误差和未知控制方向。更多静态事件触发自适应容错控制方案可参见文献 [138-140]。注意到上述文献多数仅考虑控制器-执行器通道的事件触发, 而忽略了其他可能进行信号传输的通道。因此, 为进一步降低系统的通信和计算负担, 文献 [141] 首次研究了参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道的同步事件触发问题。随后, 文献 [142-144] 也相继研究了双通道事件触发控制问题。其中文献 [144] 结合神经网络自适应控制技术为执行器故障下的不确定非线性系统设计了双通道事件触发容错控制方案。

(2) 动态事件触发控制

动态事件触发控制是指触发条件中包含一个额外设计的动态变量^[145,146]。文献 [147] 研究了电动汽车分散动态事件触发通信和主动悬架控制的协同设计问题, 可改善各种路面干扰下的悬架性能, 并提高相关车载联网悬架系统的网络资源利用率。文献 [148] 针对不确定非线性系统设计了动态事件触发自适应控制方法, 通过设计状态观测器实现了全局输出反馈调节。针对二进制编码传输条件下的一类非线性系统, 文献 [149] 结合非奇异终端滑模方法设计了动态事件触发控制方案。文献 [150] 研究了一类严格反馈不确定非线性系统的动态事件触发控制问题, 通过适当设计触发条

件中辅助变量的动态特性，所提出的动态事件触发控制方案可同时保证无 Zeno 行为且跟踪/稳定误差渐近收敛至零。针对执行器故障下的非线性离散系统，文献 [151] 基于神经网络和自适应动态规划算法设计了动态事件触发容错优化控制策略。文献 [152] 研究了执行器故障下模糊系统的容错控制问题，提出了有限时间动态事件触发输出反馈容错控制方案。文献 [153] 设计了一种基于动态事件触发的鲁棒增强状态观测器，可以对航空发动机传感器故障进行估计，进而设计容错控制器。考虑受传感器故障影响的车辆编队系统，文献 [154] 设计了动态事件触发无模型自适应容错控制方案。

1.3 存在的关键问题

(1) 复杂故障模式下的容错控制问题

现有容错控制结果所考虑的故障模式通常较为简单，以执行器故障为例，已有结果一般考虑如下几种故障类型：乘性故障（包括：部分失效故障、完全失效故障等）和加性故障，且通常假设故障是单次发生的。然而，由于系统所处运行环境的复杂性、所执行任务的多元性以及元器件的自身性质，故障通常呈现以下特点：第一，故障的发生可能是间歇性的，而不是单次的，故障的发生和恢复随着系统的运行持续进行；第二，故障通常是时变的，而非定常不变；第三，故障模式更为复杂，除部分失效和完全失效等模式外，还存在反向模式、过度模式等多种故障类型。因此，在建立故障模型时有必要将上述几个故障特点考虑在内。然而，复杂故障模式将给容错控制方案的设计带来较大挑战，如间歇故障给控制系统带来的跳变、反向故障造成执行器产生与期望指令相悖的控制动作等。因此，考虑执行器、传感器等元部件的复杂故障模式，进一步完善故障模型，并设计容错控制方案仍是一个有待解决的难题。

(2) 实际约束条件下的容错控制问题

由于安全限制或任务需求，实际系统总是受到各种约束，如时间约束和输出约束。时间约束是指控制系统必须在有限的时间内完成相应的任务，特别是对于容错控制系统，在有限的时间内从故障的影响中恢复更具现实意义。目前已存在的多数结果关注控制系统在时间趋于无穷时的性能，而较少明确给出有限时间内的性能。

有限时间控制可以保证系统在有限时间内的稳定性和控制性能，但是其收敛时间与系统初始状态有关，因此在初始状态未知时无法给出精确的收敛时间，并且在初始状态远离平衡点时收敛时间较长。另一方面，为处理输出约束，已有方法多使用障碍 Lyapunov 函数，其本质是通过输出跟踪误差进行约束进而间接实现对系统输出的约束。然而，这种间接约束方法将对系统初值有更严格的限制，造成容错控制设计的保守性。因此，如何在存在未知故障和实际约束的情况下设计有效的容错控制方法，以给出与系统初始状态无关的收敛时间并放松对系统初值的限制具有重要的理论研究意义和实际应用价值。

(3) 多通道事件触发容错控制问题

对于自适应控制系统，可能有多个通道进行信号传输并因此耗费通信和计算资源，例如：参数估计器-控制器通道传输参数估计信号，状态估计滤波器-控制器通道传输滤波信号，控制器-执行器通道传输控制信号。因此，针对这三类通道设计事件触发机制以降低信号传输频率可有效节省系统资源。然而，多数已有结果仅针对控制器-执行器通道设计事件触发机制，而忽略了其余两类通道的事件触发问题。此外，已有结果中所设计的事件触发阈值多为常值或仅与所传输信号的幅值相关，而忽略了信号的其他特性，如：变化率。因此，如何针对多个通道构建事件触发机制、综合利用所传输信号的信息和特性设计阈值策略，以进一步降低系统的资源耗费仍有待研究。

(4) 故障与互联作用耦合下的容错控制问题

许多实际系统可建模描述为复杂的互联系统。复杂互联系统由多个子系统组成，各子系统之间存在物理或信息上的交互作用、相互影响。因此，某一个或某几个子系统的故障不仅会影响子系统本身的控制性能，还有可能通过互联作用对其他子系统乃至整个互联系统产生影响。由于各子系统之间的交互作用通常与系统输出相关，因此传感器故障将对系统造成更为严重的影响，针对具有传感器故障的复杂互联系统设计容错控制方案具有重要的意义。目前，传感器故障下互联系统的容错控制研究仍较少，主要难点在于故障与互联作用存在未知耦合，并且在补偿耦合时只能使用被故障所污染的测量输出。因此，传感器故障下互联系统的容错控制理论仍有待进一步完善。

1.4 研究内容与组织架构

1.4.1 整体研究思路

本论文研究多类故障下不确定非线性系统的自适应容错控制问题，论文组织结构如图 1.8 所示。总体研究内容可分为两部分：第一部分为执行器故障下不确定单个非线性系统的自适应容错控制（第 2 章-第 4 章），第二部分为传感器故障下不确定互联非线性系统的分散自适应容错控制（第 5 章和第 6 章）。在每一部分中分别研究了时间触发通信和事件触发通信两种情况下的自适应容错控制方案设计问题。每个研究部分均根据所处理的故障类型逐渐深入，对于执行器故障容错控制部分，由执行器单次故障（第 2 章）→ 执行器间歇故障（第 3 章）→ 执行器间歇反向故障（第 4 章）逐渐深入；对于传感器故障容错控制部分，由传感器部分时变故障（第 5 章）→ 传感器时变故障（第 6 章）逐渐深入。最后，第 7 章对全文进行总结并对未来研究工作进行展望。

1.4.2 章节内容安排

本论文具体章节内容安排如下：

第 2 章针对一类不确定非线性系统研究了固定时间自适应容错控制问题。被控系统具有未知执行器单次故障并且输出受限。所考虑的执行器故障同时包括乘性和加性模式，并且故障的类型和发生时间均是未知的。为处理输出受限问题，引入输出转换技术将受限输出转换为非受限变量。随后基于反步法和自适应技术设计了固定时间自适应容错控制器。理论分析表明，所提出的容错控制方案可以保证闭环信号的有界性，实现系统输出对期望信号的固定时间跟踪，并且系统输出始终在约束范围内。

第 3 章针对执行器间歇故障下的一类不确定非线性系统设计了双通道事件触发自适应容错控制方案。相比较于上一章，本章所研究的执行器故障是间歇发生的，其发生次数不再受限制，可进一步拓宽所设计容错控制方案的适用性。为减少系统的通信和计算负担，本章提出了一种双通道事件触发机制，同时考虑了参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道的事件触发。理论分析表明，所提出的事件触发容错控制方案可以保证闭环信号的有界性，系统输出可以跟踪期望信号，并且 Zeno 行为

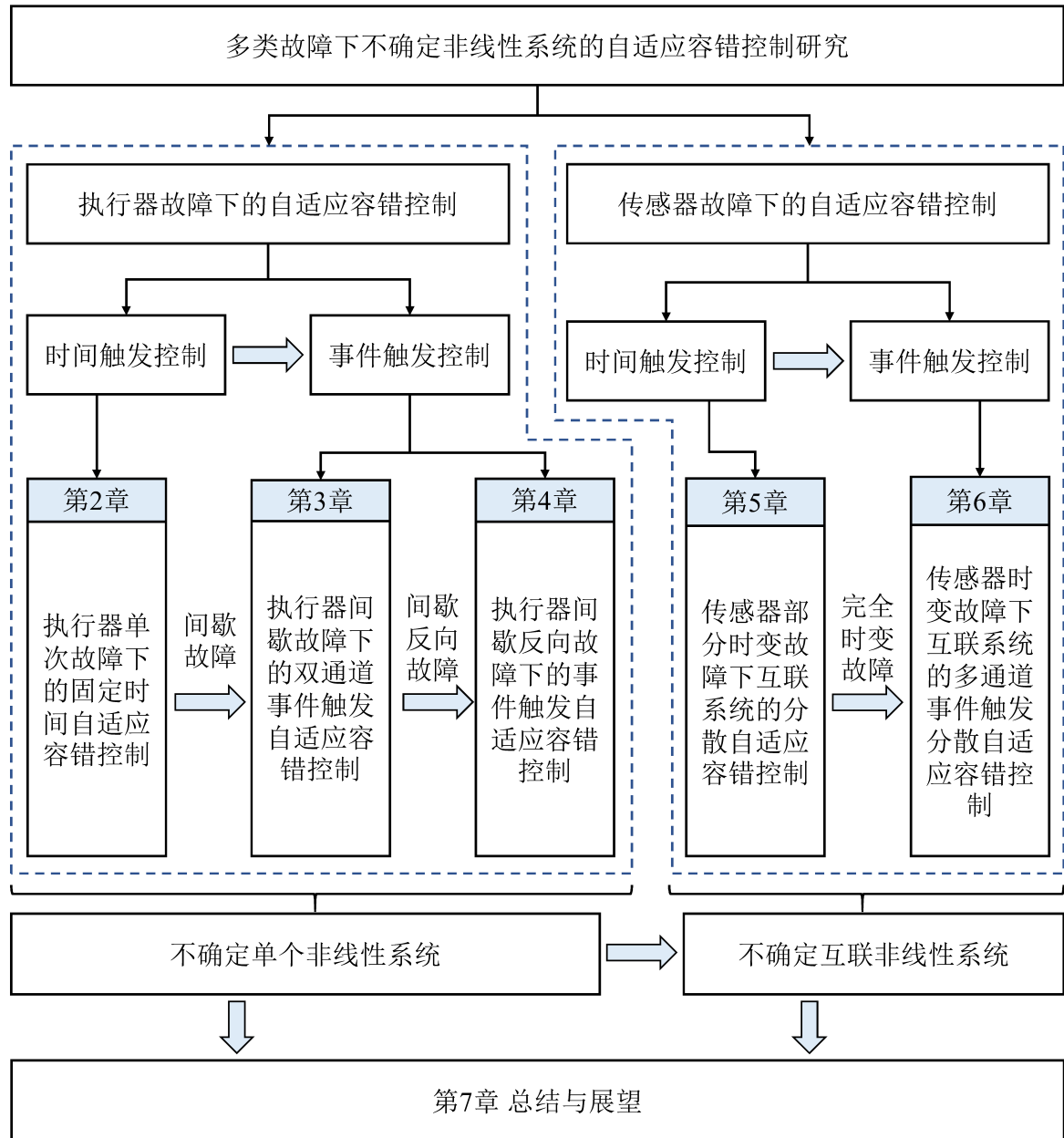


图 1.8 论文组织结构

不会发生。

第 4 章针对执行器间歇反向故障下的一类不确定非线性系统设计了事件触发自适应容错控制方案。前两章所研究的执行器故障包括乘性和加性模式，但其乘性故障的方向是不变的。基于现实需求，本章进一步将执行器反向故障模式考虑在内，构建了执行器间歇反向故障模型，允许故障方向发生变化。设计了一系列新的

Nussbaum 函数, 并构建了自适应容错控制器。为缓解系统通信负担, 设计了同时与所传输信号的幅值和变化率相关的事件触发机制。理论分析表明, 所设计的事件触发容错控制方案可以保证闭环信号的有界性, 系统输出跟踪误差可以渐近收敛至零, 并且 Zeno 行为不会发生。

第 5 章研究了传感器部分时变故障下互联系统的分散自适应容错控制问题。所考虑的传感器故障是未知的, 同时具有常值乘性和时变加性模式。相较于前几章, 本章所研究的不确定互联非线性系统由多个子系统构成, 各子系统之间存在未知的互联作用。因此, 某一子系统的传感器故障不仅影响子系统本身, 同时也通过互联作用对其他子系统造成影响。为处理未知传感器故障与互联作用之间的耦合, 本章设计了一系列辅助量, 并对其进行估计, 进而在仅使用被故障所污染的局部测量输出的情况下构建了分散自适应容错控制器。理论分析表明, 所设计的分散自适应容错控制方案可以保证闭环信号的有界性, 并且系统输出可以实现对期望信号的跟踪。

第 6 章针对传感器时变故障下的互联系统设计多通道异步事件触发分散自适应容错控制方案。相较于前一章, 本章所研究的传感器故障是完全时变的。为估计未知状态, 首先设计了事件触发状态估计滤波器, 提出了一种时变触发阈值策略。然后利用被故障污染的局部测量输出构建了事件触发自适应反步容错控制器和参数估计器。本章同时为状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道以及控制器-执行器通道等多个通道设计了事件触发机制, 并且不同通道之间的触发是异步的。理论分析表明, 所提出的自适应容错控制方案可以保证闭环信号的有界性, 系统输出可以实现对期望信号的跟踪, 并且 Zeno 行为不会发生。

第 7 章对全文工作进行了总结, 归纳了本文的创新点; 对未来可能的工作进行了分析, 提出了研究展望。

2 执行器单次故障下的固定时间自适应容错控制

2.1 引言

作为控制系统中最关键的部件之一，执行器通过执行指令控制信号来完成给定任务、实现预期目标。然而，老化、高温和辐射等实际因素使得执行器故障时有发生，这可能导致控制性能下降甚至失稳。例如，2018年，长征五号遥二运载火箭芯一级发动机在高温、强振动工作环境下出现故障，导致火箭发射失败。因此，容错控制在过去几十年中受到了广泛关注，针对线性/非线性系统已经取得了大量研究成果^[29,45,58,62,136]。执行器故障通常包括乘性和加性模式，并且由于工作环境的复杂性和故障发生的不确定性，故障的发生时间、发生位置和具体量值等信息通常是未知的。因此，自适应容错控制因其能够处理未知参数、干扰和故障等不确定因素而被广泛研究。另一方面，由于安全需求或物理限制，实际系统的输出通常被限制在一定范围内。例如，工业机械臂的运动范围总是受限的以防止生产安全事故。作为一种有效的设计方法，障碍 Lyapunov 函数已被广泛用于处理输出约束问题^[72]。然而，在研究输出跟踪问题时，基于障碍 Lyapunov 函数的方法通过限制输出跟踪误差进而实现对输出的约束，这实际上是一种间接方法，而且对系统初始条件具有较强的限制性。因此，如何在存在未知执行器故障的情况下保证系统输出始终满足约束并放松对系统初始条件的限制具有重要的研究意义。

此外，多数已有结果在时间趋于无穷时讨论系统性能，如：输出跟踪误差在时间趋于无穷时收敛至原点附近的邻域内。从实际系统的角度看，在有限的一段时间内实现控制目标更符合需求。例如，火星探测器必须在有限的时间内着陆，卫星必须在有限的时间内完成姿态调整。在系统发生故障时，尤其需要在有限的时间内恢复至所期望的性能以降低故障对系统的影响。有限时间控制可以保证系统状态/输出在有限的收敛时间内收敛到原点或原点附近的邻域内，更贴合实际需求。然而，有限时间控制系统的调整时间上界取决于系统的初始状态，当初始状态远离平衡点时，可能会导致较长的调整时间。作为有限时间控制的扩展，固定时间控制可以得到仅与控制参数有关而与系统初始状态无关的调整时间上界^[155–161]，可有效放松计算调

整时间的限制。值得注意的是,如何针对未知执行器故障下的不确定非线性系统设计固定时间自适应容错控制器以保证闭环系统的稳定性并同时满足输出和时间约束仍有待深入研究。

基于上述讨论,本章研究了一类输出受限的不确定非线性系统的固定时间自适应容错控制问题。执行器可能遭受乘性和加性故障,并且故障的发生时间、发生位置和具体量值等信息均是未知的。为处理输出约束问题,首先将系统受限输出转换为非受限变量。进而构造了故障相关的参数并对其进行估计,基于反步法设计了固定时间自适应容错控制方案。所设计方案可以保证所有闭环信号的有界性,系统输出在固定时间内跟踪期望信号,同时输出不违反约束要求。此外,调整时间的上界与系统初始状态无关,而只与设计参数有关。

2.2 执行器单次故障容错控制问题描述

本节将给出所研究系统和执行器故障的模型,阐述本章的控制目标,并给出控制设计和稳定性分析时将用到的引理。

2.2.1 系统模型

考虑如下不确定非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) \\ \dot{x}_n &= \sum_{j=1}^m b_j u_j + f_n(x) \\ y &= x_1, \quad i = 1, \dots, n-1\end{aligned}\tag{2.1}$$

其中 $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 和 $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i$ 是系统状态, $u_j \in \mathbb{R}$ ($j = 1, \dots, m$) 是系统控制输入, $y \in \mathbb{R}$ 是系统输出, b_j 是未知控制增益,不失一般性,本章考虑 $b_j > 0$ 的情况, $f_i(\cdot) \in \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, n$) 是未知光滑非线性函数。

本章考虑系统的输出受限问题,即系统输出需被约束在如下紧集内

$$\Omega_y = \{y \in \mathbb{R} \mid -Y < y < Y\}\tag{2.2}$$

其中 $Y > 0$ 是根据物理限制或安全需求所设置的约束界限。

注 2.1: 许多实际系统（如：弹簧阻尼系统^[132] 和机械臂^[135]）都可建模或转化为系统 (2.1) 的形式。在实际中，由于物理限制或安全需求，系统输出通常需要限制在一定范围内。例如，喷气式高超音速飞行器的攻角必须限制在合理的范围内，以确保发动机的正常运行。

2.2.2 执行器单次故障模型

由于某些意外情况，如轴承损伤、电压下降和气动泄漏等，执行器可能会在运行过程中出现故障。这些意外故障通常会导致所设计的控制信号 v_j 与实际控制信号 u_j （即执行器实际施加给系统的控制信号）之间出现偏差，并进一步影响整个系统的性能和稳定性。本章建立如下模型以表示 v_j 与 u_j 之间的关系

$$\begin{aligned} u_j &= \rho_j v_j + u_j^* \\ j &= 1, \dots, m \end{aligned} \tag{2.3}$$

其中 $0 \leq \rho_j \leq 1$ 表示执行器乘性故障因子， u_j^* 表示执行器加性故障。

通过 ρ_j 和 u_j^* 的不同组合可得到如下执行器工作模式：

- 1) 如果 $\rho_j = 1$ 且 $u_j^* = 0$ ，执行器无故障；
- 2) 如果 $0 \leq \rho_j < 1$ 且 $u_j^* = 0$ ，执行器遭受乘性故障，失去其 $(1 - \rho_j) \times 100\%$ 的有效性；
- 3) 如果 $\rho_j = 1$ 且 $u_j^* \neq 0$ ，执行器遭受加性故障；
- 4) 如果 $0 \leq \rho_j < 1$ 且 $u_j^* \neq 0$ ，执行器同时遭受乘性和加性故障。

注 2.2: 为了保证系统的可控性，最多允许 $m - 1$ 个执行器同时完全失效，即 $\sum_{j=1}^m \rho_j > 0$ 。

2.2.3 控制目标

本章研究不确定非线性系统的输出跟踪问题，所需跟踪的期望信号 y_r 满足如下假设。

假设 2.1: 期望信号 y_r 及其最高至 $n + 1$ 阶导数是已知且有界的，且 $y_r \in \Omega_y$ 。

注 2.3: 由于控制系统的期望输出通常是有界的，因此假设 2.1 是跟踪控制中的一个常见且实际的假设^[136,162,163]。许多实际信号（如：正弦信号）都满足这一假设。

本章的**控制目标**是针对存在输出约束 (2.2) 和未知执行器故障 (2.3) 的不确定非线性系统 (2.1) 设计固定时间自适应容错控制方案, 从而保证:

- 1) 所有闭环信号是有界的;
- 2) 系统输出 y 实现对期望信号 y_r 的固定时间跟踪;
- 3) 系统输出始终满足约束, 即 $y \in \Omega_y$ 始终成立。

为进行控制器设计和系统分析, 下一小节将引入一些必要的引理。

2.2.4 重要引理

本小节将给出固定时间稳定性的引理和一些必要的不等式。

引理 2.1: ^[157,158] 对于系统 $\dot{x} = f(x)$, 如果存在常数 $C_1 > 0$ 、 $C_2 > 0$ 、 $0 < D < \infty$ 、 $0 < \alpha < 1$ 、 $\beta > 1$ 和正定函数 $V(x)$ 使得

$$\dot{V}(x) \leq -C_1 V^\alpha(x) - C_2 V^\beta(x) + D \quad (2.4)$$

则系统的原点是实际固定时间稳定的, 并且存在满足如下条件的调整时间 T^*

$$T^* \leq T_{\max} = \frac{1}{\omega C_1(1-\alpha)} + \frac{1}{\omega C_2(\beta-1)} \quad (2.5)$$

其中 $0 < \omega < 1$, 使得

$$V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{D}{C_1(1-\omega)} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{D}{C_2(1-\omega)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \quad (2.6)$$

对 $t \geq T^*$ 成立。

引理 2.2: ^[81] 对任意标量函数 $\varepsilon(t) > 0$, 如下不等式成立

$$0 \leq |a| - \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + \varepsilon^2(t)}} \leq \varepsilon(t) \quad (2.7)$$

其中 $a \in \mathbb{R}$.

引理 2.3: ^[164] 对于 $m \geq 0$ 、 $n > 0$ 和 $\gamma > 0$, 如下不等式成立

$$m^\gamma(n-m) \leq \frac{\gamma}{\gamma+1}(n^{\gamma+1} - m^{\gamma+1}). \quad (2.8)$$

引理 2.4: ^[165] 对于动态系统

$$\dot{x} = -ax - bx^\beta + cf(t) \quad (2.9)$$

其中 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 和 $\beta > 1$ 是常数, $f(t) \geq 0$ 是一个函数。则对任意给定的初始条件 $x(t_0) \geq 0$, 在 $t \geq t_0$ 有 $x(t) \geq 0$ 。

引理 2.5: ^[166] 对任意常数 α 、 γ 和 ϕ , 如下不等式成立

$$|y|^\alpha |z|^\gamma \leq \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \phi |y|^{\alpha+\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} \phi^{-\frac{\alpha}{\gamma}} |z|^{\alpha+\gamma} \quad (2.10)$$

其中 y 和 z 是实值变量。

引理 2.6: ^[166] 对实值变量 x_l ($l = 1, \dots, n$) 和常数 $a > 0$, 如下不等式成立

$$\left(\sum_{l=1}^n |x_l| \right)^a \leq b \sum_{l=1}^n |x_l|^a \quad (2.11)$$

其中 $0 < a \leq 1$ 时 $b = 1$, $a > 1$ 时 $b = n^{a-1}$ 。

2.3 固定时间自适应容错控制器设计

本章首先进行输出转换, 将受限输出转换为非受限变量, 然后使用反步法设计固定时间自适应容错控制器。

2.3.1 输出转换

为处理输出受限问题, 进行如下输出转换

$$\chi = \ln \left(\frac{Y + y}{Y - y} \right). \quad (2.12)$$

由上述转换可得, 随着 $y \rightarrow \pm Y$, 有 $\chi \rightarrow \pm\infty$ 。如果 $y(0) \in \Omega_y$ 且 χ 是有界的, 则 y 将始终保持在集合 Ω_y 内。因此, 要保证系统输出 y 始终满足约束, 只需保证 χ 的有界性。

2.3.2 控制器设计

定义如下坐标变换

$$z_1 = \chi - \alpha_0 \quad (2.13)$$

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n \quad (2.14)$$

其中

$$\alpha_0 = \ln \left(\frac{Y + y_r}{Y - y_r} \right) \quad (2.15)$$

α_{i-1} 是虚拟控制信号。

第 1 步：由式 (2.1) 以及式 (2.12)-式 (2.15) 可得 z_1 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\chi} - \dot{\alpha}_0 \\ &= \mu_1(z_2 + \alpha_1 + f_1(x_1)) - \mu_0 \dot{y}_r \end{aligned} \quad (2.16)$$

其中 $\mu_0 = \frac{\partial \alpha_0}{\partial y_r}$ 和 $\mu_1 = \frac{\partial \chi}{\partial y}$ 是可以通过运算得到的函数。

使用径向基函数神经网络对未知非线性函数进行处理，即

$$f_1(x_1) = W_1^T \Phi_1(x_1) + \epsilon_1 \quad (2.17)$$

其中 W_1 是权重矩阵， $\Phi_1(x_1)$ 是基函数向量， $|\epsilon_1| \leq \bar{\epsilon}_1$ 是逼近误差， $\bar{\epsilon}_1$ 是一个未知常数。

根据杨氏不等式可得

$$z_1 \mu_1 (W_1^T \Phi_1(x_1) + \epsilon_1) \leq \frac{1}{2\gamma_1} z_1^2 \mu_1^2 \theta_1 \phi_1 + \frac{\gamma_1}{2} \quad (2.18)$$

其中 $\theta_1 = \max\{\|W_1\|^2, \bar{\epsilon}_1^2\}$ ， $\phi_1 = 1 + \|\Phi_1(x_1)\|^2$ ， $\gamma_1 > 0$ 为常数。

设计虚拟控制信号 α_1 为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{1}{\mu_1} c_{\alpha,1} z_1^{2\alpha-1} - \frac{1}{\mu_1} c_{\beta,1} z_1^{2\beta-1} \\ &\quad - \frac{1}{2\gamma_1} \mu_1^2 z_1 \hat{\theta}_1 \phi_1 + \frac{\mu_0}{\mu_1} \dot{y}_r \end{aligned} \quad (2.19)$$

其中 $0 < \alpha < 1$ 、 $\beta > 1$ 、 $c_{\alpha,1} > 0$ 和 $c_{\beta,1} > 0$ 为常数， $\hat{\theta}_1$ 是 θ_1 的估计。

设计针对 $\hat{\theta}_1$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \tau_1 - r_1 \hat{\theta}_1 - \kappa_1 \hat{\theta}_1^{2\beta-1}, \quad \hat{\theta}_1(0) \geq 0 \quad (2.20)$$

其中 $\tau_1 = \frac{\lambda_1}{2\gamma_1} z_1^2 \mu_1^2 \phi_1$ ， λ_1 、 r_1 和 κ_1 是正的常数。

构建如下 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2\lambda_1}\tilde{\theta}_1^2 \quad (2.21)$$

其中 $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ 。

由式 (2.16)-式 (2.21) 可得 V_1 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \left(\mu_1 \left(z_2 - \frac{1}{\mu_1} c_{\alpha,1} z_1^{2\alpha-1} - \frac{1}{\mu_1} c_{\beta,1} z_1^{2\beta-1} + \frac{\mu_0}{\mu_1} \dot{y}_r \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2\gamma_1} \mu_1^2 z_1 \hat{\theta}_1 \phi_1 + f_1(x_1) \right) - \mu_0 \dot{y}_r - \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \\ &\leq -c_{\alpha,1} z_1^{2\alpha} - c_{\beta,1} z_1^{2\beta} + \mu_1 z_1 z_2 \\ &\quad + \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\theta}_1 \left(\frac{\lambda_1}{2\gamma_1} z_1^2 \mu_1^2 \phi_1 - \dot{\hat{\theta}}_1 \right) + \frac{\gamma_1}{2}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

第 2 步：由式 (2.1) 和式 (2.14) 可得 z_2 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= z_3 + \alpha_2 + f_2(\bar{x}_2) - \dot{\alpha}_1. \end{aligned} \quad (2.23)$$

使用径向基函数神经网络对未知非线性函数进行处理，即

$$f_2(\bar{x}_2) - \dot{\alpha}_1 = W_2^T \Phi_2(X_2) + \epsilon_2 \quad (2.24)$$

其中 W_2 是权重矩阵， $\Phi_2(X_2)$ 是基函数向量， $X_2 = [x_1, x_2, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r, \hat{\theta}_1]^T$ ， $|\epsilon_2| \leq \bar{\epsilon}_2$ 是逼近误差， $\bar{\epsilon}_2$ 是一个未知常数。

根据杨氏不等式可得

$$z_2(W_2^T \Phi_2(X_2) + \epsilon_2) \leq \frac{1}{2\gamma_2} z_2^2 \theta_2 \phi_2 + \frac{\gamma_2}{2} \quad (2.25)$$

其中 $\theta_2 = \max\{\|W_2\|^2, \bar{\epsilon}_2^2\}$ ， $\phi_2 = 1 + \|\Phi_2(X_2)\|^2$ ， $\gamma_2 > 0$ 为常数。

设计虚拟控制信号 α_2 为

$$\alpha_2 = -c_{\alpha,2} z_2^{2\alpha-1} - c_{\beta,2} z_2^{2\beta-1} - \frac{1}{2\gamma_2} z_2 \hat{\theta}_2 \phi_2 - \mu_1 z_1 \quad (2.26)$$

其中 $c_{\alpha,2} > 0$ 和 $c_{\beta,2} > 0$ 为常数， $\hat{\theta}_2$ 是 θ_2 的估计。

设计针对 $\hat{\theta}_2$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \tau_2 - r_2 \hat{\theta}_2 - \kappa_2 \hat{\theta}_2^{2\beta-1}, \quad \hat{\theta}_2(0) \geq 0 \quad (2.27)$$

其中 $\tau_2 = \frac{\lambda_2}{2\gamma_2} z_2^2 \phi_2$, λ_2 、 r_2 和 κ_2 是正的常数。

构建如下 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2\lambda_2} \tilde{\theta}_2^2 \quad (2.28)$$

其中 $\tilde{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$ 。

由式 (2.23)-式 (2.28) 可得 V_2 的时间微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{k=1}^2 c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^2 c_{\beta,k} z_k^{2\beta} \\ & + \sum_{k=1}^2 \frac{1}{\lambda_k} \tilde{\theta}_k (\tau_k - \dot{\hat{\theta}}_k) + \sum_{k=1}^2 \frac{\gamma_k}{2} + z_2 z_3. \end{aligned} \quad (2.29)$$

第 i 步 ($i = 3, \dots, n-1$): 由式 (2.1) 和式 (2.14) 可得 z_i 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} \\ &= z_{i+1} + \alpha_i + f_i(\bar{x}_i) - \dot{\alpha}_{i-1}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

使用径向基函数神经网络对未知非线性函数进行处理, 即

$$f_i(\bar{x}_i) - \dot{\alpha}_{i-1} = W_i^T \Phi_i(X_i) + \epsilon_i \quad (2.31)$$

其中 W_i 是权重矩阵, $\Phi_i(X_i)$ 是基函数向量, $X_i = [x_1, \dots, x_i, y_r, \dots, y_r^{(i)}, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{i-1}]^T$, $|\epsilon_i| \leq \bar{\epsilon}_i$ 是逼近误差, $\bar{\epsilon}_i$ 是一个未知常数。

根据杨氏不等式可得

$$z_i(W_i^T \Phi_i(X_i) + \epsilon_i) \leq \frac{1}{2\gamma_i} z_i^2 \theta_i \phi_i + \frac{\gamma_i}{2} \quad (2.32)$$

其中 $\theta_i = \max\{\|W_i\|^2, \bar{\epsilon}_i^2\}$, $\phi_i = 1 + \|\Phi_i(X_i)\|^2$, $\gamma_i > 0$ 为常数。

设计虚拟控制信号 α_i 为

$$\alpha_i = -c_{\alpha,i} z_i^{2\alpha-1} - c_{\beta,i} z_i^{2\beta-1} - \frac{1}{2\gamma_i} z_i \hat{\theta}_i \phi_i - z_{i-1} \quad (2.33)$$

其中 $c_{\alpha,i} > 0$ 和 $c_{\beta,i} > 0$ 为常数, $\hat{\theta}_i$ 是 θ_i 的估计。

设计针对 $\hat{\theta}_i$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \tau_i - r_i \hat{\theta}_i - \kappa_i \hat{\theta}_i^{2\beta-1}, \quad \hat{\theta}_i(0) \geq 0 \quad (2.34)$$

其中 $\tau_i = \frac{\lambda_i}{2\gamma_i} z_i^2 \phi_i$, λ_i 、 r_i 和 κ_i 是正的常数。

构建如下 Lyapunov 函数

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2\lambda_i} \tilde{\theta}_i^2 \quad (2.35)$$

其中 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ 。

由式 (2.30)-式 (2.35) 可得 V_i 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & - \sum_{k=1}^i c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^i c_{\beta,k} z_k^{2\beta} \\ & + \sum_{k=1}^i \frac{1}{\lambda_k} \tilde{\theta}_k (\tau_k - \dot{\hat{\theta}}_k) + \sum_{k=1}^i \frac{\gamma_k}{2} + z_i z_{i+1}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

第 n 步: 由式 (2.1)、式 (2.3) 和式 (2.14) 可得 z_n 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} \\ &= \sum_{j=1}^m b_j u_j + f_n(\bar{x}_n) - \dot{\alpha}_{n-1} \\ &= \sum_{j=1}^m b_j \rho_j v_j + \sum_{j=1}^m b_j u_j^* + f_n(\bar{x}_n) - \dot{\alpha}_{n-1}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

使用径向基函数神经网络对未知非线性函数和执行器加性故障进行处理, 即

$$\sum_{j=1}^m b_j u_j^* + f_n(\bar{x}_n) - \dot{\alpha}_{n-1} = W_n^T \Phi_n(X_n) + \epsilon_n \quad (2.38)$$

其中 W_n 是权重矩阵, $\Phi_n(X_n)$ 是基函数向量, $X_n = [x_1, \dots, x_n, y_r, \dots, y_r^{(n)}, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{n-1}]^T$, $|\epsilon_n| \leq \bar{\epsilon}_n$ 是逼近误差, $\bar{\epsilon}_n$ 是一个未知常数。

根据杨氏不等式可得

$$z_n (W_n^T \Phi_n(X_n) + \epsilon_n) \leq \frac{1}{2\gamma_n} z_n^2 \theta_n \phi_n + \frac{\gamma_n}{2} \quad (2.39)$$

其中 $\theta_n = \max\{\|W_n\|^2, \bar{\epsilon}_n^2\}$, $\phi_n = 1 + \|\Phi_n(X_n)\|^2$, $\gamma_n > 0$ 为常数。

定义如下与乘性故障相关的未知常数

$$p_j = b_j \rho_j, \quad l_j = \frac{1}{p_j} \quad (2.40)$$

其中 $j = 1, \dots, m$.

设计控制信号 v_j 为

$$v_j = -\frac{\hat{l}_j^2 z_n \bar{\alpha}_n^2}{\sqrt{\hat{l}_j^2 z_n^2 \bar{\alpha}_n^2 + \varepsilon_j}} \quad (2.41)$$

其中

$$\bar{\alpha}_n = \frac{z_n \alpha_n^2}{\sqrt{z_n^2 \alpha_n^2 + \epsilon}} \quad (2.42)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{m}(-c_{\alpha,n} z_n^{2\alpha-1} - c_{\beta,n} z_n^{2\beta-1} - \frac{1}{2\gamma_n} z_n \hat{\theta}_n \phi_n - z_{n-1}) \quad (2.43)$$

其中 $c_{\alpha,n} > 0$ 、 $c_{\beta,n} > 0$ 、 $\varepsilon_j > 0$ 和 $\epsilon > 0$ 为常数， $\hat{l}_j$ 是 l_j 的估计， $\hat{\theta}_n$ 是 θ_n 的估计。

设计针对 $\hat{\theta}_n$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \tau_n - r_n \hat{\theta}_n - \kappa_n \hat{\theta}_n^{2\beta-1}, \quad \hat{\theta}_n(0) \geq 0 \quad (2.44)$$

其中 $\tau_n = \frac{\lambda_n}{2\gamma_n} z_n^2 \phi_n$ ， λ_n 、 r_n 和 κ_n 是正的常数。

设计针对 $\hat{l}_j$ ($j = 1, \dots, m$) 的自适应律为

$$\dot{\hat{l}}_j = \lambda_{l,j} z_n \bar{\alpha}_n - r_{l,j} \hat{l}_j - \kappa_{l,j} \hat{l}_j^{2\beta-1}, \quad \hat{l}_j(0) \geq 0 \quad (2.45)$$

其中 $\lambda_{l,j}$ 、 $r_{l,j}$ 和 $\kappa_{l,j}$ 是正的常数。

根据引理 2.2 和所设计的控制信号 (2.41)，可得

$$\begin{aligned} z_n \sum_{j=1}^m b_j \rho_j v_j &= -\sum_{j=1}^m \frac{p_j \hat{l}_j^2 z_n^2 \bar{\alpha}_n^2}{\sqrt{\hat{l}_j^2 z_n^2 \bar{\alpha}_n^2 + \varepsilon_j}} \\ &\leq -\sum_{j=1}^m p_j \hat{l}_j z_n \bar{\alpha}_n + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j \\ &= -m z_n \bar{\alpha}_n + \sum_{j=1}^m p_j \tilde{l}_j z_n \alpha_n + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j \\ &= -\frac{m z_n^2 \alpha_n^2}{\sqrt{z_n^2 \alpha_n^2 + \epsilon}} + \sum_{j=1}^m p_j \tilde{l}_j z_n \alpha_n + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon \\ &\leq -m z_n \alpha_n + \sum_{j=1}^m p_j \tilde{l}_j z_n \alpha_n + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon. \end{aligned} \quad (2.46)$$

构建如下 Lyapunov 函数

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2\lambda_n} \tilde{\theta}_n^2 + \sum_{j=1}^m \frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \quad (2.47)$$

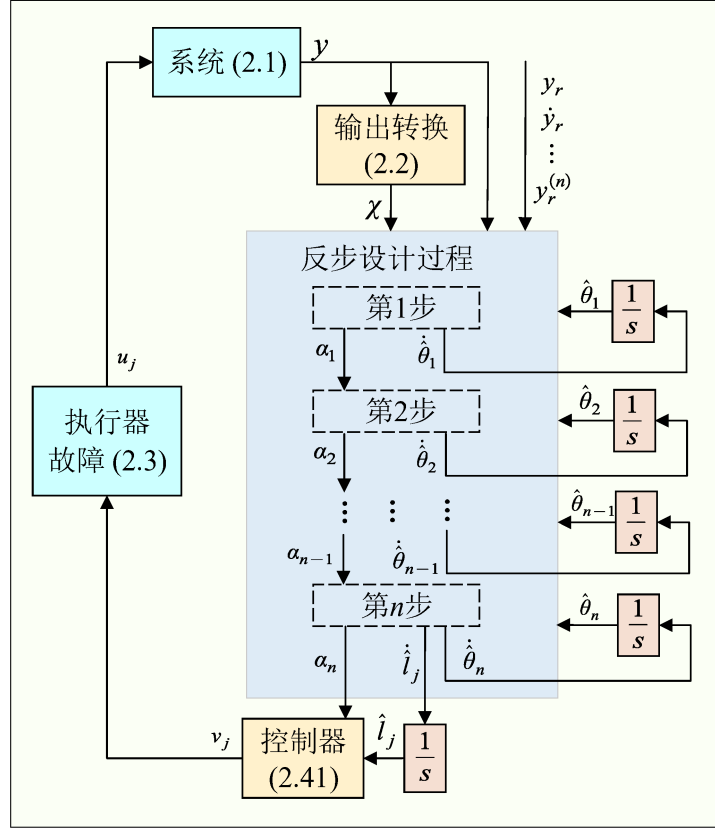


图 2.1 本章所设计的固定时间自适应容错控制系统结构图

其中 $\tilde{\theta}_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$, $\tilde{l}_j = l_j - \hat{l}_j$ 。

由式 (2.37)-式 (2.47) 可得 V_n 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{k=1}^n c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^n c_{\beta,k} z_k^{2\beta} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{\lambda_k} \tilde{\theta}_k (\tau_k - \dot{\hat{\theta}}_k) \\ & + \sum_{j=1}^m \frac{p_j}{\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j (\lambda_{l,j} z_n \alpha_n - \dot{\hat{l}}_j) + \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{2} + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon. \end{aligned} \quad (2.48)$$

至此，本节完成了固定时间自适应容错控制方案的设计。为清晰起见，图 2.1 给出了所设计固定时间自适应容错控制系统的整体结构示意图。

2.4 执行器单次故障下的稳定性分析

本节将对闭环系统的稳定性和输出跟踪误差的固定时间收敛性进行分析，并给出本章的主要定理。

将所设计的自适应律 (2.20)、(2.27)、(2.34)、(2.44) 以及 (2.45) 代入式 (2.48) 中可

得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{k=1}^n c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^n c_{\beta,k} z_k^{2\beta} + \sum_{k=1}^n \left(\frac{r_k}{\lambda_k} \tilde{\theta}_k \hat{\theta}_k + \frac{\kappa_k}{\lambda_k} \tilde{\theta}_k \hat{\theta}_k^{2\beta-1} \right) \\ & + \sum_{j=1}^m \left(\frac{p_j r_{l,j}}{\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j \hat{l}_j + \frac{p_j \kappa_{l,j}}{\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j \hat{l}_j^{2\beta-1} \right) + \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{2} + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon. \end{aligned} \quad (2.49)$$

根据杨氏不等式、引理 2.3 和引理 2.4 可得

$$\tilde{\theta}_k \hat{\theta}_k \leq -\frac{\tilde{\theta}_k^2}{2} + \frac{\theta_k^2}{2} \quad (2.50)$$

$$\tilde{l}_j \hat{l}_j \leq -\frac{\tilde{l}_j^2}{2} + \frac{l_j^2}{2} \quad (2.51)$$

$$\tilde{\theta}_k \hat{\theta}_k^{2\beta-1} \leq -\frac{2\beta-1}{2\beta} \tilde{\theta}_k^{2\beta} + \frac{2\beta-1}{2\beta} \theta_k^{2\beta} \quad (2.52)$$

$$\tilde{l}_j \hat{l}_j^{2\beta-1} \leq -\frac{2\beta-1}{2\beta} \tilde{l}_j^{2\beta} + \frac{2\beta-1}{2\beta} l_j^{2\beta}. \quad (2.53)$$

将式 (2.50)-式 (2.53) 代入式 (2.49) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{k=1}^n c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^n c_{\beta,k} z_k^{2\beta} - \sum_{k=1}^n \frac{r_k}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2 \\ & - \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)}{2\beta\lambda_k} \tilde{\theta}_k^{2\beta} - \sum_{j=1}^m \frac{p_j r_{l,j}}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \\ & - \sum_{j=1}^m \frac{p_j \kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^{2\beta} + \sum_{k=1}^n \frac{r_k}{2\lambda_k} \theta_k^2 \\ & + \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)}{2\beta\lambda_k} \theta_k^{2\beta} + \sum_{j=1}^m \frac{p_j \kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta\lambda_{l,j}} l_j^{2\beta} \\ & + \sum_{j=1}^m \frac{p_j r_{l,j}}{2\lambda_{l,j}} l_j^2 + \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{2} + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon. \end{aligned} \quad (2.54)$$

由引理 2.5 可得

$$-\frac{1}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2 \leq -\left(\frac{1}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2\right)^\alpha + (1-\alpha)\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.55)$$

$$-\frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \leq -\left(\frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2\right)^\alpha + (1-\alpha)\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (2.56)$$

将式 (2.55) 和式 (2.56) 代入式 (2.54) 并利用引理 2.6 可得

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{k=1}^n c_{\alpha,k} z_k^{2\alpha} - \sum_{k=1}^n c_{\beta,k} z_k^{2\beta} - \sum_{k=1}^n r_k \left(\frac{1}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2 \right)^\alpha$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)}{2\beta\lambda_k} \tilde{\theta}_k^{2\beta} - \sum_{j=1}^m r_{l,j} \left(\frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \right)^\alpha \\
& - \sum_{j=1}^m \frac{p_j \kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^{2\beta} + \sum_{k=1}^n \frac{r_k}{2\lambda_k} \theta_k^2 \\
& + \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)}{2\beta\lambda_k} \theta_k^{2\beta} + \sum_{j=1}^m \frac{p_j \kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta\lambda_{l,j}} l_j^{2\beta} \\
& + \sum_{j=1}^m \frac{p_j r_{l,j}}{2\lambda_{l,j}} l_j^2 + \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{2} + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon \\
& + \sum_{k=1}^n r_k (1-\alpha) \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \sum_{j=1}^m r_{l,j} (1-\alpha) \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
& = - \sum_{k=1}^n 2^\alpha c_{\alpha,k} \left(\frac{z_k}{2} \right)^\alpha - \sum_{k=1}^n r_k \left(\frac{1}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2 \right)^\alpha \\
& - \sum_{j=1}^m r_{l,j} \left(\frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \right)^\alpha - \sum_{k=1}^n 2^\beta c_{\beta,k} \left(\frac{z_k}{2} \right)^\beta \\
& - \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)(2\lambda_k)^{\beta-1}}{\beta} \left(\frac{1}{2\lambda_k} \tilde{\theta}_k^2 \right)^\beta \\
& - \sum_{j=1}^m \frac{\kappa_{l,j}(2\beta-1)}{\beta} \left(\frac{2\lambda_{l,j}}{p_j} \right)^{\beta-1} \left(\frac{p_j}{2\lambda_{l,j}} \tilde{l}_j^2 \right)^\beta + D \\
& \leq -C_1 V_n^\alpha(x) - C_2 V_n^\beta(x) + D
\end{aligned} \tag{2.57}$$

其中

$$\begin{aligned}
C_1 &= \min_{\substack{1 \leq k \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} \{2^\alpha c_{\alpha,k}, r_k, r_{l,j}\} \\
C_2 &= (2n+m)^{1-\beta} \min_{\substack{1 \leq k \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} \left\{ 2^\beta c_{\beta,k}, \frac{\kappa_k(2\beta-1)(2\lambda_k)^{\beta-1}}{\beta}, \frac{\kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta} \left(\frac{2\lambda_{l,j}}{p_j} \right)^{\beta-1} \right\} \\
D &= \sum_{k=1}^n \frac{r_k}{2\lambda_k} \theta_k^2 + \sum_{k=1}^n \frac{\kappa_k(2\beta-1)}{2\beta\lambda_k} \theta_k^{2\beta} + \sum_{j=1}^m \frac{p_j r_{l,j}}{2\lambda_{l,j}} l_j^2 \\
& + \sum_{j=1}^m \frac{p_j \kappa_{l,j}(2\beta-1)}{2\beta\lambda_{l,j}} l_j^{2\beta} + \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{2} + \sum_{j=1}^m p_j \varepsilon_j + m\epsilon \\
& + \sum_{k=1}^n r_k (1-\alpha) \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} + \sum_{j=1}^m r_{l,j} (1-\alpha) \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.
\end{aligned} \tag{2.58}$$

本章的主要结论可总结为如下定理。

定理 2.1: 对于由输出约束 (2.2) 下的不确定非线性系统 (2.1)、执行器故障 (2.3)、控制器 (2.41)、自适应律 (2.20)、(2.27)、(2.34)、(2.44) 和 (2.45) 所组成的闭环系统。在假设 2.1 被满足时, 如下性质可以得到保证:

- 1) 闭环系统中的所有信号都是有界的;
- 2) 系统输出 y 可实现对期望信号 y_r 的固定时间跟踪, 即存在调整时间 T^* 使得 $\lim_{t \rightarrow T^*} |y - y_r| \leq \bar{e}$, 其中 $\bar{e}$ 为与系统参数相关的上界;
- 3) 系统输出始终在约束范围内, 即 $y \in \Omega_y$ 始终成立。

证明: 1) 闭环系统中的所有信号都是有界的。

由式 (2.57) 可得, 当 $V_n^\beta \geq D/C_2$ 时 $\dot{V}_n \leq -C_1 V_n^\alpha \leq 0$, 这意味着 V_n 是有界的。因此, z_i ($i = 1, \dots, n$)、 $\hat{\theta}_i$ 和 $\hat{l}_j$ ($j = 1, \dots, m$) 是有界的。根据假设 2.1 和式 (2.15) 可得 α_0 是有界的, 结合式 (2.13) 可得 χ 是有界的, 由式 (2.12) 可得 y 是有界的, 根据式 (2.19) 可得 α_1 是有界的。类似地, 可总结得到 $x_2, \dots, x_n$ 和 $\alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是有界的。进而可得控制信号 v_j 是有界的。因此, 所有闭环信号都是有界的。

2) 系统输出 y 可实现对期望信号 y_r 的固定时间跟踪。

由式 (2.57) 和引理 2.1 可得, 存在满足如下条件的调整时间 T^*

$$T^* \leq T_{\max} = \frac{1}{\omega C_1(1-\alpha)} + \frac{1}{\omega C_2(\beta-1)} \quad (2.59)$$

其中 $0 < \omega < 1$ 使得

$$V_n \leq \bar{V}_n \triangleq \min \left\{ \left(\frac{D}{C_1(1-\omega)} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \left(\frac{D}{C_2(1-\omega)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\} \quad (2.60)$$

对任意 $t \geq T^*$ 成立。

结合式 (2.47) 中所构建的 Lyapunov 函数 V_n 可得 z_1 将在固定时间 T^* 内收敛至如下集合内

$$\Omega_z = \{z_1 \mid |z_1| \leq \sqrt{2\bar{V}_n}\}. \quad (2.61)$$

根据 z_1 的定义及输出转换 (2.12) 和参考信号转换 (2.15) 可得

$$z_1 = \chi - \alpha_0 = \ln \left(\frac{(Y+y)(Y-y_r)}{(Y-y)(Y+y_r)} \right). \quad (2.62)$$

因此, 由式 (2.61) 和式 (2.62) 可得输出跟踪误差 $e = y - y_r$ 将在固定时间 T^* 内收敛至如下集合内

$$\Omega_e = \{e \mid |e| \leq \bar{e}\} \quad (2.63)$$

其中 $\bar{e} = \frac{A(\exp(\sqrt{2\bar{V}_n})-1)}{Y(\exp(\sqrt{2\bar{V}_n})+1)}$, $A = Y^2 - yy_r > 0$ 是一个有界的函数。

3) 系统输出始终在约束范围内。

由于

$$\chi = \ln \left(\frac{Y+y}{Y-y} \right)$$

是有界的, 因此对任意初始条件 $y(0) \in \Omega_y$, 系统输出始终保持在集合 Ω_y 内, 即系统输出始终在约束范围内。

证毕。 □

注 2.4: 为处理输出受限问题, 已有文献提出了大量基于障碍 Lyapunov 函数的方法, 其本质是一种通过约束输出跟踪误差进而间接对系统输出进行约束的方法。相比较于障碍 Lyapunov 函数方法, 本章所使用的输出转换方法可以允许系统初始输出 $y(0)$ 处于更大的范围之内。以 $\log$ 型障碍 Lyapunov 函数 $V = \log \frac{k_b^2}{k_b^2 - e^2}$ 为例, 其中 $k_b \triangleq Y - Y_r$, $Y_r = \sup_{t \geq 0} |y_r| < Y$ 。通过设计合适的控制器以保证 V 的有界性, 系统输出 y 可满足约束 $|y| < |y_r| + k_b < Y$ 。然而, 系统初始输出必须在如下集合内

$$\Omega_{BLF} = \{y(0) \mid -Y + Y_r + y_r(0) < y(0) < Y - Y_r + y_r(0)\}. \quad (2.64)$$

显然, $\Omega_{BLF} \subseteq \Omega_y = \{y \mid -Y < y < Y\}$ 。因此, 通过采用输出转换方法, 系统初始输出可以处于更大的区域, 从而放松了对系统初始输出的限制进而提高了所提出控制方案的适用性。

注 2.5: 实际系统需要在故障发生后有限的时间内恢复到所期望的工作状态, 以减轻故障对控制系统的影响。在有限时间控制结果中 (例如: 文献 [65] 和 [66]), 系统状态/输出跟踪误差在有限时间内收敛到原点附近的一个小的邻域内。然而, 收敛时间的上限取决于系统的初始状态, 这使得当系统初始状态远离平衡点时会导致较

长的调整时间。在本章所提出的固定时间控制方案中，通过为每个虚拟控制信号都设计两个指数项（即： $-c_{\alpha,i}z_i^{2\alpha-1}$ 和 $-c_{\beta,i}z_i^{2\beta-1}$ ），并在自适应律中也设计相应的指数项（即： $-\kappa_i\hat{\theta}_i^{2\beta-1}$ 和 $-\kappa_{l,j}\hat{l}_j^{2\beta-1}$ ），从而给出了与系统初始状态无关的调整时间上限。

2.5 仿真验证

为了说明本章所提出的固定时间自适应容错控制方案的有效性和优势，本节将给出三个仿真案例，分别针对永磁同步电机、机械臂进行仿真并与已有结果进行对比。

2.5.1 永磁同步电机仿真

本小节将针对永磁同步电机进行仿真。参考文献 [167]，永磁同步电机系统建模如下

$$\begin{aligned}\frac{d\theta}{dt} &= \omega \\ J\frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2}n_p[(L_d - L_q)i_d i_q + \Phi i_q] - T_L - B\omega \\ L_d\frac{di_d}{dt} &= -R_s i_d + n_p\omega L_q i_q + u_d \\ L_q\frac{di_q}{dt} &= -R_s i_q - n_p\omega L_d i_d - n_p\omega\Phi + u_q\end{aligned}\quad (2.65)$$

其中 θ 表示电动机的转子角度， ω 表示转子角速度， i_d 和 i_q 分别表示 d 轴和 q 轴电流， u_d 和 u_q 分别表示 d 轴和 q 轴电压， J 表示转动惯量， n_p 为极对数， L_d 和 L_q 为定子电感， Φ 为永磁体产生的磁链， B 为摩擦系数， T_L 为外部负载转矩， R_s 为定子电阻。

定义如下变量

$$\begin{aligned}x_1 &= \theta, \quad x_2 = \omega, \quad x_3 = i_q, \quad x_4 = i_d \\ a_1 &= \frac{3n_p\Phi}{2}, \quad a_2 = \frac{3n_p(L_d - L_q)}{2}, \quad b_1 = -\frac{R_s}{L_q} \\ b_2 &= -\frac{n_p L_d}{L_q}, \quad b_3 = -\frac{n_p\Phi}{L_q}, \quad b_4 = \frac{1}{L_q} \\ c_1 &= -\frac{R_s}{L_d}, \quad c_2 = \frac{n_p L_q}{L_d}, \quad c_3 = \frac{1}{L_d}\end{aligned}\quad (2.66)$$

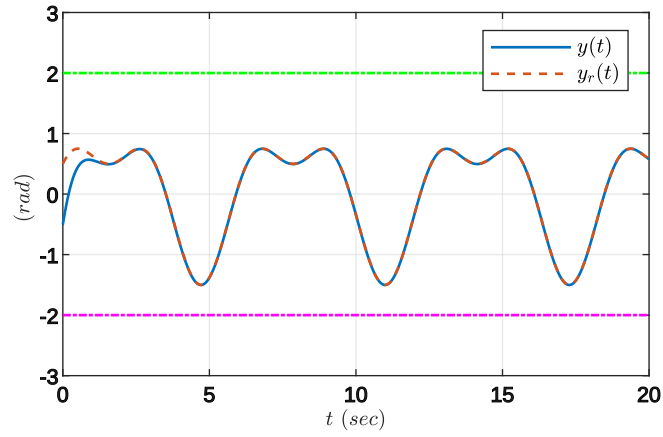


图 2.2 永磁同步电动机仿真中的输出跟踪轨迹

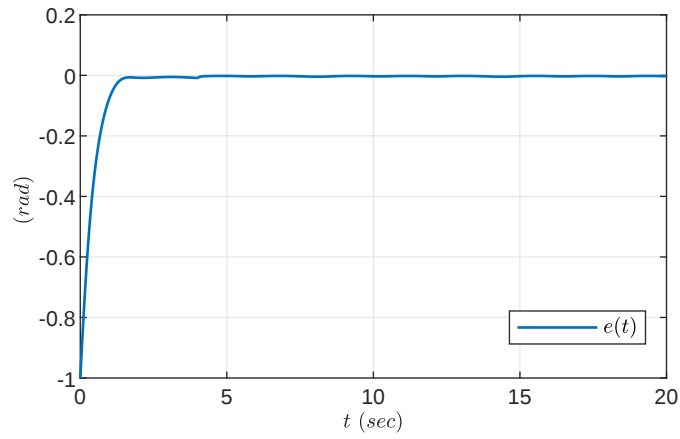


图 2.3 永磁同步电动机仿真中的输出跟踪误差

则永磁同步电机的模型可表示为

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \frac{a_1}{J}x_3 + \frac{a_2}{J}x_3x_4 - \frac{B}{J}x_2 - \frac{T_L}{J} \\
 \dot{x}_3 &= b_1x_3 + b_2x_2x_4 + b_3x_2 + b_4u_q \\
 \dot{x}_4 &= c_1x_4 + c_2x_2x_3 + c_3u_d \\
 y &= x_1.
 \end{aligned} \tag{2.67}$$

仿真的目的是使得转子角度 θ ，即系统输出 y 跟踪期望轨迹 $y_r = \sin(t) + 0.5 \cos(2t)$ 。由于机械原因或电气原因，电动机可能出现执行器故障，其直观表现为

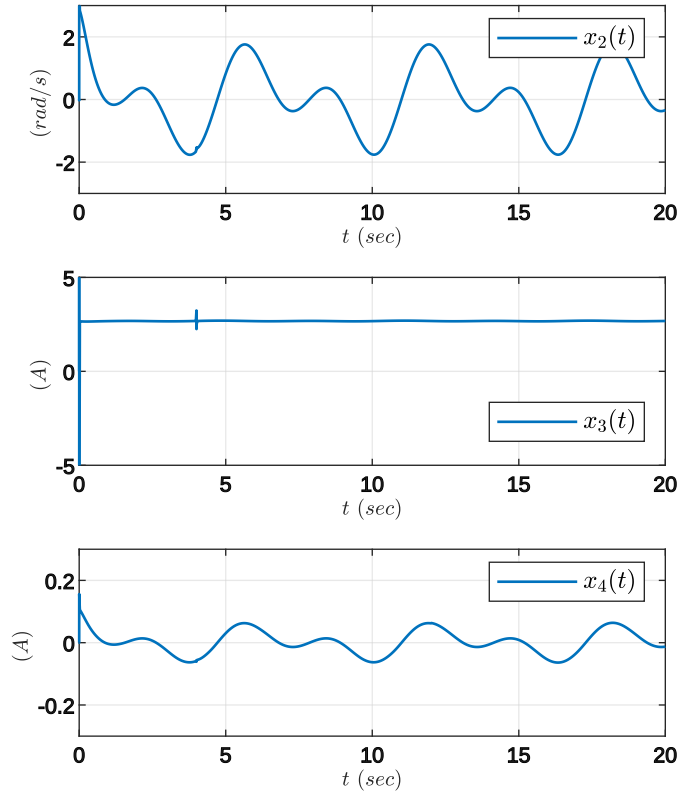


图 2.4 永磁同步电动机仿真中的系统状态 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 和 $x_4(t)$ 的轨迹

实际控制输入与所设计控制指令存在偏差。仿真中所考虑的执行器故障如下

$$\begin{cases} u_q(t) = 0.8v_q(t) + 3, & t \geq 4 \text{ s} \\ u_d(t) = 0.6v_d(t), & t \geq 12 \text{ s} \\ u_j(t) = v_j(t), j = q, d, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2.68)$$

由执行器故障 (2.68) 可总结得到：

- 当 $0 \text{ s} \leq t < 4 \text{ s}$ 时，系统无故障；
- 当 $4 \text{ s} \leq t < 12 \text{ s}$ 时， q 轴电压失效 20% 并遭受加性故障；
- 当 $t \geq 12 \text{ s}$ 时， q 轴电压失效 20% 并遭受加性故障，同时 d 轴电压失效 40%。

仿真中，系统初始条件为 $x(0) = [-0.5, 0, 0, 0]^T$ ，自适应估计参数初值为 0，控制器参数设置为 $c_{\alpha,1} = c_{\beta,1} = 1$ ， $c_{\alpha,2} = c_{\beta,2} = 10$ ， $c_{\alpha,3} = c_{\beta,3} = 10$ ， $c_{\alpha,4} = c_{\beta,4} = 20$ ， $\varepsilon_q = \varepsilon_d = \epsilon = 0.001$ 。

仿真结果如图 2.2-图 2.5 所示。图 2.2 给出了系统输出跟踪轨迹，图 2.3 给出了输出跟踪误差，图 2.4 给出了系统状态 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 和 $x_4(t)$ 的轨迹。可以看出，尽管

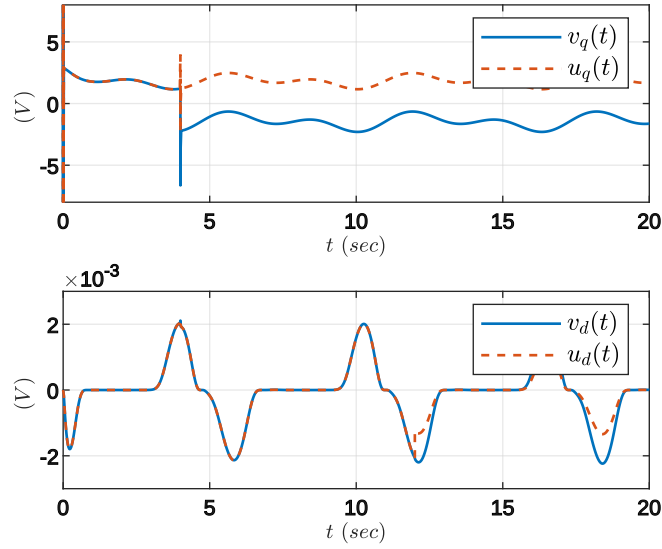


图 2.5 永磁同步电动机仿真中的设计控制信号 $v_j(t)$, $j = q, d$ 和实际控制信号 $u_j(t)$

同时存在乘性和加性故障，输出跟踪误差仍迅速收敛到了原点附近的邻域内，并且输出始终在约束范围内。图 2.5 给出了所设计控制信号 $v_q(t)$ 和 $v_d(t)$ 以及实际执行的控制信号 $u_q(t)$ 和 $u_d(t)$ ，可以看出由于故障的存在，所设计控制信号与实际控制信号并不完全一致，但故障发生后控制信号可以迅速调整以保持系统的稳定性并恢复跟踪性能。

2.5.2 机械臂仿真

本小节将针对机械臂进行仿真。参考文献 [135]，机械臂动力学建模如下：

$$J\ddot{q} + C\dot{q} + Mgr \sin(q) = u_1 + u_2 \quad (2.69)$$

其中 u_1 和 u_2 是控制力矩， q 、 $\dot{q}$ 和 $\ddot{q}$ 分别表示角度、角速度和角加速度， J 表示电机的转动惯量， C 是阻尼系数， M 是连杆的质量， g 是重力加速度， r 是连杆质心到关节轴的长度。与文献 [135] 类似，设定物理参量数值为 $J = 1$ 、 $C = 2$ 、 $Mgr = 10$ 。

令 $x_1 = q$ 、 $x_2 = \dot{q}$ ，则模型 (2.69) 可以转换为系统 (2.1) 的形式

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{j=1}^2 b_j u_j(t) + f(x) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.70)$$

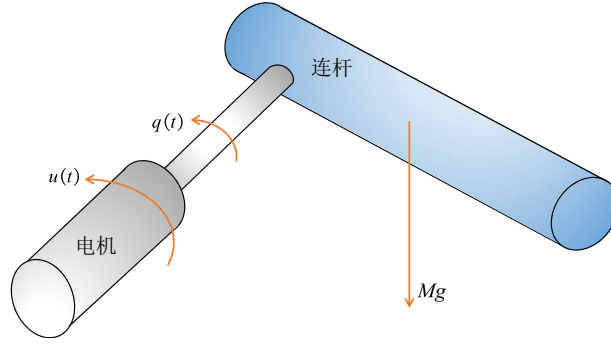


图 2.6 机械臂示意图

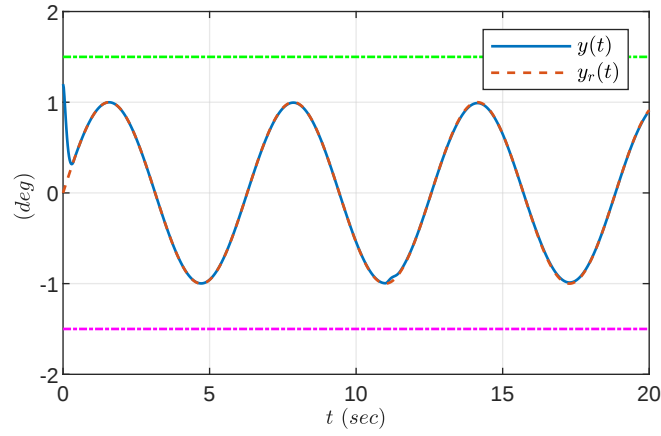


图 2.7 机械臂仿真中的输出跟踪轨迹

其中

$$b_1 = b_2 = \frac{1}{J} \quad (2.71)$$

$$f(x) = -\frac{Mgr \sin(x_1)}{J} - \frac{Cx_2}{J} \quad (2.72)$$

由于 J 、 C 和 Mgr 的数值对于设计者来说都是未知的，因此 b_1 、 b_2 和 $f(x)$ 也是未知的。

仿真的目的是使得角度 q ，即系统输出 y 跟踪期望轨迹 $y_r = \sin(t)$ 。所考虑的执行器故障如下

$$\begin{cases} u_1(t) = 0.5v_1(t), & t \geq 6 \text{ s} \\ u_2(t) = 1, & t \geq 11 \text{ s} \\ u_j(t) = v_j(t), j = 1, 2, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2.73)$$

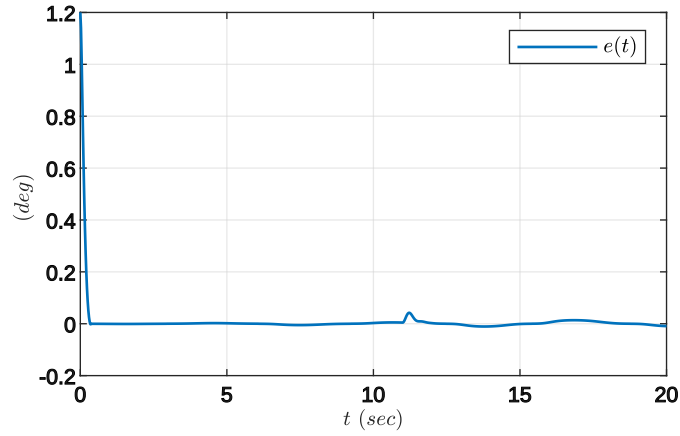


图 2.8 机械臂仿真中的输出跟踪误差

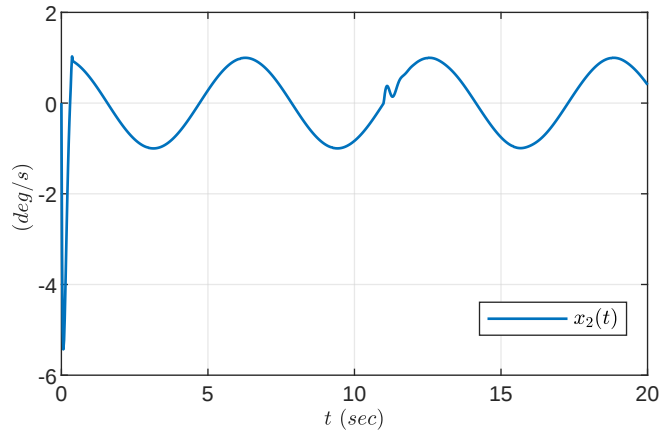


图 2.9 机械臂仿真中的系统状态 $x_2(t)$ 轨迹

由执行器故障 (2.73) 可总结得到:

- 当 $0 \leq t < 6 \text{ s}$ 时, 系统无故障;
- 当 $6 \leq t < 11 \text{ s}$ 时, 第一个执行器失效 50%;
- 当 $t \geq 11 \text{ s}$ 时, 第一个执行器失效 50% 且第二个执行器完全失效并遭遇加性故障。

仿真中, 初始条件和控制器参数设置为 $x(0) = [1.2, 0]^T$, $\hat{\theta}(0) = 1$, $\hat{l}_1(0) = 1$, $\hat{l}_2(0) = 1$, $c_{\alpha,1} = c_{\beta,1} = 5$, $c_{\alpha,2} = c_{\beta,2} = 8$, $\lambda = \lambda_{l,1} = \lambda_{l,2} = 1$, $r = r_{l,1} = r_{l,2} = 1$, $\kappa = \kappa_{l,1} = \kappa_{l,2} = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \epsilon = 0.01$ 。

仿真的结果如图 2.7-图 2.12 所示。图 2.7 给出了系统输出跟踪轨迹, 图 2.8 给出了输出跟踪误差, 图 2.9 给出了系统状态 $x_2(t)$ 的轨迹。可以看出, 虽然系统状态在

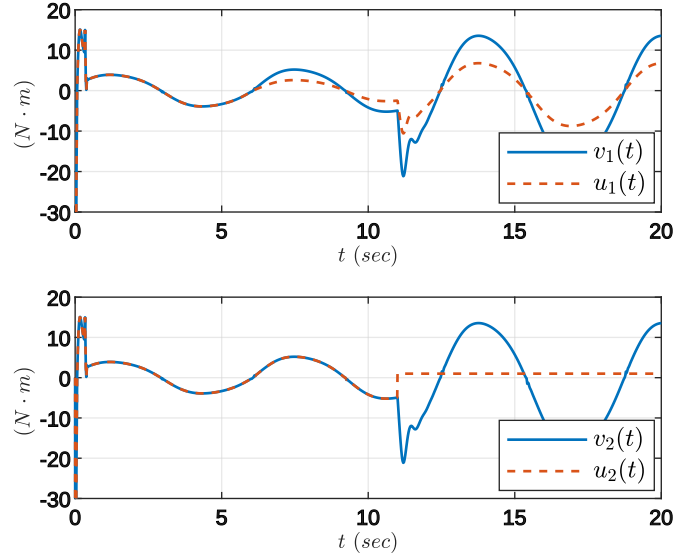


图 2.10 机械臂仿真中的设计控制信号 $v_j(t)$, $j = 1, 2$ 和实际控制信号 $u_j(t)$

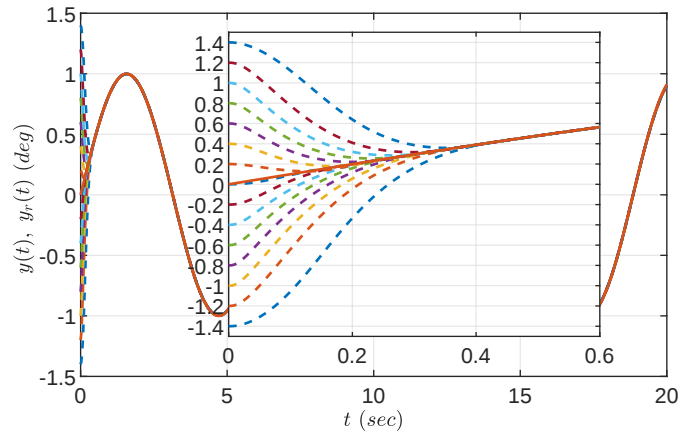


图 2.11 机械臂仿真中不同初值条件下的输出跟踪轨迹，其中：实线为期望轨迹 $y_r(t)$ ，虚线为不同初值下的系统输出 $y(t)$

故障发生时存在一些波动，但跟踪误差迅速收敛到了原点附近的邻域内，并且输出始终在约束范围内。图 2.10 给出了所设计控制信号 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 以及实际控制信号 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ ，可以看出所有信号都是有界的，并且故障发生后控制信号迅速调整以保持系统的稳定性并恢复跟踪性能。图 2.11 给出了不同初值条件下的输出跟踪轨迹，对应的输出跟踪误差在图 2.12 中给出。由图 2.11 和图 2.12 可以看出：1) 不同初值条件下系统输出轨迹都满足约束，2) 不同初值条件下系统输出都可迅速实现对期望信号的跟踪。

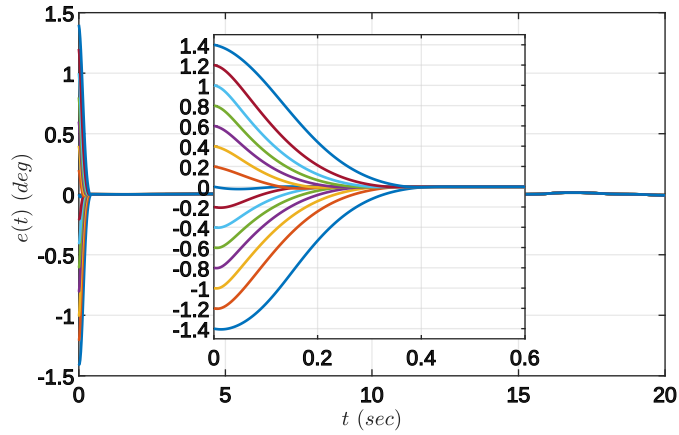


图 2.12 机械臂仿真中不同初值条件下的输出跟踪误差

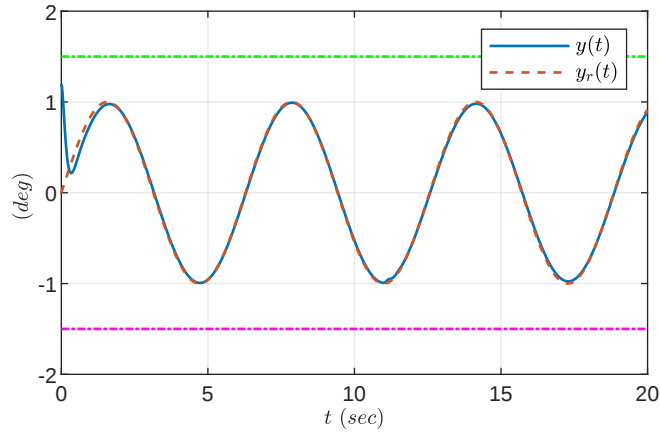


图 2.13 采用文献 [76] 中所提出控制方案时的输出跟踪轨迹

2.5.3 对比分析

为进一步说明本章所提出固定时间自适应容错控制方案的优势，本小节将与文献 [76] 中所提出的预设性能自适应容错控制方案进行仿真对比。仿真基于第 2.5.2 小节中的机械臂仿真案例进行，控制目标是使得系统输出 y 跟踪期望轨迹 $y_r = \sin(t)$ 。仿真中本章所提出方法的参数设置与第 2.5.2 小节中相同，所对比方法的参数通过试验调整进行选择。

采用本章所提出控制方案时的仿真结果已在第 2.5.2 小节中给出，采用文献 [76] 中所提出控制方案时的输出跟踪轨迹如图 2.13 所示，对应的控制信号如图 2.14 所示，采用两种控制方案时的跟踪误差对比如图 2.15 所示。由对比结果可以看出，在控制信号幅值相近的情况下，本章所提出控制方案可以保证输出跟踪误差更快收敛

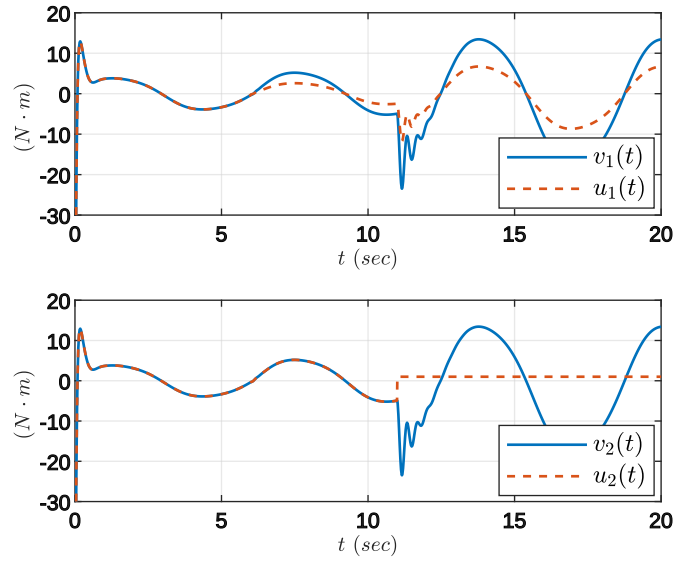


图 2.14 采用文献 [76] 中所提出控制方案时的设计控制信号 $v_j(t)$, $j = 1, 2$ 和实际控制信号 $u_j(t)$

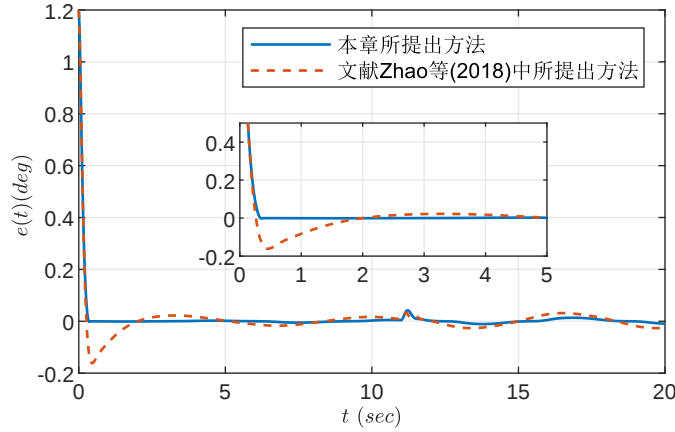


图 2.15 输出跟踪误差对比

至原点附近，保证了更好的容错跟踪性能。

2.6 本章小结

本章研究了一类输出约束和未知执行器故障下的不确定非线性系统的固定时间自适应容错控制问题。通过输出转换技术，受限系统输出被转换为非受限变量，从而可允许系统初始输出处于更大的范围内。基于反步法和固定时间控制理论设计了固定时间自适应容错控制方案。理论分析表明，所构建的控制器可以保证所有闭环

信号的有界性，系统输出可实现对期望信号的固定时间跟踪，并且输出始终满足约束。最后，仿真结果验证了所提出固定时间自适应容错控制方案的有效性。

3 执行器间歇故障下的双通道事件触发自适应容错控制

3.1 引言

上一章主要考虑了单次发生的执行器故障，然而对于实际物理系统，故障可能是间歇发生的，且随着时间的推移，故障次数可能会趋于无限。例如，继电器中常开的电气触点可能会因突然的电磁干扰而闭合，然后又恢复到打开状态，如果干扰持续存在，可能会导致故障随着时间的推移而间歇发生。再如，人造卫星在沿轨道运行过程中可能受到辐射的影响而出现故障，故障随着卫星绕地球的旋转而间歇发生。另一方面，对于闭环系统而言，不同组件之间的信号传输通常是通过网络进行的，例如：参数估计器-控制器通道传输估计信号和控制器-执行器通道传输控制信号。在实际系统中，传输带宽是有限的并且嵌入式系统的能量也是有限的，因此在设计控制方案时有必要降低信号传输频率以缓解通信负担、节省系统能量。在大多数传统控制方案（包括上述提到的所有结果）中，不同组件之间的信号传输是周期性的，并以采样时间为基础。换句话说，数据传输与否同相邻周期之间所传输信号的变化无关，即使信号变化小或没有变化也需要进行信号的传输与更新，这可能会造成通信资源的浪费。近年来，事件触发控制得到了广泛的研究，事件触发控制的核心是设计合适的事件触发机制，只有在达成或违反预先设计的触发条件时才传输信号，由此可以降低信号传输频率、节省系统资源。文献 [123] 和 [124] 针对非线性系统设计了事件触发控制方案，其中要求事件触发误差必须满足 ISS 假设。关于事件触发控制的更多结果可参见文献 [125–130]。

而对于执行器故障下的容错控制问题，基于事件触发策略的结果仍然有限。在文献 [135] 中，针对一类不确定非线性系统提出了一种事件触发自适应故障补偿算法，基于相对阈值触发策略进行控制信号的传输。对于自适应控制系统，传输估计信号和传输控制信号的控制信号均可能存在频繁的信号传输。因此，有必要同时减少这两个通道的通信负担进而降低系统的整体负担。遗憾的是，已有的多数研究结果只考虑了控制器-执行器通道的事件触发，即仅有控制信号的传输是事件驱动的。需要注意的是，如果参数估计器-控制器通道也

是事件触发的，则可以通过移除实时积分来减轻嵌入式微处理器的计算负担。同时，参数估计器和控制器之间数据传输频率的降低也可以节省通信资源。因此，针对参数估计器-控制器通道设计事件触发机制具有重要意义。近期，文献 [141] 中提出了一种无故障情况下的事件触发自适应控制方案，其中参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道都是事件触发的。然而，无论是针对执行器单次故障还是间歇故障，参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道同步事件触发的自适应容错控制结果均有限。

本章研究了一类具有不确定参数和未知执行器间歇故障的非线性系统的自适应容错控制问题。所考虑的故障是间歇发生的，其次数不受限制。本章提出了一种双通道事件触发自适应容错控制方案，同时为参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了事件触发机制。所提出的方案可以保证所有闭环信号都是全局有界的，系统输出收敛到原点附近可以调整的邻域内，并且不存在 Zeno 行为。此外，针对故障次数有限的情况，本章设计了一种改进的自适应容错控制方案，可以保证系统状态的渐近收敛性。

3.2 执行器间歇故障容错控制问题描述

本节将给出所研究的不确定系统模型和执行器间歇故障模型，并阐述本章的控制目标。

3.2.1 系统模型

考虑如下不确定非线性系统：

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= \sum_{j=1}^m b_j u_j + \phi(x)\theta \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{3.1}$$

其中 $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量， $u_j \in \mathbb{R}$ ($j = 1, \dots, m$) 是执行器的实际输出， $y \in \mathbb{R}$ 是系统输出。 $\theta \in \mathbb{R}$ 表示未知系统参数，其上界为 $\bar{\theta}$ ， $\phi(x) \in \mathbb{R}$ 是一个已知函数， $b_j \in \mathbb{R}$ ($j = 1, \dots, m$) 表示未知常数，其符号已知且上界为 $\bar{b}_j$ 。

3.2.2 执行器间歇故障模型

令 v_j 表示所需设计的事件触发控制输入，则执行器可以建模为：

$$\begin{aligned} u_j &= \rho_{j,h} v_j + u_{j,h}^* \\ t &\in [T_{j,h}^s, T_{j,h}^e), j = 1, \dots, m, h = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

其中 $0 \leq \rho_{j,h} \leq 1$ 是表示乘性故障程度的未知系数， $u_{j,h}^*$ 表示未知加性故障，其界为 $|u_{j,h}^*| \leq \bar{u}_{j,h}$ ， $\bar{u}_{j,h}$ 是已知的常数。在所建立的执行器故障模型 (3.2) 中，乘性故障和加性故障都是时变的。 $T_{j,h}^s$ 和 $T_{j,h}^e$ 分别表示第 j 个执行器所遭受的第 h 次故障的开始时间和结束时间，并满足 $0 \leq T_{j,1}^s < T_{j,1}^e \leq T_{j,2}^s < \dots \leq T_{j,h}^s < T_{j,h}^e \leq T_{j,h+1}^s < \dots$ 。根据 $T_{j,h}^e$ 和 $T_{j,h+1}^s$ 的大小关系，可以得到如下两种情况：

- 1) 如果 $T_{j,h}^e < T_{j,h+1}^s$ ，则第 j 个执行器在 $T_{j,h}^e$ 后是无故障的，直至 $T_{j,h+1}^s$ 发生下一次故障；
- 2) 如果 $T_{j,h}^e = T_{j,h+1}^s$ ，则第 j 个执行器直接从第 h 个故障模式转换为第 $h+1$ 个故障模式。

更具体地，根据 $\rho_{j,h}$ 和 $u_{j,h}^*$ 的不同组合，可以得到如下四种执行器工作模式：

- 1) 如果 $\rho_{j,h} = 1$ 且 $u_{j,h}^* = 0$ ，则第 j 个执行器无故障，处于正常工作模式；
- 2) 如果 $0 \leq \rho_{j,h} < 1$ 且 $u_{j,h}^* = 0$ ，则第 j 个执行器失去其 $(1 - \rho_{j,h}) \times 100\%$ 的有效性；
- 3) 如果 $\rho_{j,h} = 1$ 且 $u_{j,h}^* \neq 0$ ，则第 j 个执行器遭受加性故障；
- 4) 如果 $0 \leq \rho_{j,h} < 1$ 且 $u_{j,h}^* \neq 0$ ，则第 j 个执行器同时遭受乘性故障和加性故障。

注 3.1: 为保证系统 (3.1) 的能控性，所有执行器不能同时完全失效，即要求 $\sum_{j=1}^m |b_j| \rho_{j,h} > \chi_h$ ，其中 $\chi_h > 0$ 是一个未知的常数。

类似于文献 [141]，对系统做如下假设：

假设 3.1: $\phi(x_1, \dots, x_n)$ 满足如下 Lipschitz 条件：

$$|\phi(x_1, \dots, x_n) - \phi(z_1, \dots, z_n)| \leq \varsigma(|x_1 - z_1| + \dots + |x_n - z_n|) \quad (3.3)$$

其中 ς 是一个已知的常数。

3.2.3 控制目标

本章的**控制目标**是针对具有执行器间歇故障 (3.2) 的系统 (3.1) 设计双通道事件触发自适应容错控制方案, 同时实现参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道的触发, 并保证:

- 1) 所有闭环信号是全局有界的;
- 2) 系统输出 x_1 收敛到原点附近的邻域内;
- 3) Zeno 行为不会发生。

3.3 有界容错控制器设计与分析

本节将设计双通道事件触发自适应有界容错控制器并对闭环控制系统的性能进行分析。

3.3.1 控制器设计

本小节基于反步法设计双通道事件触发自适应有界容错控制器, 设计过程共有 n 步, 控制器和事件触发机制在第 n 步后给出, 下面将给出每一步的设计细节。

考虑如下坐标变换:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_i &= x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 α_i 是将要设计的虚拟控制信号。

第 1 步: 根据坐标变换 (3.4) 可计算 z_1 的微分如下:

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1. \quad (3.5)$$

设计虚拟控制信号 α_1 如下:

$$\alpha_1 = -\beta z_1 \quad (3.6)$$

其中 $\beta > 0$ 是一个常数。

构建第 1 步的 Lyapunov 函数为 $V_1 = \frac{1}{2}z_1^2$, 对其求导并将式 (3.5) 和式 (3.6) 代入

其中可得：

$$\dot{V}_1 = -\beta z_1^2 + z_1 z_2. \quad (3.7)$$

第 i 步 ($i = 2, \dots, n-1$)：根据式 (3.1) 和式 (3.4)，计算 z_i 的微分如下：

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + \alpha_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1}. \quad (3.8)$$

设计虚拟控制信号 α_i 为

$$\alpha_i = -z_{i-1} - \beta z_i + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1}. \quad (3.9)$$

构建第 i 步的 Lyapunov 函数为 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$ ，随之可得

$$\dot{V}_i = -\sum_{j=1}^i \beta z_j^2 + z_i z_{i+1}. \quad (3.10)$$

第 n 步：根据式 (3.1)、式 (3.2) 和式 (3.4)，可得 z_n 的微分为

$$\dot{z}_n = \sum_{j=1}^m b_j (\rho_{j,h} v_j + u_{j,h}^*) + \phi(x) \theta - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1}. \quad (3.11)$$

设计虚拟控制信号 α_n 为

$$\alpha_n = z_{n-1} + \beta z_n + \phi(x) \hat{\theta} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1} \quad (3.12)$$

其中 $\hat{\theta}$ 是 θ 的估计。

由式 (3.4)、式 (3.6)、式 (3.9) 和式 (3.12) 可得 x_i 是 $z_1, \dots, z_i$ 的线性组合，即

$$x_i = p_{i,1} z_1 + \dots + p_{i,i} z_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

$$\alpha_n = q_{n,1} z_1 + \dots + q_{n,n} z_n + \phi(x) \hat{\theta} \quad (3.14)$$

其中 $p_{1,1}, \dots, p_{n,n}$ 和 $q_{n,1}, \dots, q_{n,n}$ 是与设计参数 β 有关的常数，例如 $p_{1,1} = 1$ 、 $p_{2,1} = -\beta$ 、 $p_{2,2} = 1$ 。

正如注 3.1 中所阐述的， χ_h 是 $\sum_{j=1}^m |b_j| \rho_{j,h}$ 的未知下界，定义两个常数如下：

$$\underline{\chi} = \inf_{t \geq 0} \chi_h, \quad \gamma = \frac{1}{\underline{\chi}} \quad (3.15)$$

显然, $\underline{\chi}$ 和 γ 都是未知的。

构建整体的 Lyapunov 函数 V_n 为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}z_n^2 + \frac{1}{2\lambda_\theta}\tilde{\theta}^2 + \frac{\underline{\chi}}{2\lambda_\gamma}\tilde{\gamma}^2 \quad (3.16)$$

其中 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 、 $\tilde{\gamma} = \hat{\gamma} - \gamma$, $\hat{\gamma}$ 是 γ 的估计, $\lambda_\theta > 0$ 和 $\lambda_\gamma > 0$ 是待设计的常数。然后可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= -\sum_{j=1}^{n-1} \beta z_j^2 + z_{n-1}z_n + z_n\dot{z}_n + \frac{1}{\lambda_\theta}\tilde{\theta}\dot{\theta} + \frac{\underline{\chi}}{\lambda_\gamma}\tilde{\gamma}\dot{\gamma} \\ &= -\sum_{j=1}^n \beta z_j^2 + \frac{1}{\lambda_\theta}\tilde{\theta}\left(\dot{\theta} - \lambda_\theta z_n \phi(x)\right) + \frac{\underline{\chi}}{\lambda_\gamma}\tilde{\gamma}\dot{\gamma} \\ &\quad + z_n\alpha_n + z_n \sum_{j=1}^m b_j(\rho_{j,h}v_j + u_{j,h}^*). \end{aligned} \quad (3.17)$$

为处理未知参数 θ 和 γ , 本节将设计自适应估计律以对参数估计值进行更新。在自适应调整的过程中, 参数估计器可能随着故障的发生而不断变化。因此, 在故障间歇发生的情况下, 积分操作需持续进行, 这将造成计算资源的浪费。此外, 如果参数估计信号通过网络进行传输, 系统也将承受较重的通信负担。因此, 为了减轻计算和通信负担, 本节针对参数估计器、控制器和执行器之间的信号传输设计事件触发机制, 从而使得信号传输和更新行为只在触发条件被违反的离散时刻发生, 进而降低系统负担。

令 $\check{v}_j$ 表示将要设计的连续中间信号, 则事件触发控制信号设计为

$$v_j(t) = \check{v}_j(t_k), \forall t \in [t_k, t_{k+1}), k \in \mathbb{Z}^+ \quad (3.18)$$

其中 t_k 表示触发条件第 k 次被触发的时刻, 此时控制信号 $v_j(t)$ 被更新为 $\check{v}_j(t_k)$ 。在 t_k 之后, $v_j(t)$ 保持为 $\check{v}_j(t_k)$ 不变直至触发条件再次被满足, 然后时间被标记为 t_{k+1} 。为了定义 t_{k+1} , 设计事件触发机制如下:

$$\tilde{t}_{1,k}^j = \inf\{t > t_k \mid e_{1,k}^j(t) \geq \sigma_{1,k}^j |v_j(t)| + d_{1,k}^j\} \quad (3.19)$$

$$\tilde{t}_{2,k} = \inf\{t > t_k \mid e_{2,k}(t) \geq \sigma_{2,k} z_e(t) + d_{2,k}\} \quad (3.20)$$

$$\tilde{t}_{3,k} = t_k + \frac{\sigma_{2,k}\sigma_{4,k}}{\sigma_{3,k}} \quad (3.21)$$

其中

$$e_{1,k}^j(t) = |\check{v}_j(t) - v_j(t)| \quad (3.22)$$

和

$$e_{2,k}(t) = \sum_{i=1}^n |z_i(t) - z_i(t_k)| \quad (3.23)$$

表示与控制信号和系统状态相关的事件触发误差, $z_e(t) = \min\{\|z(t)\|_1, \|z(t)\|_1^2\}$, 其中 $\|z(t)\|_1 = |z_1(t)| + \dots + |z_n(t)|$, $0 < \sigma_{1,k}^j < 1$, $\sigma_{2,k}$, $\sigma_{3,k}$, $\sigma_{4,k}$, $d_{1,k}^j$ 和 $d_{2,k}$ 是待设计的正的常数。

然后, 参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道的事件触发时刻 t_{k+1} 定义为

$$t_{k+1} = \min\{\tilde{t}_{1,k}^j, \tilde{t}_{2,k}, \tilde{t}_{3,k}\}. \quad (3.24)$$

接下来, 基于 Lyapunov 函数的微分 (3.17) 和事件触发条件 (3.19)-(3.21) 设计中间控制信号 $\check{v}_j$ 和参数估计器。由式 (3.19) 可得 $e_{1,k}^j(t) \leq \sigma_{1,k}^j |v_j(t)| + d_{1,k}^j$ 始终成立, 由此可得

$$\begin{aligned} \check{v}_j(t) - v_j(t) &= \psi_j(t)(\sigma_{1,k}^j |v_j(t)| + d_{1,k}^j) \\ &= \psi_{j,1}(t)\sigma_{1,k}^j v_j(t) + \psi_{j,2}(t)d_{1,k}^j \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中 $\psi_j(t) \in [-1, 1]$, 且有

$$\psi_{j,1}(t) = \begin{cases} \psi_j(t), & v_j(t) \geq 0 \\ -\psi_j(t), & v_j(t) < 0 \end{cases}, \quad \psi_{j,2}(t) = \psi_j(t). \quad (3.26)$$

因此,

$$v_j(t) = \frac{\check{v}_j(t)}{1 + \psi_{j,1}(t)\sigma_{1,k}^j} - \frac{\psi_{j,2}(t)d_{1,k}^j}{1 + \psi_{j,1}(t)\sigma_{1,k}^j}. \quad (3.27)$$

将式 (3.27) 代入式 (3.17) 中可得

$$\dot{V}_n = - \sum_{j=1}^n \beta z_j^2 + \frac{1}{\lambda_\theta} \tilde{\theta} \left(\dot{\theta} - \lambda_\theta z_n \phi(x) \right) + \frac{\chi}{\lambda_\gamma} \tilde{\gamma} \dot{\gamma}$$

$$+ z_n \sum_{j=1}^m \frac{b_j \rho_{j,h} \check{v}_j(t)}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} + z_n \iota + z_n \alpha_n \quad (3.28)$$

其中 $\iota = \sum_{j=1}^m b_j \left(u_{j,h}^* - \frac{\rho_{j,h} \psi_{j,2}(t) d_{1,k}^j}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} \right)$, $\bar{\iota} \triangleq \sup_{t \geq 0} |\iota|$ 。

基于式 (3.28) 设计中间控制信号 $\check{v}_j$ 和参数估计器如下：

$$\check{v}_j = -(1 + \sigma_{1,k}^j) \text{sign}(b_j) \check{v}_0 \quad (3.29)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \tau_{\theta}(t_k) \quad (3.30)$$

$$\dot{\hat{\gamma}} = \tau_{\gamma}(t_k) \quad (3.31)$$

其中

$$\check{v}_0 = \frac{\hat{\gamma}^2 \alpha_n^2 z_n}{\sqrt{\hat{\gamma}^2 \alpha_n^2 z_n^2 + \varepsilon^2}} + \frac{\hat{\gamma}^2 \bar{\iota}^2 z_n}{\sqrt{\hat{\gamma}^2 \bar{\iota}^2 z_n^2 + \varepsilon^2}} \quad (3.32)$$

$$\tau_{\theta} = \lambda_{\theta} z_n \phi(x) - \kappa_{\theta} \hat{\theta} \quad (3.33)$$

$$\tau_{\gamma} = \lambda_{\gamma} z_n \alpha_n + \lambda_{\gamma} |z_n| \bar{\iota} - \kappa_{\gamma} \hat{\gamma} \quad (3.34)$$

其中 $\varepsilon > 0$ 是一个待设计常数。

注 3.2: 文献 [135–137] 研究了非线性系统的事件触发自适应容错控制问题，这些研究只考虑了控制器-执行器通道的触发。然而，在不确定系统的自适应控制中，参数估计器-控制器通道也可能承担较重的通信负担。因此，这促使我们不仅要考虑控制器-执行器通道的触发（即 (3.18)），还要考虑参数估计器-控制器通道的触发（即 (3.30) 和 (3.31)）。通过设计 (3.18)、(3.30) 和 (3.31)，只有在满足预先设计的事件触发条件时，控制信号和估计信号才会传输并更新，而在相邻触发时刻之间信号保持不变。参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道同时触发的主要优点可归纳为以下两个方面：1) 在网络通信的情况下，可以减少参数估计器-控制器和控制器-执行器通道的通信负担和资源浪费；2) 参数估计器无需实时积分，可以减少嵌入式微处理器的计算负担。

3.3.2 稳定性分析

本小节将给出主要定理，分析闭环系统的性能并证明所设计的事件触发机制可避免 Zeno 行为。

由式 (3.29) 和式 (3.32) 可以得到

$$z_n \sum_{j=1}^m \frac{b_j \rho_{j,h} \check{v}_j(t)}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} = - \sum_{j=1}^m \frac{|b_j| \rho_{j,h} (1 + \sigma_{1,k}^j)}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} z_n \check{v}_0. \quad (3.35)$$

注意到 $-z_n \check{v}_0 \leq 0$ 并且 $1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j \leq 1 + \sigma_{1,k}^j$, 则有

$$- \sum_{j=1}^m \frac{|b_j| \rho_{j,h}}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} z_n \check{v}_0 \leq - \frac{\underline{\chi} z_n \check{v}_0}{1 + \sigma_{1,k}^j}. \quad (3.36)$$

然后, 应用第 2 章中的引理 2.2 可以得到

$$\begin{aligned} z_n \sum_{j=1}^m \frac{b_j \rho_{j,h} \check{v}_j(t)}{1 + \psi_{j,1}(t) \sigma_{1,k}^j} &\leq -\underline{\chi} z_n \check{v}_0 \\ &= - \frac{\underline{\chi} \hat{\gamma}^2 \alpha_n^2 z_n^2}{\sqrt{\hat{\gamma}^2 \alpha_n^2 z_n^2 + \varepsilon^2}} - \frac{\underline{\chi} \hat{\gamma}^2 \bar{t}^2 z_n^2}{\sqrt{\hat{\gamma}^2 \bar{t}^2 z_n^2 + \varepsilon^2}} \\ &\leq -\underline{\chi} \hat{\gamma} z_n \alpha_n - \underline{\chi} \hat{\gamma} |z_n| \bar{t} + 2\underline{\chi} \varepsilon \\ &= -z_n \alpha_n - \underline{\chi} \hat{\gamma} z_n \alpha_n - |z_n| \bar{t} - \underline{\chi} \hat{\gamma} |z_n| \bar{t} + 2\underline{\chi} \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.37)$$

接下来, 进一步分析 Lyapunov 函数的导数 (3.28), 将式 (3.37) 代入式 (3.28) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \sum_{j=1}^n \beta z_j^2 + \frac{1}{\lambda_\theta} \tilde{\theta} (\tau_\theta(t_k) - \tau_\theta) + \frac{\underline{\chi}}{\lambda_\gamma} \tilde{\gamma} (\tau_\gamma(t_k) - \tau_\gamma) \\ &\quad - \frac{\kappa_\theta}{\lambda_\theta} \tilde{\theta} \hat{\theta} - \frac{\underline{\chi} \kappa_\gamma}{\lambda_\gamma} \tilde{\gamma} \hat{\gamma} + 2\underline{\chi} \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.38)$$

值得注意的是, 事件触发所引入的误差与未知执行器故障和不确定系统参数相耦合。因此, 接下来将分三部分设计处理策略并进行分析, 以确保相关耦合项的有界性。

① 第一部分, 讨论式 (3.38) 中 $\frac{1}{\lambda_\theta} \tilde{\theta} (\tau_\theta(t_k) - \tau_\theta)$ 一项的有界性。

选择触发条件 (3.21) 中的 $\sigma_{3,k}$ 使得

$$\sigma_{3,k} \geq \max\{|\tau_\theta(t_k)|, |\tau_\gamma(t_k)|, \varrho\} \quad (3.39)$$

其中 $\varrho > 0$ 是一个用于避免奇异性的较小的常数。

根据式 (3.21) 和式 (3.39) 可以得到

$$\hat{\theta} - \hat{\theta}(t_k) \leq |\tau_\theta(t_k)| (t_{k+1} - t_k)$$

$$\leq \sigma_{2,k}\sigma_{4,k} \quad (3.40)$$

随之可得

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta \\ &= \hat{\theta} - \hat{\theta}(t_k) + \hat{\theta}(t_k) - \theta \\ &\leq \varpi_{\theta} \end{aligned} \quad (3.41)$$

其中 $\varpi_{\theta} \triangleq \sigma_{2,k}\sigma_{4,k} + |\hat{\theta}(t_k)| + \bar{\theta}$ 。

计算 $\tau_{\theta}(t_k) - \tau_{\theta}$ 可得

$$\begin{aligned} \tau_{\theta}(t_k) - \tau_{\theta} &= \lambda_{\theta}(z_n(t_k)\phi(x(t_k)) - z_n\phi(x(t_k))) \\ &\quad + z_n\phi(x(t_k)) - z_n\phi(x) + \kappa_{\theta}(\hat{\theta} - \hat{\theta}(t_k)). \end{aligned} \quad (3.42)$$

定义 $\bar{p}_1 = \sum_{i=1}^n |p_{i,1}|, \bar{p}_2 = \sum_{i=2}^n |p_{i,2}|, \dots, \bar{p}_n = \sum_{i=n}^n |p_{i,n}|, p_m = \max\{\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n\}$ 。
根据假设 3.1、式 (3.13) 和式 (3.20) 可得

$$\begin{aligned} \phi(x(t_k)) - \phi(x) &\leq \varsigma(|x_1(t_k) - x_1| + \dots + |x_n(t_k) - x_n|) \\ &\leq \varsigma(\bar{p}_1|z_1(t_k) - z_1| + \dots + \bar{p}_n|z_n(t_k) - z_n|) \\ &\leq \varsigma p_m \sigma_{2,k} \|z\|_1 + \varsigma p_m d_{2,k} \end{aligned} \quad (3.43)$$

由此可进一步得到

$$\begin{aligned} z_n\phi(x(t_k)) - z_n\phi(x) &\leq \varsigma p_m \sigma_{2,k} (|z_1| + \dots + |z_n|)^2 + \varsigma p_m |z_n| d_{2,k} \\ &\leq n \varsigma p_m \sigma_{2,k} (z_1^2 + \dots + z_n^2) + \varsigma p_m \|z\|_1 d_{2,k}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

由式 (3.20) 可得

$$\|z(t_k)\|_1 \leq (1 + \sigma_{2,k})\|z\|_1 + d_{2,k} \quad (3.45)$$

其中 $\|z(t_k)\|_1 = |z_1(t_k)| + \dots + |z_n(t_k)|$ ，随之可得

$$\begin{aligned} &z_n(t_k)\phi(x(t_k)) - z_n\phi(x(t_k)) \\ &\leq e_{2,k} \varsigma (|x_1(t_k)| + \dots + |x_n(t_k)|) + e_{2,k} |\phi(0)| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \varsigma p_m(\sigma_{2,k}\|z\|_1 + d_{2,k})\|z(t_k)\|_1 + e_{2,k}|\phi(0)| \\ &\quad + ((1 + 2\sigma_{2,k})\varsigma p_m\|z\|_1 + |\phi(0)|)d_{2,k} + \varsigma p_m d_{2,k}^2. \end{aligned} \quad (3.46)$$

由式 (3.40)、式 (3.41)、式 (3.42)、式 (3.44) 和式 (3.46) 可总结得到式 (3.38) 中 $\frac{1}{\lambda_\theta}\tilde{\theta}(\tau_\theta(t_k) - \tau_\theta)$ 一项满足如下条件

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_\theta}\tilde{\theta}(\tau_\theta(t_k) - \tau_\theta) &\leq \varpi_\theta \left(n\sigma_{2,k}(\varsigma p_m(2 + \sigma_{2,k}) + |\phi(0)|)(z_1^2 + \cdots + z_n^2) \right. \\ &\quad + ((2 + 2\sigma_{2,k})\varsigma p_m\|z\|_1 + |\phi(0)|)d_{2,k} \\ &\quad \left. + \varsigma p_m d_{2,k}^2 + \frac{\kappa_\theta}{\lambda_\theta}\sigma_{2,k}\sigma_{4,k} \right). \end{aligned} \quad (3.47)$$

② 第二部分, 讨论式 (3.38) 中 $\frac{\chi}{\lambda_\gamma}\tilde{\gamma}(\tau_\gamma(t_k) - \tau_\gamma)$ 一项的有界性。由式 (3.21)、式 (3.31) 和式 (3.39) 可得

$$\hat{\gamma} - \hat{\gamma}(t_k) \leq \sigma_{2,k}\sigma_{4,k} \quad (3.48)$$

然后, 根据 $\underline{\chi} \leq \sum_{j=1}^m \bar{b}_j \triangleq \bar{b}$ 和 $\underline{\chi}\gamma = 1$ 可得

$$\begin{aligned} \underline{\chi}\tilde{\gamma} &= \underline{\chi}(\hat{\gamma} - \hat{\gamma}(t_k) + \hat{\gamma}(t_k) - \gamma) \\ &\leq \varpi_\gamma \end{aligned} \quad (3.49)$$

其中 $\varpi_\gamma \triangleq \bar{b}(\sigma_{2,k}\sigma_{4,k} + |\hat{\gamma}(t_k)|) + 1$ 。

由式 (3.34) 可得

$$\begin{aligned} \tau_\gamma(t_k) - \tau_\gamma &= \lambda_\gamma(z_n(t_k)\alpha_n(t_k) - z_n\alpha_n(t_k) + z_n\alpha_n(t_k) \\ &\quad - z_n\alpha_n + |z_n(t_k)|\bar{l} - |z_n|\bar{l}) + \kappa_\gamma(\hat{\gamma} - \hat{\gamma}(t_k)). \end{aligned} \quad (3.50)$$

根据式 (3.12)、式 (3.14) 和假设 3.1 可得

$$\begin{aligned} \alpha_n(t_k) &= q_{n,1}z_1(t_k) + \cdots + q_{n,n}z_n(t_k) + \phi(x(t_k))\hat{\theta}(t_k) \\ &\leq (q_m + |\hat{\theta}(t_k)|\varsigma p_m)\|z(t_k)\|_1 + |\hat{\theta}(t_k)||\phi(0)| \end{aligned} \quad (3.51)$$

其中 $q_m = \max\{|q_{n,1}|, \dots, |q_{n,n}|\}$, 令 $\varpi_\alpha = q_m + |\hat{\theta}(t_k)|\varsigma p_m$, 则有

$$z_n(t_k)\alpha_n(t_k) - z_n\alpha_n(t_k)$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \varpi_\alpha e_{2,k} \|z(t_k)\|_1 + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)| e_{2,k} \\
 &\leq n \sigma_{2,k} (\varpi_\alpha (1 + \sigma_{2,k}) + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)|) (z_1^2 + \cdots + z_n^2) \\
 &\quad + ((1 + 2\sigma_{2,k}) \varpi_\alpha \|z\|_1 + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)|) d_{2,k} + \varpi_\alpha d_{2,k}^2.
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

根据式 (3.14) 中所给出的 α_n 可以得到

$$\alpha_n(t_k) - \alpha_n \leq q_m e_{2,k} + \phi(x(t_k)) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta} \tag{3.53}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \phi(x(t_k)) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta} &= \phi(x(t_k)) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta}(t_k) \\
 &\quad + \phi(x) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta}.
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

由式 (3.43) 可得 $\phi(x) \leq \phi(x(t_k)) + \varsigma p_m \sigma_{2,k} \|z\|_1 + \varsigma p_m d_{2,k}$, 选择 $\sigma_{2,k} \leq 0.5$, 则有 $\sigma_{2,k} \|z\|_1 \leq (1 - \sigma_{2,k}) \|z\|_1$, 结合

$$(1 - \sigma_{2,k}) \|z\|_1 \leq \|z(t_k)\|_1 + d_{2,k} \tag{3.55}$$

可得

$$\phi(x) \leq \varpi_\phi \tag{3.56}$$

其中 $\varpi_\phi \triangleq |\phi(x(t_k))| + \varsigma p_m \|z(t_k)\|_1 + 2\varsigma p_m d_{2,k}$.

选择 $\sigma_{4,k}$ 满足如下不等式

$$0 < \sigma_{4,k} \leq \min \left\{ 1, \frac{1 - \sigma_{2,k}}{\varpi_\phi (\|z(t_k)\|_1 + d_{2,k})} \right\} \tag{3.57}$$

根据式 (3.40) 和式 (3.43) 可得

$$\phi(x) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta} \leq \sigma_{2,k} \sigma_{4,k} \varpi_\phi \tag{3.58}$$

以及

$$\phi(x(t_k)) \hat{\theta}(t_k) - \phi(x) \hat{\theta}(t_k) \leq |\hat{\theta}(t_k)| \varsigma p_m (\sigma_{2,k} \|z\|_1 + d_{2,k}). \tag{3.59}$$

基于式 (3.53)、式 (3.58) 和式 (3.59) 可得

$$\alpha_n(t_k) - \alpha_n \leq \varpi_\alpha \sigma_{2,k} \|z\|_1 + \varpi_\alpha d_{2,k} + \sigma_{2,k} \sigma_{4,k} \varpi_\phi \tag{3.60}$$

结合式 (3.55) 和式 (3.57) 有

$$z_n(\alpha_n(t_k) - \alpha_n) \leq n\varpi_\alpha \sigma_{2,k}(z_1^2 + \cdots + z_n^2) + \varpi_\alpha |z_n| d_{2,k} + \sigma_{2,k}. \quad (3.61)$$

由式 (3.20) 可得

$$|z_n(t_k)|\bar{l} - |z_n|\bar{l} \leq n\bar{l}\sigma_{2,k}(z_1^2 + \cdots + z_n^2) + \bar{l}d_{2,k}. \quad (3.62)$$

结合式 (3.49)、式 (3.50)、式 (3.52)、式 (3.61) 和式 (3.62) 可得

$$\begin{aligned} \frac{\chi}{\lambda_\gamma} \tilde{\gamma}(\tau_\gamma(t_k) - \tau_\gamma) &\leq \varpi_\gamma \left(n\sigma_{2,k}(\varpi_\alpha(2 + \sigma_{2,k}) + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)| + \bar{l}) \right. \\ &\quad \times (z_1^2 + \cdots + z_n^2) + ((1 + 2\sigma_{2,k})\varpi_\alpha \|z\|_1 \\ &\quad + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)| + \varpi_\alpha |z_n| + \bar{l}) d_{2,k} \\ &\quad \left. + \varpi_\alpha d_{2,k}^2 + \sigma_{2,k} + \frac{\kappa_\gamma}{\lambda_\gamma} \sigma_{2,k} \sigma_{4,k} \right). \end{aligned} \quad (3.63)$$

③ 第三部分将进行 $\sigma_{2,k}$ 和 $d_{2,k}$ 的设计。基于式 (3.47) 和式 (3.63), $\sigma_{2,k}$ 的设计准则为

$$\sigma_{2,k} \varpi_\sigma \leq \frac{\beta}{2} \quad (3.64)$$

其中 $\varpi_\sigma \triangleq \varpi_\theta n(\varsigma p_m(2 + \sigma_{2,k}) + |\phi(0)|) + \varpi_\gamma n(\varpi_\alpha(2 + \sigma_{2,k}) + |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)| + \bar{l})$ 。考虑到 $\sigma_{2,k} \leq 0.5$ 并且 $\sigma_{4,k} \leq 1$, 令 ϖ_σ 中的 $\sigma_{2,k} = 0.5$ 、 $\sigma_{4,k} = 1$, 则 $\sigma_{2,k}$ 的选择为

$$0 < \sigma_{2,k} \leq \min \left\{ 0.5, \frac{\beta}{2\varpi_\sigma} \right\}. \quad (3.65)$$

$d_{2,k}$ 的选择原则是使得下式成立

$$Ad_{2,k}^2 + Bd_{2,k} - \bar{\kappa} \leq 0 \quad (3.66)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{3 + \sigma_{2,k}}{1 - \sigma_{2,k}} (\varpi_\theta \varsigma p_m + \varpi_\gamma \varpi_\alpha) \\ B &= \frac{\|z(t_k)\|_1}{1 - \sigma_{2,k}} (2 + 2\sigma_{2,k}) (\varpi_\theta \varsigma p_m + \varpi_\gamma \varpi_\alpha) \\ &\quad + \varpi_\theta |\phi(0)| + \varpi_\gamma |\hat{\theta}(t_k)| |\phi(0)| + \varpi_\gamma \bar{l} \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$\bar{\kappa} = \kappa - \frac{\kappa_\theta}{\lambda_\theta} \varpi_\theta \sigma_{2,k} - \left(\frac{\kappa_\gamma}{\lambda_\gamma} + 1 \right) \varpi_\gamma \sigma_{2,k} > 0$$

其中 κ 是一个常数。注意到 A 、 B 和 $\bar{\kappa}$ 在时间区间 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 内都是正的常数，则 $d_{2,k}$ 的选择范围为

$$0 < d_{2,k} \leq \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4A\bar{\kappa}}}{2A}. \quad (3.68)$$

最后，根据三个部分的计算结果，将式 (3.47)、式 (3.63)、式 (3.64) 和式 (3.66) 代入式 (3.38) 得到

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \beta z_j^2 - \frac{\kappa_\theta}{\lambda_\theta} \tilde{\theta} \hat{\theta} - \frac{\chi \kappa_\gamma}{\lambda_\gamma} \tilde{\gamma} \hat{\gamma} + 2\underline{\chi} \varepsilon + \kappa \quad (3.69)$$

令

$$c = \min \{ \beta, \kappa_\theta, \kappa_\gamma \} \quad (3.70)$$

然后应用杨氏不等式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \beta z_j^2 - \frac{\kappa_\theta}{2\lambda_\theta} \tilde{\theta}^2 - \frac{\chi \kappa_\gamma}{2\lambda_\gamma} \tilde{\gamma}^2 + \frac{\kappa_\theta}{2\lambda_\theta} \theta^2 \\ &\quad + \frac{\chi \kappa_\gamma}{2\lambda_\gamma} \gamma^2 + 2\underline{\chi} \varepsilon + \kappa \\ &\leq -cV + \Delta \end{aligned} \quad (3.71)$$

其中

$$\Delta = \frac{\kappa_\theta}{2\lambda_\theta} \theta^2 + \frac{\chi \kappa_\gamma}{2\lambda_\gamma} \gamma^2 + 2\underline{\chi} \varepsilon + \kappa. \quad (3.72)$$

基于以上分析，本章的主要结论可总结为如下定理。

定理 3.1: 对于由系统 (3.1)、执行器故障 (3.2)、自适应控制器 (3.29)、参数估计器 (3.30) 和 (3.31) 和事件触发机制 (3.19)-(3.21) 组成的闭环系统。在假设 3.1 被满足时，如下性质可以得到保证：

- 1) 闭环系统中的所有信号都是全局有界的；
- 2) 系统输出 x_1 收敛到原点附近的邻域内，即 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_1| \leq \bar{x}$ ，其中 $\bar{x}$ 是一个可调节的界；

3) Zeno 行为不会发生。

证明: 1) 闭环系统中的所有信号都是全局有界的。

对式 (3.71) 两侧进行积分可得

$$\begin{aligned} V_n(t) &\leq V_n(0)e^{-ct} + \frac{\Delta}{c}(1 - e^{-ct}) \\ &\leq V_n(0) + \frac{\Delta}{c} \end{aligned} \quad (3.73)$$

这意味着 V_n 是有界的。因此, 包含在 V_n 中的所有信号都是有界的, 即 z_i 、 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\gamma}$ 是有界的。由式 (3.13) 可得 x_i 是有界的。由式 (3.6)、式 (3.9) 和式 (3.12) 可得 α_i 是有界的。由式 (3.29) 和式 (3.32) 可得控制信号 $\check{v}_j$ 是有界的。因此, 闭环系统中的所有信号都是全局有界的。

2) 系统输出 x_1 收敛到原点附近的邻域内。

由式 (3.16) 和式 (3.73) 可得

$$\frac{1}{2}x_1^2 \leq V_n(0)e^{-ct} + \frac{\Delta}{c}(1 - e^{-ct}) \quad (3.74)$$

这意味着系统输出将会指数收敛到集合 $\Theta = \{x_1 \mid |x_1| \leq \bar{x}\}$ 内, 其中 $\bar{x} = \sqrt{2\Delta/c}$ 。值得注意的是, 可以通过增大 λ_θ 和 λ_γ 并减小 ε 和 κ 来减小 Θ 。然而, 这样做的代价是较大的控制信号、较短的触发时间间隔和较重的计算负担。因此, 选择对应参数时应综合权衡控制效果与控制代价。

3) Zeno 行为不会发生。

由 $e_{1,k}^j(t) = |\check{v}_j(t) - v_j(t)|, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ 可得

$$\frac{d}{dt}e_{1,k}^j = \text{sign}(\check{v}_j - v_j)\dot{\check{v}}_j \leq |\dot{\check{v}}_j|. \quad (3.75)$$

根据式 (3.29) 和式 (3.32), $\check{v}_j$ 是可微的并且 $\dot{\check{v}}_j$ 与有界的闭环信号有关。因此, 存在常数 $\varphi_1^j > 0$ 使得 $|\dot{\check{v}}_j| \leq \varphi_1^j$ 。

由 $e_{1,k}^j(t_k) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \tilde{t}_{1,k}^j} e_{1,k}^j(t) = \sigma_{1,k}^j |v_j(t)| + d_{1,k}^j \geq d_{1,k}^j$ 可得

$$\tilde{t}_{1,k}^j - t_k \geq \frac{d_{1,k}^j}{\varphi_1^j}. \quad (3.76)$$

类似地, 由 $e_{2,k}(t) = \sum_{i=1}^n |z_i(t) - z_i(t_k)|, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ 可得

$$\frac{d}{dt}e_{2,k} = \sum_{i=1}^n \text{sign}(z_i - z_i(t_k))\dot{z}_i \leq \sum_{i=1}^n |\dot{z}_i|. \quad (3.77)$$

注意到 $\dot{z}_i$ 是有界的, 因此存在一个常数 $\varphi_2 > 0$ 满足 $\sum_{i=1}^n |\dot{z}_i(t)| \leq \varphi_2$ 。由于 $e_{2,k}(t_k) = 0$ 并且 $\lim_{t \rightarrow \tilde{t}_{2,k}} e_{2,k}(t) = \sigma_{2,k}z_e + d_{2,k} \geq d_{2,k}$, 可以得到

$$\tilde{t}_{2,k} - t_k \geq \frac{d_{2,k}}{\varphi_2}. \quad (3.78)$$

令

$$t^* = \min \left\{ \frac{d_{1,k}^j}{\varphi_1^j}, \frac{d_{2,k}}{\varphi_2}, \frac{\sigma_{2,k}\sigma_{4,k}}{\sigma_{3,k}} \right\} \quad (3.79)$$

则有

$$t_{k+1} - t_k \geq t^*. \quad (3.80)$$

因此, 任意两次触发之间的时间间隔 $\{t_{k+1} - t_k\}$ 的下界为 t^* , 从而说明不存在 Zeno 行为。

证毕。 □

为清楚起见, 所提出的双通道事件触发自适应容错控制方案的应用流程和参数选择指南总结在如下算法中。

算法 3.1 双通道事件触发自适应容错控制方案的应用流程和参数选择指南

输入: 设置参数估计的初值 $\hat{\theta}(0)$ 和 $\hat{\gamma}(0)$; 设置 $k = 0$; 设置 $flag = \text{True}$

输出: 系统输出 y

- 1: 选择正的参数 $\beta, \lambda_\theta, \kappa_\theta, \lambda_\gamma$ 和 κ_γ
 - 2: **while** ($flag$) **do**
 - 3: 选择 $0 < \sigma_{1,k}^j < 1$ 和 $d_{1,k}^j > 0$
 - 4: 构建中间控制信号 (3.29) 以及调整信号 (3.33) 和 (3.34)
 - 5: 更新参数估计 (3.30) 和 (3.31); 更新事件触发控制信号 (3.18)
 - 6: 基于式 (3.65) 选择 $\sigma_{2,k}$; 基于式 (3.68) 选择 $d_{2,k}$; 基于式 (3.39) 选择 $\sigma_{3,k}$; 基于式 (3.57) 选择 $\sigma_{4,k}$
-

```

7:  repeat
8:    检测触发条件 (3.19)-(3.21)
9:  until 触发条件被满足
10:   $k \leftarrow k + 1$ 
11:  if 算法停止 then
12:     $flag \leftarrow \text{False}$ 
13:  end
14: end

```

注 3.3: 本章所考虑问题的主要挑战在于如何通过离散信号 $x(t_k)$ 和 $z(t_k)$ 来处理由 $x(t)$ 和 $z(t)$ 所组成的连续项, 例如, $\lambda_\theta z_n \phi(x)$ 。更具体地, 由于参数估计器-控制器通道也是事件触发的, 因此这些连续项不能被抵消, 最终产生如式 (3.38) 中所示的残余项 $\tilde{\theta}(\tau_\theta(t_k) - \tau_\theta)$ 和 $\tilde{\gamma}(\tau_\gamma(t_k) - \tau_\gamma)$ 。注意到这些残余项与系统状态和参数估计值相关, 因此不能直接假设为有界进而采用鲁棒自适应控制的方法处理。为了确保与事件触发误差相关的残余项的有界性, 本章在 Lyapunov 理论的基础上构建了事件触发机制的参数选择策略, 成功克服了控制器和参数估计器的连续性与离散性之间的矛盾。

注 3.4: 本章通过控制器与事件触发机制的联合设计移除了 ISS 假设。通过在控制器中直接设计相应的事件触发误差补偿项, 可以在不需要 ISS 假设的前提下保证闭环系统的稳定性。

3.4 渐近容错控制器设计与分析

第 3.3 节提出了一种针对无限次故障的双通道事件触发自适应有界容错控制方案, 可以确保闭环系统的所有信号都是有界的, 并且系统输出收敛到原点附近的一个小的邻域内。更进一步, 本节将继续探讨有限次执行器故障下系统状态的渐近收敛性。

考虑如下执行器故障

$$u_j = \rho_{j,h} v_j, \quad 0 \leq \rho_{j,h} \leq 1, \quad h = 1, \dots, \bar{h} \quad (3.81)$$

其中 $\bar{h}$ 是故障的总数量。则模型 (3.81) 表示第 j 个执行器可能会出现乘性故障，且故障次数是有限的。

定义

$$\eta_j = \frac{1}{|b_j|\rho_{j,h}} \quad (3.82)$$

则对于 $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), k \in \mathbb{Z}^+$ ，事件触发控制信号 v_j 和事件触发参数估计器设计如下

$$v_j(t) = \check{v}_j(t_k) \quad (3.83)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \tau_\theta(t_k) \quad (3.84)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_j = \tau_\eta(t_k) \quad (3.85)$$

其中

$$\check{v}_j = -\frac{\text{sign}(b_j)\hat{\eta}_j\alpha_n}{m} \quad (3.86)$$

$$\tau_\theta = \lambda_\theta z_n \phi(x) \quad (3.87)$$

$$\tau_\eta = \frac{\lambda_\eta z_n \alpha_n}{m} \quad (3.88)$$

其中 $\hat{\eta}_j$ 是 η_j 的估计， $\lambda_\eta > 0$ 是一个待选参数。

事件触发机制设计如下

$$\tilde{t}_{1,k} = \inf\{t > t_k \mid e_{2,k}(t) \geq \sigma_{1,k}\|z\|_1\} \quad (3.89)$$

$$\tilde{t}_{2,k} = t_k + \frac{\sigma_{1,k}\sigma_{3,k}}{\sigma_{2,k}} \quad (3.90)$$

$$t_{k+1} = \min\{\tilde{t}_{1,k}, \tilde{t}_{2,k}\} \quad (3.91)$$

其中 $\sigma_{1,k}$ 、 $\sigma_{2,k}$ 和 $\sigma_{3,k}$ 是正的常数且满足如下条件

$$\begin{aligned} \sigma_{1,k} &\leq \min\left\{0.5, \frac{\beta}{2\varpi_\sigma}\right\} \\ \sigma_{2,k} &\geq \max\left\{|\phi(x(t_k))|, \frac{|\alpha_n(t_k)|}{m}\right\} \\ \sigma_{3,k} &\leq \frac{1}{\sigma_{2,k} + \varsigma p_m \|z(t_k)\|_1} \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}\varpi_\sigma = & \sum_{j=1}^m \frac{\bar{g}_j n}{m} \left(1.5\lambda_\eta \varpi_\alpha \sigma_{3,k} \|z(t_k)\|_1 + (|\hat{\eta}_j(t_k)| \right. \\ & \left. + 1.5\lambda_\eta \sigma_{3,k} \|z(t_k)\|_1)(\varpi_\alpha + 1.5) \right) + 2.5n\varsigma p_m \\ & \times (1.5\sigma_{3,k} \|z(t_k)\|_1 + |\hat{\theta}(t_k)| + \bar{\theta}) + \sum_{j=1}^m \frac{\bar{g}_j n}{m} \\ & \times (|\hat{\eta}_j(t_k)| + 1/\underline{\chi} + 1.5\lambda_\eta \sigma_{3,k} \|z(t_k)\|_1) \\ & \times (2.5\varpi_\alpha + 1.5).\end{aligned}$$

所设计的控制方案和相应的结论可总结为如下定理。

定理 3.2: 对于由系统 (3.1)、执行器故障 (3.81)、自适应控制器和参数估计器 (3.83)-(3.88) 以及事件触发机制 (3.89)-(3.91) 所组成的闭环系统。在假设 3.1 被满足时, 如下性质可以得到保证:

- 1) 闭环系统中的所有信号都是全局有界的;
- 2) 系统状态 x_i ($i = 1, \dots, n$) 渐近收敛到原点, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i = 0$;
- 3) Zeno 行为不会发生。

证明: 构建 Lyapunov 函数 V_n 如下

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}z_n^2 + \frac{1}{2\lambda_\theta}\tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2\lambda_\eta}\tilde{\eta}^T \rho \tilde{\eta} \quad (3.92)$$

其中 $\eta = [\eta_1, \dots, \eta_m]^T$, $\rho = \text{diag}(1/\eta_1, \dots, 1/\eta_m)$ 。

类似于定理 3.1 中的稳定性分析过程, 可推导得到 $\dot{V}_n \leq -\sum_{j=1}^n \frac{1}{2}\beta z_j^2$ 。因此, z_i , $\hat{\theta}$, $\hat{\eta}_j$, x_i , α_i 和 v_j 都是有界的。应用 LaSalle-Yoshizawa 定理, 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} z_i = 0$ 。同时, 类似于文献 [141] 和定理 3.1 中的分析方法, Zeno 行为可以被排除, 此处略去具体证明过程。 $\square$

3.5 仿真验证

为了说明所提出容错控制方案的有效性和优势, 本节将首先给出针对机械臂系统的仿真结果, 然后与已有结果进行对比分析。

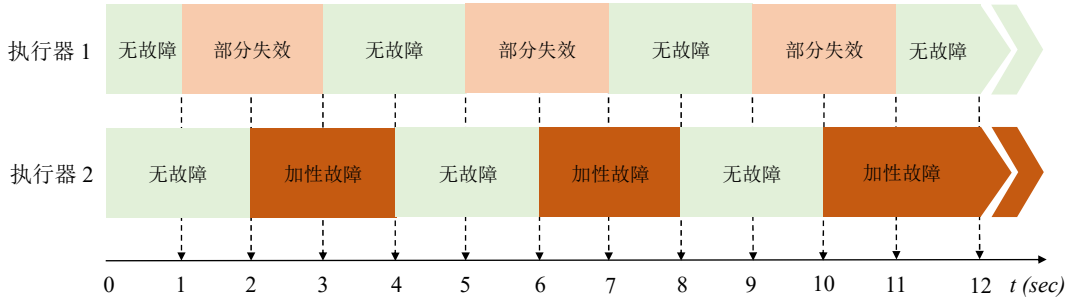


图 3.1 仿真案例 1 中故障模式随时间变化示意图

3.5.1 机械臂仿真

本小节将针对第 2 章中所采用的机械臂模型进行仿真验证。参考第 2.5 节，机械臂动力学建模如下：

$$J\ddot{q} + C\dot{q} + Mgr \sin(q) = u_1 + u_2 \quad (3.93)$$

其中 u_1 和 u_2 是控制力矩， q 、 $\dot{q}$ 和 $\ddot{q}$ 分别表示角度、角速度和角加速度， J 表示电机的转动惯量， C 是阻尼系数， M 是连杆的质量， g 是重力加速度， r 是连杆质心到关节轴的长度。与第 2.5 节相同，设定物理参量数值为 $J = 1$ 、 $C = 2$ 和 $Mgr = 10$ ，这些物理参量数值对于设计者来说都是未知的。

令 $x_1 = q$ 、 $x_2 = \dot{q}$ ，则模型 (3.93) 可以转换为系统 (3.1) 的形式

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{j=1}^2 b_j u_j(t) + \phi_1(x) \theta_1 + \phi_2(x) \theta_2 \end{aligned} \quad (3.94)$$

其中 $b_1 = b_2 = 1/J$ ， $\phi_1(x) = \sin(x_1)$ ， $\phi_2(x) = x_2$ ， $\theta_1 = -Mgr/J$ ， $\theta_2 = -C/J$ 。由于 J ， C 和 Mgr 都是未知的，因此 b_j 和 θ_j ($j = 1, 2$) 也是未知的。

接下来，本节考虑以下两种案例进行仿真。仿真案例 1：采用定理 3.1 中所给出的控制方案，故障次数是无限的；仿真案例 2：采用定理 3.2 中所给出的控制方案，故障次数是有限的。

仿真案例 1：考虑如下执行器故障

- 对于 $t \in [(4h - 3)T^*, (4h - 1)T^*)$, $h = 1, 2, 3, \dots$

$$u_1(t) = \rho_{1,h} v_1(t) \quad (3.95)$$

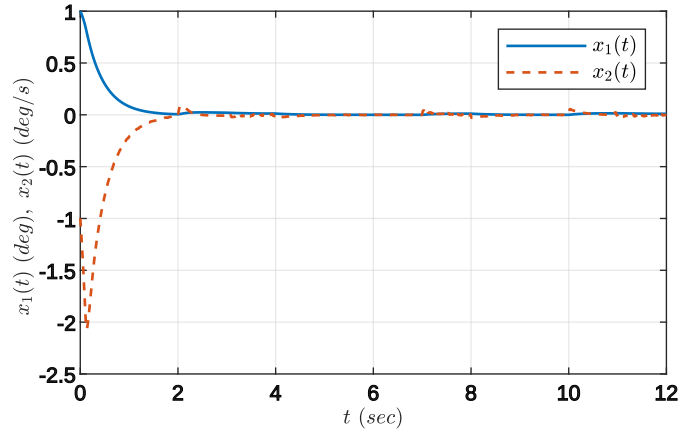


图 3.2 仿真案例 1 中的系统状态轨迹

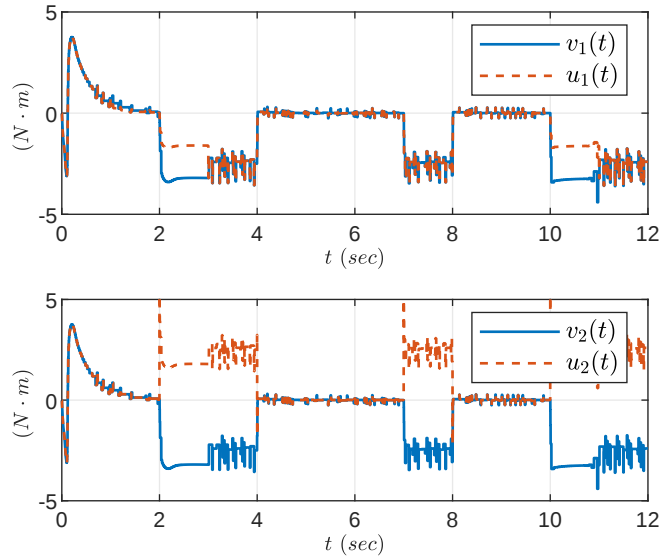


图 3.3 仿真案例 1 中的控制信号

- 对于 $t \in [(4h-2)T^*, 4hT^*]$, $h = 1, 2, 3, \dots$

$$u_2(t) = v_2(t) + u_{2,h}^* \quad (3.96)$$

其中 $\rho_{1,h} = 0.5$, $u_{2,h}^* = 5$ 和 $T^* = 1$ s 是未知参数。由式 (3.95) 和式 (3.96), 可以得到对于 $h = 1, 2, 3, \dots$, 有如下故障模式

- 1) 在 $t \in [(4h-4)T^*, (4h-3)T^*]$ 时, 系统是无故障的;
- 2) 在 $t \in [(4h-3)T^*, (4h-2)T^*]$ 时, 第一个执行器失去 50% 有效性;
- 3) 在 $t \in [(4h-2)T^*, (4h-1)T^*]$ 时, 第一个执行器失去 50% 有效性且第二个

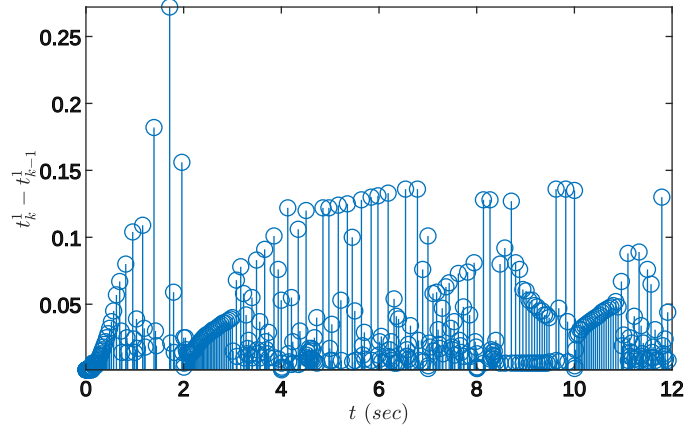


图 3.4 仿真案例 1 中的事件触发时刻

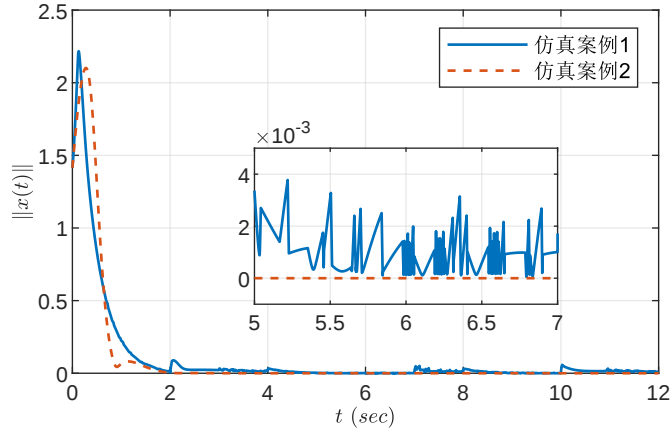


图 3.5 仿真案例 1 和仿真案例 2 中 $\|x(t)\|$ 的对比

执行器遭受加性故障；

4) 在 $t \in [(4h - 1)T^*, 4hT^*)$ 时，第二个执行器遭受加性故障。

为清晰起见，图 3.1 给出了故障模式随时间变化的示意图。

系统状态和自适应律的初始值设置为 $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = -1$, $\hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_2(0) = \hat{\gamma}(0) = 0$ ，控制参数设置为 $\beta = 2.5$, $\lambda_\theta = \lambda_\gamma = 0.5$, $\kappa_\theta = \kappa_\gamma = 0.05$, $\varepsilon = 0.2$, $\bar{\kappa} = 2$ 。仿真时间设置为 12 s。

仿真案例 2：考虑如下单次发生的故障

$$u_1(t) = \rho_{1,h} v_1(t), \quad t \geq T^* \quad (3.97)$$

这意味着在 $t \geq T^*$ 时第一个执行器失效 50%。

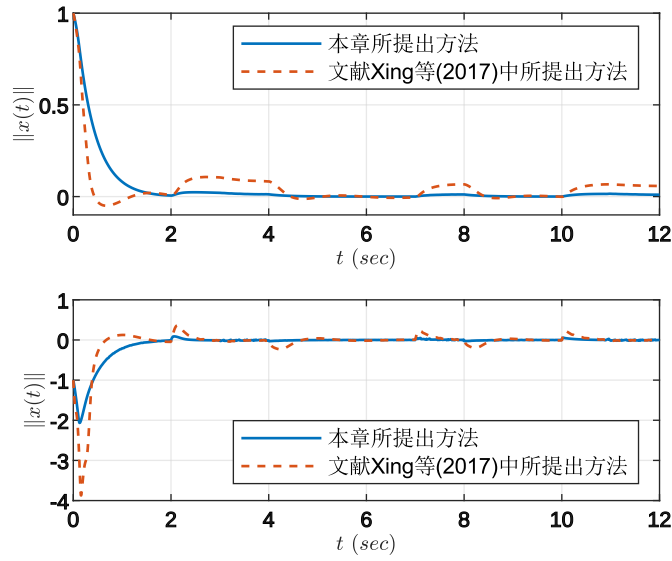


图 3.6 本章所提出方法与文献 [135] 中所提出方法的控制效果对比

$\hat{\eta}_1$ 和 $\hat{\eta}_2$ 的初始值设置为 $\hat{\eta}_1(0) = \hat{\eta}_2(0) = 0$ ，其余初始值和参数设置与仿真案例 1 中相同。

仿真结果如图 3.2-图 3.5 所示。图 3.2 给出了系统状态轨迹，可以看出，虽然系统状态由于故障的发生或恢复而存在一些波动，但其轨迹收敛到了原点附近的邻域内。图 3.3 给出了事件触发控制信号 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 以及实际控制信号 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ ，可以看出，所有信号都是有界的。图 3.4 给出了事件触发时刻。图 3.5 给出了仿真案例 1 和仿真案例 2 中 $\|x(t)\|$ 的比较，可以看出仿真案例 2 可以实现渐近收敛。

3.5.2 对比分析

为进一步说明所提出控制方案的优点，本小节将与文献 [135] 中所提出的事件触发自适应容错控制方案进行仿真对比。在仿真中，本章所提出方法的参数设置与仿真案例 1 中相同，所对比方法的参数设置与文献 [135] 中相同。采用两种控制方案时的状态轨迹对比如图 3.6 所示。对于参数估计器-控制器通道，采用文献 [135] 中所提出的控制方案时数据传输次数为 12000 次，而采用本章所提出的控制方案时只需要 470 次。对于控制器-执行器通道，本章所提出方案和文献 [135] 中所提出方案的数据传输次数分别为 470 次和 299 次。显然，虽然本章所提出的事件触发自适应容错控制方案使得控制器-执行器通道的触发次数增加了 171 次，但参数估计器-控制器通道

的触发次数大幅减少约 96%，并且具有更好的镇定性能。

3.6 本章小结

本章针对一类不确定非线性系统提出了一种双通道事件触发自适应容错控制方案。通过直接估计故障参数的界并设计独立于故障模式的 Lyapunov 函数，可以处理未知的、间歇发生的执行器故障。为减轻系统通信和计算负担，针对参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道同时设计了事件触发机制。理论分析表明，所提出的控制方案保证了所有闭环信号的全局有界性，并使系统输出收敛到一个可调节的紧集内。同时，不再要求事件触发引入的误差满足 ISS 假设，并且排除了 Zeno 行为。此外，针对故障次数有限的情况，设计了一种改进的容错控制方案，可以保证系统状态的渐近收敛。最后，仿真结果验证了所设计双通道事件触发自适应容错控制方案的有效性。

4 执行器间歇反向故障下的事件触发自适应容错控制

4.1 引言

在实际系统中（如：发电机^[168]、飞机^[38,82]和航天器^[83,84]），由于磁场极性反转、气动弹性、辐射、软件错误、错误接线等原因，执行器可能会发生反向故障。例如，2016年“瞳”卫星解体就是由于计算机控制软件错误导致推力发动机喷射反向。另一个例子是加拿大的 Anki B1 卫星，由于环境磁场方向的变化，该卫星两次出现执行器反向故障。更悲惨的例子是在 20 世纪 90 年代，由于伺服阀故障导致方向舵偏转与飞行员指令相反所导致的美国联合航空公司 585 号航班和美国航空公司 427 号航班的坠毁。在这些案例中，由于执行器的反向故障，控制指令执行亦反向，进而造成了灾难性后果。因此，本章将进一步研究执行器间歇反向故障下的事件触发自适应容错控制问题。

多数现有的容错控制结果^[59,138,139]都忽略了执行器故障的反向模式。然而，事实上，反向故障会导致执行器执行与预期相反的控制动作，从而产生额外的反向控制作用，可能会迫使系统不稳定，降低系统的安全性和寿命。因此，与文献^[59,138,139]中所研究的部分/完全失效故障相比，反向故障对系统的破坏性和危险性更大。为了处理执行器反向故障，研究人员提出了一些方法，包括故障符号估计方法^[38]、增益切换自适应控制方法^[82]、多模型自适应控制方法^[83,84]和 Nussbaum 函数方法^[85-88]等。值得注意的是，文献^[83-88]仅处理了单次发生的执行器反向故障。事实上，如第 3 章所述，执行器故障可能是间歇发生的，这意味着故障总数可能随着时间的推移而趋于无限。当执行器发生间歇故障并具有反向模式时，控制设计问题变得更具挑战性，现有的方法将不再适用。首先，文献^[38]中提出的符号估计方法所需的故障之间的间隔时间要求可能无法满足。其次，文献^[82]中的逆增益切换模型参考自适应控制方法仅针对线性系统设计，而模型匹配条件限制了该方法向不确定非线性系统的扩展。然后，因为故障总数可能是无限的并且故障值不确定，因此要像文献^[83]和^[84]中那样列出所有故障模式几乎是不可能的。最后，现有的 Nussbaum 函数方法一般只针对恒定不变的控制增益而设计^[85-88]，因此不适用于间歇反向故障的补

偿,其主要原因在于两个方面:第一,故障符号可能不断跳变,这使得 Nussbaum 函数和 Lyapunov 函数的有界性难以保证;第二,不同执行器的 Nussbaum 函数的作用可能相互抵消,从而影响闭环系统的稳定性。

控制系统在通过网络传输控制信号时存在通信资源受限问题。在第 3 章和已有文献 [102,125,131,132] 中所设计的事件触发机制的触发阈值的大小取决于所传输信号的幅值,而忽略了控制信号的变化率。事实上,在设计事件触发机制时,控制信号的变化率也是一个重要的指标。变化率在一定程度上表征了信号的变化趋势,从而可以有助于阈值的预先调节。特别是对于执行器间歇反向故障,控制信号可能会随着故障的发生而频繁变化。当变化率较大时,控制信号会在短时间内快速变化,此时,较大的触发阈值可减轻通信负担,并最大限度地减少对执行器的磨损。而对于变化率较小的平缓控制信号,较小的触发阈值可以提供更精确的控制,同时平衡通信负担。因此,在设计触发阈值策略时,很有必要同时考虑控制信号的变化率和幅值。然而,设计这样一种兼容的事件触发机制并非易事。触发阈值需要随着控制信号的变化而快速变化,同时必须避免 Zeno 行为。此外,由事件触发机制所引入的误差导致 Nussbaum 函数方法所要求的可积性难以保证。

第 2 章和第 3 章分别研究了执行器单次故障和间歇故障下的容错控制问题,然而,执行器反向故障模式并未被考虑在内。因此,本章针对一类具有多个执行器间歇反向故障的不确定非线性系统提出了一种事件触发自适应容错控制方案。首先,提出了一系列在特定区间内具有良好符号特性的新型 Nussbaum 函数。然后,构建了与故障相关的时间序列,进而提出一种基于分段积分的反证方法。此外,考虑到执行器间歇故障会导致控制信号频繁变化,本章还提出了一种新型的事件触发机制,其触发阈值不仅与所传输信号的幅值有关,还与所传输信号的变化率有关。所提出的控制方案可以保证所有闭环信号都是全局有界的,并且输出跟踪误差渐近收敛至零。同时,可以排除 Zeno 行为。

4.2 执行器间歇反向故障容错控制问题描述

本节将给出具有未知控制增益和不确定非线性动态的系统模型,构建执行器间歇反向故障模型,并给出所考虑的控制问题。

4.2.1 系统模型

考虑一类不确定非线性系统，其数学描述如下

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + \phi_i^T(\bar{x}_i)\theta \\ \dot{x}_n &= \sum_{j=1}^m b_j u_j + f_n(x) + \phi_n^T(x)\theta \\ y &= x_1, \quad i = 1, \dots, n\end{aligned}\tag{4.1}$$

其中 $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 和 $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i$ 是系统状态， $u_j \in \mathbb{R}$ ($j = 1, \dots, m$) 是系统控制输入， $y \in \mathbb{R}$ 是系统输出， $b_j \neq 0$ 是未知控制增益， $\theta \in \mathbb{R}^p$ 是未知参数向量， $f_i(\cdot) \in \mathbb{R}$ 和 $\phi_i(\cdot) \in \mathbb{R}^p$ 是已知光滑非线性函数。

4.2.2 执行器间歇反向故障模型

对于实际系统，由于老化、辐射、干扰等原因，执行器可能会出现间歇故障。通常来讲，执行器故障包括乘性故障模式和加性故障模式。由于运行环境的复杂性和各种实际因素的不确定性，故障乘性增益可能是正的，可能是零，也可能是负的，然而现有的容错控制结果大多忽略了这一点。大量实际案例中所出现的反向故障，如：发电机^[168]、飞机^[38,82]和航天器^[83,84]，促使我们在构建执行器故障模型时考虑乘性增益为负的反向故障模式。

对于第 j ($j = 1, \dots, m$) 个执行器，令 $T_{j,h}^s$ 和 $T_{j,h}^e$ 分别表示第 h ($h = 1, 2, 3, \dots$) 次故障的开始和结束时间，其中 $0 \leq T_{j,1}^s < T_{j,1}^e \leq T_{j,2}^s < T_{j,2}^e \leq \dots$ 。则构建执行器间歇反向故障模型为

$$\begin{aligned}u_j &= \rho_{j,h} v_j + u_{j,h}^* \\ t &\in [T_{j,h}^s, T_{j,h}^e), \quad j = 1, \dots, m, \quad h = 1, 2, \dots\end{aligned}\tag{4.2}$$

其中 v_j 是针对第 j 个执行器设计的事件触发控制输入， $\rho_{j,h}$ 表示未知乘性故障， $u_{j,h}^*$ 表示未知加性故障。令 $\text{sign}(\rho_{j,h}) \in \{-1, 0, 1\}$ 表示未知且不确定的乘性故障符号。执行器故障模型 (4.2) 包含以下故障模式：

- 1) 如果 $\rho_{j,h} = 1$ 且 $u_{j,h}^* = 0$ ，第 j 个执行器无故障。
- 2) 如果 $\rho_{j,h} \neq 1$ 且 $u_{j,h}^* = 0$ ，第 j 个执行器遭受乘性故障，共包含以下四种类型

- (1) $\rho_{j,h} < 0$ 表示反向故障, 此时 $\text{sign}(\rho_{j,h}) = -1$;
- (2) $\rho_{j,h} = 0$ 表示完全失效故障, 此时 $\text{sign}(\rho_{j,h}) = 0$;
- (3) $0 < \rho_{j,h} < 1$ 表示部分失效故障, 此时 $\text{sign}(\rho_{j,h}) = 1$;
- (4) $\rho_{j,h} > 1$ 表示过度故障, 此时 $\text{sign}(\rho_{j,h}) = 1$ 。
- 3) 如果 $\rho_{j,h} = 1$ 且 $u_{j,h}^* \neq 0$, 第 j 个执行器遭受加性故障。
- 4) 如果 $\rho_{j,h} \neq 1$ 且 $u_{j,h}^* \neq 0$, 第 j 个执行器同时遭受乘性和加性故障。

注 4.1: 相比较于文献 [59,77,78,129,135,138,139] 中未考虑反向故障的执行器模型 (即: $\rho_{j,h} \geq 0$), 本章所构建的执行器间歇反向故障模型 (4.2) 更具通用性且更切合实际。实际故障在不同时间区间 $[T_{j,h}^s, T_{j,h}^e)$, $h = 1, 2, 3, \dots$ 内可能在上述故障模式之间变化。当 $\rho_{j,h} < 0$ 时, 执行器会执行与预期相反的控制动作, 从而产生额外的反向控制作用, 可能会迫使系统不稳定。因此, $\rho_{j,h} < 0$ 是一种更具破坏性、更危险的情况, 这使得故障补偿更具挑战, 文献 [59,77,78,129,135,138,139] 中所提出的容错控制方法不再适用于本章所考虑的问题。此外, 本章中所考虑的故障补偿问题也无法直接用文献 [85–94] 中所使用的 Nussbaum 函数方法来解决, 因为这些方法通常是针对故障方向未知但不变的情况而设计的。

注 4.2: 为保证系统 (4.1) 的能控性, 同一时刻最多有 $m - 1$ 个执行器同时完全失效, 即要求 $\sum_{j=1}^m |b_j \rho_{j,h}| > 0$ 。

4.2.3 控制目标

令 y_r 表示期望跟踪信号, 其满足如下假设。

假设 4.1: 期望信号 y_r 及其最高至 $n + 1$ 阶导数是已知、分段连续且有界的。

注 4.3: 假设 4.1 是跟踪控制中的一个常见且实际的假设 [136,162,163]。控制系统的期望输出通常是有界的, 许多实际信号 (如: 正弦信号) 都满足这一假设。

本章的**控制目标**是为具有多个执行器间歇反向故障 (4.2) 的不确定非线性系统 (4.1) 设计事件触发自适应容错控制方案, 使得

- 1) 所有闭环信号是全局有界的;
- 2) 跟踪误差 $y - y_r$ 渐近收敛至零;
- 3) Zeno 行为不会发生。

4.3 事件触发自适应容错控制器设计

本节首先提出了一种同时与所传输控制信号的幅值和变化率相关的事件触发机制。然后，基于反步方法设计了事件触发自适应容错控制器，并提出了一系列新的 Nussbaum 函数以处理执行器间歇反向故障。

4.3.1 事件触发机制设计

针对第 j ($j = 1, \dots, m$) 个执行器设计事件触发控制信号如下

$$v_j(t) = \check{v}_j(t_k^j), \forall t \in [t_k^j, t_{k+1}^j) \quad (4.3)$$

其中 $\check{v}_j$ 是中间连续控制信号， t_k^j ($k \in \mathbb{Z}^+$) 表示控制信号 $v_j(t)$ 的更新时间。在 t_k^j 时刻， $v_j(t)$ 更新为 $\check{v}_j(t_k^j)$ 并保持不变，直至 t_{k+1}^j 时刻事件触发条件再次被满足。设计事件触发机制如下

$$t_{k+1}^j = \inf\{t > t_k^j \mid |\varepsilon_j(t)| \geq \mathcal{T}_j(t)\} \quad (4.4)$$

其中 $\varepsilon_j(t) = \check{v}_j(t) - v_j(t)$ 是事件触发误差， $\mathcal{T}_j(t)$ 是触发阈值。令

$$\mathcal{R}_j(t) = \frac{\varepsilon_j(t)}{t - t_k^j} \quad (4.5)$$

表示 $\check{v}_j(t)$ 的变化率，则设计 $\mathcal{T}_j(t)$ 如下

$$\mathcal{T}_j(t) = \begin{cases} l_{j,1} - l_{j,2}e^{-\mathcal{H}_j(t)} & \mathcal{H}_j(t) \leq \bar{H}_j \\ e^{l_{j,1}-l_{j,2}}e^{-\mathcal{H}_j(t)} & \mathcal{H}_j(t) > \bar{H}_j \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\mathcal{H}_j(t) = l_{j,3}|\check{v}_j(t)| + l_{j,4}|\mathcal{R}_j(t)| \quad (4.7)$$

其中 $l_{j,1} > 0$, $l_{j,2} \geq 0$, $l_{j,3} \geq 0$, $l_{j,4} \geq 0$ 和 $\bar{H}_j > 0$ 是常数且满足 $l_{j,1} > l_{j,2}$ 。

注 4.4: 如式 (4.6) 和式 (4.7) 所示，本章所提出的事件触发机制 (4.4) 所采用的阈值策略同时与所传输控制信号的幅值和变化率相关。与文献 [102,125,131–134,140,144] 相比，本章所提出的阈值策略提供了更高的设计灵活性。如表 4.1 所示，在阈值 (4.6) 和 (4.7) 中，如果 $l_{j,2} = 0$ ，则阈值策略简化为文献 [125] 和文献 [144] 中所使用的固定阈值策略。如果 $l_{j,2} > 0$ ，则可以通过选择适当的参数得到基于幅值的

表 4.1 事件触发阈值策略

	$l_{j,1}$	$l_{j,2}$	$l_{j,3}$	$l_{j,4}$
固定阈值策略	> 0	$= 0$	--	--
基于幅值的阈值策略	> 0	> 0	> 0	$= 0$
基于变化率的阈值策略	> 0	> 0	$= 0$	> 0
混合阈值策略	> 0	> 0	> 0	> 0

阈值策略 ($l_{j,3} > 0$ 、 $l_{j,4} = 0$)、基于变化率的阈值策略 ($l_{j,3} = 0$ 、 $l_{j,4} > 0$) 以及混合阈值策略 ($l_{j,3} > 0$ 、 $l_{j,4} > 0$)。当 $\mathcal{H}_j(t)$ 较大时, 阈值 $\mathcal{T}_j(t)$ 也会变大, 可以容忍较大的事件触发误差。反之, $\mathcal{T}_j(t)$ 则变小以提供更精确的控制。此外, 当 $\mathcal{H}_j(t) > \bar{H}_j$ 时, 阈值会以指数形式增加, 以适应控制信号的大幅值或变化率。因此, 所提出的事件触发机制能够更有效地减轻系统的通信负担, 特别是对于由执行器间歇反向故障所导致的控制信号频繁变化的情况。

4.3.2 控制器设计

本小节将利用反步法设计中间连续控制信号 $\check{v}_j$ ($j = 1, \dots, m$) 和自适应律。

定义如下坐标变换

$$z_1 = y - y_r \quad (4.8)$$

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1} - y_r^{(i-1)}, \quad i = 2, \dots, n \quad (4.9)$$

其中 α_{i-1} 是虚拟控制信号。

第 1 步: 由式 (4.1)、式 (4.8) 和式 (4.9) 可得 z_1 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{y} - \dot{y}_r \\ &= z_2 + \alpha_1 + f_1(x_1) + \phi_1^T(x_1)\theta. \end{aligned} \quad (4.10)$$

设计虚拟控制信号 α_1 为

$$\alpha_1 = -\beta_1 z_1 - \phi_1^T(x_1)\hat{\theta} - f_1(x_1) \quad (4.11)$$

其中 β_1 是正的常数, $\hat{\theta}$ 是 θ 的估计。

设计调整函数 τ_1 为

$$\tau_1 = z_1 \phi_1(x_1). \quad (4.12)$$

构建如下 Lyapunov 函数

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (4.13)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, Γ 是正定矩阵。

由式 (4.10)-式 (4.13) 可得 $\bar{V}_1$ 的微分为

$$\dot{\bar{V}}_1 = -\beta_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\Gamma \tau_1 - \dot{\tilde{\theta}}). \quad (4.14)$$

虚拟控制信号 $\alpha_2, \dots, \alpha_n$ 和调整函数 $\tau_2, \dots, \tau_n$ 的设计遵循标准的反步法^[169]。因此, 本小节省略了具体的设计步骤而只给出设计结果。

第 2 步: 设计虚拟控制信号 α_2 和调整函数 τ_2 如下

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & -\beta_2 z_2 - z_1 - f_2(\bar{x}_2) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_2 \\ & + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + f_1(x_1)) - \hat{\theta}^T \left(\phi_2(\bar{x}_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \phi_1(x_1) \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\tau_2 = \tau_1 + \left(\phi_2(\bar{x}_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \phi_1(x_1) \right) z_2 \quad (4.16)$$

其中 β_2 是正的常数。

构建 Lyapunov 函数 $\bar{V}_2$ 为

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + \frac{1}{2} z_2^2. \quad (4.17)$$

第 i 步 ($i = 3, \dots, n$): 虚拟控制信号 α_i 和调整函数 τ_i 设计如下

$$\begin{aligned} \alpha_i = & -\beta_i z_i - z_{i-1} - f_i(\bar{x}_i) + \sum_{q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(q-1)}} y_r^{(q)} \\ & + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_i + \sum_{q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_q} (x_{q+1} + f_q(\bar{x}_q)) \\ & + \left(\sum_{q=2}^{i-1} z_q \frac{\partial \alpha_{q-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) \Gamma \left(\phi_i(\bar{x}_i) - \sum_{q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_q} \phi_q(\bar{x}_q) \right) \end{aligned}$$

$$-\hat{\theta}^T \left(\phi_i(\bar{x}_i) - \sum_{q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_q} \phi_q(\bar{x}_q) \right) \quad (4.18)$$

$$\tau_i = \tau_{i-1} + \left(\phi_i(\bar{x}_i) - \sum_{q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_q} \phi_q(\bar{x}_q) \right) z_i \quad (4.19)$$

其中 β_i 是正的常数。

构建 Lyapunov 函数 $\bar{V}_i$ 为

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2. \quad (4.20)$$

由式 (4.1)、式 (4.2) 和式 (4.9) 可得 z_n 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \sum_{j=1}^m b_j(\rho_{j,h} v_j + u_{j,h}^*) + f_n(x) + \phi_n^T(x) \theta - \dot{\alpha}_{n-1} - y_r^{(n)} \\ &= \sum_{j=1}^m b_j \rho_{j,h} \check{v}_j + \sum_{j=1}^m b_j (\rho_{j,h} (v_j - \check{v}_j) + u_{j,h}^*) + f_n(x) \\ &\quad + \phi_n^T(x) \theta - \dot{\alpha}_{n-1} - y_r^{(n)}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

式 (4.21) 中与故障相关的参数 $\rho_{j,h}$ 和 $u_{j,h}^*$ 是有界的。同时, 由式 (4.4)-式 (4.7) 可得 $|\varepsilon_j| = |\check{v}_j - v_j| \leq \mathcal{T}_j(t) \leq e^{lj,1}$ 总是成立, 这意味着 $v_j - \check{v}_j$ 也是有界的。因此, 定义如下未知常值

$$\gamma = \sup_{t \geq 0} \sum_{j=1}^m |b_j (\rho_{j,h} (v_j - \check{v}_j) + u_{j,h}^*)|. \quad (4.22)$$

构建 Lyapunov 函数为

$$V_n = \bar{V}_n + \frac{1}{2\lambda} \tilde{\gamma} \quad (4.23)$$

其中 $\tilde{\gamma} = \gamma - \hat{\gamma}$, $\hat{\gamma}$ 是 γ 的估计, λ 是正的常数。

设计中间连续控制信号 $\check{v}_j$ ($j = 1, \dots, m$) 和自适应律为

$$\check{v}_j = N_j(\kappa) \bar{\alpha}_n \quad (4.24)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_n \quad (4.25)$$

$$\dot{\hat{\gamma}} = \lambda |z_n| \quad (4.26)$$

$$\dot{\kappa} = \zeta z_n \bar{\alpha}_n, \quad \kappa(0) \geq 0 \quad (4.27)$$

其中 $N_j(\kappa)$ ($j = 1, \dots, m$) 是本章所设计的一系列新的 Nussbaum 函数, 其具体形式将在下文中给出, $\kappa \geq 0$ 是一个单调非减的自适应参数, ζ 是一个正的常数, $\bar{\alpha}_n$ 设计如下

$$\bar{\alpha}_n = \frac{z_n \check{\alpha}_n^2}{\sqrt{z_n^2 \check{\alpha}_n^2 + \epsilon^2(t)}} \quad (4.28)$$

$$\check{\alpha}_n = -\alpha_n - y_r^{(n)} + \frac{z_n \hat{\gamma}^2}{\sqrt{z_n^2 \hat{\gamma}^2 + \epsilon^2(t)}} \quad (4.29)$$

其中函数 $\epsilon(t)$ 在 $t \geq 0$ 时满足 $\epsilon(t) > 0$ 且 $\int_0^t \epsilon(s) ds \leq \bar{\epsilon} < \infty$ 。

由式 (4.21)-式 (4.29) 以及引理 2.2 可得 V_n 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -\sum_{i=1}^n \beta_i z_i^2 + \tilde{\theta} \Gamma^{-1} (\Gamma \tau_n - \dot{\hat{\theta}}) + \left(\sum_{i=2}^n z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) \\ &\quad \times (\Gamma \tau_n - \dot{\hat{\theta}}) + z_n \bar{\alpha}_n \left(\sum_{j=1}^m b_j \rho_{j,h} N_j(\kappa) + 1 \right) \\ &\quad + \frac{1}{\lambda} \tilde{\gamma} (\lambda |z_n| - \dot{\hat{\gamma}}) + 2\epsilon(t) \\ &= -\sum_{i=1}^n \beta_i z_i^2 + z_n \bar{\alpha}_n \left(\sum_{j=1}^m b_j \rho_{j,h} N_j(\kappa) + 1 \right) + 2\epsilon(t). \end{aligned} \quad (4.30)$$

根据式 (4.27) 可得

$$z_n \bar{\alpha}_n = \frac{\dot{\kappa}}{\zeta} \quad (4.31)$$

则对式 (4.30) 两侧进行积分有

$$\begin{aligned} V_n(t) &\leq \sum_{j=1}^m \int_0^t \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds + \frac{\kappa(t)}{\zeta} - \frac{\kappa(0)}{\zeta} \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \int_0^t \beta_i z_i^2(s) ds + 2 \int_0^t \epsilon(s) ds + V_n(0) \\ &\leq \sum_{j=1}^m \int_0^t \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds + \frac{\kappa(t)}{\zeta} \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \int_0^t \beta_i z_i^2(s) ds + D_0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

其中

$$D_0 = V_n(0) - \frac{\kappa(0)}{\zeta} + 2\bar{\epsilon} \quad (4.33)$$

是一个常数。

注 4.5: 与现有的基于 Nussbaum 函数的结果 [85–94] 相比, 式 (4.32) 中的 $\sum_{j=1}^m \int_0^t \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 一项更难以处理。在控制器设计和稳定性分析中, 必须关注如下两个问题:

- 首先, 由于执行器间歇反向故障, $\rho_{j,h}$ 的符号可能在 $\{-1, 0, 1\}$ 之间多次跳变。 $\rho_{j,h}$ 符号的变化可能使得现有的稳定性分析方法不再有效。
- 其次, $\sum_{j=1}^m \int_0^t \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 中存在多个 Nussbaum 函数, 各函数之间可能会相互抵消。例如, 如果使用传统的 Nussbaum 函数 (如: $\kappa^2 \sin(\kappa)$ 和 $\kappa^2 \cos(\kappa)$), 那么对于 $p \neq q$, $\int_0^t \frac{b_p \rho_{p,h}(s)}{\zeta} N_p(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 和 $\int_0^t \frac{b_q \rho_{q,h}(s)}{\zeta} N_q(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 在符号相反时会相互抵消。因此, 可能出现 $\sum_{j=1}^m \int_0^t \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 是有界的, 但 $\kappa \rightarrow \infty$, 显然此时无法保证闭环信号的有界性。

因此, 如何设计新颖的 Nussbaum 函数和稳定性分析方法, 从理论上保证并严格证明系统的稳定性是一个关键而又具有挑战性的问题。

为了解决注 4.5 中所述的问题, 所设计的 Nussbaum 函数必须具有以下特殊性质。第一, 它们应能容忍执行器间歇反向故障所导致的故障符号变化。第二, 其增长速度应足够快以便及时处理间歇性故障。第三, 针对不同执行器所设计的 Nussbaum 函数之间的作用应相互加强, 而不是相互抵消。这些性质使得现有的 Nussbaum 函数不再适用。为解决这一问题, 本章设计了一系列新型 Nussbaum 函数, 其具体形式如下

$$N_j(\kappa) = \kappa e^{\mu_1 \kappa^2} \sin(4^{j-\mu_2} \kappa), \quad j = 1, \dots, m \quad (4.34)$$

其中 $\mu_1 > 0$ 和 $\mu_2 \in \mathbb{R}$ 是正的常数, κ 已在式 (4.27) 中定义。

引理 4.1: 对于所提出的 Nussbaum 函数 $N_j(\kappa)$ ($j = 1, \dots, m$), 如下不等式成立

$$\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa) \leq 0, \quad \kappa \in [\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g)] \quad (4.35)$$

其中

$$\underline{a}_j(g) = 4^{\mu_2-j} (2g_j \pi + 0.5\pi + 0.5 \text{sign}(b_j \rho_{j,h}) \pi) \quad (4.36)$$

$$\bar{a}_j(g) = 4^{\mu_2-j} (2g_j \pi + 1.5\pi + 0.5 \text{sign}(b_j \rho_{j,h}) \pi) \quad (4.37)$$

其中 $g_1 = g$, 对于 $j = 2, \dots, m$,

$$g_j = 4^{j-1}g + \sum_{q=1}^{j-1} 4^{j-1-q}(\text{sign}(b_q \rho_{q,h}) + 1) \quad (4.38)$$

其中 $g \in \mathbb{Z}^+$ 是一个任意的正整数。此外,

$$\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa) \leq 0, \quad \kappa \in [\underline{a}_m(g), \bar{a}_m(g)] \quad (4.39)$$

对所有 $j = 1, \dots, m$ 成立。

证明: 首先证明式 (4.35) 成立。对于 $j = 1, \dots, m$, 讨论如下三种情况。

情况 1: 如果 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) = 0$, 则式 (4.35) 显然成立。

情况 2: 如果 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) = 1$, 则由式 (4.36) 和式 (4.37) 可得

$$\underline{a}_j(g) = 4^{\mu_2-j}(2g_j\pi + \pi) \quad (4.40)$$

$$\bar{a}_j(g) = 4^{\mu_2-j}(2g_j\pi + 2\pi). \quad (4.41)$$

由式 (4.38) 可得 $2g_1 = 2g$ 和

$$2g_j = 2^{2j-1}g + \sum_{q=1}^{j-1} 2^{2j-1-2q}(\text{sign}(b_q \rho_{q,h}) + 1), \quad j = 2, \dots, m \quad (4.42)$$

都是正的偶数。因此, $N_j(\underline{a}_j(g)) = N_j(\bar{a}_j(g)) = 0$ 。由于 $N_j(\kappa)$ 的周期为 $\bar{T}_j = 4^{\mu_2+0.5-j}\pi$ 且区间 $[\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g)]$ 长度为 $\bar{T}_j/2$, 因此根据正弦函数的性质可得 $N_j(\kappa)$ 在 $\kappa \in (\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g))$ 时是严格正或严格负的。在区间 $[\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g)]$ 内取值 $\kappa_0 = \underline{a}_j(g) + \bar{T}_j/4$ 可得

$$N_j(\kappa_0) = \kappa_0 e^{\mu_1 \kappa_0^2} \sin(2g_j\pi + 1.5\pi) < 0 \quad (4.43)$$

随之可得当 $\kappa \in [\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g)]$ 时 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa) \leq 0$ 。

情况 3: 如果 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) = -1$, 类似于情况 2, 可推得式 (4.35) 也是成立的。此处省略具体分析过程。

因此, 结合上述三种情况可得, 无论 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) = 1, -1$ 还是 0, 式 (4.35) 都是成立的。

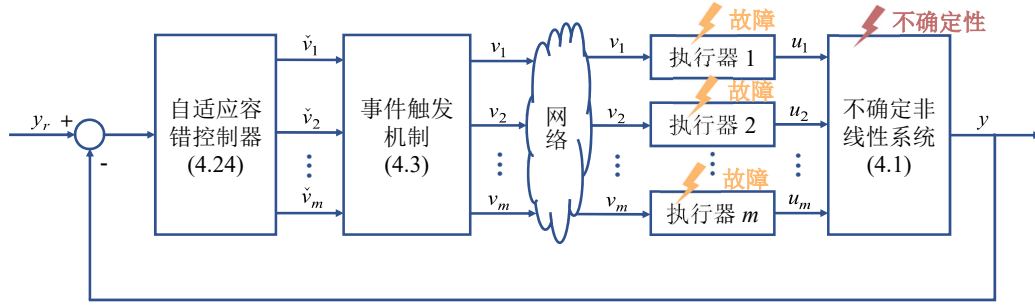


图 4.1 事件触发自适应容错控制系统整体结构框架

接下来将证明式 (4.39) 也是成立的。由式 (4.36)-式 (4.38) 可计算得到 $\underline{a}_1(g) \leq \underline{a}_2(g) \leq \dots \leq \underline{a}_m(g)$ 且 $\bar{a}_1(g) \geq \bar{a}_2(g) \geq \dots \geq \bar{a}_m(g)$ 。由此可得

$$[\underline{a}_m(g), \bar{a}_m(g)] \subset \dots \subset [\underline{a}_2(g), \bar{a}_2(g)] \subset [\underline{a}_1(g), \bar{a}_1(g)] \quad (4.44)$$

随之可得当 $\kappa \in [\underline{a}_m(g), \bar{a}_m(g)]$ 时, 对所有 $j = 1, \dots, m$, $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa) \leq 0$ 成立。因此, 可证得式 (4.39) 成立。

证毕。 $\square$

注 4.6: 在式 (4.34) 所设计的 Nussbaum 函数中, 指数项 $\kappa e^{\mu_1 \kappa^2}$ 用以提高 $N_j(\kappa)$ 的增长率。引理 4.1 中所给出的性质可以避免多个 Nussbaum 函数之间的作用相互抵消, 具体分析将在注 4.8 中给出。此外, 通过在下一节中设计一种新颖的基于分段积分的反证方法, 结合本节所提出的 Nussbaum 函数, 可以处理执行器间歇反向故障所导致的故障符号变化。

为清楚起见, 图 4.1 给出了本章所提出的事件触发自适应容错控制系统的整体结构框架。

4.4 执行器间歇反向故障下的稳定性分析

本节将证明闭环系统的稳定性并分析其控制性能。本章的主要结果可总结为如下定理。

定理 4.1: 对于由系统 (4.1)、执行器间歇反向故障 (4.2)、事件触发机制 (4.3)-(4.7)、自适应控制器 (4.24)、自适应律 (4.25)-(4.27) 组成的闭环系统。在假设 4.1 被满足时, 如下性质可以得到保证:

- 1) 所有闭环信号是全局有界的;
- 2) 跟踪误差 $y - y_r$ 渐近收敛到 0, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_r) = 0$;
- 3) Zeno 行为可以避免。

证明: 1) 所有闭环信号是全局有界的。

由式 (4.27) 和式 (4.28) 可得 $\dot{\kappa}(t) \geq 0$ 。由于 $\kappa(0) \geq 0$, 因此 $\kappa(t) \geq 0$ 。

为证明 $V_n(t)$ 的有界性, 本节首先通过分段积分反证法证明 $\kappa(t)$ 在 $[0, t_f]$ 内是有界的, 其中 $t_f > 0$ 。假设 $\kappa(t)$ 在 $t \in [0, t_f]$ 内是无界的, 则存在单调增长的序列 $\{t_r\}$, $r = r_0, r_0 + 1, r_0 + 2, \dots$ 使得 $\kappa(t_r) = \bar{b}_m(r)$, 其中 $\bar{b}_m(r)$ 满足

$$\underline{a}_m(r) < \underline{b}_m(r) < \bar{b}_m(r) < \bar{a}_m(r) \quad (4.45)$$

其中 $\underline{a}_m(\cdot)$ 和 $\bar{a}_m(\cdot)$ 已分别在式 (4.36) 和式 (4.37) 中定义, $\underline{b}_m(r) = \underline{a}_m(r) + \frac{1}{6}\bar{T}_m$, $\bar{b}_m(r) = \underline{a}_m(r) + \frac{1}{3}\bar{T}_m$, 其中 $\bar{T}_m = 2(\bar{a}_m(r) - \underline{a}_m(r)) = 4^{\mu_2+0.5-m}\pi$, r_0 是任意正整数且满足 $\underline{a}_m(r_0) > \kappa(0)$, $t_{r_0} \geq 0$, $\lim_{r \rightarrow +\infty} t_r = t_f$ 。

由式 (4.32) 可得

$$\begin{aligned} V_n(t_r) \leq & \sum_{j=1}^m \int_0^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds + \frac{\kappa(t_r)}{\zeta} \\ & - \sum_{i=1}^n \int_0^{t_r} \beta_i z_i^2(s) ds + D_0. \end{aligned} \quad (4.46)$$

将执行器故障的开始时间 $T_{j,h}^s$ ($j = 1, \dots, m$, $h = 1, 2, 3, \dots$) 和结束时间 $T_{j,h}^e$ 中的相同时刻合并, 对其进行重新排序并标记为 $T_1, T_2, T_3, \dots$ 。因此, 对于 $t \in [0, t_r]$, 定义如下与故障相关的时间序列

$$0 \leq T_1 < T_2 < T_3 < \dots < T_N \leq t_r \quad (4.47)$$

其中 $N = 1, 2, 3, \dots$ 可以至无穷。显然, 在区间 (T_i, T_{i+1}) ($i = 0, 1, \dots, N$) 内, $\rho_{j,h}$ ($j = 1, \dots, m$) 是不变的常值, 其中 $T_0 \triangleq 0$, $T_{N+1} \triangleq t_r$ 。

因此, 由式 (4.46)-式 (4.47) 可得

$$\sum_{j=1}^m \int_0^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{j=1}^m \left(\int_0^{T_1} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \int_{T_N}^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

接下来本节将分为三个时间区间计算式 (4.48)。

第一部分，考虑时间区间 $[0, t_1^*)$ ，其中 t_1^* 满足 $\kappa(t_1^*) = \underline{a}_m(r)$ 。不失一般性，假设 $T_{q_1} \leq t_1^* \leq T_{q_1+1}$ ，其中 $q_1 \in \mathbb{Z}^+$ 。根据积分不等式 $\int_{z_1}^{z_2} f(s) ds \leq (z_2 - z_1) \sup_{z_1 \leq s \leq z_2} |f(s)|$ 可得

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=1}^m \int_0^{t_1^*} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \\
 &= \sum_{j=1}^m \left(\int_0^{T_1} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \int_{T_{q_1}}^{t_1^*} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \\
 &= \sum_{j=1}^m \left(\int_{\kappa(0)}^{\kappa(T_1)} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{\kappa(T_1)}^{\kappa(T_2)} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\kappa(T_{q_1})}^{\underline{a}_m(r)} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa) d\kappa \\
 &\leq \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} (\kappa(T_1) - \kappa(0)) \sup_{\kappa(0) \leq \kappa \leq \kappa(T_1)} |N_j(\kappa)| + \dots \\
 &\quad + \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} (\underline{a}_m(r) - \kappa(T_{q_1})) \sup_{\kappa(T_{q_1}) \leq \kappa \leq \underline{a}_m(r)} |N_j(\kappa)| \\
 &\leq \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} (\kappa(T_1) - \kappa(0)) \kappa(T_1) e^{\mu_1 \kappa^2(T_1)} + \dots \\
 &\quad + \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} (\underline{a}_m(r) - \kappa(T_{q_1})) \underline{a}_m(r) e^{\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} \\
 &\leq \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} \underline{a}_m^2(r) e^{\mu_1 \underline{a}_m^2(r)}
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

其中 $\bar{\rho} = \sup_{t \geq 0} \{|b_1 \rho_{1,h}|, \dots, |b_m \rho_{m,h}|\}$ 。

第二部分，考虑时间区间 $[t_1^*, t_2^*)$ ，其中 t_2^* 满足 $\kappa(t_2^*) = \underline{b}_m(r)$ 。不失一般性，假设 $T_{q_2} \leq t_2^* \leq T_{q_2+1}$ ，其中 $q_2 \in \mathbb{Z}^+$ 。则可以计算得到

$$\sum_{j=1}^m \int_{t_1^*}^{t_2^*} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{j=1}^m \left(\int_{t_1^*}^{T_{q_1+1}} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{T_{q_1+1}}^{T_{q_1+2}} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \int_{T_{q_2}}^{t_2^*} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \\
 &= \sum_{j=1}^m \left(\int_{a_m(r)}^{\kappa(T_{q_1+1})} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{\kappa(T_{q_1+1})}^{\kappa(T_{q_1+2})} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right. \\
 &\quad \left. + \dots + \int_{\kappa(T_{q_2})}^{b_m(r)} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa) d\kappa. \tag{4.50}
 \end{aligned}$$

由式 (4.45) 可得 $[\underline{a}_m(r), \underline{b}_m(r)] \subset [\underline{a}_m(r), \bar{a}_m(r)]$, 结合引理 4.1 中的式 (4.39) 可得当 $\kappa \in [\underline{a}_m(r), \underline{b}_m(r)]$ 时有 $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa) \leq 0$ 。因此, 由式 (4.50) 可得

$$\sum_{j=1}^m \int_{t_1^*}^{t_2^*} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \leq 0. \tag{4.51}$$

第三部分, 考虑时间区间 $[t_2^*, t_r]$, 计算 $\sum_{j=1}^m \int_{t_2^*}^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds$ 。定义集合 $\Omega = \{1, 2, \dots, m\}$, 则根据执行器间歇反向故障可以将集合 Ω 分为以下两个子集合

$$\Omega_1 = \{j \mid j \in \Omega, \rho_{j,h} = 0\} \tag{4.52}$$

$$\Omega_2 = \{j \mid j \in \Omega, \rho_{j,h} \neq 0\} \tag{4.53}$$

根据注 4.2, 同一时刻最多有 $m - 1$ 个执行器同时完全失效, 即任意时刻至少有一个执行器满足 $\rho_{j,h} \neq 0$, 因此 $\Omega_2 \neq \emptyset$ 总是成立。

定义

$$\begin{aligned}
 \sigma_0 = & - \max_{j \in \Omega_2} \left\{ b_j \rho_{j,h} \underline{b}_m(r) \sin(4^{j-\mu_2} \underline{b}_m(r)), \right. \\
 & \left. b_j \rho_{j,h} \kappa(T_{q_2+1}) \sin(4^{j-\mu_2} \kappa(T_{q_2+1})) \right\} \tag{4.54}
 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
 \sigma_l = & - \max_{j \in \Omega_2} \left\{ b_j \rho_{j,h} \kappa(T_{q_2+l}) \sin(4^{j-\mu_2} \kappa(T_{q_2+l})), \right. \\
 & \left. b_j \rho_{j,h} \kappa(T_{q_2+l+1}) \sin(4^{j-\mu_2} \kappa(T_{q_2+l+1})) \right\} \tag{4.55}
 \end{aligned}$$

其中 $l = 1, 2, 3, \dots$ 。

由引理 4.1 中的式 (4.39) 以及式 (4.45) 所呈现的关系 $[\underline{b}_m(r), \bar{b}_m(r)] \subset [\underline{a}_m(r), \bar{a}_m(r)]$ 可得 $\sigma_0 > 0$ 且 $\sigma_l > 0$ 。因此, 定义

$$\bar{\sigma} = \min\{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots\} \quad (4.56)$$

显然 $\bar{\sigma}$ 是一个正的常数。

由式 (4.52)-式 (4.56) 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \int_{t_2^*}^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \\ &= \sum_{j=1}^m \left(\int_{t_2^*}^{T_{q_2+1}} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{T_{q_2+1}}^{T_{q_2+2}} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \dots \right. \\ & \quad \left. + \int_{T_N}^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds \\ &= \sum_{j=1}^m \left(\int_{\underline{b}_m(r)}^{\kappa(T_{q_2+1})} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} + \int_{\kappa(T_{q_2+1})}^{\kappa(T_{q_2+2})} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right. \\ & \quad \left. + \dots + \int_{\kappa(T_N)}^{\bar{b}_m(r)} \frac{b_j \rho_{j,h}}{\zeta} \right) N_j(\kappa) d\kappa \\ &\leq -\frac{\bar{\sigma}}{\zeta} (\kappa(T_{q_2+1}) - \underline{b}_m(r)) \underline{b}_m(r) e^{\mu_1 \underline{b}_m^2(r)} \\ & \quad - \frac{\bar{\sigma}}{\zeta} (\kappa(T_{q_2+2}) - \kappa(T_{q_2+1})) \kappa(T_{q_2+1}) e^{\mu_1 \kappa^2(T_{q_2+1})} \\ & \quad - \dots - \frac{\bar{\sigma}}{\zeta} (\bar{b}_m(r) - \kappa(T_N)) \kappa(T_N) e^{\mu_1 \kappa^2(T_N)} \\ &\leq -\frac{\bar{\sigma}}{\zeta} (\bar{b}_m(r) - \underline{b}_m(r)) \underline{b}_m(r) e^{\mu_1 \underline{b}_m^2(r)}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

将上述三个时间区间内的计算结果 (4.49)、(4.51) 和 (4.57) 代入式 (4.48) 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \int_0^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds + \frac{\kappa(t_r)}{\zeta} \\ &\leq \frac{m\bar{\rho}}{\zeta} \underline{a}_m^2(r) e^{\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} + \frac{\bar{b}_m(r)}{\zeta} \\ & \quad - \frac{\bar{\sigma}}{\zeta} (\bar{b}_m(r) - \underline{b}_m(r)) \underline{b}_m(r) e^{\mu_1 \underline{b}_m^2(r)} \\ &= -\frac{\underline{b}_m(r)}{\zeta} e^{\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} \left(\bar{\sigma} (\bar{b}_m(r) - \underline{b}_m(r)) \right. \\ & \quad \left. \times e^{\mu_1 (\underline{b}_m^2(r) - \underline{a}_m^2(r))} - m\bar{\rho} \frac{\underline{a}_m^2(r)}{\underline{b}_m(r)} \right) \end{aligned}$$

$$-\frac{\bar{b}_m(r)}{\underline{b}_m(r)}e^{-\mu_1 \underline{a}_m^2(r)}). \quad (4.58)$$

由式 (4.36) 和式 (4.38) 可得

$$\underline{a}_m(r) = \frac{2r\pi + \sum_{j=1}^m 4^{0.5-j}\pi(1 + \text{sign}(b_j \rho_{j,h}))}{4^{1-\mu_2}} \quad (4.59)$$

则有

$$\begin{aligned} \frac{\bar{b}_m(r)}{\underline{b}_m(r)}e^{-\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} &= \left(1 + \frac{\bar{b}_m(r) - \underline{b}_m(r)}{\underline{b}_m(r)}\right)e^{-\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} \\ &\leq \left(1 + \frac{4^{\mu_2-m}\pi}{3\underline{a}_m(r)}\right)e^{-\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} \end{aligned} \quad (4.60)$$

因此随着 $r \rightarrow +\infty$, $\frac{\bar{b}_m(r)}{\underline{b}_m(r)}e^{-\mu_1 \underline{a}_m^2(r)} \rightarrow 0$ 。

此外, 考虑指数项

$$\begin{aligned} &\bar{\sigma}(\bar{b}_m(r) - \underline{b}_m(r))e^{\mu_1(\bar{b}_m^2(r) - \underline{a}_m^2(r))} \\ &= \frac{4^{\mu_2-m}\bar{\sigma}\pi}{3}e^{\frac{4^{\mu_2-m}\mu_1\pi}{3}(2\underline{a}_m(r) + \frac{4^{\mu_2-m}\pi}{3})} \end{aligned} \quad (4.61)$$

显然随着 $r \rightarrow +\infty$, 上述指数项增长速度远快于 $m\bar{\rho}\frac{\underline{a}_m^2(r)}{\underline{b}_m(r)} \leq m\bar{\rho}\underline{b}_m(r)$, 结合式 (4.60) 可得随着 $r \rightarrow +\infty$ 有

$$\sum_{j=1}^m \int_0^{t_r} \frac{b_j \rho_{j,h}(s)}{\zeta} N_j(\kappa(s)) \dot{\kappa}(s) ds + \frac{\kappa(t_r)}{\zeta} \rightarrow -\infty. \quad (4.62)$$

由式 (4.46) 和式 (4.62) 可得, 如果 $\kappa(t)$ 是无界的, 则随着 $r \rightarrow +\infty$, $V_n(t_r) \rightarrow -\infty$, 这与 Lyapunov 函数的非负性相悖。因此, $\kappa(t)$ 在区间 $t \in [0, t_f)$ 内是有界的。

由 $\kappa(t)$ 的有界性和式 (4.32) 可得 V_n 也是有界的。因此, z_i ($i = 1, \dots, n$)、 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\gamma}$ 是有界的, 由式 (4.8) 可得 y 是有界的, 由式 (4.11) 可得 α_1 是有界的。类似地, 由式 (4.9)、式 (4.15) 和式 (4.18) 可分析得到 $x_2, \dots, x_n$ 和 $\alpha_2, \dots, \alpha_n$ 都是有界的。然后, 由式 (4.24)、式 (4.28) 和式 (4.29) 可得控制信号 $\check{v}_j$ ($j = 1, \dots, m$) 是有界的。因此, 所有闭环信号在时间区间 $[0, t_f)$ 内是全局有界的。由于闭环信号的有界性与 t_f 无关, 因此 t_f 可以趋于 $+\infty$ 且不存在有限逃逸现象。因此, 对于 $t \geq 0$, 所有闭环信号是全局有界的。

2) 跟踪误差 $y - y_r$ 渐近收敛到 0, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_r) = 0$ 。

由式 (4.32) 可得 $z_1 \in L_2$ 且 $\dot{z}_1 \in L_\infty$ 。因此, 由 Barbalat 引理^[170] 和式 (4.8) 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_r) = 0 \quad (4.63)$$

这意味着跟踪误差 $y - y_r$ 渐近收敛到 0。

3) Zeno 行为可以避免。

由于 $\varepsilon_j(t) = \check{v}_j(t) - v_j(t)$, $\forall t \in [t_k^j, t_{k+1}^j)$, $j = 1, \dots, m$, 因此

$$\frac{d}{dt} |\varepsilon_j(t)| = \text{sign}(\check{v}_j(t) - v_j(t)) \dot{v}_j(t) \leq |\dot{v}_j(t)|. \quad (4.64)$$

由于 $\check{v}_j(t)$ 是可微的并且 $\dot{v}_j(t)$ 取决于有界的闭环信号, 因此存在正的常数 $\bar{v}_j$ 使得 $|\dot{v}_j(t)| \leq \bar{v}_j$ 。根据 $\varepsilon_j(t_k^j) = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow t_{k+1}^j} \varepsilon_j(t) = \mathcal{T}_j(t) \geq l_{j,1} - l_{j,2}$ 可得

$$t_{k+1}^j - t_k^j \geq \underline{t}^j \triangleq \frac{l_{j,1} - l_{j,2}}{\bar{v}_j} \quad (4.65)$$

这意味着事件触发间隔时间 $\{t_{k+1}^j - t_k^j\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 存在正的下界 $\underline{t}^j$ 。因此, Zeno 行为可以避免。

证毕。 □

注 4.7: 为了处理执行器间歇反向故障给稳定性分析带来的挑战, 本章设计了一种新颖的基于分段积分的反证方法。首先, 假设 $\kappa(t)$ 是无界的, 并定义了一个单调递增序列 $\{t_r\}$ 。然后, 在式 (4.47) 中构建与故障相关的时间序列, 在此基础上, 在式 (4.48) 中对所设计的 Nussbaum 函数进行分段积分, 并分成三个时间区间进行计算。

- 在第一个时间区间内, 即 $t \in [0, t_1^*)$ 且 $\kappa(t) \in [\kappa(0), \underline{a}_m(r))$, 不论故障符号正负, 直接利用故障的有界性可得到式 (4.49)。
- 在第二个时间区间内, 即 $t \in [t_1^*, t_2^*)$ 且 $\kappa(t) \in [\underline{a}_m(r), \underline{b}_m(r))$, 直接利用引理 4.1 中所给出的 Nussbaum 函数的性质可以得到式 (4.51) 所示的非正项。
- 在第三个时间区间内, 即 $t \in [t_2^*, t_r)$ 且 $\kappa(t) \in [\underline{b}_m(r), \bar{b}_m(r))$, 如式 (4.52) 和 (4.53) 所示, 执行器根据所遭受的故障类型被划分为两组。然后, 在式 (4.57) 中进行分段积分, 可得严格负的指数项。

最后, 结合三个时间区间内的计算结果可得到随着 $r \rightarrow +\infty$, Lyapunov 函数 $V_n(t_r) \rightarrow -\infty$, 这与 $V_n(t_r)$ 是非负函数的事实相矛盾。因此, 可以得出 $\kappa(t)$ 和其他闭环信号的有界性结论。

注 4.8: 为了避免注 4.5 中提到的多个 Nussbaum 函数的作用相互抵消的问题, 本章在分析时利用了所提出的 Nussbaum 函数在一些特定区间内的符号特性。更具体地, 一旦 κ 进入区间 $[\underline{a}_j(g), \bar{a}_j(g)]$ 内, 则无论是否存在反向故障, $\text{sign}(b_j \rho_{j,h}) N_j(\kappa)$ ($j = 1, \dots, m$) 都具有相同的符号, 不会出现多个 Nussbaum 函数的作用相互抵消的情况。因此, 不同 Nussbaum 函数之间的作用是相互加强而不是相互抵消的, 从而避免了注 4.5 中所述的问题。

4.5 仿真实验

本节首先给出数值模型仿真, 然后将所设计的容错控制方案应用至机械臂进行仿真研究以说明其有效性, 最后进行比较分析以说明其优势。

4.5.1 数值模型仿真

参考文献 [171], 考虑如下三阶不确定非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \phi_2(\bar{x}_2)\theta \\ \dot{x}_3 &= u_1 + u_2 + \phi_3(\bar{x}_3)\theta \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{4.66}$$

其中 $\phi_2(\bar{x}_2) = -\sin x_1 - x_2$, $\phi_3(\bar{x}_3) = -x_2 - 0.5x_3$, $\theta = 1$ 是未知的常数。仿真的目的是使得系统输出 y 在执行器间歇反向故障和事件触发通信情况下跟踪期望轨迹 $y_r = \sin(t)$ 。

仿真中所考虑的执行器故障如下

$$\begin{cases} u_1(t) = 0.3v_1(t), & t \in [(10h-8)T, (10h-6)T) \\ u_2(t) = 3, & t \in [(10h-6)T, (10h-4)T) \\ u_1(t) = -v_1(t), & t \in [(10h-4)T, (10h-2)T) \\ u_2(t) = 2v_2(t), & t \in [(10h-2)T, 10hT) \\ u_j(t) = v_j(t), j = 1, 2, & \text{其他} \end{cases} \tag{4.67}$$

其中 $h = 1, 2, 3, \dots$, $T = 1 \text{ s}$ 。

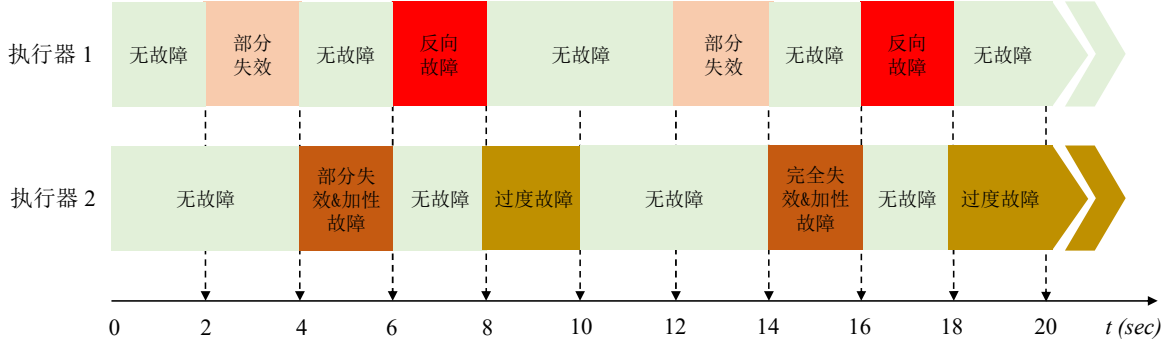


图 4.2 故障模式随时间变化示意图

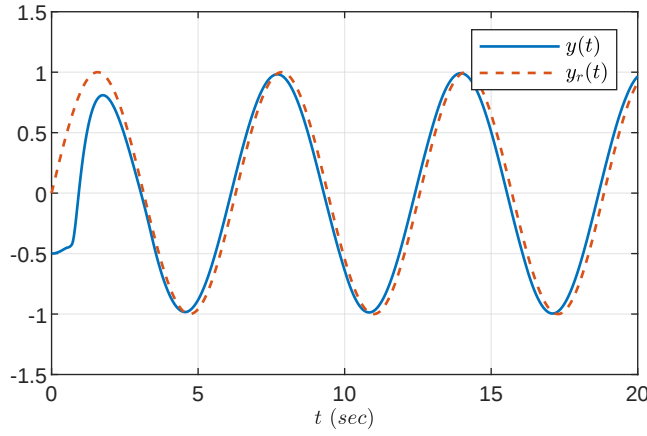


图 4.3 数值模型仿真中的输出跟踪轨迹

由执行器故障 (4.67) 可总结得到

- 当 $t \in [(10h - 10)T, (10h - 8)T)$ 时, 系统无故障;
- 当 $t \in [(10h - 8)T, (10h - 6)T)$ 时, 第一个执行器失效 70%;
- 当 $t \in [(10h - 6)T, (10h - 4)T)$ 时, 第二个执行器完全失效且同时遭受加性故障;
- 当 $t \in [(10h - 4)T, (10h - 2)T)$ 时, 第一个执行器遭受反向故障;
- 当 $t \in [(10h - 2)T, 10hT)$ 时, 第二个执行器遭受过度故障。

为清晰起见, 图 4.2 给出了故障模式随时间变化的示意图。

仿真中, 初始条件和控制器参数设置为 $x(0) = [-0.5, 0, 0]^T$, $\hat{\theta}(0) = 0.1$, $\hat{\gamma}(0) = 0.1$, $\kappa(0) = 0.1$, $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 2$, $\beta_3 = 0.1$, $\Gamma = 0.1$, $\lambda = 1$, $\zeta = 0.2$, $\epsilon = e^{-0.01t}$, $\mu_1 = 0.001$, $\mu_2 = 1.5$, $l_{1,1} = 0.5$, $l_{1,2} = 0.4$, $l_{1,3} = 0.5$, $l_{1,4} = 0.5$, $l_{2,1} = 1$, $l_{2,2} = 0.5$, $l_{2,3} = 0.5$, $l_{2,4} = 0.5$ 。

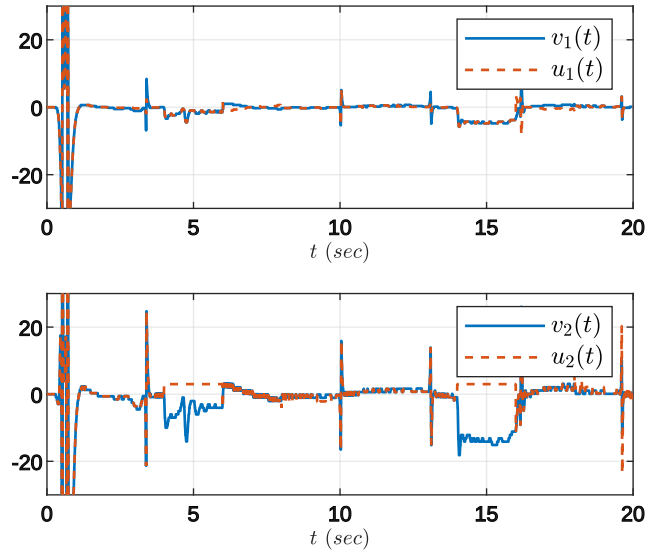


图 4.4 数值模型仿真中的设计控制信号 $v_j(t)$ ($j = 1, 2$) 和实际控制信号 $u_j(t)$

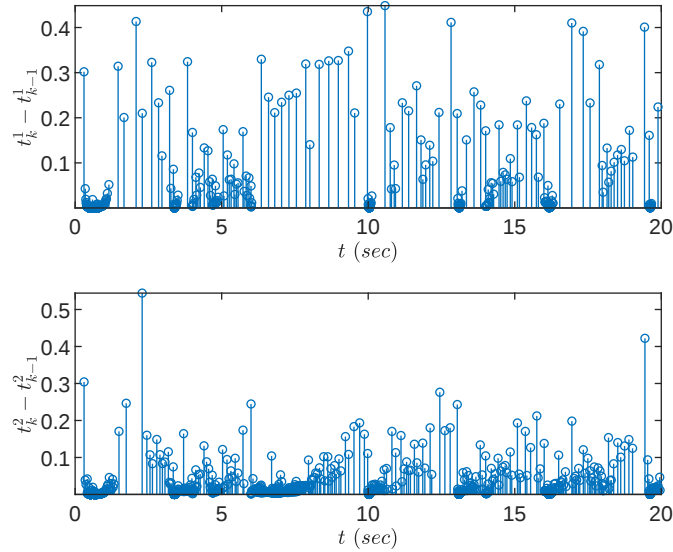


图 4.5 数值模型仿真中的事件触发时刻

仿真结果见图 4.3-图 4.5。图 4.3 给出了系统输出 $y(t)$ 和期望轨迹 $y_r(t)$ 。可以看出，所提出控制方案可以保证故障情况下的良好跟踪性能。所设计控制信号 $v_j(t)$ ($j = 1, 2$) 和实际控制信号 $u_j(t)$ 如图 4.4 所示。由于执行器间歇反向故障的发生， $v_j(t)$ 和 $u_j(t)$ 并不完全重合。并且为了补偿未知的执行器故障，控制信号需要快速调整。图 4.5 给出了触发事件的时间间隔。显然，针对数值模型的仿真结果说明了本章所提出控制方案的有效性。

4.5.2 机械臂仿真

与第 2 章和第 3 章相同，本小节所考虑的机械臂模型为

$$J\ddot{q} + C\dot{q} + Mgr \sin(q) = u_1 + u_2 \quad (4.68)$$

其中 u_1 和 u_2 是控制力矩， q 、 $\dot{q}$ 和 $\ddot{q}$ 分别表示角度、角速度和角加速度， J 表示电机的转动惯量， C 是阻尼系数， M 是连杆的质量， g 是重力加速度， r 是连杆质心到关节轴的长度。令 $x_1 = q$ 、 $x_2 = \dot{q}$ ，则模型 (4.68) 可以转化为如下形式

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{j=1}^2 b_j u_j(t) + \phi^T(x) \theta \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (4.69)$$

其中 $b_j = 1/J$ ， $\theta = [-Mgr/J, -C/J]^T$ ， $\phi(x) = [\sin(x_1), x_2]^T$ 。仿真中，机械臂的物理参数为 $J = 1$ 、 $C = 2$ 、 $Mgr = 10$ ，这些参数在控制器设计时均是未知的。

仿真的目的是使得角度 q ，即系统输出 y 在执行器间歇反向故障和事件触发通信情况下跟踪期望轨迹 $y_r = \sin(t)$ 。所考虑的执行器故障如下

$$\begin{cases} u_1(t) = 0.5v_1(t), & t \in [(10h-8)T, (10h-6)T) \\ u_2(t) = 5, & t \in [(10h-6)T, (10h-4)T) \\ u_1(t) = -v_1(t), & t \in [(10h-4)T, (10h-2)T) \\ u_2(t) = 1.5v_2(t), & t \in [(10h-2)T, 10hT) \\ u_j(t) = v_j(t), j = 1, 2, & \text{其他} \end{cases} \quad (4.70)$$

其中 $h = 1, 2, 3, \dots$ ， $T = 1$ s。由执行器故障 (4.70) 可总结得到

- 当 $t \in [(10h-10)T, (10h-8)T)$ 时，系统无故障；
- 当 $t \in [(10h-8)T, (10h-6)T)$ 时，第一个执行器失效 50%；
- 当 $t \in [(10h-6)T, (10h-4)T)$ 时，第二个执行器完全失效且同时遭受加性故障；
- 当 $t \in [(10h-4)T, (10h-2)T)$ 时，第一个执行器遭受反向故障；
- 当 $t \in [(10h-2)T, 10hT)$ 时，第二个执行器遭受过度故障。

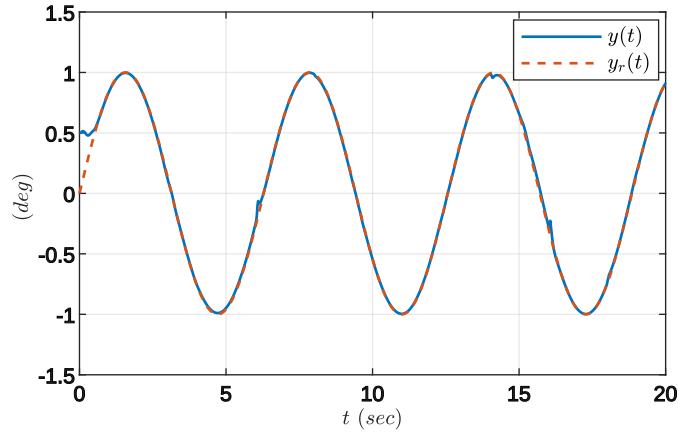


图 4.6 机械臂仿真中的输出跟踪轨迹

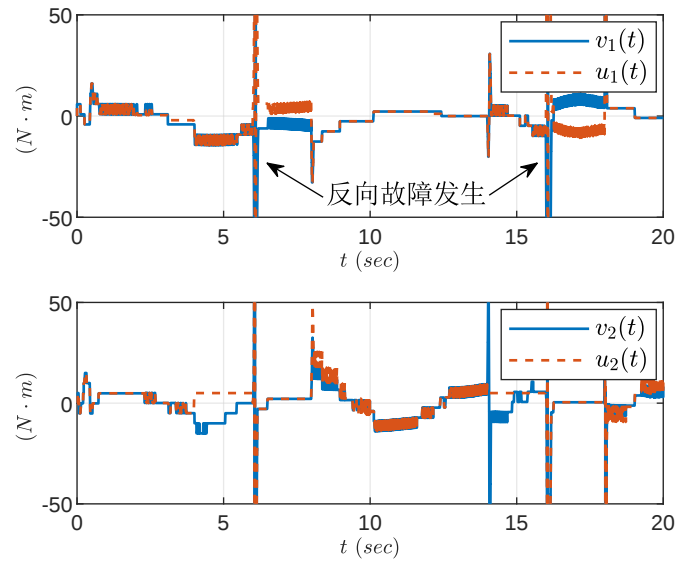


图 4.7 机械臂仿真中的设计控制信号 $v_j(t)$ ($j = 1, 2$) 和实际控制信号 $u_j(t)$

仿真中，初始条件和控制器参数设置为 $x(0) = [0.5, 0]^T$, $\hat{\theta}(0) = [-1, -8]^T$, $\hat{\gamma}(0) = 0.8$, $\kappa(0) = 0.8$, $\beta_1 = 8$, $\beta_2 = 6$, $\Gamma = [0.1, 0; 0, 0.1]$, $\lambda = 1$, $\zeta = 0.4$, $\epsilon = e^{-0.01t}$, $\mu_1 = 0.001$, $\mu_2 = 1.2$, $l_{j,1} = 5$ ($j = 1, 2$), $l_{j,2} = 4.5$, $l_{1,3} = 0.5$, $l_{1,4} = 0.5$, $l_{2,3} = 1$, $l_{2,4} = 1$ 。

仿真结果见图 4.6-图 4.8。图 4.6 给出了系统输出 $y(t)$ 和期望轨迹 $y_r(t)$ 。可以看出，虽然在执行器故障的发生或恢复时系统输出曲线存在一些波动，但仍实现了良好的跟踪性能，系统输出 $y(t)$ 可以在多种类型故障间歇发生的情况下实现对期望信

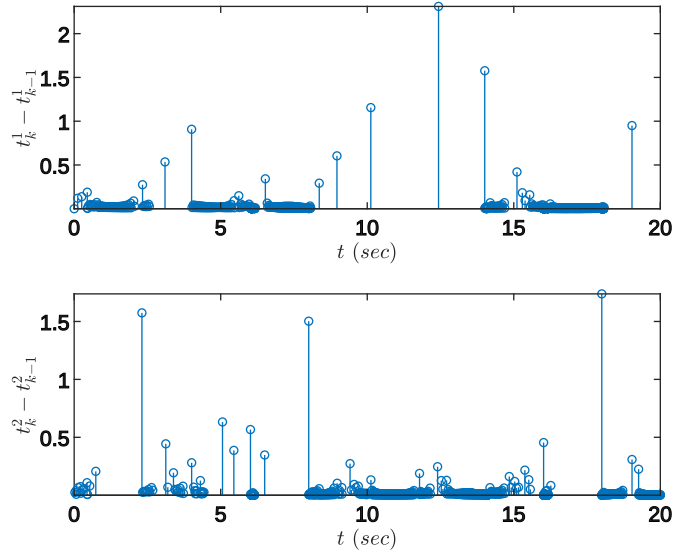


图 4.8 机械臂仿真中的事件触发时刻

号 $y_r(t)$ 的跟踪。所设计控制信号 $v_j(t)$ ($j = 1, 2$) 和实际控制信号 $u_j(t)$ 如图 4.7 所示。由于执行器间歇反向故障的发生, $v_j(t)$ 和 $u_j(t)$ 并不完全重合, 即所设计控制信号无法得到正确执行。并且为了补偿未知的执行器故障, 控制信号需要快速调整。图 4.8 给出了触发事件的时间间隔。显然, 图 4.6-图 4.8 说明了本章所提出控制方案的有效性。

4.5.3 对比分析

(1) 容错能力对比分析

为了进一步说明本章所提出控制方案的容错能力, 本小节将其与常规自适应容错控制器进行了对比分析, 常规容错控制器针对没有反向模式的间歇执行器故障所设计。

仿真基于上一小节的机械臂模型进行, 执行器故障设置如下

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_1(t) = 0.5v_1(t), & t \in [(10h - 8)T, (10h - 6)T) \\ u_2(t) = 5, & t \in [(10h - 6)T, (10h - 4)T) \\ u_1(t) = \rho_1 v_1(t), & t \in [(10h - 4)T, (10h - 2)T) \\ u_2(t) = 1.5v_2(t), & t \in [(10h - 2)T, 10hT) \\ u_j(t) = v_j(t), j = 1, 2, & \text{其他} \end{array} \right. \quad (4.71)$$

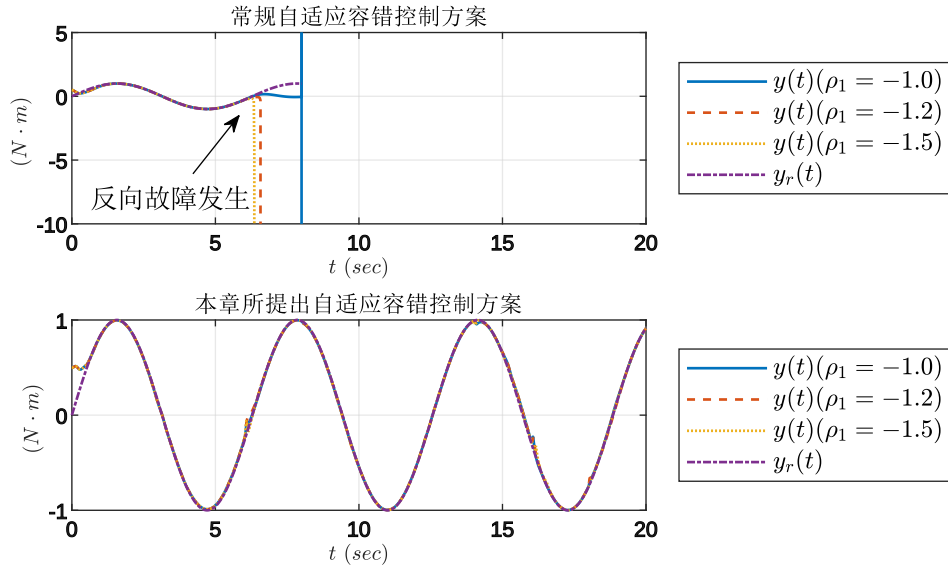


图 4.9 不同程度反向故障下的对比结果

其中考虑了三种不同严重程度的反向故障，即 $\rho_1 = -1$ 、 -1.2 和 -1.5 。

在仿真中，常规自适应容错控制方案的参数通过试验调整进行选择。对比结果如图 4.9 所示。可以看出，采用本章所提出的控制方案时，即使在不同严重程度的反向故障下，输出 $y(t)$ 也能很好地跟踪期望轨迹 $y_r(t)$ 。然而，采用常规自适应容错控制方案时，第 6 s 时发生的反向故障会破坏系统的稳定性，而且故障越严重，系统失稳的速度越快。因此，常规自适应容错控制方案无法处理具有反向模式的执行器间歇故障。

(2) 事件触发机制对比分析

本章提出的事件触发机制中，阈值不仅与所传输控制信号的幅值有关，还与其变化率有关。因此，为了进一步说明所提出事件触发机制的优势，本小节给出了与文献 [125] 和文献 [133] 中所提出的固定阈值事件触发机制和文献 [131,132,140] 中所提出的相对阈值事件触发机制在实现相似跟踪效果时的事件触发次数对比分析。为清晰起见，仅考虑第一个执行器在 10 s 时发生的反向故障，即 $u_1(t) = -v_1(t)$, $t \geq 10$ s。其他仿真条件的设置与第 4.5.2 小节一致。为了定量比较跟踪效果，定义如下累积跟踪误差

$$\mathcal{E} = \int_0^{20} |y - y_r| dt. \quad (4.72)$$

表 4.2 不同时间区间内事件触发次数的对比

	$0\text{ s} \leq t < 10\text{ s}$ 无故障	$10\text{ s} \leq t \leq 20\text{ s}$ 反向故障	共计	$\mathcal{E}$ 累积跟踪误差
本章所提出事件触发机制	358	562	920	0.2379
相对阈值事件触发机制	379	1144	1523	0.2385
固定阈值事件触发机制	437	1317	1754	0.2423

对比结果见表 4.2，其中给出了不同时间间隔内事件触发的次数。为了公平起见，比较是在采用本章所提出的触发机制、已有文献中的相对阈值触发机制和固定阈值触发机制在实现相似的控制性能时（即： $\mathcal{E} = 0.2379$ 、 0.2385 和 0.2423 ）给出的。根据故障类型，将仿真时间 $0\text{ s} \leq t \leq 20\text{ s}$ 分为如下两个区间。

- 在 $0\text{ s} \leq t < 10\text{ s}$ 时，执行器无故障，控制信号调节较为平缓。从表 4.2 中可以看出，与相对阈值策略和固定阈值策略相比，采用本章所提出的阈值策略后事件触发次数分别减少了 5.54% 和 18.08%。因此，本章所提出的触发机制在此时间区间可以减少事件触发次数，但降幅较小。
- 在 $10\text{ s} \leq t \leq 20\text{ s}$ 时，第一个执行器出现反向故障，控制信号的调整更加频繁和剧烈。由表 4.2 可以看出，与相对阈值策略和固定阈值策略相比，采用本章所提出的阈值策略后触发次数分别减少了 50.87% 和 57.33%。因此，在反向执行器故障发生后，本章所提出的事件触发机制可以非常有效地降低触发次数，降幅较大。

因此，对比分析结果表明本章所提出的事件触发机制可以有效降低信号传输频率，特别是在控制信号发生急剧变化时效果更为明显。

4.6 本章小结

本章针对一类具有多个间歇反向执行器故障的不确定非线性系统提出了一种事件触发自适应容错控制方案。通过设计一系列新颖的 Nussbaum 函数和基于分段积分的反证方法，所提出的控制方案能够同时处理多个执行器可能出现的无限次反向模式故障。为了减轻系统的通信负担，本章设计了一种新颖的同时与所传输控制信号的幅值和变化率相关的事件触发机制。理论分析证明，所提出的容错控制方案保

证了所有闭环信号的全局有界性，并能使输出跟踪误差渐近收敛至零，且不会出现 Zeno 行为。最后，仿真结果验证了所提出事件触发自适应容错控制方案的有效性。

5 传感器部分时变故障下互联系统的分散自适应容错控制

5.1 引言

互联系统由多个子系统构成，各子系统之间存在相互作用，共同完成复杂任务。许多实际系统都可建模为互联系统，如机械系统、能源网络系统、智能交通系统、飞行控制系统等。对于互联系统，由于系统结构模块的增加，信息传输需求的增大，故障出现的可能性也随之增加。因此，本章将进一步考虑互联系统的容错控制问题。在针对互联系统的控制方法中，分散控制具有结构简单、各个子控制器只需使用子系统的局部信息等优势。然而，由于系统结构的复杂性和工作环境的不确定性，在实际应用中通常会遇到参数不确定、子系统间相互作用未知等问题，这给分散控制器的设计和性能分析带来了巨大挑战。

对于实际控制系统，传感器是用来测量系统状态或输出的关键部件。然而，由于所执行任务的复杂性以及工作环境的恶劣性，传感器可能发生故障而偏离正常工作模态。传感器故障将导致测量值偏离真实值，即使很小的测量故障也可能导致控制信号出现偏差，从而破坏控制系统的稳定性^[9]。为了应对可能出现的传感器故障，研究人员提出了众多容错控制方案，包括：基于故障诊断的方案^[54,55]、基于神经网络的方案^[95]、基于自适应估计的方案^[96-100,102,103]等。值得注意的是，已有结果多数研究不考虑互联作用的简单系统的传感器故障容错控制问题，针对互联系统的传感器故障容错控制结果仍较少^[117-121]。事实上，互联系统中的传感器故障可能与未知互联作用存在耦合，从而给控制设计带来额外的挑战。文献^[118-121]研究了互联系统的传感器故障容错控制问题，其中仅处理了乘性传感器故障，而在反步设计的迭代微分过程中反复产生不确定项的时变加性传感器故障则被忽略，并且文献^[119]和^[120]要求故障的界是已知的。此外，在文献^[118-121]所提出的基于立方绝对值型 Lyapunov 函数的方法中，需要估计一个与乘性故障相关的未知参数，并且估计值必须收敛到参数的真实值。然而，正如经典自适应控制文献（如：^[172]和^[173]）中所述，只有在存在持续激励的情况下，估计值才能收敛到参数的真实值，而这一条件在实际应用中可能并不容易被保证。因此，针对具有传感器故障的互联系统，在无

需持续激励条件下设计分散自适应容错控制方案仍有待研究。

本章针对一类具有未知传感器故障和不确定互联作用的互联非线性系统设计分散自适应容错控制方案。每个子系统不仅会受到自身传感器故障的影响，还可能会通过不确定的互联作用受到其他子系统传感器故障的影响。传感器故障同时包含常值乘性和时变加性模式，并且故障是未知的。为了处理传感器故障对控制回路的影响，构建了多个与故障相关的辅助量并设计自适应机制对其进行估计。同时，通过设计一类光滑函数对不确定互联作用与传感器故障的耦合进行补偿。在仅使用被故障所污染的系统状态的情况下，所有闭环信号都是全局有界的，并且输出跟踪误差可以收敛到一个可调节的残差集内。

5.2 传感器部分时变故障容错控制问题描述

本节首先构建互联非线性系统模型，然后给出传感器故障的模型，最后阐述所考虑的控制问题。

5.2.1 系统模型

考虑一类由 N 个子系统组成的互联非线性系统，其数学描述如下

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,j} &= x_{i,j+1} + \theta_{i,j}^T(t)\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) + \Delta_{i,j}(\bar{y}) \\ \dot{x}_{i,m_i} &= u_i + \theta_{i,m_i}^T(t)\phi_{i,m_i}(\bar{x}_{i,m_i}) + \Delta_{i,m_i}(\bar{y}) \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, m_i - 1\end{aligned}\tag{5.1}$$

其中 $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,m_i}]^T \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是第 i 个子系统的状态， $u_i \in \mathbb{R}$ 是第 i 个子系统的控制输入， $y_i \in \mathbb{R}$ 是第 i 个子系统的输出，对于 $j = 1, \dots, m_i$ ， $\bar{x}_{i,j} = [x_{i,1}, \dots, x_{i,j}]^T \in \mathbb{R}^j$ ， $\theta_{i,j}(t) \in \mathbb{R}^{q_{i,j}}$ 表示未知时变向量， $\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) \in \mathbb{R}^{q_{i,j}}$ 是由光滑函数组成的向量， $\Delta_{i,j}(\bar{y})$ 表示未知、时变、分段连续的非线性互联项， $\bar{y} = [y_1, \dots, y_N]^T \in \mathbb{R}^N$ 。

假设 5.1: 未知互联函数 $\Delta_{i,j}(\bar{y})$ ， $i = 1, \dots, N$ ， $j = 1, \dots, m_i$ 满足

$$\Delta_{i,j}^2(\bar{y}) \leq \sum_{k=1}^N c_{i,j,k} \varphi_{i,j,k}^2(y_k)\tag{5.2}$$

其中 $c_{i,j,k} \geq 0$ ($k = 1, \dots, N$) 是未知常数， $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 是光滑函数。

注 5.1: 许多实际系统都可以建模或转化为系统 (5.1) 的形式, 例如: 耦合倒立摆系统^[110,117]、电力系统^[118] 和飞行器系统^[174]。值得注意的是, 系统 (5.1) 中的每个子系统的系统参数都可以是时变的, 这将大为扩展所设计控制方案的适用范围。然而, 与多数已有结果 (如: 文献 [107] 和文献 [110]) 中所考虑的常值参数相比, 本章所研究的时变参数系统增加了控制器设计的难度和挑战。

注 5.2: 假设 5.1 意味着未知互联函数的界可以用一系列具有未知权重的光滑函数的组合来表示, 如文献 [106–113,175–179] 中所述, 这一假设是合理的。值得注意的是, 本章所考虑的传感器故障导致系统输出 y_k 的测量值不准确, 进而造成 $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 的真实值是未知的。而文献 [106–113,175–179] 要求 $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 的值是准确已知的并将其用于补偿互联作用。因此, 文献 [106–113,175–179] 中所采用的互联项补偿方法不能直接用于本章所考虑的控制问题, 这是本章控制器设计过程中需要解决的关键问题之一。

5.2.2 传感器部分时变故障模型

对于一个控制系统, 其状态通常由传感器测量获得。然而, 由于一些意外因素, 如电子故障、环境干扰、机械部件老化、校准错误和恶意攻击等, 测量结果可能会偏离真实值。考虑未知传感器故障, 系统测量值可以用以下故障模型来描述:

$$\begin{aligned} x_{i,j}^* &= \lambda_{i,j} x_{i,j} + \eta_{i,j}(t) \\ i &= 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, m_i \end{aligned} \quad (5.3)$$

其中 $\lambda_{i,j} > \underline{\lambda}_{i,j} > 0$ 表示未知常值乘性故障, 其未知下界为 $\underline{\lambda}_{i,j}$, $\eta_{i,j}(t)$ 表示未知、时变、有界的加性故障。此外, $\dot{\eta}_{i,j}(t)$ 也是未知、时变、有界的。当 $\lambda_{i,j} = 1$ 且 $\eta_{i,j}(t) = 0$ 时, 模型 (5.3) 表征无故障情况。

注 5.3: 传感器故障模型 (5.3) 包含了乘性和时变加性传感器故障, 这比文献 [97,98,102,117–121] 中所考虑的故障更具一般性。值得注意的是, 许多实际系统 (如飞机、微电网、智能车辆等) 中的传感器故障都可以用本章所构建的故障模型 (5.3) 来表示。以飞机的速度传感器为例, 仪器缺陷可能导致乘性故障, 而校准误差、漂移或科里奥利加速度可能导致加性故障^[180]。此外, 模型 (5.3) 中故障的具体数量、时间和模式都是未知的。

注 5.4: 对于所考虑的互联非线性系统, 不确定互联项与未知的传感器故障相耦合。因此, 其中一个子系统传感器故障可能会通过互联作用扩散到其他子系统并对其产生影响。因此, 每个子系统不仅会受到本地传感器故障的影响, 还可能受到其他子系统传感器故障的影响, 这给分散控制器的设计带来了额外的困难。此外, 由于每个传感器都有可能出现故障, 因此在反步设计的每一步中都只能采用被故障所污染的系统状态 (见下文的式 (5.13) 和式 (5.14))。因此, 传感器故障的时变加性模式及其导数会在反步设计的每一步都产生不确定的非匹配项, 从而导致虚拟控制器设计时每一步都需要处理传感器故障, 使得容错控制问题变得更加复杂。

5.2.3 控制问题

本章研究的是系统的输出跟踪问题, 期望轨迹 $y_{r,i}$ ($i = 1, \dots, N$) 满足如下假设。

假设 5.2: 期望轨迹 $y_{r,i}$ 及其最高至 m_i 阶导数已知、分段连续且有界。

注 5.5: 对于实际系统而言, 其期望输出通常是有界的。因此假设 5.2 是合理的, 并且该假设实际上是系统跟踪控制中的一个传统假设^[107-111]。在实际应用中, 许多信号 (如: 正弦信号) 都满足这一假设。

本章的**控制目标**是针对存在未知传感器部分时变故障 (5.3) 的互联非线性系统 (5.1) 设计分散自适应容错控制方案, 从而保证闭环系统的所有信号都是全局有界的, 并且系统输出 y_i ($i = 1, \dots, N$) 实现对参考信号 $y_{r,i}$ 的跟踪。

为清晰起见, 图 5.1 给出了本章所考虑的传感器故障下互联系统的分散自适应容错控制结构框架。

5.3 分散自适应容错控制器设计

本节将进行分散自适应容错控制器的设计, 首先构建了一系列辅助量来处理故障对控制回路的影响, 然后采用反步策略设计分散自适应容错控制器。

5.3.1 辅助量设计

为清晰起见, 在介绍主要的控制器设计步骤之前, 本小节先给出了一个引理并设计了一系列辅助量。

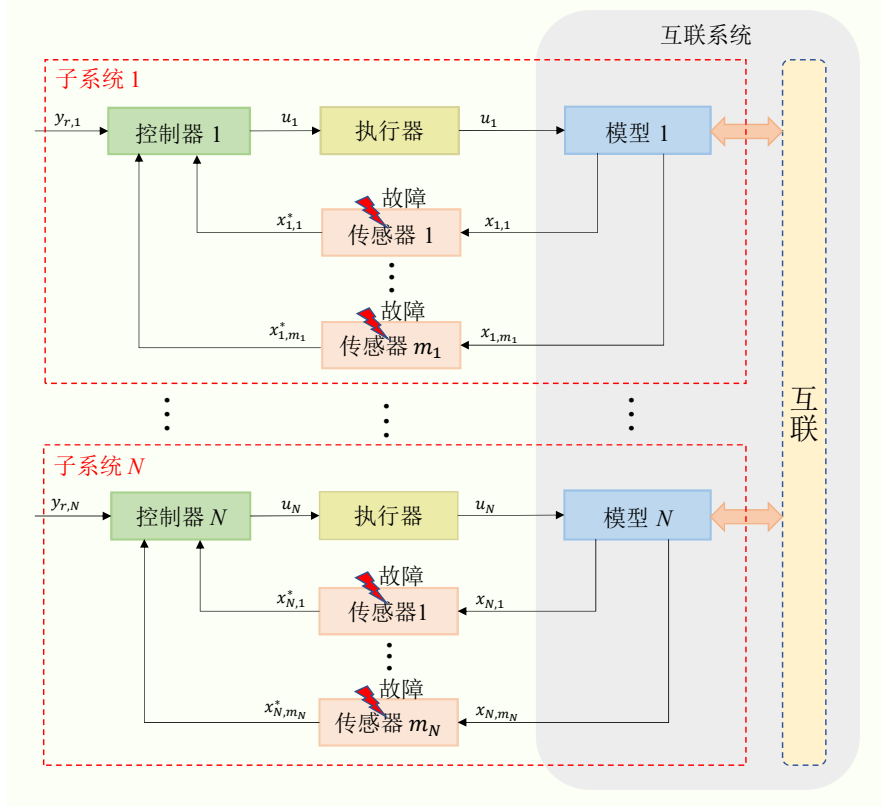


图 5.1 传感器故障下互联系统的分散自适应容错控制结构框架

引理 5.1: ^[181] 对任意实值标量连续函数 $g(x, y)$, 其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, 存在 $\check{g}_1(x) \geq 1$ 和 $\check{g}_2(y) \geq 1$ 使得如下不等式成立:

$$|g(x, y)| \leq \check{g}_1(x)\check{g}_2(y). \quad (5.4)$$

由于系统状态的测量值会受到传感器故障的影响, 因此系统 (5.1) 中的 $\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ 和互联项 (5.2) 中的 $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 也会被故障影响。为了处理传感器故障所引入的不确定因素, 本小节设计了一系列辅助量, 其设计过程可总结为以下三步。

1) 首先, 根据传感器故障模型 (5.3) 可以得到

$$\begin{aligned} x_{i,j} &= \lambda_{i,j}^{-1}(x_{i,j}^* - \eta_{i,j}) \\ i &= 1, \dots, N, j = 1, \dots, m_i \end{aligned} \quad (5.5)$$

这意味着 $x_{i,j}$ 是关于 $(x_{i,j}^*, \lambda_{i,j}^{-1}, \eta_{i,j})$ 的函数。

2) 然后, 由式 (5.5) 可得 $\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ 是关于 $(\bar{x}_{i,j}^*, \bar{\lambda}_{i,j}^{-1}, \bar{\eta}_{i,j})$ 的函数, $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 是关于

$(x_{k,1}^*, \lambda_{k,1}^{-1}, \eta_{k,1})$ 的函数, 其中

$$\begin{aligned}\bar{x}_{i,j}^* &= [x_{i,1}^*, \dots, x_{i,j}^*]^T \\ \bar{\eta}_{i,j} &= [\eta_{i,1}, \dots, \eta_{i,j}]^T \\ \bar{\lambda}_{i,j}^{-1} &= [\lambda_{i,1}^{-1}, \dots, \lambda_{i,j}^{-1}]^T.\end{aligned}\tag{5.6}$$

应用引理 5.1 可以得到

$$\|\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j})\| \leq \|\check{\phi}_{i,j,1}(\bar{x}_{i,j}^*)\| \|\check{\phi}_{i,j,2}(\bar{\eta}_{i,j}, \bar{\lambda}_{i,j}^{-1})\| \tag{5.7}$$

$$|\varphi_{i,j,k}(y_k)| \leq \check{\varphi}_{i,j,k,1}(x_{k,1}^*) \check{\varphi}_{i,j,k,2}(\eta_{k,1}, \lambda_{k,1}^{-1}) \tag{5.8}$$

其中 $\check{\phi}_{i,j,1} = [\check{\phi}_{i,j,1,1}, \dots, \check{\phi}_{i,j,1,q_{i,j}}]^T$, $\check{\phi}_{i,j,2} = [\check{\phi}_{i,j,2,1}, \dots, \check{\phi}_{i,j,2,q_{i,j}}]^T$, $\check{\phi}_{i,j,1,l} \geq 1$, $\check{\phi}_{i,j,2,l} \geq 1$, $l = 1, \dots, q_{i,j}$, $\check{\varphi}_{i,j,k,1} \geq 1$ 和 $\check{\varphi}_{i,j,k,2} \geq 1$ 是光滑函数。

3) 最后, 定义如下辅助量

$$g_{i,j} = \frac{\lambda_{i,j}}{\lambda_{i,j+1}}, \beta_{i,j} = \frac{1}{g_{i,j}} \tag{5.9}$$

$$\rho_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq m_i}} ((-g_{i,j}\eta_{i,j+1} + \dot{\eta}_{i,j})^2 + g_{i,j}^2) \tag{5.10}$$

$$\vartheta_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq m_i}} (\lambda_{i,j} \|\theta_{i,j}\| \|\check{\phi}_{i,j,2}(\bar{\eta}_{i,j}, \bar{\lambda}_{i,j}^{-1})\|)^2 \tag{5.11}$$

$$h_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq N \\ 1 \leq k \leq m_j}} \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} (m_j - k + 1) c_{j,k,i} \check{\varphi}_{j,k,i,2} \tag{5.12}$$

其中 $\lambda_{i,m_i+1} \triangleq 1$, $\eta_{i,m_i+1} \triangleq 0$ 。接下来的控制器设计中将对本小节所设计的辅助量进行估计, 并基于辅助量的估计值构建自适应容错控制器。

注 5.6: 为处理乘性传感器故障, 本小节在式 (5.9) 中定义了 $g_{i,j}$ 和 $\beta_{i,j}$ 。这两个辅助量与测量相邻状态的传感器的故障有关, 它们将在反步设计过程中用于处理相邻传感器之间的故障耦合, 具体如下文中的式 (5.15)、式 (5.30) 和式 (5.44) 所述。 ρ_i 、 ϑ_i 和 h_i 是与传感器故障、不确定系统参数、未知的互联作用以及它们之间的耦合有关的不确定项的未知上界。更具体地讲, ρ_i 与未知的乘性和时变加性传感器故障有关, ϑ_i 与传感器故障同不确定系统参数的耦合有关, h_i 与传感器故障同未知互联作用的耦合有关。

5.3.2 控制器设计

不同于传统的反步控制方法, 在本章所考虑的问题中, 只有被传感器故障所污染的状态测量值可用。因此, 本小节基于状态测量值为第 i ($i = 1, \dots, N$) 个子系统引入如下坐标变换:

$$z_{i,1} = x_{i,1}^* - y_{r,i} \quad (5.13)$$

$$z_{i,j} = x_{i,j}^* - \alpha_{i,j-1}, \quad j = 2, \dots, m_i \quad (5.14)$$

其中 $\alpha_{i,j-1}$ 是后续将要设计的虚拟控制信号。在式 (5.13) 中, $z_{i,1}$ 是测量输出与期望轨迹的差值, 用于表示测量跟踪误差。

第 $(i, 1)$ 步: 根据式 (5.1)、式 (5.3) 和式 (5.13) 计算 $z_{i,1}$ 的微分如下

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,1} &= \dot{x}_{i,1}^* - \dot{y}_{r,i} \\ &= \lambda_{i,1}(x_{i,2} + \theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) + \Delta_{i,1}) + \dot{\eta}_{i,1}(t) - \dot{y}_{r,i} \\ &= \lambda_{i,1}\left(\frac{x_{i,2}^* - \eta_{i,2}(t)}{\lambda_{i,2}} + \theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) + \Delta_{i,1}\right) \\ &\quad + \dot{\eta}_{i,1}(t) - \dot{y}_{r,i} \\ &= g_{i,1}x_{i,2}^* - g_{i,1}\eta_{i,2}(t) + \lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) \\ &\quad + \lambda_{i,1}\Delta_{i,1} + \dot{\eta}_{i,1}(t) - \dot{y}_{r,i}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

构建 Lyapunov 函数如下:

$$V_{i,1} = \frac{1}{2}z_{i,1}^2 + \frac{g_{i,1}}{2\mu_{\beta,i,1}}\tilde{\beta}_{i,1}^2 + \frac{1}{2\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i^2 + \frac{1}{2\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i^2 + \frac{1}{2\mu_{h,i}}\tilde{h}_i^2 \quad (5.16)$$

其中 $\tilde{\beta}_{i,1} = \beta_{i,1} - \hat{\beta}_{i,1}$, $\tilde{\rho}_i = \rho_i - \hat{\rho}_i$, $\tilde{\vartheta}_i = \vartheta_i - \hat{\vartheta}_i$, $\tilde{h}_i = h_i - \hat{h}_i$, $\hat{\beta}_{i,1}$ 、 $\hat{\rho}_i$ 、 $\hat{\vartheta}_i$ 和 $\hat{h}_i$ 分别是 $\beta_{i,1}$ 、 ρ_i 、 ϑ_i 和 h_i 的估计, $\mu_{\beta,i,1}$ 、 $\mu_{\rho,i}$ 、 $\mu_{\vartheta,i}$ 和 $\mu_{h,i}$ 是正的常数。

由式 (5.15) 和式 (5.16) 可得 $V_{i,1}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &= z_{i,1}g_{i,1}z_{i,2} + z_{i,1}g_{i,1}\alpha_{i,1} - z_{i,1}g_{i,1}\eta_{i,2}(t) \\ &\quad + z_{i,1}\lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) + z_{i,1}\lambda_{i,1}\Delta_{i,1} \\ &\quad + z_{i,1}\dot{\eta}_{i,1}(t) - z_{i,1}\dot{y}_{r,i} - \frac{g_{i,1}}{\mu_{\beta,i,1}}\tilde{\beta}_{i,1}\dot{\hat{\beta}}_{i,1} \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i\dot{\hat{\rho}}_i - \frac{1}{\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i\dot{\hat{\vartheta}}_i - \frac{1}{\mu_{h,i}}\tilde{h}_i\dot{\hat{h}}_i. \quad (5.17)$$

根据式 (5.7)、杨氏不等式以及式 (5.10) 和式 (5.11) 中对辅助量 ρ_i 和 ϑ_i 的定义可得

$$\begin{aligned} & z_{i,1}(-g_{i,1}\eta_{i,2}(t) + \dot{\eta}_{i,1}(t) + g_{i,1}z_{i,2}) \\ & \leq \varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2\rho_i + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}}z_{i,2}^2 \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} & z_{i,1}\lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) \\ & \leq |z_{i,1}\lambda_{i,1}|\|\theta_{i,1}(t)\|\|\check{\phi}_{i,1,1}(x_{i,1}^*)\|\|\check{\phi}_{i,1,2}(\eta_{i,1}, \lambda_{i,1}^{-1})\| \\ & \leq \varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2\vartheta_i\|\check{\phi}_{i,1,1}(x_{i,1}^*)\|^2 + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}} \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$z_{i,1}\lambda_{i,1}\Delta_{i,1} \leq \frac{1}{2}z_{i,1}^2 + \frac{\lambda_{i,1}^2}{2}\Delta_{i,1}^2 \quad (5.20)$$

其中 $\varepsilon_{i,1}$ 是一个正的常数。

设计虚拟控制信号 $\alpha_{i,1}$ 如下

$$\alpha_{i,1} = \hat{\beta}_{i,1}\bar{\alpha}_{i,1} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{i,1} = & -c_{i,1}z_{i,1} - \frac{1}{2}z_{i,1} - \varepsilon_{i,1}z_{i,1}\hat{\rho}_i \\ & - \varepsilon_{i,1}z_{i,1}\hat{\vartheta}_i\|\check{\phi}_{i,1,1}\|^2 - \hat{h}_is_i(z_{i,1}) + \dot{y}_{r,i} \end{aligned} \quad (5.22)$$

其中 $c_{i,1}$ 是一个正的常数, $s_i(z_{i,1})$ 是用来补偿未知非线性互联项的光滑函数, 其设计如下

$$s_i(z_{i,1}) = z_{i,1} \tanh \frac{z_{i,1}^2}{\epsilon_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{m_j} \check{\varphi}_{j,k,i,1}^2(x_{i,1}^*) \quad (5.23)$$

其中 ϵ_i 是一个正的常数, $\check{\varphi}_{j,k,i,1}(x_{i,1}^*)$ 已在式 (5.8) 中定义。

将式 (5.18)-式 (5.22) 代入式 (5.17) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -c_{i,1}z_{i,1}^2 - \frac{g_{i,1}}{\mu_{\beta,i,1}}\tilde{\beta}_{i,1}(\dot{\hat{\beta}}_{i,1} + \mu_{\beta,i,1}z_{i,1}\bar{\alpha}_{i,1}) \\ & - \frac{1}{\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i(\dot{\hat{\vartheta}}_i - \mu_{\vartheta,i}\varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2\|\check{\phi}_{i,1,1}\|^2) + \frac{\lambda_{i,1}^2}{2}\Delta_{i,1}^2 \\ & - \frac{1}{\mu_{h,i}}\tilde{h}_i(\dot{\hat{h}}_i - \mu_{h,i}z_{i,1}s_i(z_{i,1})) - h_iz_{i,1}s_i(z_{i,1}) \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i(\dot{\hat{\rho}}_i - \mu_{\rho,i}\varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2) + \frac{1}{2\varepsilon_{i,1}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}}z_{i,2}^2. \quad (5.24)$$

设计针对 $\hat{\beta}_{i,1}$ 和 $\hat{h}_i$ 的自适应律和针对 $\hat{\rho}_i$ 和 $\hat{\vartheta}_i$ 的第一个调整函数如下

$$\dot{\hat{\beta}}_{i,1} = -\mu_{\beta,i,1}z_{i,1}\bar{\alpha}_{i,1} - \mu_{\beta,i,1}\gamma_{\beta,i,1}\hat{\beta}_{i,1} \quad (5.25)$$

$$\dot{\hat{h}}_i = \mu_{h,i}z_{i,1}s_i(z_{i,1}) - \mu_{h,i}\gamma_{h,i}\hat{h}_i \quad (5.26)$$

$$\tau_{\rho,i,1} = \mu_{\rho,i}\varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2 - \mu_{\rho,i}\gamma_{\rho,i}\hat{\rho}_i \quad (5.27)$$

$$\tau_{\vartheta,i,1} = \mu_{\vartheta,i}\varepsilon_{i,1}z_{i,1}^2\|\check{\phi}_{i,1,1}\|^2 - \mu_{\vartheta,i}\gamma_{\vartheta,i}\hat{\vartheta}_i \quad (5.28)$$

其中 $\gamma_{\beta,i,1}$ 、 $\gamma_{h,i}$ 、 $\gamma_{\rho,i}$ 和 $\gamma_{\vartheta,i}$ 是正的常数。

将式 (5.25)-式 (5.28) 代入式 (5.24) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -c_{i,1}z_{i,1}^2 - \frac{1}{\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i(\dot{\hat{\rho}}_i - \tau_{\rho,i,1}) - \frac{1}{\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i(\dot{\hat{\vartheta}}_i - \tau_{\vartheta,i,1}) \\ & + g_{i,1}\gamma_{\beta,i,1}\tilde{\beta}_{i,1}\hat{\beta}_{i,1} + \gamma_{h,i}\tilde{h}_i\hat{h}_i + \gamma_{\rho,i}\tilde{\rho}_i\hat{\rho}_i + \gamma_{\vartheta,i}\tilde{\vartheta}_i\hat{\vartheta}_i \\ & - h_{i,1}z_{i,1}s_i(z_{i,1}) + \frac{1}{2\varepsilon_{i,1}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}}z_{i,2}^2 + \frac{\lambda_{i,1}^2}{2}\Delta_{i,1}^2. \end{aligned} \quad (5.29)$$

第 $(i, 2)$ 步: 根据式 (5.13)、式 (5.21) 和式 (5.22), 可以总结得到 $\alpha_{i,1}$ 是关于 $(x_{i,1}^*, y_{r,i}, \dot{y}_{r,i}, \hat{\beta}_{i,1}, \hat{\rho}_i, \hat{\vartheta}_i, \hat{h}_i)$ 的光滑函数。然后, 由式 (5.1)、式 (5.3) 和式 (5.14) 可得 $z_{i,2}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,2} &= \dot{x}_{i,2}^* - \dot{\alpha}_{i,1} \\ &= g_{i,2}x_{i,3}^* - g_{i,2}\eta_{i,3}(t) + \lambda_{i,2}\theta_{i,2}^T(t)\phi_{i,2}(\bar{x}_{i,2}) \\ &\quad + \lambda_{i,2}\Delta_{i,2} + \dot{\eta}_{i,2}(t) - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}(g_{i,1}x_{i,2}^* - g_{i,1}\eta_{i,2}(t) \\ &\quad + \lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) + \lambda_{i,1}\Delta_{i,1} + \dot{\eta}_{i,1}(t)) \\ &\quad - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{\rho}_i}\dot{\hat{\rho}}_i - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{\vartheta}_i}\dot{\hat{\vartheta}}_i + \Gamma_{i,2} \end{aligned} \quad (5.30)$$

其中

$$\Gamma_{i,2} = -\sum_{k=1}^2 \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial y_{r,i}^{(k-1)}}y_{r,i}^{(k)} - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{h}_i}\dot{\hat{h}}_i - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{\beta}_{i,1}}\dot{\hat{\beta}}_{i,1}. \quad (5.31)$$

构建 Lyapunov 函数如下

$$V_{i,2} = V_{i,1} + \frac{1}{2}z_{i,2}^2 + \frac{g_{i,2}}{2\mu_{\beta,i,2}}\tilde{\beta}_{i,2}^2 \quad (5.32)$$

其中 $\tilde{\beta}_{i,2} = \beta_{i,2} - \hat{\beta}_{i,2}$, $\hat{\beta}_{i,2}$ 是 $\beta_{i,2}$ 的估计, $\mu_{\beta,i,2}$ 是一个正的常数。

由式 (5.29)-式 (5.32) 可得 $V_{i,2}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,2} \leq & -c_{i,1}z_{i,1}^2 + z_{i,2}\left(g_{i,2}z_{i,3} + g_{i,2}\alpha_{i,2} - g_{i,2}\eta_{i,3}(t) \right. \\ & + \lambda_{i,2}\theta_{i,2}^T(t)\phi_{i,2}(\bar{x}_{i,2}) + \lambda_{i,2}\Delta_{i,2} + \dot{\eta}_{i,2}(t) \\ & - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}(g_{i,1}x_{i,2}^* - g_{i,1}\eta_{i,2}(t) + \lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1}) \\ & + \lambda_{i,1}\Delta_{i,1} + \dot{\eta}_{i,1}(t)) - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{\rho}_i}\dot{\hat{\rho}}_i - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial \hat{\vartheta}_i}\dot{\hat{\vartheta}}_i + \Gamma_{i,2}) \\ & - \frac{1}{\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i(\dot{\hat{\rho}}_i - \tau_{\rho,i,1}) - \frac{1}{\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i(\dot{\hat{\vartheta}}_i - \tau_{\vartheta,i,1}) \\ & + g_{i,1}\gamma_{\beta,i,1}\tilde{\beta}_{i,1}\hat{\beta}_{i,1} + \gamma_{h,i}\tilde{h}_i\hat{h}_i + \gamma_{\rho,i}\tilde{\rho}_i\hat{\rho}_i \\ & + \gamma_{\vartheta,i}\tilde{\vartheta}_i\hat{\vartheta}_i - \frac{g_{i,2}}{\mu_{\beta,i,2}}\tilde{\beta}_{i,2}\dot{\hat{\beta}}_{i,2} + \frac{1}{2\varepsilon_{i,1}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}}z_{i,2}^2 \\ & + \frac{\lambda_{i,1}^2}{2}\Delta_{i,1}^2 - h_iz_{i,1}s_i(z_{i,1}). \end{aligned} \quad (5.33)$$

应用不等式 (5.7)、杨氏不等式以及式 (5.10) 和式 (5.11) 中对辅助量 ρ_i 和 ϑ_i 的定义可得

$$\begin{aligned} z_{i,2}\left(-g_{i,2}\eta_{i,3} + \dot{\eta}_{i,2} + g_{i,2}z_{i,3} - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}(-g_{i,1}\eta_{i,2} + \dot{\eta}_{i,1})\right) \\ \leq \varepsilon_{i,2}z_{i,2}^2\left(1 + \left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2\right)\rho_i + \frac{1}{2\varepsilon_{i,2}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,2}}z_{i,3}^2 \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} z_{i,2}\left(\lambda_{i,2}\theta_{i,2}^T(t)\phi_{i,2}(\bar{x}_{i,2}) - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\lambda_{i,1}\theta_{i,1}^T(t)\phi_{i,1}(x_{i,1})\right) \\ \leq \varepsilon_{i,2}z_{i,2}^2\left(\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2\|\check{\phi}_{i,1,1}\|^2 + \|\check{\phi}_{i,2,1}\|^2\right)\vartheta_i + \frac{1}{2\varepsilon_{i,2}} \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} z_{i,2}\left(\lambda_{i,2}\Delta_{i,2} - \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\lambda_{i,1}\Delta_{i,1}\right) \\ \leq \frac{1}{2}z_{i,2}^2\left(1 + \left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2\right) + \frac{\lambda_{i,1}^2}{2}\Delta_{i,1}^2 + \frac{\lambda_{i,2}^2}{2}\Delta_{i,2}^2 \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$-z_{i,2}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}g_{i,1}x_{i,2}^* \leq \varepsilon_{i,2}z_{i,2}^2\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2x_{i,2}^{*2} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,2}}g_{i,1}^2 \quad (5.37)$$

其中 $\varepsilon_{i,2}$ 是一个正的常数。

设计虚拟控制信号 $\alpha_{i,2}$ 如下

$$\alpha_{i,2} = \hat{\beta}_{i,2} \bar{\alpha}_{i,2} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{i,2} = & -\left(c_{i,2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,1}}\right)z_{i,2} - \frac{z_{i,2}}{2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2 - \Gamma_{i,2} \\ & - \varepsilon_{i,2}z_{i,2}\left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2 x_{i,2}^{*2} - \varepsilon_{i,2}z_{i,2}\zeta_{i,2}\hat{\rho}_i \\ & - \varepsilon_{i,2}z_{i,2}\delta_{i,2}\hat{\vartheta}_i + \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\hat{\rho}_i}\tau_{\rho,i,2} + \frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\hat{\vartheta}_i}\tau_{\vartheta,i,2} \end{aligned} \quad (5.39)$$

其中 $c_{i,2}$ 是一个正的常数, $\tau_{\rho,i,2}$ 和 $\tau_{\vartheta,i,2}$ 是 $\hat{\rho}_i$ 和 $\hat{\vartheta}_i$ 的第二个调整函数, 设计如下

$$\tau_{\rho,i,2} = \tau_{\rho,i,1} + \mu_{\rho,i}\varepsilon_{i,2}z_{i,2}^2\zeta_{i,2} \quad (5.40)$$

$$\tau_{\vartheta,i,2} = \tau_{\vartheta,i,1} + \mu_{\vartheta,i}\varepsilon_{i,2}z_{i,2}^2\delta_{i,2} \quad (5.41)$$

其中 $\zeta_{i,2} = \left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2 + 1$, $\delta_{i,2} = \left(\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial x_{i,1}^*}\right)^2 \|\check{\phi}_{i,1,1}\|^2 + \|\check{\phi}_{i,2,1}\|^2$ 。

设计 $\hat{\beta}_{i,2}$ 的自适应律如下

$$\dot{\hat{\beta}}_{i,2} = -\mu_{\beta,i,2}z_{i,2}\bar{\alpha}_{i,2} - \mu_{\beta,i,2}\gamma_{\beta,i,2}\hat{\beta}_{i,2} \quad (5.42)$$

其中 $\gamma_{\beta,i,2}$ 是一个正的常数。

将式 (5.34)-式 (5.42) 代入式 (5.33) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,2} \leq & -\sum_{k=1}^2 c_{i,k}z_{i,k}^2 - \left(\frac{1}{\mu_{\rho,i}}\tilde{\rho}_i + z_{i,2}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\hat{\rho}_i}\right)(\dot{\hat{\rho}}_i - \tau_{\rho,i,2}) \\ & - \left(\frac{1}{\mu_{\vartheta,i}}\tilde{\vartheta}_i + z_{i,2}\frac{\partial\alpha_{i,1}}{\partial\hat{\vartheta}_i}\right)(\dot{\hat{\vartheta}}_i - \tau_{\vartheta,i,2}) - h_{i,1}z_{i,1}s_i(z_{i,1}) \\ & + \gamma_{h,i}\tilde{h}_i\hat{h}_i + \gamma_{\rho,i}\tilde{\rho}_i\hat{\rho}_i + \sum_{k=1}^2 g_{i,k}\gamma_{\beta,i,k}\tilde{\beta}_{i,k}\hat{\beta}_{i,k} \\ & + \gamma_{\vartheta,i}\tilde{\vartheta}_i\hat{\vartheta}_i + \frac{1}{2\varepsilon_{i,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{i,2}} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,2}}g_{i,1}^2 + \frac{1}{4\varepsilon_{i,2}}z_{i,3}^2 \\ & + \lambda_{i,1}^2\Delta_{i,1}^2 + \frac{\lambda_{i,2}^2}{2}\Delta_{i,2}^2. \end{aligned} \quad (5.43)$$

第 (i, j) 步 ($j = 3, \dots, m_i$): 根据所设计的虚拟控制信号, 可以得到 $\alpha_{i,j-1}$ 是关于 $(\bar{x}_{i,j-1}^*, y_{r,i}, \dots, y_{r,i}^{(j-1)}, \hat{\beta}_{i,1}, \dots, \hat{\beta}_{i,j-1}, \hat{\rho}_i, \hat{\vartheta}_i, \hat{h}_i)$ 的光滑函数。因此, 由式 (5.1)、式

(5.3) 和式 (5.14) 可得 $z_{i,j}$ 的微分为

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{i,j} &= \dot{x}_{i,j}^* - \dot{\alpha}_{i,j-1} \\
 &= g_{i,j}z_{i,j+1} + g_{i,j}\alpha_{i,j} - g_{i,j}\eta_{i,j+1}(t) \\
 &\quad + \lambda_{i,j}\theta_{i,j}^T(t)\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) + \lambda_{i,j}\Delta_{i,j} + \dot{\eta}_{i,j}(t) \\
 &\quad - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}^*} (g_{i,k}x_{i,k+1}^* - g_{i,k}\eta_{i,k+1}(t) \\
 &\quad + \lambda_{i,k}\theta_{i,k}^T(t)\phi_{i,k}(\bar{x}_{i,k}) + \lambda_{i,k}\Delta_{i,k} + \dot{\eta}_{i,k}(t)) \\
 &\quad - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\rho}_i} \dot{\rho}_i - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\vartheta}_i} \dot{\vartheta}_i + \Gamma_{i,j}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

其中

$$\Gamma_{i,j} = - \sum_{k=1}^j \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_{r,i}^{(k-1)}} y_{r,i}^{(k)} - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{h}_i} \dot{h}_i - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\beta}_{i,k}} \dot{\beta}_{i,k} \tag{5.45}$$

其中 $\alpha_{i,m_i} \triangleq u_i$, $z_{i,m_i+1} \triangleq 0$ 。

设计第 j 个虚拟控制信号 $\alpha_{i,j}$ 为

$$\alpha_{i,j} = \hat{\beta}_{i,j} \bar{\alpha}_{i,j} \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_{i,j} &= -(c_{i,j} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4\varepsilon_{i,j-1}})z_{i,j} - \frac{z_{i,j}}{2} \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}^*} \right)^2 \\
 &\quad - \varepsilon_{i,j} z_{i,j} \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}^*} \right)^2 x_{i,k+1}^{*2} - \varepsilon_{i,j} z_{i,j} \zeta_{i,j} \hat{\rho}_i \\
 &\quad - \varepsilon_{i,j} z_{i,j} \delta_{i,j} \hat{\vartheta}_i + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\rho}_i} \tau_{\rho,i,j} + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\vartheta}_i} \tau_{\vartheta,i,j} \\
 &\quad - \Gamma_{i,j} + \sum_{k=2}^{j-1} z_{i,k} \frac{\partial \alpha_{i,k-1}}{\partial \hat{\rho}_i} \mu_{\rho,i\varepsilon_{i,j}} z_{i,j} \zeta_{i,j} \\
 &\quad + \sum_{k=2}^{j-1} z_{i,k} \frac{\partial \alpha_{i,k-1}}{\partial \hat{\vartheta}_i} \mu_{\vartheta,i\varepsilon_{i,j}} z_{i,j} \delta_{i,j}
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

其中 $c_{i,j}$ 是正的常数, $\tau_{\rho,i,j}$ 和 $\tau_{\vartheta,i,j}$ 分别是 $\hat{\rho}_i$ 和 $\hat{\vartheta}_i$ 的第 j 个调整函数, 设计如下

$$\tau_{\rho,i,j} = \tau_{\rho,i,j-1} + \mu_{\rho,i\varepsilon_{i,j}} z_{i,j}^2 \zeta_{i,j} \tag{5.48}$$

$$\tau_{\vartheta,i,j} = \tau_{\vartheta,i,j-1} + \mu_{\vartheta,i\varepsilon_{i,j}} z_{i,j}^2 \delta_{i,j} \tag{5.49}$$

其中 $\zeta_{i,j} = \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}^*} \right)^2 + 1$, $\delta_{i,j} = \|\check{\phi}_{i,j,1}\|^2 + \sum_{k=1}^{j-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial x_{i,k}^*} \right)^2 \|\check{\phi}_{i,k,1}\|^2$ 。

设计 $\hat{\beta}_{i,j}$ 的自适应律如下

$$\dot{\hat{\beta}}_{i,j} = -\mu_{\beta,i,j} z_{i,j} \bar{\alpha}_{i,j} - \mu_{\beta,i,j} \gamma_{\beta,i,j} \hat{\beta}_{i,j} \quad (5.50)$$

其中 $\mu_{\beta,i,j}$ 和 $\gamma_{\beta,i,j}$ 是正的常数。

构建第 j 个 Lyapunov 函数为

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} + \frac{1}{2} z_{i,j}^2 + \frac{g_{i,j}}{2\mu_{\beta,i,j}} \tilde{\beta}_{i,j}^2 \quad (5.51)$$

其中 $\tilde{\beta}_{i,j} = \beta_{i,j} - \hat{\beta}_{i,j}$, $\hat{\beta}_{i,j}$ 是 $\beta_{i,j}$ 的估计。

类似于在第 $(i, 2)$ 步中的分析过程, 由式 (5.44)-式 (5.51) 可得 $V_{i,j}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} \leq & -\sum_{k=1}^j c_{i,k} z_{i,k}^2 - h_i z_{i,1} s_i(z_{i,1}) \\ & - \left(\frac{1}{\mu_{\rho,i}} \tilde{\rho}_i + \sum_{k=2}^j z_{i,k} \frac{\partial \alpha_{i,k-1}}{\partial \hat{\rho}_i} \right) (\dot{\hat{\rho}}_i - \tau_{\rho,i,j}) \\ & - \left(\frac{1}{\mu_{\vartheta,i}} \tilde{\vartheta}_i + \sum_{k=2}^j z_{i,k} \frac{\partial \alpha_{i,k-1}}{\partial \hat{\vartheta}_i} \right) (\dot{\hat{\vartheta}}_i - \tau_{\vartheta,i,j}) \\ & + \gamma_{h,i} \tilde{h}_i \hat{h}_i + \gamma_{\rho,i} \tilde{\rho}_i \hat{\rho}_i + \sum_{k=1}^j g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k} \tilde{\beta}_{i,k} \hat{\beta}_{i,k} \\ & + \gamma_{\vartheta,i} \tilde{\vartheta}_i \hat{\vartheta}_i + \sum_{k=1}^j \frac{2^k}{4\varepsilon_{i,k}} + \sum_{k=2}^j \sum_{q=1}^{k-1} \frac{1}{4\varepsilon_{i,k}} g_{i,q}^2 \\ & + \frac{1}{4\varepsilon_{i,j}} z_{i,j+1}^2 + \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2. \end{aligned} \quad (5.52)$$

在第 (i, m_i) 步中可以设计得到 α_{i,m_i} 、 τ_{ρ,i,m_i} 和 τ_{ϑ,i,m_i} , 则控制信号 u_i 设计为

$$u_i = \alpha_{i,m_i} \quad (5.53)$$

针对 $\hat{\rho}_i$ 和 $\hat{\vartheta}_i$ 的自适应律设计为

$$\dot{\hat{\rho}}_i = \tau_{\rho,i,m_i} \quad (5.54)$$

$$\dot{\hat{\vartheta}}_i = \tau_{\vartheta,i,m_i}. \quad (5.55)$$

然后, 考虑 $j = m_i$ 并将式 (5.53)-式 (5.55) 代入式 (5.52) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,m_i} \leq & - \sum_{k=1}^{m_i} c_{i,k} z_{i,k}^2 + \sum_{k=1}^{m_i} g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k} \tilde{\beta}_{i,k} \hat{\beta}_{i,k} + \gamma_{h,i} \tilde{h}_i \hat{h}_i \\ & + \gamma_{\rho,i} \tilde{\rho}_i \hat{\rho}_i + \gamma_{\vartheta,i} \tilde{\vartheta}_i \hat{\vartheta}_i + \sum_{k=1}^{m_i} \frac{2^k}{4\varepsilon_{i,k}} + \sum_{k=2}^{m_i} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{g_{i,q}^2}{4\varepsilon_{i,k}} \\ & - h_i z_{i,1} s_i(z_{i,1}) + \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2. \end{aligned} \quad (5.56)$$

注 5.7: 本章所设计的自适应容错控制方案是完全分散的, 即每个子系统的控制器只使用局部信息, 而不需要额外利用其他子系统的信息。

注 5.8: 与已有文献 [106–113] 中的结果不同, 本章所考虑的系统 (5.1) 中的 $\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ 和与互联作用相关的 $\varphi_{i,j,k}(y_k)$ 可能由于传感器故障的存在而未知, 此时文献 [106–113] 中所采用的非线性和互联作用补偿方法不再有效。为克服这一挑战, 本章在式 (5.9)-式 (5.12) 中构建了与传感器故障、不确定系统参数、非线性互联项相关的一系列辅助量, 并通过所设计的自适应律对其进行估计。然后, 在式 (5.23) 中设计了一个光滑函数以补偿未知的互联作用, 从而确保了与互联作用相关的不确定项的有界性, 更具体的分析将在下一节中给出。因此, 本章所提出的自适应容错控制方案在一个统一的框架下成功地补偿了传感器故障、不确定系统参数和子系统间未知互联的耦合作用, 而不再需要上界已知、测量精确、持续激励和可靠的故障诊断信息等要求。

5.4 传感器部分时变故障下的稳定性分析

本节将分析闭环系统的性能。本章的主要结论可总结为如下定理。

定理 5.1: 对于由系统 (5.1)、传感器部分时变故障 (5.3)、分散控制器 (5.53) 和自适应律 (5.25)、(5.26)、(5.42)、(5.50)、(5.54) 和 (5.55) 所组成的闭环系统。在假设 5.1 和假设 5.2 被满足时, 如下性质可以得到保证:

- 1) 闭环系统的所有信号都是全局有界的;
- 2) 测量跟踪误差收敛到一个有界且大小可调节的集合内。

证明：构建如下 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{i=1}^N V_{i,m_i} \quad (5.57)$$

根据式 (5.56) 可得 V 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^N \left(- \sum_{k=1}^{m_i} c_{i,k} z_{i,k}^2 + \sum_{k=1}^{m_i} g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k} \tilde{\beta}_{i,k} \hat{\beta}_{i,k} \right. \\ & + \gamma_{h,i} \tilde{h}_i \hat{h}_i + \gamma_{\rho,i} \tilde{\rho}_i \hat{\rho}_i + \gamma_{\vartheta,i} \tilde{\vartheta}_i \hat{\vartheta}_i + \sum_{k=1}^{m_i} \frac{2^k}{4\varepsilon_{i,k}} \\ & + \sum_{k=2}^{m_i} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{g_{i,q}^2}{4\varepsilon_{i,k}} - h_i z_{i,1} s_i(z_{i,1}) \\ & \left. + \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2 \right). \end{aligned} \quad (5.58)$$

接下来本节将分析如何通过所设计的光滑函数，仅利用被故障所污染的局部测量状态来补偿与传感器故障相耦合的未知互联项。

根据假设 5.1、不等式 (5.8) 以及式 (5.12) 中对辅助量 h_i 的定义，与互联作用有关的项可以计算如下

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2(\bar{y}) \\ & \leq \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{m_j} \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} (m_j - k + 1) c_{j,k,i} \varphi_{j,k,i}^2(y_i) \\ & \leq \sum_{i=1}^N h_i \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{m_j} \check{\varphi}_{j,k,i,1}^2(x_{i,1}^*). \end{aligned} \quad (5.59)$$

然后，根据所设计的光滑函数 (5.23) 讨论如下两种情况。

情况 1： 如果 $|z_{i,1}| > \sqrt{1 + 0.2785\epsilon_i}$ ，则根据式 (5.23) 和式 (5.59)，并结合 $0 \leq |a| - a \tanh(a/\epsilon) \leq 0.2785\epsilon$ 对任意 $a \in \mathbb{R}$ 和 $\epsilon > 0$ 均成立的性质，可得

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2 - h_i z_{i,1} s_i(z_{i,1}) \\ & \leq h_i (1 - z_{i,1}^2 + 0.2785\epsilon_i) \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{m_j} \check{\varphi}_{j,k,i,1}^2(x_{i,1}^*) \\ & \leq 0. \end{aligned} \quad (5.60)$$

情况 2: 如果 $|z_{i,1}| \leq \sqrt{1 + 0.2785\epsilon_i}$, 即 $z_{i,1}$ 是有界的, 由式 (5.13) 可得 $x_{i,1}^*$ 也是有界的, 因此 $\check{\varphi}_{j,k,i,1}(x_{i,1}^*)$ 是有界的, 存在常数 H_i 使得

$$\left| \sum_{k=1}^{m_i} (m_i - k + 1) \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} \Delta_{i,k}^2 - h_i z_{i,1} s_i(z_{i,1}) \right| \leq H_i. \quad (5.61)$$

因此, 综合上述两种情况可以总结得到与互联有关的不确定项是有界的。

应用杨氏不等式可得

$$g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k} \tilde{\beta}_{i,k} \hat{\beta}_{i,k} \leq -\frac{g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k}}{2} \tilde{\beta}_{i,k}^2 + \frac{g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k}}{2} \beta_{i,k}^2 \quad (5.62)$$

$$\gamma_{h,i} \tilde{h}_i \hat{h}_i \leq -\frac{\gamma_{h,i}}{2} \tilde{h}_i^2 + \frac{\gamma_{h,i}}{2} h_i^2 \quad (5.63)$$

$$\gamma_{\rho,i} \tilde{\rho}_i \hat{\rho}_i \leq -\frac{\gamma_{\rho,i}}{2} \tilde{\rho}_i^2 + \frac{\gamma_{\rho,i}}{2} \rho_i^2 \quad (5.64)$$

$$\gamma_{\vartheta,i} \tilde{\vartheta}_i \hat{\vartheta}_i \leq -\frac{\gamma_{\vartheta,i}}{2} \tilde{\vartheta}_i^2 + \frac{\gamma_{\vartheta,i}}{2} \vartheta_i^2. \quad (5.65)$$

将式 (5.59)-式 (5.65) 代入式 (5.58) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N \left(-\sum_{k=1}^{m_i} c_{i,k} z_{i,k}^2 - \sum_{k=1}^{m_i} \frac{g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k}}{2} \tilde{\beta}_{i,k}^2 \right. \\ &\quad - \frac{\gamma_{h,i}}{2} \tilde{h}_i^2 - \frac{\gamma_{\rho,i}}{2} \tilde{\rho}_i^2 - \frac{\gamma_{\vartheta,i}}{2} \tilde{\vartheta}_i^2 + \sum_{k=1}^{m_i} \frac{2^k}{4\epsilon_{i,k}} \\ &\quad + \sum_{k=2}^{m_i} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{g_{i,q}^2}{4\epsilon_{i,k}} + H_i + \sum_{k=1}^{m_i} \frac{g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k}}{2} \beta_{i,k}^2 \\ &\quad \left. + \frac{\gamma_{h,i}}{2} h_i^2 + \frac{\gamma_{\rho,i}}{2} \rho_i^2 + \frac{\gamma_{\vartheta,i}}{2} \vartheta_i^2 \right) \\ &\leq -\kappa V + \Pi \end{aligned} \quad (5.66)$$

其中

$$\begin{aligned} \kappa &= \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq k \leq m_i}} \left\{ 2c_{i,k}, \mu_{\beta,i,k} \gamma_{\beta,i,k}, \mu_{h,i} \gamma_{h,i}, \mu_{\rho,i} \gamma_{\rho,i}, \mu_{\vartheta,i} \gamma_{\vartheta,i} \right\} \\ \Pi &= \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^{m_i} \frac{2^k}{4\epsilon_{i,k}} + \sum_{k=2}^{m_i} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{g_{i,q}^2}{4\epsilon_{i,k}} + \frac{\gamma_{h,i}}{2} h_i^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{m_i} \frac{g_{i,k} \gamma_{\beta,i,k}}{2} \beta_{i,k}^2 + \frac{\gamma_{\rho,i}}{2} \rho_i^2 + \frac{\gamma_{\vartheta,i}}{2} \vartheta_i^2 + H_i \right). \end{aligned}$$

接下来, 本节将逐点分析定理 5.1 中所阐述的系统性质。

1) 对式 (5.66) 两侧进行积分可得

$$\begin{aligned} V(t) &\leq e^{-\kappa t}V(0) + \frac{\Pi}{\kappa}(1 - e^{-\kappa t}) \\ &\leq V(0) + \frac{\Pi}{\kappa} \end{aligned} \quad (5.67)$$

这意味着 V 是有界的。因此, $z_{i,j}$ 、 $\hat{\beta}_{i,j}$ 、 $\hat{h}_i$ 、 $\hat{\rho}_i$ 和 $\hat{\vartheta}_i$ 是有界的。由式 (5.13) 和假设 5.2 可得 $x_{i,1}^*$ 是有界的, 结合式 (5.3) 可得 y_i 是有界的。进而, 由式 (5.21) 和式 (5.22) 可得 $\alpha_{i,1}$ 是有界的。类似地, 可推导得到 $\alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,m_i}, x_{i,2}^*, \dots, x_{i,m_i}^*$ 和 $x_{i,2}, \dots, x_{i,m_i}$ 均是有界的, 随之可得控制信号 u_i 是有界的。因此, 所有闭环信号均是全局有界的。

2) 由式 (5.67) 可得

$$\frac{1}{2}z_{i,1}^2 \leq e^{-\kappa t}V(0) + \frac{\Pi}{\kappa}(1 - e^{-\kappa t}) \quad (5.68)$$

因此, 测量跟踪误差 $z_{i,1} = x_{i,1}^* - y_{r,i}$ 将指数收敛至紧集 $\Omega_i = \{z_{i,1} \mid |z_{i,1}| \leq \sqrt{2\Pi/\kappa}\}$ 内。并且集合 Ω_i 可以通过增大 $c_{i,k}$ 、 $\mu_{\beta,i,k}$ 、 $\mu_{h,i}$ 、 $\mu_{\rho,i}$ 和 $\mu_{\vartheta,i}$ 而使之任意小。然而, 这可能导致较大的控制信号, 因此在参数选择时应综合考虑控制效果和控制信号幅值。

证毕。 □

由定理 5.1, 测量跟踪误差 $z_{i,1}$ 在 $t \rightarrow \infty$ 时将收敛至紧集 Ω_i 内。定义实际跟踪误差 $e_i = x_{i,1} - y_{r,i}$, 根据式 (5.3) 和式 (5.13) 可得如下关系

$$e_i = z_{i,1} + (1 - \lambda_{i,1})x_{i,1} - \eta_{i,1} \quad (5.69)$$

这意味着实际跟踪误差 e_i 将收敛到一个与传感器故障有关的紧集内。

注 5.9: 通过设计合适的光滑函数及其自适应律, 本章在无需使用神经网络或模糊逻辑近似器的情况下成功补偿了子系统之间与传感器故障相耦合的未知互联作用, 保证了闭环系统的全局稳定性。此外, 与文献 [118–121] 中所使用的基于立方绝对值型 Lyapunov 函数的方法不同, 本章不要求参数估计值收敛到其真实值。因此, 不再需要持续激励条件。

5.5 不同故障和干扰情况下的进一步设计与分析

第 5.3 节和第 5.4 节在不考虑外部干扰的情况下, 研究了未知传感器故障下的分散自适应容错控制问题。接下来, 本节将对前文结果进行扩展并讨论以下三种故障

和外部干扰情况。

情况 5.1: $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{i,1} = 1$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i,1} = 0$ 。

这种情况意味着第 i 个子系统的传感器故障会逐渐消失或在有限的时间后得到修复。则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = z_{i,1}. \quad (5.70)$$

在此情况下，如下推论成立。

推论 5.1: 在与定理 5.1 中所述条件相同的情况下，如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{i,1} = 1$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i,1} = 0$ ，则实际跟踪误差 e_i 将收敛至紧集 $\Omega_{e,i}^1 = \{e_i \mid |e_i| \leq \sqrt{2\Pi/\kappa}\}$ 内，并且该紧集可通过参数选择使之任意小。

值得注意的是情况 5.1 对于 $\lambda_{i,j}$ 和 $\eta_{i,j}$ ($j = 2, \dots, m_i$) 没有额外要求，即允许测量 $x_{i,j}$ 的传感器的故障持续存在。在这种情况下，实际跟踪误差 e_i 将收敛到与故障无关的紧集 $\Omega_{e,i}^1$ 之内。

情况 5.2: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{r,i} = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i,1} = 0$ 。

$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{r,i} = 0$ 包括两种情况：输出镇定情况（即 $y_{r,i} \equiv 0$ ）和期望轨迹趋向于 0 的情况。 $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i,1} = 0$ 意味着测量第 i 个子系统输出的传感器的加性故障逐渐消失或在有限时间内被修复。则可以得出

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = x_{i,1}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z_{i,1} = \lambda_{i,1} x_{i,1}. \quad (5.71)$$

在此情况下，如下推论成立。

推论 5.2: 在与定理 5.1 中所述条件相同的情况下，如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{r,i} = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i,1} = 0$ ，则实际跟踪误差 e_i 将收敛至紧集 $\Omega_{e,i}^2 = \{e_i \mid |e_i| \leq \sqrt{2\Pi/\kappa/\lambda_{i,1}}\}$ 内，并且该紧集可通过参数选择使之任意小。

在推论 5.2 中，测量系统输出的传感器的乘性故障是持续存在的。在这种情况下，实际跟踪误差 e_i 将收敛到紧集 $\Omega_{e,i}^2$ 之内，尽管该紧集与故障有关，但可以通过参数选择使之任意小。

情况 5.3: 扰动抑制。

本章所提出的方法还可扩展至一类具有不确定干扰的互联非线性系统的容错控制中，其系统模型如下：

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,j} &= x_{i,j+1} + \theta_{i,j}^T(t)\phi_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) + \Delta_{i,j}(\bar{y}) + d_{i,j}(t) \\ \dot{x}_{i,m_i} &= u_i + \theta_{i,m_i}^T(t)\phi_{i,m_i}(\bar{x}_{i,m_i}) + \Delta_{i,m_i}(\bar{y}) + d_{i,m_i}(t) \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, m_i - 1\end{aligned}\quad (5.72)$$

其中 $d_{i,j}(t)$ 和 $d_{i,m_i}(t)$ 是未知、时变、有界的干扰，其上界未知，其他模型参数与系统 (5.1) 中相同。

然后，对于 $i = 1, \dots, N$ 和 $j = 1, \dots, m_i$ ，对辅助量做如下调整

$$g_{i,j} = \frac{\lambda_{i,j}}{\lambda_{i,j+1}}, \quad \beta_{i,j} = \frac{1}{g_{i,j}} \quad (5.73)$$

$$\rho_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq m_i}} \left((-g_{i,j}\eta_{i,j+1} + \dot{\eta}_{i,j} + \lambda_{i,j}d_{i,j})^2 + g_{i,j}^2 \right) \quad (5.74)$$

$$\vartheta_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq m_i}} \left(\lambda_{i,j} \|\theta_{i,j}\| \|\check{\phi}_{i,j,2}(\bar{\eta}_{i,j}, \bar{\lambda}_{i,j}^{-1})\| \right)^2 \quad (5.75)$$

$$h_i = \sup_{\substack{t \geq 0 \\ 1 \leq j \leq N \\ 1 \leq k \leq m_j}} \frac{\lambda_{i,k}^2}{2} (m_j - k + 1) c_{j,k,i} \check{\varphi}_{j,k,i,2} \quad (5.76)$$

其中 ρ_i 与未知传感器故障和不确定干扰有关，其他辅助量的定义与式 (5.9)、式 (5.11) 和式 (5.12) 中相同。

在此情况下，如下推论成立。

推论 5.3: 对于由具有不确定干扰的系统 (5.72)、传感器故障 (5.3)、分散控制器 (5.53) 和自适应律 (5.25)、(5.26)、(5.42)、(5.50)、(5.54) 和 (5.55) 所组成的闭环系统。在假设 5.1 和假设 5.2 被满足时，如下性质可以得到保证：

- 1) 闭环系统的所有信号都是全局有界的；
- 2) 测量跟踪误差 $z_{i,1}$ 收敛到一个有界且大小可调整的集合 $\Omega_i = \{z_{i,1} \mid |z_{i,1}| \leq \sqrt{2\Pi/\kappa}\}$ 内。

推论 5.3 的证明分析过程与定理 5.1 相似，此处省略。

5.6 仿真实验

为了说明本章所提出的分散自适应容错控制方案的有效性和优势，本节将首先进行互联倒立摆系统的仿真，然后给出与已有结果的对比分析。

5.6.1 互联倒立摆仿真

在仿真中，考虑如图 5.2 所示的由四个通过弹簧连接的倒立摆组成的互联系统^[117]，其中摆 #1 和摆 #2 互联，摆 #2 和摆 #3 互联，摆 #3 和摆 #4 互联。第 i ($i = 1, 2, 3, 4$) 个摆的数学模型描述为

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} &= u_i + \theta_{i,2}^T \phi_{i,2}(\bar{x}_{i,2}) + \Delta_{i,2}(y_1, y_2) \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, 2, 3, 4\end{aligned}\tag{5.77}$$

其中

$$\begin{aligned}\theta_{i,2} &= \left[\frac{m_i g r}{J_i} - \frac{k r^2}{4 J_i}, \frac{k r}{2 J_i} (b - l) \right]^T, \quad i = 1, 4 \\ \phi_{i,2} &= [\sin(x_{i,1}), (-1)^i]^T, \quad i = 1, 4 \\ \theta_{i,2} &= \frac{m_i g r}{J_i} - \frac{k r^2}{4 J_i}, \quad \phi_{i,2} = \sin(x_{i,1}), \quad i = 2, 3 \\ \Delta_{1,2} &= \frac{k r^2}{4 J_1} \sin(x_{2,1}), \quad \Delta_{2,2} = \frac{k r^2}{4 J_2} (\sin(x_{1,1}) + \sin(x_{3,1})) \\ \Delta_{3,2} &= \frac{k r^2}{4 J_3} (\sin(x_{2,1}) + \sin(x_{4,1})), \quad \Delta_{4,2} = \frac{k r^2}{4 J_4} \sin(x_{3,1})\end{aligned}$$

其中 $x_{i,1}$ 是摆锤偏离垂直方向的角度， $x_{i,2}$ 是摆锤的角速度， $u_i = v_i / J_i$ 是等效力矩， v_i 是伺服电机在摆锤底部所施加的力矩输入， m_i 为摆锤末端质量， J_i 为转动惯量， r 为摆锤长度， g 为重力加速度， k 为弹簧常数， b 为相邻摆锤之间的距离， l 为弹簧的自然长度。系统具体参数值见表 5.1。

仿真中，期望轨迹由以下方程生成

$$\ddot{y}_{r,1} + 2\dot{y}_{r,1} + y_{r,1} = \sin(1.5t) + \sin(0.5t)\tag{5.78}$$

$$\ddot{y}_{r,2} + 2\dot{y}_{r,2} + y_{r,2} = 0.5 \sin(1.5t) + 1.5 \sin(t)\tag{5.79}$$

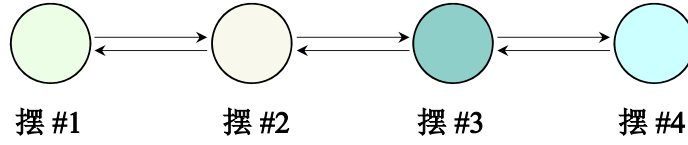


图 5.2 互联倒立摆系统

表 5.1 系统参数

$m_1 = 2 \text{ kg}$	$m_2 = 2.5 \text{ kg}$	$m_3 = 2 \text{ kg}$	$m_4 = 2.5 \text{ kg}$
$J_1 = 0.5 \text{ kg}$	$J_2 = 0.625 \text{ kg}$	$J_3 = 0.5 \text{ kg}$	$J_4 = 0.625 \text{ kg}$
$l = 0.5 \text{ m}$	$k = 100 \text{ N/m}$	$b = 0.4 \text{ m}$	$r = 0.5 \text{ m}$

表 5.2 初值和控制参数

$x_1(0) = [0.5, 0]^T$	$x_2(0) = [0.5, 0]^T$
$x_3(0) = [0.1, 0]^T$	$x_4(0) = [-0.5, 0]^T$
$\hat{\beta}_{i,j}(0) = \hat{h}_i(0) = \hat{\rho}_i(0) = \hat{\vartheta}_i(0) = 0$	$c_{1,j} = 5$
$c_{2,j} = 10$	$c_{3,j} = 100$
$c_{4,j} = 10$	$\varepsilon_{i,1} = 0.5$
$\mu_{\beta,i,j} = \mu_{h,i} = \mu_{\rho,i} = \mu_{\vartheta,i} = 1$	$\varepsilon_{i,2} = 0.1$
$\gamma_{\beta,i,j} = \gamma_{h,i} = \gamma_{\rho,i} = \gamma_{\vartheta,i} = 0.001$	$\epsilon_i = 0.01$

$$\ddot{y}_{r,3} + 2\dot{y}_{r,3} + y_{r,3} = 0 \quad (5.80)$$

$$\ddot{y}_{r,4} + 2\dot{y}_{r,4} + y_{r,4} = \sin(1.5t) + 0.5 \sin(t) \quad (5.81)$$

其中 $y_{r,i}(0) = 0$ ($i = 1, 2, 4$), $y_{r,3}(0) = 0.1$, $\dot{y}_{r,i}(0) = 0.5$ ($i = 1, 2, 3, 4$)。

首先, 仿真案例 1 用于说明本章所提出容错控制方案的有效性和控制性能。

仿真案例 1: 考虑如下故障情况

$$\begin{cases} x_{3,1}^* = 0.7x_{3,1} & t \geq 0 \text{ s} \\ x_{1,1}^* = x_{1,1} + 0.15 \exp(-0.5(t-10)) \sin(t) & t \geq 10 \text{ s} \\ x_{2,2}^* = 0.7x_{2,2} & t \geq 15 \text{ s} \\ x_{i,l}^* = x_{i,l}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad l = 1, 2 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.82)$$

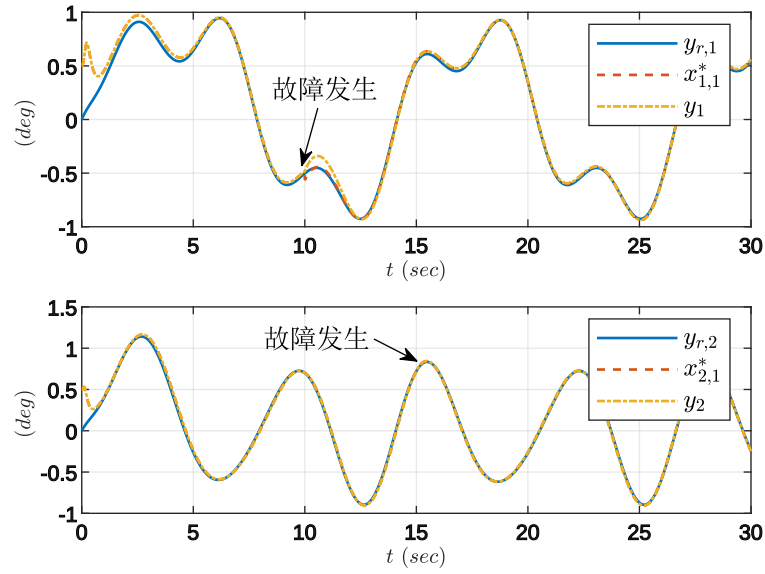


图 5.3 仿真案例 1 中的 $y_{r,i}$ 、 $x_{i,1}^*$ 和 y_i ($i = 1, 2$)

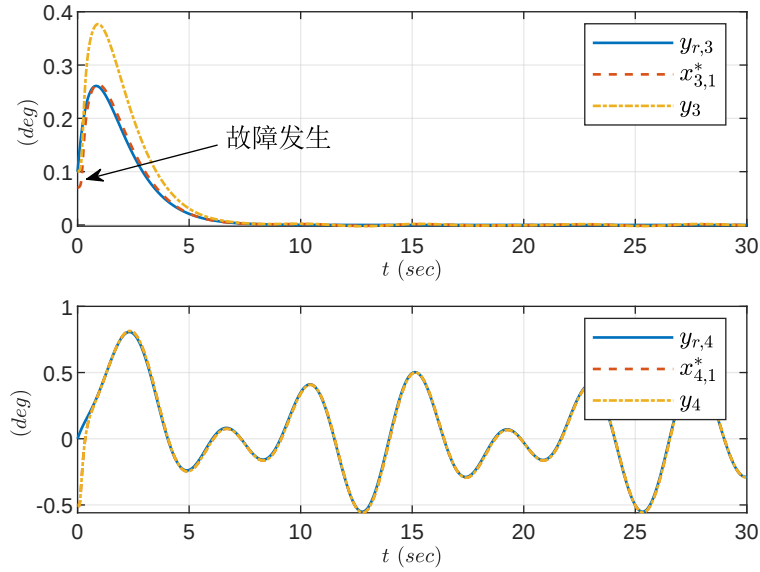


图 5.4 仿真案例 1 中的 $y_{r,i}$ 、 $x_{i,1}^*$ 和 y_i ($i = 3, 4$)

其中 $x_{3,1}^* = 0.7x_{3,1}$ 表示第 3 个子系统的输出测量传感器失效 30%， $x_{1,1}^* = x_{1,1} + 0.15 \exp(-0.5(t - 10)) \sin(t)$ 表示第 1 个子系统的输出测量传感器在 $t \geq 10$ s 时遭受时变加性故障， $x_{2,2}^* = 0.7x_{2,2}$ 表示第二个子系统中测量 $x_{2,2}$ 的传感器在 $t \geq 15$ s 失效 30%。

表 5.2 中给出了控制器增益以及系统和自适应律的初始值。仿真结果如图 5.3-图

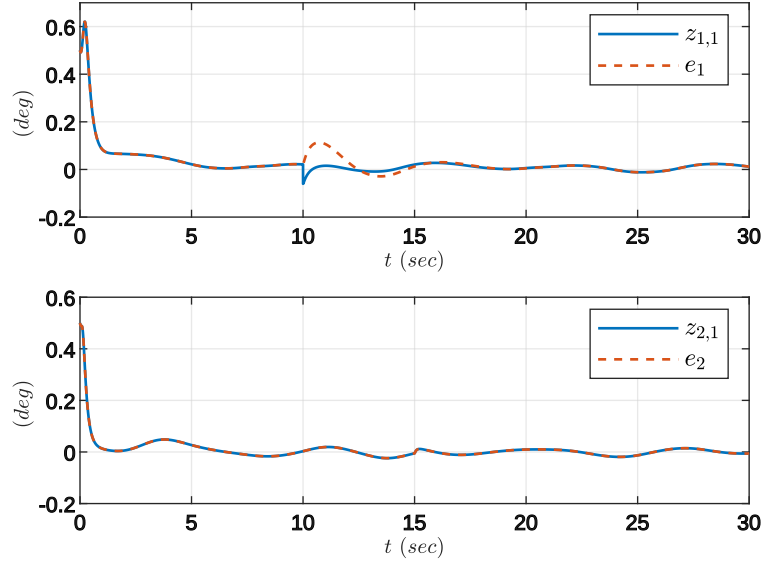


图 5.5 仿真案例 1 中的测量跟踪误差 $z_{i,1}$ 和实际跟踪误差 e_i ($i = 1, 2$)

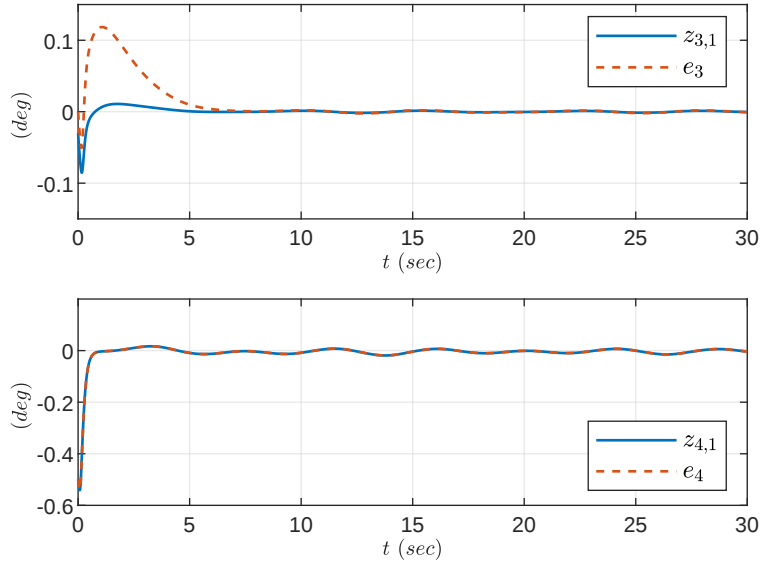


图 5.6 仿真案例 1 中的测量跟踪误差 $z_{i,1}$ 和实际跟踪误差 e_i ($i = 3, 4$)

5.10 所示。图 5.3 和图 5.4 给出了每个子系统的输出跟踪轨迹。图 5.5 和图 5.6 给出了测量跟踪误差 $z_{i,1}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 和实际跟踪误差 e_i 。可以看出：1) 所提出的容错控制方案可以实现较好的跟踪性能；2) 尽管传感器故障会导致跟踪效果出现波动，但测量跟踪误差和实际跟踪误差都会收敛到较小的残差集内；3) 当故障发生时，测量跟踪误差小于实际跟踪误差；4) 随着故障逐渐消失，测量跟踪误差和实际跟踪误差

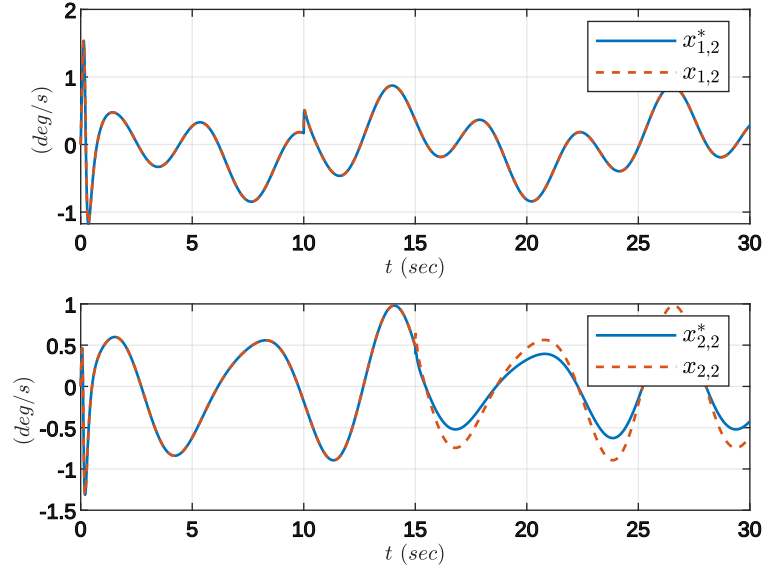


图 5.7 仿真案例 1 中的 $x_{i,2}^*$ 和 $x_{i,2}$ ($i = 1, 2$)

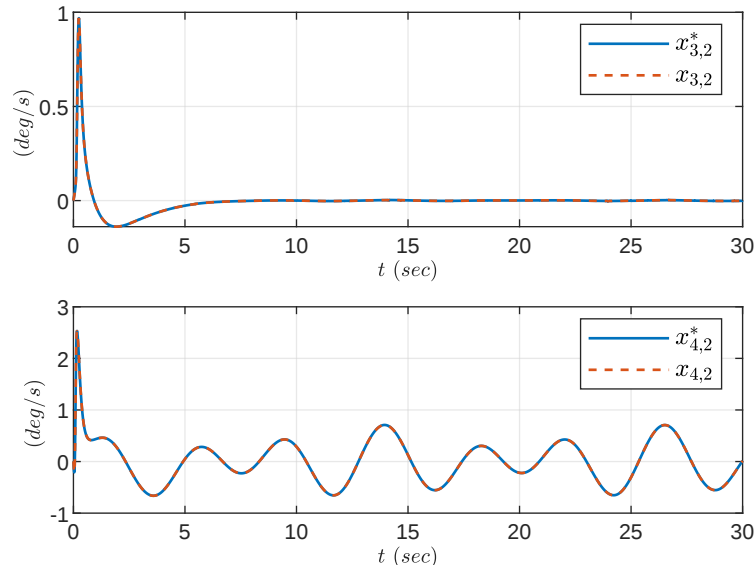


图 5.8 仿真案例 1 中的 $x_{i,2}^*$ 和 $x_{i,2}$ ($i = 3, 4$)

趋于一致。图 5.7 和图 5.8 给出了 $x_{i,2}^*$ 和 $x_{i,2}$ 的轨迹，从图中可以看出，所有系统状态都是有界的。图 5.9 和图 5.10 给出了控制信号，当故障发生时，控制信号会迅速调整以进行故障补偿。

接下来，仿真案例 2 用于说明所提出分散自适应容错控制方案在不同严重程度下的传感器故障下的容错能力。

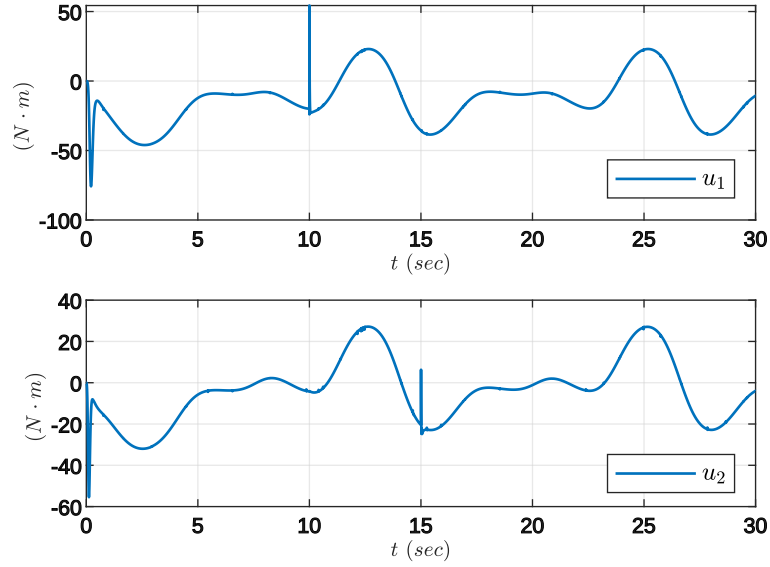


图 5.9 仿真案例 1 中的控制信号 u_i ($i = 1, 2$)

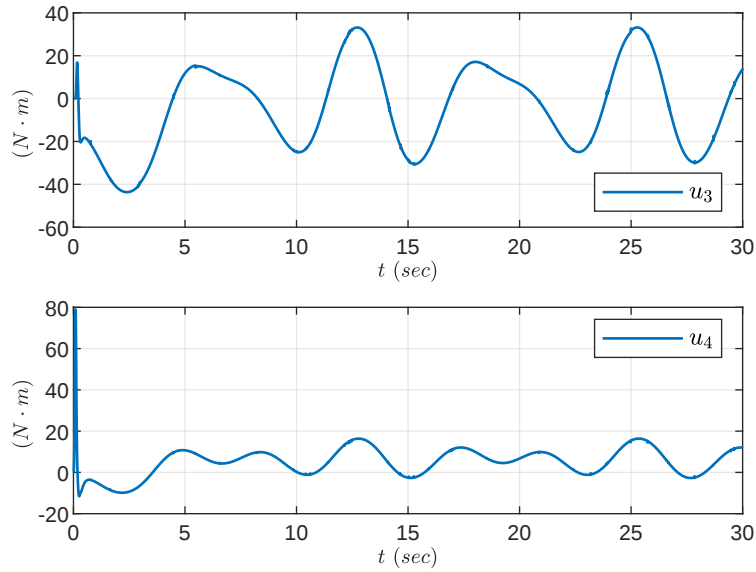


图 5.10 仿真案例 1 中的控制信号 u_i ($i = 3, 4$)

仿真案例 2: 本案例考虑如下四种故障模式

$$\begin{cases} x_{3,1}^* = \lambda_{3,1} x_{3,1} & t \geq 0 \\ x_{1,1}^* = x_{1,1} + k_{1,1} \exp(-0.5(t-10)) \sin(t) & t \geq 10 \text{ s} \\ x_{2,2}^* = \lambda_{2,2} x_{2,2} & t \geq 15 \text{ s} \\ x_{i,l}^* = x_{i,l}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad l = 1, 2 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.83)$$

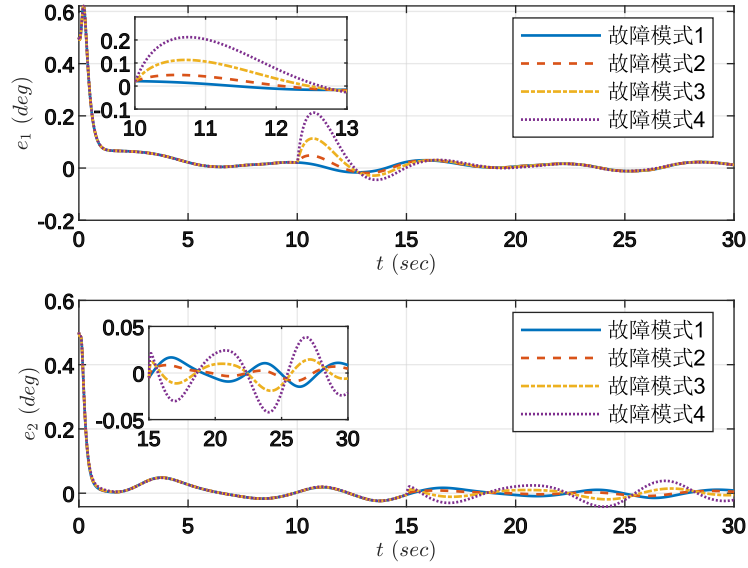


图 5.11 仿真案例 2 中不同故障模式下的实际跟踪误差 e_i ($i = 1, 2$) 对比

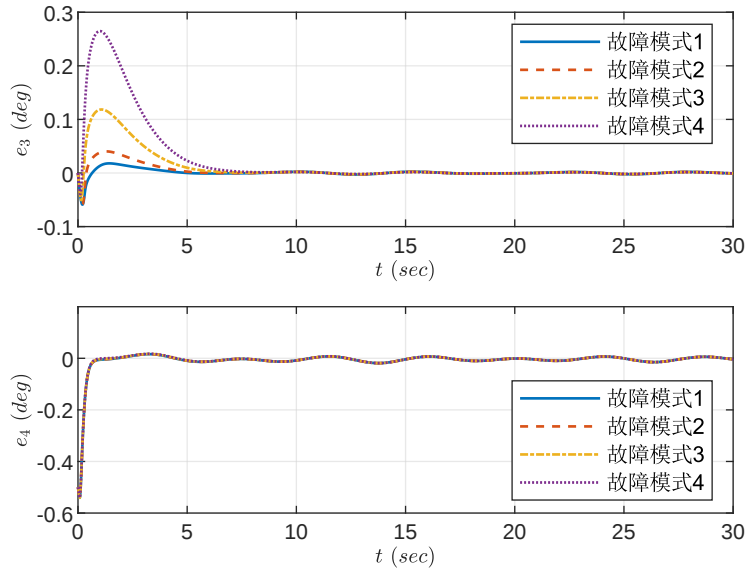


图 5.12 仿真案例 2 中不同故障模式下的实际跟踪误差 e_i ($i = 3, 4$) 对比

其中

- 1) 模式 1: $\lambda_{3,1} = 1$, $k_{1,1} = 0$, $\lambda_{2,2} = 1$;
- 2) 模式 2: $\lambda_{3,1} = 0.9$, $k_{1,1} = 0.05$, $\lambda_{2,2} = 0.9$;
- 3) 模式 3: $\lambda_{3,1} = 0.7$, $k_{1,1} = 0.15$, $\lambda_{2,2} = 0.7$;
- 4) 模式 4: $\lambda_{3,1} = 0.5$, $k_{1,1} = 0.3$, $\lambda_{2,2} = 0.5$ 。

表 5.3 四种故障模式下的累积跟踪误差

故障模式	累积跟踪误差
模式 1	$E = 1.81$
模式 2	$E = 1.86$
模式 3	$E = 2.23$
模式 4	$E = 2.98$

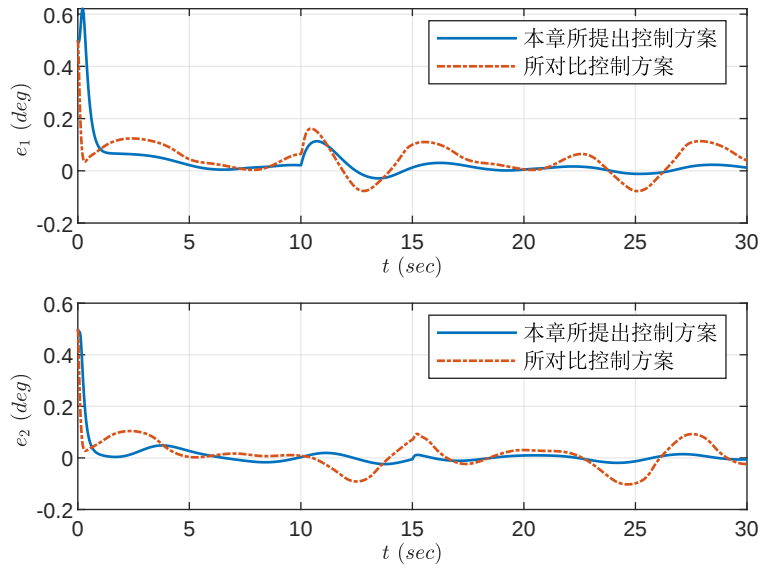


图 5.13 本章所提出控制方案和所对比控制方案实际跟踪误差 e_i ($i = 1, 2$) 对比

可以看出，从模式 1 到模式 4，故障逐渐加重。仿真中的系统初始状态和控制参数如表 5.1 和表 5.2 所示。实际跟踪误差如图 5.11 和图 5.12 所示。

为定量说明跟踪效果，定义累积跟踪误差为

$$E = \sum_{i=1}^4 \int_0^{30} |e_i| dt. \quad (5.84)$$

表 5.3 给出了四种故障模式下的累积跟踪误差 E 。由表可以看出：1) 无论故障轻微还是严重，所提出的自适应容错控制方案都能保证闭环系统的稳定性，抵御故障影响，实现跟踪目标；2) 严重的故障会导致跟踪性能变差。

通过以上两个仿真案例，可以验证本章所提出的分散自适应容错控制方案的有效性，并说明了其在不同严重程度故障下的容错性能。

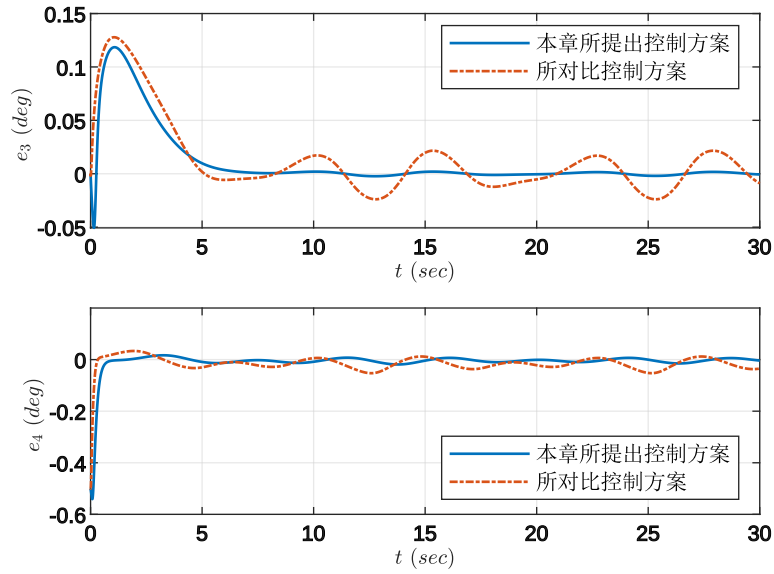


图 5.14 本章所提出控制方案和所对比控制方案实际跟踪误差 e_i ($i = 3, 4$) 对比

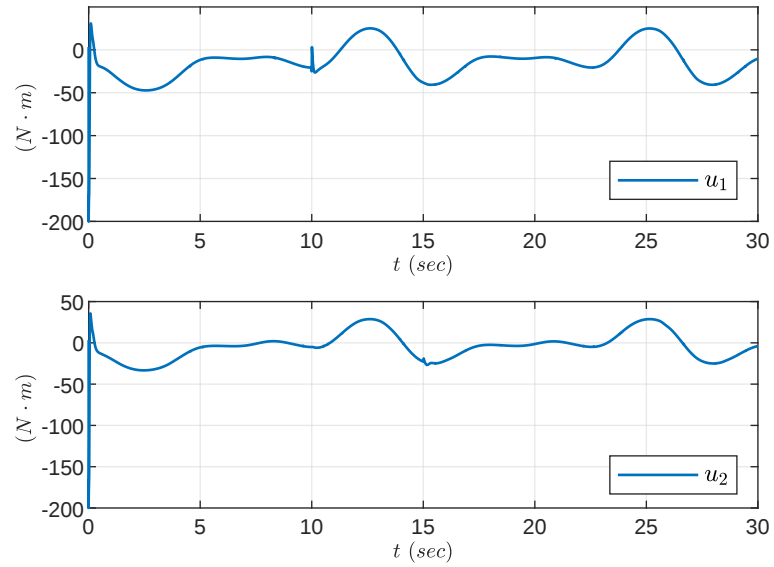


图 5.15 使用所对比控制方案时的控制信号 u_i ($i = 1, 2$)

5.6.2 对比分析

本小节将给出所提出控制方案与仅考虑乘性故障的分散自适应容错控制方案的控制效果比较，以说明本章所提出控制方案的优势。仿真条件与第 5.6.1 小节的仿真案例 1 中相同。

仿真对比结果如图 5.13-图 5.16 所示。图 5.13 和图 5.14 给出了本章所提出控制

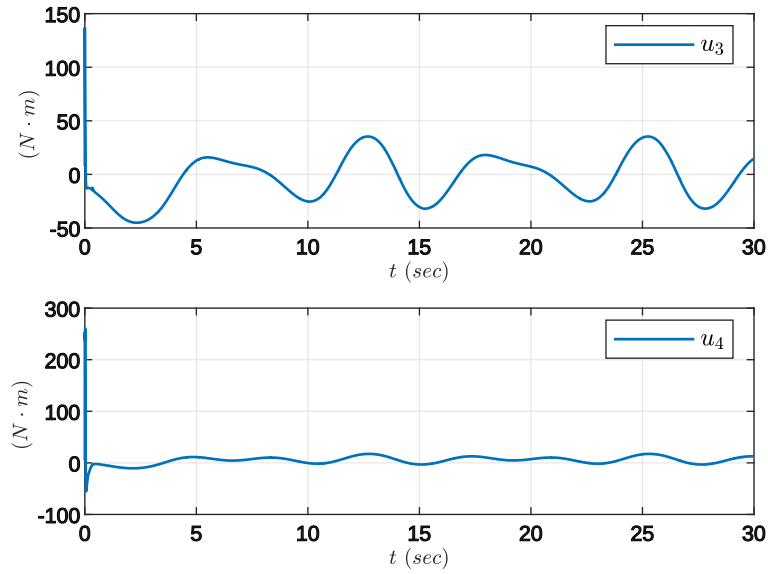


图 5.16 使用所对比控制方案时的控制信号 u_i ($i = 3, 4$)

方案和所对比控制方案的实际跟踪误差对比，图 5.15 和图 5.16 给出了所对比控制方案的控制信号。本章所提出的容错控制方案和所对比控制算法的累积跟踪误差分别为 2.23 和 4.32。可以看出，本章所提出方案的控制性能更好，在传感器故障发生后，特别是加性故障发生后，所对比控制算法无法达到令人满意的容错跟踪性能。本小节的对比结果进一步验证了所提出的自适应容错控制方案的有效性。

5.7 本章小结

本章研究了一类具有未知传感器故障的不确定互联非线性系统的分散自适应容错控制问题。所考虑的传感器故障同时具有常值乘性和时变加性模式，并且故障是未知的。为了处理传感器故障对控制回路的影响，本章设计并估计了一系列辅助量。同时，本章提出了一个光滑函数，可以在子系统之间存在传感器故障耦合的情况下，有效补偿子系统之间的互联作用。然后，采用反步控制策略，在仅使用被故障所污染的测量信号的情况下，提出了一种分散自适应容错控制方案。理论分析表明，所提出的控制方案保证了所有闭环信号的全局有界性，并使输出跟踪误差收敛到一个大小可调节的紧集中。最后，仿真结果验证了所提出分散自适应容错控制方案的有效性。

6 传感器时变故障下互联系统的多通道事件触发分散自适应容错控制

6.1 引言

实际系统中可能会同时出现乘性和加性传感器故障，并且这些故障可能是时变的。例如，对温度敏感的传感器的故障会随着环境温度的变化而变化。然而，多数已有结果（如：[118–121]）中所考虑的传感器故障仅限于常值的乘性模式。当传感器故障涵盖乘性和加性两种时变模式时会给控制器设计带来两个挑战：1）故障参数的导数并非如文献[118–121]中那样为零，对其直接进行估计较为困难，并且会产生更多的非匹配的不确定项；2）时变乘性和加性故障及其导数与不确定的系统动力学和未知互联耦合在一起，进一步增强了系统的不确定性。

另一方面，实际的控制系统中可能无法获得完整的状态信息，很多情况下只有输出信息可以用于控制器设计。因此，许多文献都对基于输出反馈的分散自适应控制进行了研究，例如：文献[107,113,178,179]。值得指出的是，由于输出的测量值对控制器的设计和系统性能的保证至关重要，上述所有结果都要求对系统输出进行准确无误的测量而忽略了传感器故障的存在。在传感器出现故障时，特别是在输出反馈控制的情况下，控制器设计只能采用被故障所污染的测量输出，而需要同时处理本地故障和其他子系统的故障，这使得分散自适应容错控制问题变得更加复杂和具有挑战性。迄今为止，针对未知传感器故障下互联系统的输出反馈分散自适应容错控制结果仍然有限[118–121]。因此，在同时存在未知时变乘性和加性传感器故障的情况下设计输出反馈分散自适应容错控制方案具有重要的理论和现实意义。

互联系统分散自适应控制中的另一个重要问题是有限的通信和计算资源。为了处理模型不确定性和未测量状态，需要通过实时积分得到未知参数的自适应估计值，这给嵌入式微处理器造成了计算负担。同时，不同部件之间的信号传输可能通过网络进行，例如参数估计器-控制器通道传输估计器信号、状态估计滤波器-控制器通道传输滤波器信号以及控制器-执行器通道传输控制信号。因此，减少这三类通道的通信和计算负担具有重要的意义。本文在第3章中提出了双通道事件触发机制，同时

考虑了参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道的触发。一方面, 由于在计算参数估计和状态估计时不需要实时积分, 可以减轻嵌入式微处理器的计算负担。另一方面, 由于减少了两个通道的信号传输频率, 通信负担也可以减轻。更多双通道事件触发控制方案可参见文献 [141–144]。然而, 文献 [141–144] 都是基于状态反馈控制的, 这限制了所提出方案在仅能得到被故障所污染的测量输出时的适用性。同时, 已有文献也没有考虑状态估计滤波器-控制器通道的触发。此外, 文献 [141–143] 中要求两个通道是同步触发的, 并且取几个触发时刻的最小时间进行信号传输与更新。因此, 当控制器被触发时, 参数估计器也必须被触发, 反之亦然, 这显然会导致两个通道中的冗余信号传输。实际上, 当系统遇到不可避免的噪声时, 理想的同步触发很难实现, 因此理论结果可能无法保证。此外, 控制器和事件触发机制的设计都依赖于精确的测量。因此, 在存在未知传感器故障的情况下, 所提出方法的有效性可能并不明确。到目前为止, 针对具有未知传感器故障的互联系统的多通道异步事件触发输出反馈控制问题仍有待解决。其主要挑战在于如何为每个通道独立设计事件触发机制以实现异步触发。同时, 当系统存在未知传感器时变故障时, 解决上述问题更具挑战性。

基于上述讨论, 本章针对传感器时变故障下的互联系统设计多通道事件触发输出反馈分散自适应容错控制方案。在仅使用被故障所污染的局部测量输出的情况下, 同时处理不确定的系统动态、未知的互联作用和传感器时变故障。首先, 设计状态估计滤波器对未测量的状态进行估计。然后, 考虑到状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道以及控制器-执行器通道等三类通道中都可能存在通信和计算资源受限问题, 针对多个通道设计了具有时变触发阈值的异步事件触发机制, 以减轻系统的通信和计算负担。所提出的控制方案可以保证所有闭环信号都是有界的, 输出跟踪误差可以收敛到一个可调节的残差集内, 并且不会出现 Zeno 行为。

6.2 传感器时变故障容错控制问题描述

本节首先给出所研究的不确定互联非线性系统模型, 然后建立传感器时变故障模型, 进而给出本章的控制目标, 最后给出模糊逻辑系统的基本原理和一些重要引理。

6.2.1 系统模型

考虑一类由 N 个子系统组成的不确定互联非线性系统，其数学描述如下

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,j} &= x_{i,j+1} + \theta_i^T \phi_{i,j}(y_i) + \Delta_{i,j}(\bar{y}) \\ \dot{x}_{i,m_i} &= u_i + \theta_i^T \phi_{i,m_i}(y_i) + \Delta_{i,m_i}(\bar{y}) \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, m_i - 1\end{aligned}\tag{6.1}$$

其中 $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,m_i}]^T \in \mathbb{R}^{m_i}$ 是第 i 个子系统的状态向量， $u_i \in \mathbb{R}$ 是第 i 个子系统的控制输入， $y_i \in \mathbb{R}$ 是第 i 个子系统的输出， $\theta_i \in \mathbb{R}^{l_i}$ 是一个未知向量，对于 $j = 1, \dots, m_i$ ， $\phi_{i,j}(y_i) \in \mathbb{R}^{l_i}$ 是由连续函数构成的向量， $\Delta_{i,j}(\bar{y}) \in \mathbb{R}$ 是未知非线性互联函数， $\bar{y} = [y_1, \dots, y_N]^T \in \mathbb{R}^N$ 。仅有系统输出 y_i 是可测量的，而系统状态 $x_{i,2}, \dots, x_{i,m_i}$ 是未被测量的。

注 6.1: 许多实际系统（如：耦合倒立摆系统^[110,117]、电力系统^[118]和飞行器系统^[174]）都可以建模或转换为系统 (6.1) 的形式。由于实际中很难获得精确的系统模型，因此 (6.1) 中考虑了不确定的系统动态和未知的互联项。

注 6.2: 不同于已有结果，本章不再需要 ISS 假设和 Lipschitz 假设。由于系统的不确定动态和未知互联项的存在，很难验证系统 (6.1) 是否满足文献 [123] 和 [124] 中所要求的 ISS 假设。此外，已有的基于输出反馈的传感器故障补偿方案（如：[97,101,118,119]）都要求非线性函数满足 Lipschitz 假设，而本章所考虑的系统 (6.1) 可以是非 Lipschitz 的。

假设 6.1: 未知非线性互联函数 $\Delta_{i,j}(\bar{y})$ ($i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, m_i$) 满足

$$\Delta_{i,j}^2(\bar{y}) \leq \sum_{q=1}^N c_{i,j,q} \varphi_{i,j,q}^2(y_q)\tag{6.2}$$

其中 $c_{i,j,q} \geq 0$ ($q = 1, \dots, N$) 是未知常数， $\varphi_{i,j,q}(y_q)$ 是未知连续函数。

注 6.3: 假设 6.1 实际上意味着互联项被一系列连续函数所约束，这是一个在相关分散自适应控制结果^[106–113,175–179]中常见的假设。值得注意的是，由于文献 [106–113,175–179] 中未考虑传感器故障，因此尽管在这些文献中 $\varphi_{i,j,q}(y_q)$ 是未知的，

但其输入 y_q ($q = 1, \dots, N$) 是已知的, 可以用于互联项的补偿。然而, 在存在未知传感器故障的情况下, 未知函数 $\varphi_{i,j,q}(y_q)$ 的输入 y_q ($q = 1, \dots, N$) 也是未知的。因此, 与文献 [106–113, 175–179] 相比, 本章所考虑的具有未知输入的互联项的补偿是一个更具挑战性的问题。

6.2.2 传感器时变故障模型

在实际系统中, 系统输出 y_i 通常由传感器测得。然而, 传感器可能会因一些意外因素而发生故障, 如: 电子故障、机械部件老化和环境干扰等。因此, 测量输出可能会受到故障的干扰而偏离真实的系统输出。令 y_i^* 表示第 i 个子系统被故障所污染的测量输出, 则传感器时变故障的模型为

$$y_i^* = \rho_i(t)y_i + \eta_i(t), \quad i = 1, \dots, N \quad (6.3)$$

其中 $\rho_i(t) \geq \underline{\rho}_i > 0$ 表示未知、时变、有界的乘性故障, $\underline{\rho}_i$ 是乘性故障的未知下界, $\eta_i(t)$ 表示未知、时变、有界的加性故障。此外, $\dot{\rho}_i(t)$ 和 $\dot{\eta}_i(t)$ 也是未知、时变、有界的, 并且 $\rho_i(t)$ 、 $\dot{\rho}_i(t)$ 、 $\eta_i(t)$ 和 $\dot{\eta}_i(t)$ 的界都是未知的。更具体地, 根据 $\rho_i(t)$ 和 $\eta_i(t)$ 的不同组合, 可得如下传感器工作模式:

- 1) 如果 $\rho_i(t) = 1$ 且 $\eta_i(t) = 0$, 第 i 个传感器是无故障的;
- 2) 如果 $\rho_i(t) \neq 1$ 且 $\eta_i(t) = 0$, 第 i 个传感器遭受时变乘性故障;
- 3) 如果 $\rho_i(t) = 1$ 且 $\eta_i(t) \neq 0$, 第 i 个传感器遭受时变加性故障;
- 4) 如果 $\rho_i(t) \neq 1$ 且 $\eta_i(t) \neq 0$, 第 i 个传感器同时遭受时变乘性故障和时变加性故障。

注 6.4: 与第 5 章和已有文献 [118–121] 相比, 本章所构建的传感器故障模型更具一般性: 1) 在一个统一的模型中同时涵盖了乘性故障和加性故障; 2) $\rho_i(t)$ 和 $\eta_i(t)$ 都是时变的, 这意味着故障可以随时间变化而不再限制为常值。显然, 未知的时变乘性和加性故障使得控制器设计更具挑战。

6.2.3 控制目标

本章研究输出跟踪问题, 令 $y_{r,i}$ ($i = 1, \dots, N$) 表示期望轨迹, 其满足如下假设。

假设 6.2: $y_{r,i}$, $\dot{y}_{r,i}$ 和 $\ddot{y}_{r,i}$ 是连续有界的, 即 $[y_{r,i}, \dot{y}_{r,i}, \ddot{y}_{r,i}]^T$ 在紧集

$$\Omega_{r,i} = \{[y_{r,i}, \dot{y}_{r,i}, \ddot{y}_{r,i}]^T : y_{r,i}^2 + \dot{y}_{r,i}^2 + \ddot{y}_{r,i}^2 \leq \mathcal{Y}_{r,i}\}$$

之内, 其中 $\mathcal{Y}_{r,i}$ 是一个正的常数。

注 6.5: 通过在后续反步设计过程中引入一阶滤波器以避免对期望信号反复微分, 本章放松了对期望轨迹的要求, 即不再要求 $y_{r,i}$ 的最高至 m_i 阶导数是已知有界的。

本章的**控制目标**是针对具有未知不确定系统动态、未知互联作用 (6.2) 和未知传感器时变故障 (6.3) 的互联系统 (6.1), 仅使用测量输出 y_i^* 设计多通道异步事件触发分散自适应模糊容错控制方案, 使得

- 1) 所有闭环信号是有界的;
- 2) 系统输出 y_i ($i = 1, \dots, N$) 实现对期望轨迹 $y_{r,i}$ 的跟踪;
- 3) 避免发生 Zeno 行为。

为实现上述控制目标, 下面将给出模糊逻辑系统的基础知识和后续设计与证明需用到的一些重要的引理。

6.2.4 模糊逻辑系统

模糊逻辑系统可以利用设计人员提供的模糊信息处理未知非线性函数, 与自适应控制技术相结合可以放松控制设计对系统模型的依赖, 因此被广泛应用于不确定系统的控制设计。模糊逻辑系统由模糊化算子、模糊推理、模糊规则基、解模糊化算子四部分^[182]组成。模糊逻辑系统的模糊规则基由一系列“如果-则”模糊规则构成, 其形式如下

$$R^\ell : \text{如果 } z_1 \text{ 是 } F_1^\ell \text{ 且 } \dots \text{ 且 } z_n \text{ 是 } F_n^\ell$$

$$\text{则 } g \text{ 是 } G^\ell, \ell = 1, \dots, N$$

其中 $z = [z_1, \dots, z_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是模糊逻辑系统的输入, $g \in \mathbb{R}$ 是模糊逻辑系统的输出, F_i^ℓ ($i = 1, \dots, n$) 和 G^ℓ 是模糊集, N 表示规则的数量。则模糊逻辑系统可以表述为

$$g(z) = \frac{\sum_{\ell=1}^N \bar{g}_\ell \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^\ell}(z_i)}{\sum_{\ell=1}^N \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^\ell}(z_i) \right)} \quad (6.4)$$

其中 $\bar{g}_\ell = \max_{g \in \mathbb{R}} \mu_{G^\ell}(g)$, $\mu_{F_i^\ell}(z_i)$ 和 $\mu_{G^\ell}(g)$ 是隶属度函数。

对于 $\ell = 1, \dots, N$, 定义模糊基函数为

$$S_\ell(z) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^\ell}(z_i)}{\sum_{\ell=1}^N \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^\ell}(z_i) \right)}. \quad (6.5)$$

令

$$W = [w_1, \dots, w_N]^T = [\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_N]^T$$

$$S(z) = [S_1(z), \dots, S_N(z)]^T$$

则模糊逻辑系统 (6.4) 可以描述为 $g(z) = W^T S(z)$ 。

6.2.5 重要引理

引理 6.1: ^[182] 对于定义在紧集 Ω 上的连续函数 $g(z)$, 存在模糊逻辑系统 $W^T S(z)$ 使得

$$\sup_{z \in \Omega} |g(z) - W^T S(z)| \leq \epsilon \quad (6.6)$$

对任意给定常数 $\epsilon > 0$ 成立。

如下引理是引理 5.1 在考虑未知传感器故障 (6.3) 时的向量形式扩展。

引理 6.2: 对于实值连续函数 $\mathcal{F}(y_i) = [f_1(y_i), \dots, f_n(y_i)]^T \in \mathbb{R}^n$, 其中 y_i 是系统 (6.1) 的输出, 存在连续向量函数 $\mathcal{F}_1(y_i^*) = [f_{1,1}(y_i^*), \dots, f_{n,1}(y_i^*)]^T \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathcal{F}_2(\rho_i^{-1}, \eta_i) = [f_{1,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i), \dots, f_{n,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)]^T \in \mathbb{R}^n$ 使得如下不等式成立

$$\|\mathcal{F}(y_i)\| \leq \|\mathcal{F}_1(y_i^*)\| \|\mathcal{F}_2(\rho_i^{-1}, \eta_i)\| \quad (6.7)$$

其中 $f_{j,1}(y_i^*) \geq 1$ ($j = 1, \dots, n$) 和 $f_{j,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i) \geq 1$ 是连续函数, y_i^* 是 (6.3) 中给出的系统测量输出, ρ_i 和 η_i 已在前文定义。

引理 6.3: ^[136] 对任意变量 $\iota \in \mathbb{R}$ 和常数 $\epsilon > 0$, 双曲正切函数满足如下性质

$$\iota \tanh\left(\frac{\iota}{\epsilon}\right) \geq 0$$

$$0 \leq |\iota| - \iota \tanh\left(\frac{\iota}{\epsilon}\right) \leq 0.2785\epsilon. \quad (6.8)$$

6.3 多通道事件触发分散自适应容错控制器设计

为方便控制器设计，首先将系统 (6.1) 转化为如下形式

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= A_i x_i + \Phi_i(y_i)\theta_i + \Delta_i(\bar{y}) + E_{m_i} u_i \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, \dots, N \\ y_i^* &= \rho_i(t)y_i + \eta_i(t)\end{aligned}\tag{6.9}$$

其中

$$\begin{aligned}A_i &= \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots & I_{m_i-1} \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_i(y_i) = \begin{bmatrix} \phi_{i,1}^T(y_i) \\ \vdots \\ \phi_{i,m_i}^T(y_i) \end{bmatrix} \\ E_{m_i} &= [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^{m_i}, \quad \Delta_i(\bar{y}) = \begin{bmatrix} \Delta_{i,1}(\bar{y}) \\ \vdots \\ \Delta_{i,m_i}(\bar{y}) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

接下来，本节将设计事件触发状态估计滤波器，以估计未测量的状态。然后，针对事件触发机制设计了一种时变阈值策略。最后，基于反步法设计了事件触发参数估计器和控制器。

6.3.1 事件触发状态估计滤波器设计

实际系统中可能无法通过传感器测量得到全部状态，而仅能测量得到系统的输出值。因此，本小节利用被故障所污染的局部测量输出 y_i^* 为每个子系统设计状态估计滤波器。此外，还为状态估计滤波器-控制器通道设计了事件触发机制，以减轻通信和计算负担。对于第 i ($i = 1, \dots, N$) 个子系统，设计事件触发状态估计滤波器如下：

$$\dot{\xi}_i = \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k}), \quad \forall t \in [t_{\xi,i,k}, t_{\xi,i,k+1})\tag{6.10}$$

$$\dot{\Xi}_i = \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k}), \quad \forall t \in [t_{\Xi,i,k}, t_{\Xi,i,k+1})\tag{6.11}$$

$$\dot{\lambda}_i = \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k}), \quad \forall t \in [t_{\lambda,i,k}, t_{\lambda,i,k+1})\tag{6.12}$$

其中

$$\tau_{\xi,i} = A_{c,i}\xi_i + L_i y_i^* \quad (6.13)$$

$$\tau_{\Xi,i} = A_{c,i}\Xi_i + \Phi_i(y_i^*) \quad (6.14)$$

$$\tau_{\lambda,i} = A_{c,i}\lambda_i + E_{m_i} u_i \quad (6.15)$$

其中待选参数向量 $L_i = [l_{i,1}, \dots, l_{i,m_i}]^T \in \mathbb{R}^{m_i}$ 使得 $A_{c,i} = A_i - L_i E_1^T$ 是 Hurwitz 的, $E_1 = [1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^{m_i}$ 。在式 (6.10) 中, $t_{\xi,i,k}$ 表示事件触发条件第 k 次被触发的时刻并且 $\tau_{\xi,i}$ 的值在此刻被更新。在 $t_{\xi,i,k}$ 之后, ξ_i 保持为 $\tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k})$ 不变直至触发条件再次被满足, 并将时刻标记为 $t_{\xi,i,k+1}$ 。类似的特性对式 (6.11) 和式 (6.12) 也是成立的。

针对状态估计滤波器设计事件触发机制如下

$$t_{\xi,i,k+1} = \inf\{t > t_{\xi,i,k} \mid \|e_{\xi,i}(t)\|_1 \geq \mathcal{M}_{\xi,i}(t)\} \quad (6.16)$$

$$t_{\Xi,i,k+1} = \inf\{t > t_{\Xi,i,k} \mid \|e_{\Xi,i}(t)\|_1 \geq \mathcal{M}_{\Xi,i}(t)\} \quad (6.17)$$

$$t_{\lambda,i,k+1} = \inf\{t > t_{\lambda,i,k} \mid \|e_{\lambda,i}(t)\|_1 \geq \mathcal{M}_{\lambda,i}(t)\} \quad (6.18)$$

其中 $e_{\xi,i}(t) = \tau_{\xi,i}(t) - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k})$ 、 $e_{\Xi,i}(t) = \tau_{\Xi,i}(t) - \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k})$ 和 $e_{\lambda,i}(t) = \tau_{\lambda,i}(t) - \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k})$ 是事件触发误差, $\mathcal{M}_{d,i}(t)$ ($d \in \{\xi, \Xi, \lambda\}$) 是时变阈值函数, 其设计如下

$$\mathcal{M}_{d,i}(t) = a_{d,i,1} - a_{d,i,2} \exp(-\mathcal{H}_{d,i}(t)) \quad (6.19)$$

$$\mathcal{H}_{d,i}(t) = a_{d,i,3} \|\tau_{d,i}(t)\| + a_{d,i,4} \frac{\|\tau_{d,i}(t) - \tau_{d,i}(t_{d,i,k})\|}{t - t_{d,i,k}} \quad (6.20)$$

其中 $a_{d,i,1} > 0$ 、 $a_{d,i,2} \geq 0$ 、 $a_{d,i,3} \geq 0$ 和 $a_{d,i,4} \geq 0$ 是常数且有 $a_{d,i,1} > a_{d,i,2}$ 。

注 6.6: 本章提出了一种时变阈值策略, 如式 (6.19) 和式 (6.20) 所示, 阈值是关于 $\tau_{d,i}(t)$ 及其变化率的时变函数。通过选择适当的参数 $a_{d,i,j}$ ($j = 1, 2, 3, 4$), 可以得到表 6.1 中所给出的如下四种阈值策略。

- 1) **固定阈值策略:** 此时所提出的阈值策略退化为文献 [125] 和文献 [144] 中所采用的固定阈值策略。在这种策略中, 无论所传输信号的特性 (如: 幅值和变化率) 如何, 都采用一个固定不变的常阈值 $a_{d,i,1}$ 。

表 6.1 事件触发阈值策略

	$a_{d,i,1}$	$a_{d,i,2}$	$a_{d,i,3}$	$a_{d,i,4}$
固定阈值策略	> 0	$= 0$	--	--
基于幅值的阈值策略	> 0	> 0	> 0	$= 0$
基于变化率的阈值策略	> 0	> 0	$= 0$	> 0
混合阈值策略	> 0	> 0	> 0	> 0

- 2) **基于幅值的阈值策略**: 当 $\tau_{d,i}(t)$ 较大时, 阈值较大, 反之亦然。在这种策略中, 当所传输信号的幅值较大时, 可以容忍较大的事件触发误差, 从而减少冗余信号传输。
- 3) **基于变化率的阈值策略**: 阈值根据 $\tau_{d,i}(t)$ 的变化率的不同而变化。这种策略旨在当传输信号的变化率较小时提供更为精确的控制, 即当变化率较小时阈值也较小。
- 4) **混合阈值策略**: 该策略同时根据所传输信号的幅值和变化率进行阈值调整。设计者可以通过调整 $a_{d,i,3}$ 和 $a_{d,i,4}$ 来决定幅值和变化率在调整阈值大小时的权重。

显然, 与现有的事件触发控制方法 (如: [125]、[134] 和 [144]) 相比, 所提出的阈值策略提高了设计的灵活性。通过选择适当的参数, 设计人员可以根据所传输信号的特性灵活地平衡系统性能、通信和计算负担。

注 6.7: 在式 (6.19) 和式 (6.20) 中, $a_{d,i,1}$ 和 $a_{d,i,2}$ 决定了阈值的上界和下界, 即 $a_{d,i,1} - a_{d,i,2} \leq \mathcal{M}_{d,i}(t) \leq a_{d,i,1}$ 。因此, 增大 $a_{d,i,1}$ 或减小 $a_{d,i,2}$, 可以得到较大的阈值。此外, $a_{d,i,3}$ 和 $a_{d,i,4}$ 的作用是调整 $\tau_{d,i}(t)$ 及其变化率对阈值的影响。当选择较大的 $a_{d,i,3}$ 和 $a_{d,i,4}$ 时, 阈值会增大, 对所传输信号的大小和变化率变得更加敏感。虽然大的阈值可以降低信号传输频率, 但控制性能可能会下降。因此, 在选择参数时需平衡控制性能与信号传输负担。

基于所设计的状态估计滤波器, 第 i 个子系统的状态估计如下

$$\hat{x}_i = \xi_i + \Xi_i \theta_i + \lambda_i. \quad (6.21)$$

定义状态估计误差为 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$, 则可以构建状态估计误差系统如下

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}_i &= \dot{x}_i - \dot{\xi}_i - \dot{\Xi}_i \theta_i - \dot{\lambda}_i \\
 &= \dot{x}_i - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k}) - \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k}) \theta_i - \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k}) \\
 &= A_{c,i} \tilde{x}_i + \Delta_i(\bar{y}) + (\Phi_i(y_i) - \Phi_i(y_i^*)) \theta_i \\
 &\quad + L_i(y_i - y_i^*) + (\tau_{\Xi,i}(t) - \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k})) \theta_i \\
 &\quad + \tau_{\xi,i}(t) - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k}) + \tau_{\lambda,i}(t) - \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k}).
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

定义 Lyapunov 函数为

$$V_{i,0} = \tilde{x}_i^T P_i \tilde{x}_i \tag{6.23}$$

其中 P_i 是方程 $A_{c,i}^T P_i + P_i A_{c,i} = -Q_i$ 的解, P_i 和 Q_i 是正定矩阵。

考虑式 (6.22), 则 $V_{i,0}$ 的微分为

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,0} &\leq 2\tilde{x}_i^T P_i (A_{c,i} \tilde{x}_i + \Delta_i(\bar{y}) + (\Phi_i(y_i) - \Phi_i(y_i^*)) \theta_i \\
 &\quad + L_i(y_i - y_i^*) + (\tau_{\Xi,i}(t) - \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k})) \theta_i \\
 &\quad + \tau_{\xi,i}(t) - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k}) + \tau_{\lambda,i}(t) - \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k})).
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

根据杨氏不等式可得

$$2\tilde{x}_i^T P_i L_i(y_i - y_i^*) \leq \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|L_i\|^2 |y_i - y_i^*|^2 \tag{6.25a}$$

$$2\tilde{x}_i^T P_i (\Phi_i(y_i) - \Phi_i(y_i^*)) \theta_i \leq \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|\Phi_i(y_i) - \Phi_i(y_i^*)\|_1^2 \|\theta_i\|_1^2 \tag{6.25b}$$

$$2\tilde{x}_i^T P_i \Delta_i(\bar{y}) \leq \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 \tag{6.25c}$$

$$2\tilde{x}_i^T P_i (\tau_{\Xi,i}(t) - \tau_{\Xi,i}(t_{\Xi,i,k})) \theta_i \leq a_{\Xi,i,1}^2 \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|\theta_i\|_1^2 \tag{6.25d}$$

$$2\tilde{x}_i^T P_i (\tau_{\xi,i}(t) - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k})) \leq a_{\xi,i,1}^2 \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \tag{6.25e}$$

$$2\tilde{x}_i^T P_i (\tau_{\lambda,i}(t) - \tau_{\lambda,i}(t_{\lambda,i,k})) \leq a_{\lambda,i,1}^2 \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2. \tag{6.25f}$$

然后, 根据引理 5.1 和引理 6.2, 式 (6.25a) 和式 (6.25b) 中由传感器故障所引入的不确定项满足如下不等式

$$|y_i - y_i^*| \leq \psi_{y,i,1}(y_i^*) \psi_{y,i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i) \tag{6.26}$$

$$\|\Phi_i(y_i) - \Phi_i(y_i^*)\|_1 \leq \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1 \|\Phi_{i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)\|_1 \quad (6.27)$$

其中 $\psi_{y,i,1}(y_i^*)$ 和 $\psi_{y,i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 是根据引理 5.1 选择的连续函数, $\Phi_{i,1}(y_i^*)$ 和 $\Phi_{i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 是根据引理 6.2 选择的连续函数组成的矩阵。由于传感器故障是未知且有界的 (即 ρ_i 和 η_i 是未知且有界的), 因此 $\psi_{y,i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 和 $\Phi_{i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 也是未知且有界的。定义如下常数

$$h_i = \sup_{t \geq 0} \{ \psi_{y,i,2}^2(\rho_i^{-1}, \eta_i), \|\theta_i\|_1^2, \|\Phi_{i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)\|_1^2 \|\theta_i\|_1^2 \} \quad (6.28)$$

显然 h_i 也是未知的。

将式 (6.25)-式 (6.28) 代入式 (6.24) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,0} &\leq -\beta_{i,0} \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + 2\|P_i\|^2 \\ &\quad + h_i \|P_i\|^2 (\|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) \end{aligned} \quad (6.29)$$

其中 $\beta_{i,0} = \lambda_{\min}(Q_i) - 3 - a_{\xi,i,1}^2 - a_{\Xi,i,1}^2 - a_{\lambda,i,1}^2$ 。

注 6.8: 由式 (6.22) 可以看出, 传感器故障和事件触发误差与系统不确定动态相耦合。在现有的基于输出反馈的传感器故障补偿的结果中 (如: [97,101,118,119]), 处理未知耦合时需要不确定项满足 Lipschitz 假设, 这实际上限制了所提出控制方案的适用性。本章在式 (6.28) 和式 (6.45) 中引入了与耦合相关的未知常数 h_i , 并在式 (6.51) 中对其进行了估计, 进而在式 (6.48) 和式 (6.49) 中利用其估计值设计虚拟控制器, 从而可以在不使用 Lipschitz 条件的情况下对耦合项进行补偿。

6.3.2 事件触发参数估计器和控制器设计

本小节将设计事件触发参数估计器和控制器。不同于传统的反步设计方法, 本小节只能使用被故障污染的局部测量输出值 y_i^* 进行控制方案设计。因此, 首先根据被故障污染的局部测量输出引入如下坐标变换

$$z_{i,1} = y_i^* - y_{r,i} \quad (6.30)$$

$$z_{i,j} = \lambda_{i,j} - \alpha_{i,j,f}, \quad j = 2, \dots, m_i \quad (6.31)$$

其中 $z_{i,1}$ 表示测量跟踪误差, $\lambda_{i,j}$ 是式 (6.12) 中所构建的向量 λ_i 的第 j 个元素, $\alpha_{i,j,f}$ 是如下一阶滤波器的输出

$$b_{i,j}\dot{\alpha}_{i,j,f} + \alpha_{i,j,f} = \alpha_{i,j-1}, \alpha_{i,j,f}(0) = \alpha_{i,j-1}(0) \quad (6.32)$$

其中 $b_{i,j}$ 是一个正的常数, $\alpha_{i,j-1}$ 是将在下文设计的虚拟控制信号。定义滤波误差如下

$$e_{\alpha,i,j} = \alpha_{i,j,f} - \alpha_{i,j-1}. \quad (6.33)$$

第 $(i, 1)$ 步: 由式 (6.1)、式 (6.3)、式 (6.21) 和式 (6.30) 可得 $z_{i,1}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,1} &= \dot{\rho}_i y_i + \rho_i \dot{y}_i + \dot{\eta}_i - \dot{y}_{r,i} \\ &= \rho_i x_{i,2} + \rho_i \theta_i^T \phi_{i,1}(y_i) + \rho_i \Delta_{i,1} + \dot{\rho}_i y_i + \dot{\eta}_i - \dot{y}_{r,i} \\ &= \rho_i \xi_{i,2} + \rho_i \Xi_{i,2} \theta_i + \rho_i \lambda_{i,2} + \rho_i \tilde{x}_{i,2} + \rho_i \theta_i^T \phi_{i,1}(y_i) \\ &\quad + \rho_i \Delta_{i,1} + \dot{\rho}_i y_i + \dot{\eta}_i - \dot{y}_{r,i} \end{aligned} \quad (6.34)$$

其中 $\xi_{i,2}$ 是式 (6.10) 中所构建的 ξ_i 的第 2 个元素, $\Xi_{i,2}$ 是式 (6.11) 中所构建的 Ξ_i 的第 2 个元素。

构建如下 Lyapunov 函数

$$V_{i,1} = V_{i,0} + \frac{1}{2} z_{i,1}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \tilde{\Theta}_i + \frac{1}{2} e_{\alpha,i,2}^2 \quad (6.35)$$

其中 $\tilde{\Theta}_i = \Theta_i - \hat{\Theta}_i$, $\hat{\Theta}_i$ 是 Θ_i 的估计, Θ_i 将在下文中定义, $e_{\alpha,i,2}$ 是式 (6.33) 中所定义的滤波误差, $\Lambda_i = \text{diag}(\frac{1}{\mu_{\theta,i}}, \frac{\rho_i}{\mu_{\delta,i}}, \frac{1}{\mu_{h,i}}, \frac{1}{\mu_{W,i,1}}, \dots, \frac{1}{\mu_{W,i,l_{W,i}}}, \frac{1}{\mu_{\bar{e},i}})$ 是一个正定矩阵。

由式 (6.29)、式 (6.31)、式 (6.33)、式 (6.34) 和式 (6.35) 可得 $V_{i,1}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &\leq -\beta_{i,0} \|\tilde{x}_i\|^2 + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + 2\|P_i\|^2 \\ &\quad + h_i \|P_i\|^2 (\|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) \\ &\quad + z_{i,1} (\rho_i z_{i,2} + \rho_i \alpha_{i,1} + \dot{\eta}_i + \rho_i e_{\alpha,i,2} + \rho_i \Xi_{i,2} \theta_i \\ &\quad + \rho_i \xi_{i,2} + \rho_i \tilde{x}_{i,2} + \rho_i \theta_i^T \phi_{i,1}(y_i) + \rho_i \Delta_{i,1}(\bar{y}) \\ &\quad + \dot{\rho}_i y_i - \dot{y}_{r,i}) - \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \dot{\tilde{\Theta}}_i + e_{\alpha,i,2} \dot{e}_{\alpha,i,2}. \end{aligned} \quad (6.36)$$

令

$$\delta_i = \frac{1}{\underline{\rho}_i} \quad (6.37)$$

$$\vartheta_i = \sup_{t \geq 0} \left\{ \rho_i^2, \rho_i^2 \|\theta_i\|^2, \rho_i^2 \|\theta_i\|^2 \|\psi_{i,1,2}\|^2, \left| \frac{\dot{\rho}_i}{\rho_i} \right|, \left(\frac{\dot{\rho}_i}{\rho_i} (y_{r,i} - \eta_i) + \dot{\eta}_i \right)^2 \right\} \quad (6.38)$$

其中 $\underline{\rho}_i$ 是乘性故障的未知下界。

应用杨氏不等式和引理 6.2 可得如下不等式

$$\begin{aligned} z_{i,1} \rho_i (z_{i,2} + \xi_{i,2} + \Xi_{i,2} \theta_i + \tilde{x}_{i,2} + \Delta_{i,1}(\bar{y}) + e_{\alpha,i,2}) \\ \leq (\xi_{i,2}^2 + \|\Xi_{i,2}\|^2 + 3) \vartheta_i z_{i,1}^2 + z_{i,1}^2 \\ + \frac{1}{4} z_{i,2}^2 + \frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) + \frac{1}{4} \tilde{x}_{i,2}^2 \\ + \frac{1}{4} e_{\alpha,i,2}^2 + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (6.39a)$$

$$\begin{aligned} z_{i,1} \rho_i \theta_i^T \phi_{i,1}(y_i) &\leq |z_{i,1} \rho_i| \|\theta_i\| \|\phi_{i,1}(\rho_i^{-1}(y_i^* - \eta_i))\| \\ &\leq |z_{i,1} \rho_i| \|\theta_i\| \|\psi_{i,1,1}(y_i^*)\| \|\psi_{i,1,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)\| \\ &\leq \|\psi_{i,1,1}(y_i^*)\|^2 \vartheta_i z_{i,1}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (6.39b)$$

$$\begin{aligned} z_{i,1} (\dot{\rho}_i y_i + \dot{\eta}_i) &= z_{i,1} \left(\frac{\dot{\rho}_i}{\rho_i} (z_{i,1} + y_{r,i} - \eta_i) + \dot{\eta}_i \right) \\ &\leq 2 \vartheta_i z_{i,1}^2 + \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (6.39c)$$

其中 $\psi_{i,1,1}(y_i^*)$ 和 $\psi_{i,1,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 由一系列连续函数组成的向量，这些函数是根据引理 6.2 进行选择的。

根据假设 6.1 和引理 5.1，各子系统之间的互联项满足如下不等式

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^N \left(\frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} c_{q,j,i}^* \varphi_{q,j,i}^2(y_i) \\ &\leq \sum_{i=1}^N \bar{c}_i \sum_{q=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} \psi_{q,j,i,1}^2(y_i^*) \end{aligned} \quad (6.40)$$

其中

$$\bar{c}_i \triangleq \sup_{\substack{1 \leq q \leq N \\ 1 \leq j \leq m_i}} c_{q,j,i}^* \psi_{q,j,i,2}^2(\rho_i^{-1}, \eta_i) \quad (6.41)$$

其中 $c_{q,1,i}^* = (\frac{\rho_i^2}{4} + \|P_i\|^2)c_{q,1,i}$, $c_{q,j,i}^* = \|P_i\|^2 c_{q,j,i}$, $j = 2, \dots, m_i$, $c_{q,1,i}$ 和 $c_{q,j,i}$ 是未知常数, $\psi_{q,j,i,1}(y_i^*)$ 和 $\psi_{q,j,i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 是连续函数。根据假设 6.1, $\varphi_{q,j,i}(y_i)$ 是未知的, 因此 $\psi_{q,j,i,1}(y_i^*)$ 和 $\psi_{q,j,i,2}(\rho_i^{-1}, \eta_i)$ 也是未知的。

令

$$g_i(y_i^*) = \bar{c}_i \sum_{q=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} \psi_{q,j,i,1}^2(y_i^*) \quad (6.42)$$

$g_i(y_i^*)$ 是未知的连续函数, 本章使用模糊逻辑系统 $W_i^T S_i(y_i^*)$ ($W_i \in \mathbb{R}^{l_{w,i}}$, $S_i(y_i^*) \in \mathbb{R}^{l_{w,i}}$) 逼近 $g_i(y_i^*)$ 。因此, 由引理 6.1 可得

$$g_i(y_i^*) = W_i^T S_i(y_i^*) + \epsilon_i \quad (6.43)$$

其中 $\epsilon_i \leq \bar{c}_i$ 是逼近误差。

根据所构建的滤波器 (6.32) 和滤波误差 (6.33) 可得

$$\begin{aligned} e_{\alpha,i,2} \dot{e}_{\alpha,i,2} &= e_{\alpha,i,2} (\dot{\alpha}_{i,2,f} - \dot{\alpha}_{i,1}) \\ &\leq -\left(\frac{1}{b_{i,2}} - \frac{1}{4}\right) e_{\alpha,i,2}^2 + \iota_{i,1}^2 \end{aligned} \quad (6.44)$$

其中 $\iota_{i,1} \triangleq \dot{\alpha}_{i,1}$ 。

定义

$$\Theta_i = [\vartheta_i, \delta_i, h_i, W_i^T, \bar{\epsilon}_i]^T \quad (6.45)$$

$$\Psi_i = [\omega_i z_{i,1}^2, \bar{\alpha}_{i,1} z_{i,1}, s_{h,i} z_{i,1}, S_i^T(y_i^*) z_{i,1}^2, z_{i,1}^2]^T \quad (6.46)$$

其中 $\bar{\alpha}_{i,1}$ 和 $s_{h,i}$ 将在下文定义。

将式 (6.37)-式 (6.46) 代入式 (6.36) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &\leq -\bar{\beta}_{i,0} \|\tilde{x}_i\|^2 + z_{i,1} \rho_i \alpha_{i,1} - z_{i,1} \dot{y}_{r,i} + \omega_i \vartheta_i z_{i,1}^2 + z_{i,1}^2 \\ &\quad + h_i \|P_i\|^2 (\|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4}z_{i,2}^2 + 1 - \left(\frac{1}{b_{i,2}} - \frac{1}{2}\right)e_{\alpha,i,2}^2 + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 \\
 & + \frac{\rho_i^2}{4}\Delta_{i,1}^2(\bar{y}) + g_i(y_i^*)(1 - z_{i,1}^2) + z_{i,1}^2 W_i^T S_i(y_i^*) \\
 & + z_{i,1}^2 \bar{\epsilon}_i - g_i(y_i^*) + 2\|P_i\|^2 + \iota_{i,1}^2 - \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \dot{\tilde{\Theta}}_i
 \end{aligned} \tag{6.47}$$

其中 $\bar{\beta}_{i,0} = \beta_{i,0} - \frac{1}{4} > 0$, $\omega_i = \xi_{i,2}^2 + \|\Xi_{i,2}\|^2 + \|\psi_{i,1,1}(y_i^*)\|^2 + 5$ 。

设计虚拟控制信号 $\alpha_{i,1}$ 如下

$$\alpha_{i,1} = -\hat{\delta}_i \bar{\alpha}_{i,1} \tanh\left(\frac{z_{i,1} \hat{\delta}_i \bar{\alpha}_{i,1}}{\varepsilon_{\alpha,i}}\right) \tag{6.48}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_{i,1} = & (\beta_{i,1} + 1)z_{i,1} - \dot{y}_{r,i} + \hat{\vartheta}_i \omega_i z_{i,1} + \hat{h}_i s_{h,i} + z_{i,1} \hat{\epsilon}_i \\
 & + z_{i,1} \hat{W}_i^T S_i(y_i^*) \tanh\left(\frac{z_{i,1}^2 \hat{W}_i^T S_i(y_i^*)}{\varepsilon_{W,i}}\right)
 \end{aligned} \tag{6.49}$$

其中 $s_{h,i}$ 是定义如下的连续函数

$$s_{h,i} = z_{i,1} \tanh\left(\frac{z_{i,1}^2}{\varepsilon_{h,i}}\right) \|P_i\|^2 (\|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) \tag{6.50}$$

其中 $\beta_{i,1}$ 、 $\varepsilon_{\alpha,i}$ 、 $\varepsilon_{W,i}$ 和 $\varepsilon_{h,i}$ 是正的常数。

事件触发参数估计器设计为

$$\dot{\tilde{\Theta}}_i = \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k}), \quad \forall t \in [t_{\Theta,i,k}, t_{\Theta,i,k+1}) \tag{6.51}$$

其中

$$\tau_{\Theta,i} = \Upsilon_i \Psi_i - \Gamma_i \hat{\Theta}_i \tag{6.52}$$

并且

$$\Upsilon_i = \text{diag}(\mu_{\vartheta,i}, \mu_{\delta,i}, \mu_{h,i}, \mu_{W,i,1}, \dots, \mu_{W,i,l_{W,i}}, \mu_{\bar{\epsilon},i}) \tag{6.53}$$

和

$$\Gamma_i = \text{diag}(\sigma_{\vartheta,i}, \sigma_{\delta,i}, \sigma_{h,i}, \sigma_{W,i,1}, \dots, \sigma_{W,i,l_{W,i}}, \sigma_{\bar{\epsilon},i}) \tag{6.54}$$

是正定矩阵。

针对参数估计器设计事件触发机制为

$$t_{\Theta,i,k+1} = \inf\{t > t_{\Theta,i,k} \mid \|e_{\Theta,i}(t)\|_1 \geq \mathcal{M}_{\Theta,i}(t)\} \quad (6.55)$$

其中 $e_{\Theta,i}(t) = \tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})$ 是事件触发误差, $\mathcal{M}_{\Theta,i}(t)$ 是时变触发阈值, 其设计如下

$$\mathcal{M}_{\Theta,i}(t) = a_{\Theta,i,1} - a_{\Theta,i,2} \exp(-\mathcal{H}_{\Theta,i}(t)) \quad (6.56)$$

$$\mathcal{H}_{\Theta,i}(t) = a_{\Theta,i,3} \|\tau_{\Theta,i}(t)\| + a_{\Theta,i,4} \frac{\|\tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})\|}{t - t_{\Theta,i,k}} \quad (6.57)$$

其中 $a_{\Theta,i,1} > 0$ 、 $a_{\Theta,i,2} \geq 0$ 、 $a_{\Theta,i,3} \geq 0$ 和 $a_{\Theta,i,4} \geq 0$ 是正的常数且满足 $a_{\Theta,i,1} > a_{\Theta,i,2}$ 。

由式 (6.47)-式 (6.57) 和引理 6.3 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -\bar{\beta}_{i,0} \|\tilde{x}_i\|^2 - \beta_{i,1} z_{i,1}^2 - \left(\frac{1}{b_{i,2}} - \frac{1}{2}\right) e_{\alpha,i,2}^2 \\ & + \frac{1}{4} z_{i,2}^2 + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + \frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) - g_i(y_i^*) \\ & + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i(\tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})) + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \Gamma_i \hat{\Theta}_i \\ & + h_i \|P_i\|^2 (1 - z_{i,1}^2 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}) (\|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 \\ & + \|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + 1) + 2 \|P_i\|^2 + 0.2785 \varepsilon_{W,i} \\ & + g_i(y_i^*) (1 - z_{i,1}^2) + 0.2785 \rho_i^2 \varepsilon_{\alpha,i} + \iota_{i,1}^2 + 1. \end{aligned} \quad (6.58)$$

第 (i, j) 步 ($j = 2, \dots, m_i - 1$): 由式 (6.12)、式 (6.15)、式 (6.31) 和式 (6.33) 可得 $z_{i,j}$ 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,j} &= \dot{\lambda}_{i,j} - \dot{\alpha}_{i,j,f} \\ &= \tau_{\lambda,i,j}(t) - \dot{\alpha}_{i,j,f} + \tau_{\lambda,i,j}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,j}(t) \\ &= z_{i,j+1} + \alpha_{i,j} + e_{\alpha,i,j+1} - \dot{\alpha}_{i,j,f} - l_{i,j} \lambda_{i,1} \\ &\quad + \tau_{\lambda,i,j}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,j}(t). \end{aligned} \quad (6.59)$$

构建 Lyapunov 函数如下

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} + \frac{1}{2} z_{i,j}^2 + \frac{1}{2} e_{\alpha,i,j+1}^2. \quad (6.60)$$

根据所设计的事件触发机制 (6.18) 和杨氏不等式可得

$$z_{i,j}z_{i,j+1} \leq z_{i,j}^2 + \frac{1}{4}z_{i,j+1}^2 \quad (6.61a)$$

$$z_{i,j}e_{\alpha,i,j+1} \leq z_{i,j}^2 + \frac{1}{4}e_{\alpha,i,j+1}^2 \quad (6.61b)$$

$$-e_{\alpha,i,j+1}\dot{\alpha}_{i,j} \leq \frac{1}{4}e_{\alpha,i,j+1}^2 + \iota_{i,j}^2 \quad (6.61c)$$

$$z_{i,j}(\tau_{\lambda,i,j}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,j}(t)) \leq a_{\lambda,i,1}^2 z_{i,j}^2 + \frac{1}{4} \quad (6.61d)$$

其中 $\iota_{i,j} \triangleq \dot{\alpha}_{i,j}$ 。

设计虚拟控制律 $\alpha_{i,j}$ 为

$$\alpha_{i,j} = -\left(\beta_{i,j} + a_{\lambda,i,1}^2 + \frac{9}{4}\right)z_{i,j} + \dot{\alpha}_{i,j,f} + l_{i,j}\lambda_{i,1} \quad (6.62)$$

其中 $\beta_{i,j}$ 是一个正的常数。

对式 (6.60) 中的 $V_{i,j}$ 进行微分, 并将式 (6.59)、式 (6.61) 和式 (6.62) 代入其中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} \leq & -\bar{\beta}_{i,0}\|\tilde{x}_i\|^2 - \sum_{p=1}^j \beta_{i,p}z_{i,p}^2 - \sum_{p=2}^{j+1} \left(\frac{1}{b_{i,p}} - \frac{1}{2}\right)e_{\alpha,i,p}^2 \\ & + \frac{1}{4}z_{i,j+1}^2 + \|P_i\|^2\|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + \frac{\rho_i^2}{4}\Delta_{i,1}^2(\bar{y}) - g_i(y_i^*) \\ & + g_i(y_i^*)(1 - z_{i,1}^2) + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i(\tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})) \\ & + h_i\|P_i\|^2(1 - z_{i,1}^2 + 0.2785\varepsilon_{h,i})(\|L_i\|^2\psi_{y,i,1}^2(y_i^*) \\ & + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \Gamma_i \hat{\Theta}_i + 1 + 0.2785\varepsilon_{W,i} \\ & + \sum_{p=1}^j \iota_{i,p}^2 + \frac{j-1}{4} + 2\|P_i\|^2 + 0.2785\rho_i^2\varepsilon_{\alpha,i}. \end{aligned} \quad (6.63)$$

第 (i, m_i) 步: 由式 (6.12)、式 (6.15)、式 (6.31) 和式 (6.33) 可得 z_{i,m_i} 的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,m_i} &= \dot{\lambda}_{i,m_i} - \dot{\alpha}_{i,m_i,f} \\ &= \check{u}_i(t) - \dot{\alpha}_{i,m_i,f} - l_{i,m_i}\lambda_{i,1} + u_i - \check{u}_i(t) \\ &\quad + \tau_{\lambda,i,m_i}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,m_i}(t) \end{aligned} \quad (6.64)$$

其中 $\check{u}_i$ 是将在下文中设计的中间控制信号。

构建 Lyapunov 函数如下

$$V_{i,m_i} = V_{i,m_i-1} + \frac{1}{2}z_{i,m_i}^2 \quad (6.65)$$

其微分为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,m_i} = & \dot{V}_{i,m_i-1} + z_{i,m_i}(\dot{u}_i(t) - \dot{\alpha}_{i,m_i,f} - l_{i,m_i}\lambda_{i,1} \\ & + u_i - \check{u}_i(t) + \tau_{\lambda,i,m_i}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,m_i}(t)). \end{aligned} \quad (6.66)$$

设计事件触发控制器为

$$u_i = \check{u}_i(t_{u,i,k}), \quad \forall t \in [t_{u,i,k}, t_{u,i,k+1}) \quad (6.67)$$

其中

$$\begin{aligned} \check{u}_i = & -\left(\beta_{i,m_i} + a_{u,i,1}^2 + a_{\lambda,i,1}^2 + \frac{1}{4}\right)z_{i,m_i} \\ & + \dot{\alpha}_{i,m_i,f} + l_{i,m_i}\lambda_{i,1} \end{aligned} \quad (6.68)$$

其中 β_{i,m_i} 和 $a_{u,i,1}$ 是正的常数。

设计控制器的事件触发机制为

$$t_{u,i,k+1} = \inf\{t > t_{u,i,k} \mid |e_{u,i}(t)| \geq \mathcal{M}_{u,i}(t)\} \quad (6.69)$$

其中 $e_{u,i}(t) = \check{u}_i(t) - u_i$ 是事件触发误差, $\mathcal{M}_{u,i}(t)$ 是事件触发阈值, 其设计如下

$$\mathcal{M}_{u,i}(t) = a_{u,i,1} - a_{u,i,2} \exp(-\mathcal{H}_{u,i}(t)) \quad (6.70)$$

$$\mathcal{H}_{u,i}(t) = a_{u,i,3}|\check{u}_i(t)| + a_{u,i,4} \frac{|\check{u}_i(t) - u_i|}{t - t_{u,i,k}} \quad (6.71)$$

其中 $a_{u,i,1} > 0$ 、 $a_{u,i,2} \geq 0$ 、 $a_{u,i,3} \geq 0$ 和 $a_{u,i,4} \geq 0$ 是常数并且满足 $a_{u,i,1} > a_{u,i,2}$ 。

根据所设计的事件触发机制 (6.18) 和 (6.69) 并应用杨氏不等式可得

$$z_{i,m_i}(u_i - \check{u}_i(t)) \leq a_{u,i,1}^2 z_{i,m_i}^2 + \frac{1}{4} \quad (6.72a)$$

$$z_{i,m_i}(\tau_{\lambda,i,m_i}(t_{\lambda,i,k}) - \tau_{\lambda,i,m_i}(t)) \leq a_{\lambda,i,1}^2 z_{i,m_i}^2 + \frac{1}{4}. \quad (6.72b)$$

将式 (6.67)-式 (6.72) 代入式 (6.66) 可得

$$\dot{V}_{i,m_i} \leq -\bar{\beta}_{i,0}\|\tilde{x}_i\|^2 - \sum_{p=1}^{m_i} \beta_{i,p} z_{i,p}^2 - \sum_{p=2}^{m_i} \left(\frac{1}{b_{i,p}} - \frac{1}{2}\right) e_{\alpha,i,p}^2$$

$$\begin{aligned}
 & + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i (\tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})) + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \Gamma_i \hat{\Theta}_i \\
 & + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + \frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) + g_i(y_i^*) (1 - z_{i,1}^2) \\
 & + h_i \|P_i\|^2 (1 - z_{i,1}^2 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}) (\|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) \\
 & + \|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 + 1) - g_i(y_i^*) + 1 + 0.2785 \varepsilon_{W,i} \\
 & + 2\|P_i\|^2 + \sum_{p=1}^{m_i-1} \iota_{i,p}^2 + \frac{m_i}{4} + 0.2785 \underline{\rho}_i \varepsilon_{\alpha,i}.
 \end{aligned} \tag{6.73}$$

由于 h_i 和 $g_i(y_i^*)$ 都是未知且非负的, 因此接下来讨论如下两种情况。

1) 如果 $|z_{i,1}| \geq \sqrt{1 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}} > 1$, 可得

$$\begin{aligned}
 & h_i \|P_i\|^2 (1 - z_{i,1}^2 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}) (\|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 \\
 & + \|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + 1) \leq 0
 \end{aligned} \tag{6.74}$$

$$g_i(y_i^*) (1 - z_{i,1}^2) \leq 0. \tag{6.75}$$

2) 如果 $|z_{i,1}| < \sqrt{1 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}}$, 即 $z_{i,1}$ 是有界的, 由式 (6.30) 可得 y_i^* 也是有界的, 进而可得 $\|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1$ 、 $\psi_{y,i,1}(y_i^*)$ 和 $g_i(y_i^*)$ 都是有界的, 因此存在常数 H_i 和 G_i 使得

$$\begin{aligned}
 & |h_i \|P_i\|^2 (1 - z_{i,1}^2 + 0.2785 \varepsilon_{h,i}) (\|\Phi_{i,1}(y_i^*)\|_1^2 \\
 & + \|L_i\|^2 \psi_{y,i,1}^2(y_i^*) + 1)| \leq H_i
 \end{aligned} \tag{6.76}$$

$$|g_i(y_i^*) (1 - z_{i,1}^2)| \leq G_i. \tag{6.77}$$

因此, 综合上述两种情况可以得到式 (6.73) 中与 h_i 和 $g_i(y_i^*)$ 相关的非线性项是有界的。

根据式 (6.55) 中针对参数估计器所设计的事件触发机制并应用杨氏不等式可得

$$\tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i (\tau_{\Theta,i}(t) - \tau_{\Theta,i}(t_{\Theta,i,k})) \leq \frac{1}{2\kappa_i} a_{\Theta,i,1}^2 \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \tilde{\Theta}_i + \frac{\kappa_i}{2} \lambda_{\max}(\Lambda_i) \tag{6.78a}$$

$$\tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \Gamma_i \hat{\Theta}_i \leq -\frac{1}{2} \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \Gamma_i \tilde{\Theta}_i + \frac{1}{2} \Theta_i^T \Lambda_i \Gamma_i \Theta_i \tag{6.78b}$$

其中 κ_i 是一个正的常数。

对于 $\mathcal{Y}_{r,i} > 0$ 和 $\mathcal{B}_i > 0$, 集合 $\Omega_{r,i} = \{[y_{r,i}, \dot{y}_{r,i}, \ddot{y}_{r,i}]^T : y_{r,i}^2 + \dot{y}_{r,i}^2 + \ddot{y}_{r,i}^2 \leq \mathcal{Y}_{r,i}\}$ 和 $\Omega_{V,i} = \{2\tilde{x}_i^T P_i \tilde{x}_i + \sum_{j=1}^{m_i} z_{i,j}^2 + \tilde{\Theta}_i^T \Lambda_i \tilde{\Theta}_i + \sum_{j=2}^{m_i} e_{\alpha,i,j}^2 \leq 2\mathcal{B}_i\}$ 分别是在 $\mathbb{R}^3$ 和 $\mathbb{R}^{3m_i+l_{W,i}+3}$

上的紧集, 这意味着存在常数 $\mathcal{L}_{i,p}$ ($p = 1, \dots, m_i - 1$) 使得 $|\iota_{i,p}| \leq \mathcal{L}_{i,p}$ 。因此, 将式 (6.74)-式 (6.78) 代入式 (6.73) 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,m_i} \leq & -\bar{\beta}_{i,0} \|\tilde{x}_i\|^2 - \sum_{p=1}^{m_i} \beta_{i,p} z_{i,p}^2 - \sum_{p=2}^{m_i} \left(\frac{1}{b_{i,p}} - \frac{1}{2} \right) e_{\alpha,i,p}^2 \\
 & - \frac{1}{2} \tilde{\Theta}_i^T \mathcal{E}_i \Lambda_i \tilde{\Theta}_i + \|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + \frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) \\
 & - g_i(y_i^*) + 2\|P_i\|^2 + 0.2785\varepsilon_{W,i} + 0.2785\underline{\rho}_i \varepsilon_{\alpha,i} \\
 & + \sum_{p=1}^{m_i-1} \mathcal{L}_{i,p}^2 + \frac{m_i}{4} + \frac{\kappa_i}{2} \lambda_{\max}(\Lambda_i) + \frac{1}{2} \Theta_i^T \Lambda_i \Gamma_i \Theta_i \\
 & + H_i + G_i + 1
 \end{aligned} \tag{6.79}$$

其中 $\mathcal{E}_i = \text{diag}(\sigma_{\vartheta,i} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i, \sigma_{\delta,i} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i, \sigma_{h,i} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i, \sigma_{W,i,1} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i, \dots, \sigma_{W,i,l_{W,i}} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i, \sigma_{\bar{\epsilon},i} - a_{\Theta,i,1}^2/\kappa_i)$ 是通过选择合适的参数而使之正定的矩阵。

下面以第 i 个子系统为例介绍所提出的多通道异步事件触发分散自适应模糊容错控制系统。系统结构如图 6.1 所示, 图中给出了相关文献中两种典型的事件触发控制系统以进行比较分析。图 6.1(a) 所示为文献 [125] 中所提出的单通道事件触发控制系统。可以看出, 该系统只考虑了控制器-执行器通道的触发, 而参数估计器-控制器通道仍然连续传输信号。图 6.1(b) 给出了文献 [141] 中所提出的双通道同步事件触发控制系统, 尽管实现了控制器-执行器和参数估计器-控制器两个通道的触发, 但要求两个通道必须同步触发。更具体地, $u(t_k)$ 和 $\tau_\theta(t_k)$ 必须在同一时刻 t_k 更新, 这将不可避免地导致冗余信号传输。同时, 在存在噪声的情况下, 理想的同步触发很难实现, 因此理论结果可能无法保证。与上述结果相比, 本章所提出的多通道异步事件触发方法 (如图 6.1(c) 所示) 的优势主要体现在以下两个方面:

- 1) 状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道以及控制器-执行器通道都是事件触发的, 从而可以减轻系统的通信和计算负担。
- 2) 本章通过为不同通道设计不相关的触发条件, 实现了各个通道的异步触发。与同步触发机制相比, 本章所提出的异步触发机制可以减少冗余信号传输, 并且设计者可以独立调整每个通道的信号传输频率, 同时能够在噪声干扰下提高系统鲁棒性。

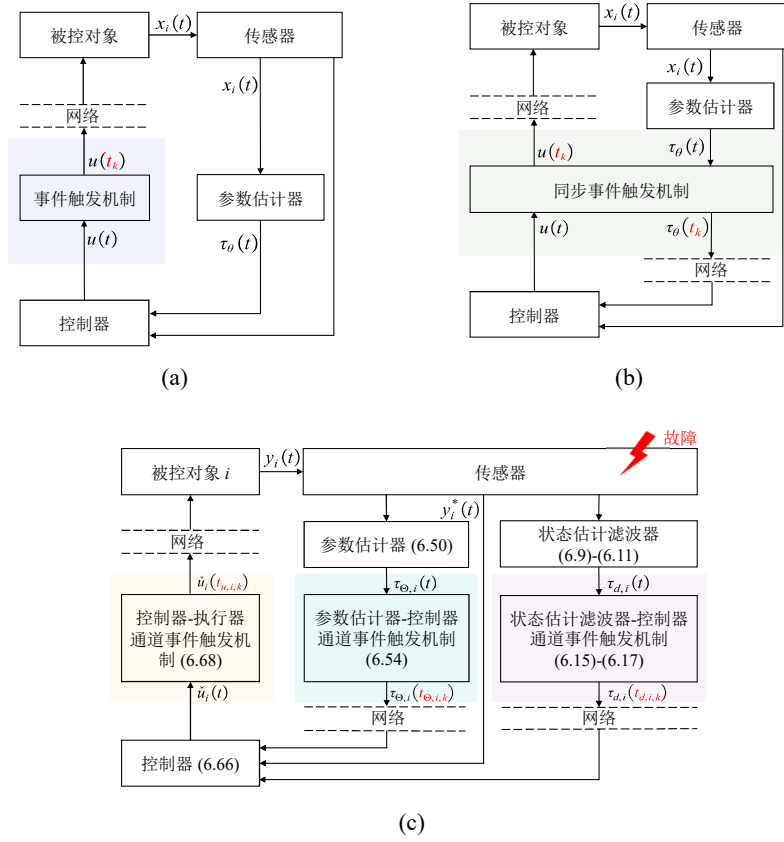


图 6.1 不同事件触发控制系统对比。(a): 文献 [125] 中所提出的单通道事件触发控制系统; (b): 文献 [141] 中所提出的双通道同步事件触发控制系统; (c): 本章所提出的多通道异步事件触发控制系统

注 6.9: 与第 3 章和文献 [141–143] 中所使用的同步事件触发机制相比, 本章所提出的异步事件触发机制的鲁棒性可以得到提升, 其原因有二: 首先, 本章所提出的事件触发条件在计算时所需参数较少, 减少了额外参数的传输, 从而避免了引入更多噪声; 其次, 通过为不同信号传输通道设计独立的触发条件, 移除了各通道严格同步触发的要求, 即使某些通道受到噪声影响, 也不会影响其他通道的触发。因此, 事件触发机制的鲁棒性得以提高。

6.4 传感器时变故障下的稳定性分析

本节将对闭环系统的稳定性进行分析。本章的主要结论可总结为以下定理。

定理 6.1: 对于由互联系统 (6.1)、未知时变传感器故障 (6.3)、状态估计滤波器 (6.10)-(6.12) 及其事件触发机制 (6.16)-(6.18)、参数估计器 (6.51) 及其事件触发机制

(6.55) 和分散自适应模糊容错控制器 (6.67) 及其事件触发机制 (6.69) 所组成的闭环系统。在假设 6.1 和假设 6.2 被满足时, 如下性质成立:

- 1) 所有闭环信号是有界的;
- 2) 系统输出 y_i ($i = 1, \dots, N$) 跟踪期望信号 $y_{r,i}$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} |y_i - y_{r,i}| \leq \bar{e}_i$;
- 3) Zeno 行为可以避免。

证明: 构建 Lyapunov 函数为

$$V = \sum_{i=1}^N V_{i,m_i} \quad (6.80)$$

可见 V 中包含了在状态估计滤波器和自适应控制器设计时所构建的所有 Lyapunov 函数。

根据式 (6.79) 可得 V 的微分为

$$\dot{V} \leq -\beta V + \Pi \quad (6.81)$$

在推导式 (6.81) 时使用了不等式

$$\sum_{i=1}^N \left(\|P_i\|^2 \|\Delta_i(\bar{y})\|^2 + \frac{\rho_i^2}{4} \Delta_{i,1}^2(\bar{y}) - g_i(y_i^*) \right) \leq 0 \quad (6.82)$$

该不等式由式 (6.40) 和式 (6.42) 得到, 并且

$$\beta = \min \left\{ \frac{\bar{\beta}_{i,0}}{\lambda_{\max}(P_i)}, 2\beta_{i,j}, \frac{2}{b_{i,l}} - 1, \lambda_{\min}(\mathcal{E}_i) \right\} \quad (6.83)$$

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_{i=1}^N & \left(\frac{1}{2} \Theta_i^T \Lambda_i \Gamma_i \Theta_i + \frac{\kappa_i}{2} \lambda_{\max}(\Lambda_i) + \sum_{p=1}^{m_i-1} \mathcal{L}_{i,p}^2 \right. \\ & \left. + \frac{m_i}{4} + 0.2785 \varepsilon_{W,i} + 0.2785 \rho_i \varepsilon_{\alpha,i} \right. \\ & \left. + 2\|P_i\|^2 + H_i + G_i + 1 \right) \end{aligned} \quad (6.84)$$

其中 $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, m_i$, $l = 2, \dots, m_i$ 。显然, 不等式 (6.81) 意味着当 $V = \sum_{i=1}^N \mathcal{B}_i$ 、 $\beta \geq (\Pi / \sum_{i=1}^N \mathcal{B}_i)$ 时 $\dot{V} \leq 0$ 。由此可总结得到 $V(0) \leq \sum_{i=1}^N \mathcal{B}_i$, 从而可得 $t \geq 0$ 时 $V(t) \leq \sum_{i=1}^N \mathcal{B}_i$ 。因此, $V \leq \sum_{i=1}^N \mathcal{B}_i$ 是一个不变集。

接下来, 本节将逐点分析定理 6.1 中所阐述的系统性质。

1) 所有闭环信号是有界的。

由式 (6.81) 可得

$$\begin{aligned} V(t) &\leq e^{-\beta t}V(0) + \frac{\Pi}{\beta}(1 - e^{-\beta t}) \\ &\leq V(0) + \frac{\Pi}{\beta} \end{aligned} \quad (6.85)$$

这意味着 V 是有界的。因此, $z_{i,j}$ 、 $\tilde{x}_i$ 、 $\hat{\Theta}_i$ 和 $e_{\alpha,i,p}$ ($i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, m_i, p = 2, \dots, m_i$) 是有界的。由式 (6.30) 可得 y_i^* 是有界的, 结合式 (6.3) 可得 y_i 也是有界的。由于 $A_{c,i}$ 是 Hurwitz 的, 因此结合式 (6.11) 和式 (6.12) 可得 ξ_i 和 Ξ_i 也是有界的。由式 (6.21) 和 y_i 、 ξ_i 、 Ξ_i 、 $\tilde{x}_i$ 的有界性可得 $\lambda_{i,1}$ 是有界的。由式 (6.48)-式 (6.50) 可得 $\alpha_{i,1}$ 是有界的, 结合式 (6.32) 可得 $\alpha_{i,2,f}$ 是有界的。根据式 (6.31) 可得 $\lambda_{i,2}$ 是有界的, 根据式 (6.21) 可得 $x_{i,2}$ 是有界的。类似地, 可推得 $\alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,m_i-1}, \alpha_{i,3,f}, \dots, \alpha_{i,m_i,f}, \lambda_{i,3}, \dots, \lambda_{i,m_i}$ 和 $x_{i,3}, \dots, x_{i,m_i}$ 都是有界的。从而由式 (6.67) 和式 (6.68) 可得控制信号 u_i 是有界的。因此, 所有闭环信号是有界的。

2) 系统输出 y_i ($i = 1, \dots, N$) 跟踪期望信号 $y_{r,i}$ 。

由式 (6.85) 可得

$$\frac{1}{2}z_{i,1}^2 \leq e^{-\beta t}V(0) + \frac{\Pi}{\beta}(1 - e^{-\beta t}). \quad (6.86)$$

因此, 测量跟踪误差 $z_{i,1} = y_i^* - y_{r,i}$ 可指数收敛至紧集 $\Omega_{z,i} = \{z_{i,1} \mid z_{i,1}^2 \leq 2\Pi/\beta\}$ 内。集合 $\Omega_{z,i}$ 的大小可通过参数选择进行调整, 如增大式 (6.83) 中的 β (即: 增大 $\bar{\beta}_{i,0}$ 和 $\beta_{i,j}$) 和减小式 (6.84) 中的 Π (即: 减小 $\varepsilon_{W,i}$ 和 $\varepsilon_{\alpha,i}$)。然而, 如此调整的代价是较大的控制信号。因此, 在设置参数时应综合考虑控制性能和控制信号幅值。此外, 由式 (6.3) 和式 (6.30) 可得

$$e_i = \frac{z_{i,1} + (1 - \rho_i)y_{r,i} - \eta_i}{\rho_i} \quad (6.87)$$

其中 $e_i = y_i - y_{r,i}$ 是实际跟踪误差。由于 $z_{i,1}$ 、 ρ_i 、 η_i 和 $y_{r,i}$ 都是有界的, 因此 e_i 将收敛至紧集 $\Omega_{e,i} = \{e_i \mid |e_i| \leq \bar{e}_i\}$ 内, 其中 $\bar{e}_i = \sup_{t \geq 0} |(\sqrt{2\Pi/\beta} + (1 - \rho_i)y_{r,i} - \eta_i)/\rho_i|$ 。

3) Zeno 行为可以避免。

为证明 Zeno 行为不会发生, 需证明对于所设计的每一个事件触发机制, 其任意两次触发间隔都存在一个正的下界。

首先分析事件触发机制 (6.16), 由于 $e_{\xi,i}(t) = \tau_{\xi,i}(t) - \tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k}), \forall t \in [t_{\xi,i,k}, t_{\xi,i,k+1})$, 因此

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|e_{\xi,i}(t)\|_1 &= \sum_{j=1}^{m_i} \text{sign}(\tau_{\xi,i,j}(t) - \tau_{\xi,i,j}(t_{\xi,i,k})) \dot{\tau}_{\xi,i,j}(t) \\ &\leq \sum_{j=1}^{m_i} |\dot{\tau}_{\xi,i,j}(t)| \end{aligned} \quad (6.88)$$

其中 $\tau_{\xi,i,j}(t)$ 和 $\tau_{\xi,i,j}(t_{\xi,i,k})$ 分别是 $\tau_{\xi,i}(t)$ 和 $\tau_{\xi,i}(t_{\xi,i,k})$ 的第 j 个元素。

注意到 $\tau_{\xi,i,j}(t)$ 是可微的并且 $\dot{\tau}_{\xi,i,j}(t)$ 依赖于有界的闭环信号。因此, 存在正的常数 $\bar{\tau}_{\xi,i}$ 使得 $\sum_{j=1}^{m_i} |\dot{\tau}_{\xi,i,j}(t)| \leq \bar{\tau}_{\xi,i}$ 。

由于 $\|e_{\xi,i}(t_{\xi,i,k})\|_1 = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow t_{\xi,i,k+1}} \|e_{\xi,i}(t)\|_1 = \mathcal{M}_{\xi,i}(t) \geq a_{\xi,i,1} - a_{\xi,i,2}$, 因此

$$t_{\xi,i,k+1} - t_{\xi,i,k} \geq \tilde{t}_{\xi,i} \triangleq \frac{a_{\xi,i,1} - a_{\xi,i,2}}{\bar{\tau}_{\xi,i}} \quad (6.89)$$

这意味着间隔时间 $\{t_{\xi,i,k+1} - t_{\xi,i,k}\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 存在正的下界 $\tilde{t}_{\xi,i}$, 即任意两次触发间隔都存在一个正的下界。

类似地, 对于事件触发机制 (6.17)、(6.18)、(6.55) 和 (6.69), 有 $\sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=1}^{l_i} |\dot{\tau}_{\Xi,i,j,p}(t)| \leq \bar{\tau}_{\Xi,i}$ 、 $\sum_{j=1}^{m_i} |\dot{\tau}_{\lambda,i,j}(t)| \leq \bar{\tau}_{\lambda,i}$ 、 $\sum_{j=1}^{l_{W,i}+4} |\dot{\tau}_{\Theta,i,j}(t)| \leq \bar{\tau}_{\Theta,i}$ 、 $|\dot{u}_i(t)| \leq \bar{u}_i$, 其中 $\bar{\tau}_{\Xi,i}$ 、 $\bar{\tau}_{\lambda,i}$ 、 $\bar{\tau}_{\Theta,i}$ 和 $\bar{u}_i$ 是正的常数, 随之可得

$$t_{\Xi,i,k+1} - t_{\Xi,i,k} \geq \tilde{t}_{\Xi,i} \triangleq \frac{a_{\Xi,i,1} - a_{\Xi,i,2}}{\bar{\tau}_{\Xi,i}} \quad (6.90a)$$

$$t_{\lambda,i,k+1} - t_{\lambda,i,k} \geq \tilde{t}_{\lambda,i} \triangleq \frac{a_{\lambda,i,1} - a_{\lambda,i,2}}{\bar{\tau}_{\lambda,i}} \quad (6.90b)$$

$$t_{\Theta,i,k+1} - t_{\Theta,i,k} \geq \tilde{t}_{\Theta,i} \triangleq \frac{a_{\Theta,i,1} - a_{\Theta,i,2}}{\bar{\tau}_{\Theta,i}} \quad (6.90c)$$

$$t_{u,i,k+1} - t_{u,i,k} \geq \tilde{t}_{u,i} \triangleq \frac{a_{u,i,1} - a_{u,i,2}}{\bar{u}_i} \quad (6.90d)$$

这意味着间隔时间 $\{t_{\Xi,i,k+1} - t_{\Xi,i,k}\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 、 $\{t_{\lambda,i,k+1} - t_{\lambda,i,k}\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 、 $\{t_{\Theta,i,k+1} - t_{\Theta,i,k}\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 和 $\{t_{u,i,k+1} - t_{u,i,k}\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ 分别存在正的下界 $\tilde{t}_{\Xi,i}$ 、 $\tilde{t}_{\lambda,i}$ 、 $\tilde{t}_{\Theta,i}$ 和 $\tilde{t}_{u,i}$ 。

因此, 综合式 (6.89) 和式 (6.90) 可得 Zeno 行为不会发生。

证毕。 □

6.5 仿真验证

本节将给出两个仿真案例。首先，第一个仿真案例将所提出的容错控制方案应用于一个互联的倒立摆系统，以证明其有效性。然后，第二个仿真案例通过对比分析来说明所提出方案的优势。

6.5.1 互联倒立摆系统仿真案例

本小节将给出所设计的容错控制方案在由弹簧连接的四个倒立摆组成的互联系统上的仿真结果，以说明其有效性。如第 5 章中的图 5.2 所示，摆 #1 和摆 #2 相互连接，摆 #2 和摆 #3 相互连接，摆 #3 和摆 #4 相互连接。与第 5 章相同，每个摆的系统动力学模型为

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} &= u_i + \theta_{i,2}^T \phi_{i,2}(y_i) + \Delta_{i,2}(\bar{y}) \\ y_i &= x_{i,1}, \quad i = 1, 2, 3, 4\end{aligned}\tag{6.91}$$

其中

$$\begin{aligned}\theta_{i,2} &= \left[\frac{m_i g r}{J_i} - \frac{k r^2}{4 J_i}, \frac{k r}{2 J_i} (b - l) \right]^T, \quad i = 1, 4 \\ \phi_{i,2} &= [\sin(y_i), (-1)^i]^T, \quad i = 1, 4 \\ \theta_{i,2} &= \frac{m_i g r}{J_i} - \frac{k r^2}{4 J_i}, \quad \phi_{i,2} = \sin(y_i), \quad i = 2, 3 \\ \Delta_{1,2} &= \frac{k r^2}{4 J_1} \sin(y_2), \quad \Delta_{2,2} = \frac{k r^2}{4 J_2} (\sin(y_1) + \sin(y_3)) \\ \Delta_{3,2} &= \frac{k r^2}{4 J_3} (\sin(y_2) + \sin(y_4)), \quad \Delta_{4,2} = \frac{k r^2}{4 J_4} \sin(y_3)\end{aligned}$$

其中 $x_{i,1}$ 是摆角， $x_{i,2}$ 是摆角速度， $u_i = v_i/J_i$ 是等效控制力矩， v_i 是伺服电机在摆锤底部施加的力矩， $m_1 = m_3 = 2 \text{ kg}$ 和 $m_2 = m_4 = 2.5 \text{ kg}$ 是摆的质量， $J_1 = J_3 = 0.5 \text{ kg}$ 和 $J_2 = J_4 = 0.625 \text{ kg}$ 是转动惯量， $r = 0.5 \text{ m}$ 是摆的长度， $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 是重力加速度， $k = 100 \text{ N/m}$ 是弹簧常数， $b = 0.5 \text{ m}$ 为相邻摆锤之间的距离， $l = 0.5 \text{ m}$ 为弹簧的自然长度。

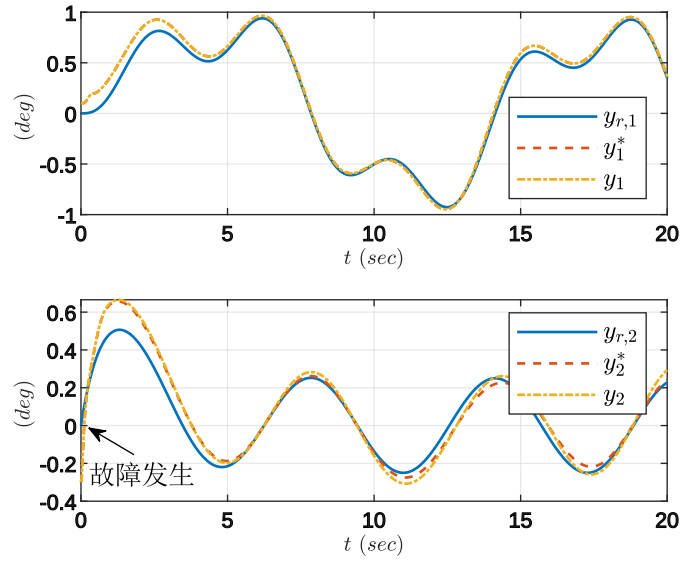


图 6.2 $y_{r,i}$, y_i^* 和 y_i ($i = 1, 2$)

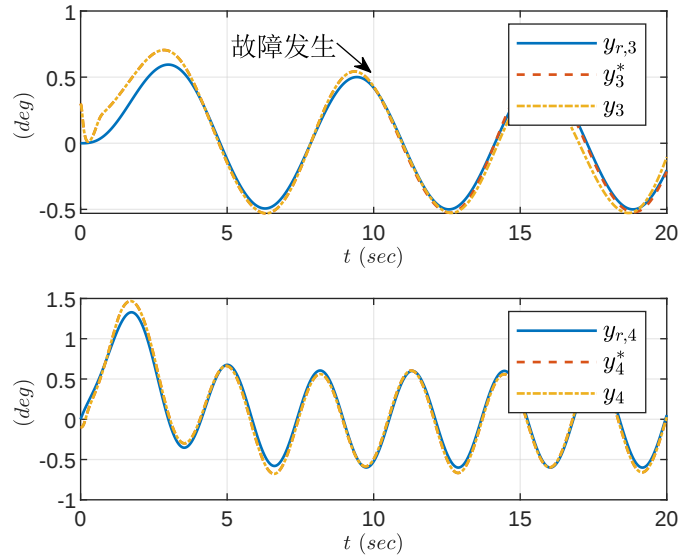


图 6.3 $y_{r,i}$, y_i^* 和 y_i ($i = 3, 4$)

仿真的目标是使系统输出 y_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 跟踪由如下方程产生的期望轨迹 $y_{r,i}$

$$\ddot{y}_{r,i} + 2\dot{y}_{r,i} + y_{r,i} = r_i \quad (6.92)$$

其中

$$r_1 = \sin(1.5t) + \sin(0.5t)$$

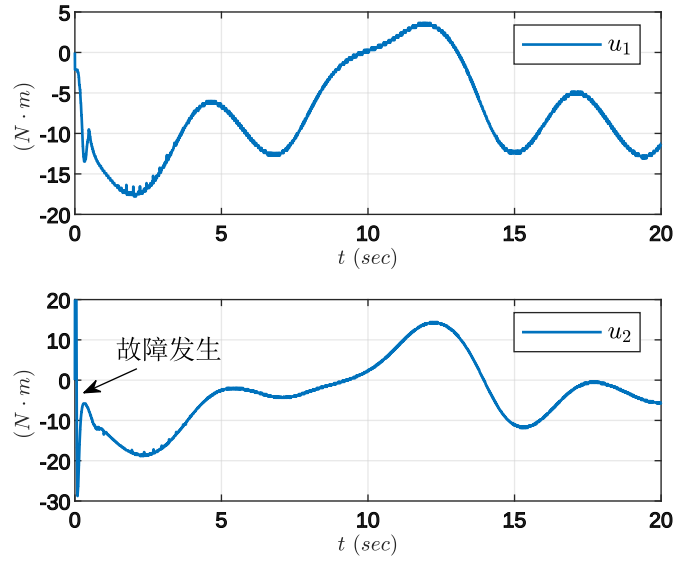


图 6.4 事件触发控制信号 u_i ($i = 1, 2$)

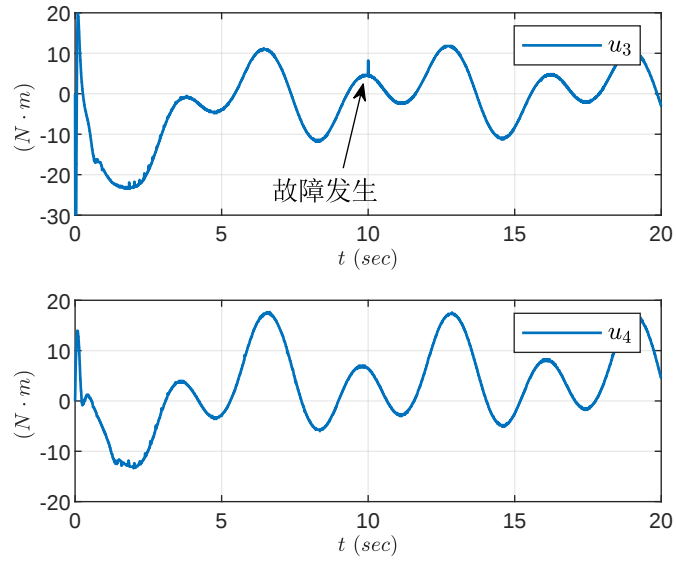


图 6.5 事件触发控制信号 u_i ($i = 3, 4$)

$$r_2 = 0.5 \cos(t)$$

$$r_3 = \sin(t)$$

$$r_4 = 3 \sin(2t)$$

所有期望轨迹的初值均为 0。

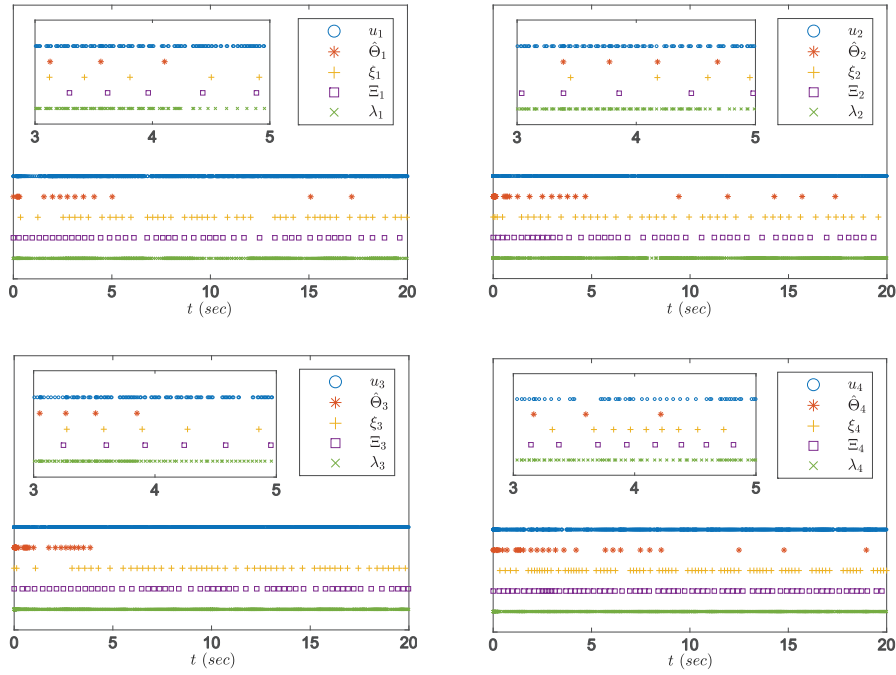


图 6.6 不同通道的事件触发时刻

表 6.2 不同通道的事件触发次数

	u_i	$\hat{\Theta}_i$	ξ_i	Ξ_i	λ_i	总和
摆 #1	1220	16	45	46	819	2146
摆 #2	1324	50	41	45	1069	2529
摆 #3	1410	44	50	55	1175	2734
摆 #4	815	34	83	72	818	1822

仿真中考虑如下传感器故障

$$\begin{cases} y_2^* = e^{-0.01t}y_2 & 0 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s} \\ y_3^* = y_3 + 0.02(t-10)\sin(0.5t) & 10 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s} \\ y_i^* = y_i, i = 1, 2, 3, 4 & \text{其他} \end{cases} \quad (6.93)$$

其中 $y_2^* = e^{-0.01t}y_2$ 意味着第 2 个子系统的传感器在 $t \geq 0 \text{ s}$ 时遭受时变乘性故障, $y_3^* = y_3 + 0.02(t-10)\sin(0.5t)$ 表示第 3 个子系统的传感器在 $t \geq 10 \text{ s}$ 时遭受时变加性故障。

在仿真中, 控制器参数选择为 $\beta_{i,1} = 20$ ($i = 1, 2, 3, 4$), $\beta_{i,2} = 2$, $L_i = [1, 1]^T$,

$\varepsilon_{W,i} = \varepsilon_{\alpha,i} = \varepsilon_{h,i} = 1$, $\Upsilon_i = I_{13}$, $\Gamma_i = 0.001I_{13}$, $a_{d,i,1} = 0.3$ ($d \in \{\xi, \Xi, \lambda, u, \Theta\}$), $a_{d,i,2} = 0.1$, $a_{d,i,3} = a_{d,i,4} = 1$ 。根据引理 6.7, 事件触发阈值的上界和下界分别为 0.3 和 0.2。系统初始状态设置为 $x_1(0) = [0.1, 0]^T$, $x_2(0) = [-0.3, 0]^T$, $x_3(0) = [0.3, 0]^T$, $x_4(0) = [-0.1, 0]^T$, 其他初始状态全部设置为 0。模糊基函数选择为

$$\mu_{F^\ell}(y_i^*) = e^{-0.5(y_i^* - 2.5 + 0.5\ell)} \quad (6.94)$$

其中 $i = 1, 2, 3, 4$, $\ell = 1, \dots, 9$ 。

图 6.2 和图 6.3 给出了每个子系统的输出跟踪轨迹, 图 6.4 和图 6.5 给出了事件触发控制信号。可以看出, 所提出的控制方案在存在未知时变传感器故障的情况下也可以保证较好的跟踪性能。图 6.6 给出了不同通道中事件被触发的时间, 事件触发的次数列于表 6.2 中。可以看出, 每个通道都根据所传输信号的特性来决定触发时刻, 因此不同通道的触发是异步的, 而不需要取几个通道触发时刻的最小值进行同步触发。此外, 故障子系统 (即: 子系统 #2 和子系统 #3) 的信号传输总数, 特别是控制器-执行器通道的信号传输总数, 明显多于无故障子系统 (即: 子系统 #1 和子系统 #4)。

此外, 由于状态估计滤波器-控制器通道和参数估计器-控制器通道也是事件触发的, 因此计算自适应参数时每一步仿真只需进行 1 次计算。而如果不采用多通道事件触发机制, 则需要实时积分来计算自适应参数, 在仿真的每一步都需要使用一些数值积分方法 (如: 四阶 Runge-Kutta 方法) 进行多次计算, 这将增加嵌入式微处理器的计算负担并造成能量消耗。因此, 本章所提出的多通道异步事件触发机制可以有效减轻计算负担。

6.5.2 对比分析

本小节将进行两种情况下的比较分析以进一步说明本章所提出控制方案的有效性和优势。

情况 1: 情况 1 给出本章所提出事件触发机制与 Huang 等在文献 [141] 中所提出的事件触发机制的对比分析。文献 [141] 中提出了一种双通道 (即: 参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道) 同步事件触发状态反馈控制方案。仿真中所考虑的

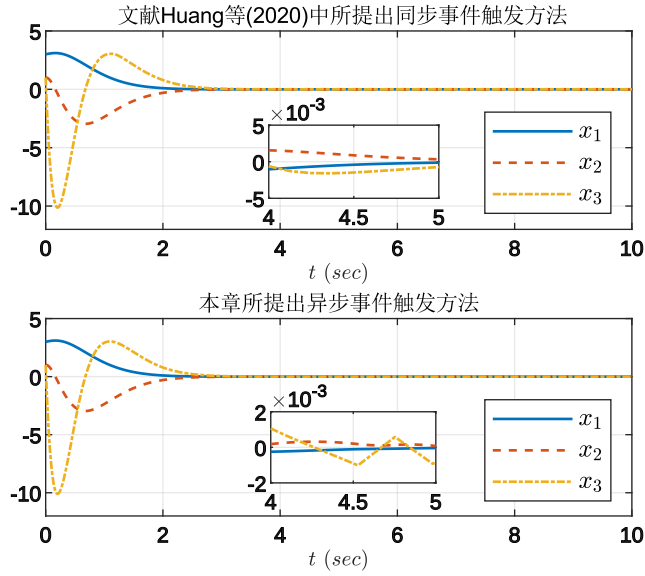


图 6.7 采用同步和异步事件触发机制时的系统状态对比

表 6.3 事件触发次数对比

	u	$\hat{\theta}$
文献 [141] 中的同步事件触发机制	420	420
本章所提出的异步事件触发机制	376	78

不确定系统为

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 \dot{x}_3 &= u + \theta f(x)
 \end{aligned} \tag{6.95}$$

其中 θ 是未知参数, $f(x) = \sin(x_1) + \sin(x_2)$ 。为公平起见, 除事件触发机制外的所有仿真参数的设置与文献 [141] 中相同, 即 $\gamma = 3$, $\theta = 3$, $x_1(0) = 3$, $x_2(0) = 1$, $x_3(0) = 1$, $\hat{\theta}(0) = 1$ 。

对于本章所提出的异步事件触发机制, 参数估计器-控制器通道的参数设置为: $a_{\theta,1} = 0.8$, $a_{\theta,2} = 0$ 。控制器-执行器通道的参数设置为: $a_{u,1} = 0.6$, $a_{u,2} = 0.59$, $a_{u,3} = 0.1$, $a_{u,4} = 0.1$ 。仿真对比结果见图 6.7 和表 6.3。图 6.7 给出了采用文献 [141] 中的同步触发机制和本章中的异步触发机制时的系统状态。表 6.3 中列出了事件触

表 6.4 四种阈值策略下的事件触发次数

	$a_{\theta,1}$	$a_{\theta,2}$	$a_{\theta,3}$	$a_{\theta,4}$	触发次数
固定阈值策略	0.5	0	—	—	127
基于幅值的阈值策略	0.8	0.5	1	0	86
基于变化率的阈值策略	0.8	0.5	0	1	79
混合阈值策略	0.8	0.5	1	1	78

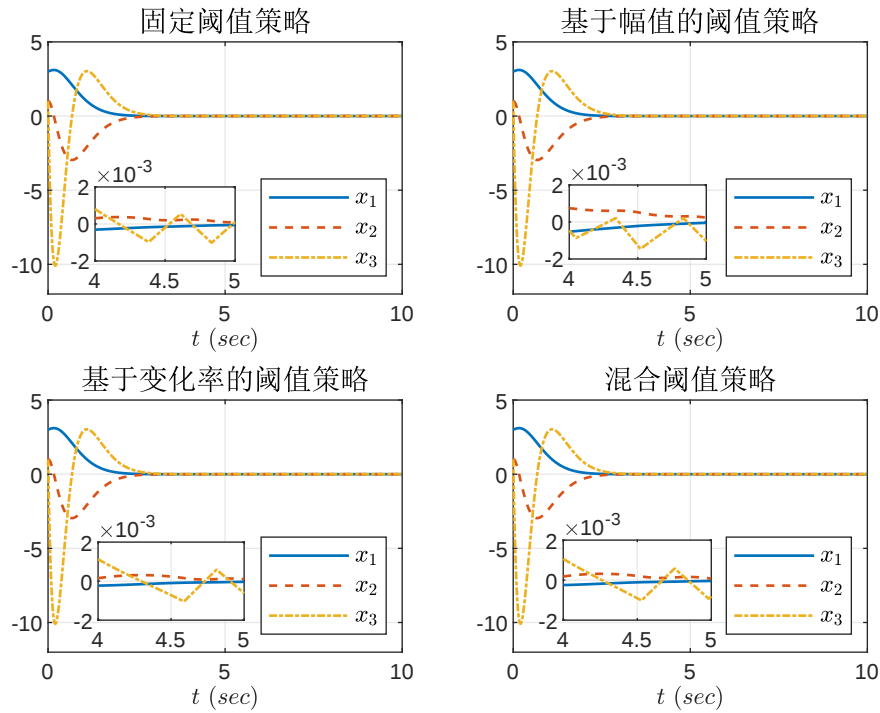


图 6.8 四种触发阈值策略下的系统状态对比

发的次数。由仿真结果可得本文提出的异步触发机制在达成相似控制性能的同时，可以降低两个通道的信号传输频率，减少冗余触发。

在上述仿真中，当信号传输无噪声时，采用文献 [141] 中提出的事件触发机制可以实现双通道同步触发。然而，如果信号传输时叠加了噪声（这是一种更实际的情况），则很难实现严格的同步触发。为了说明这一点，接下来的仿真中在控制器-执行器通道的信号传输中加入高斯白噪声。此时，控制器-执行器通道和参数估计器-控

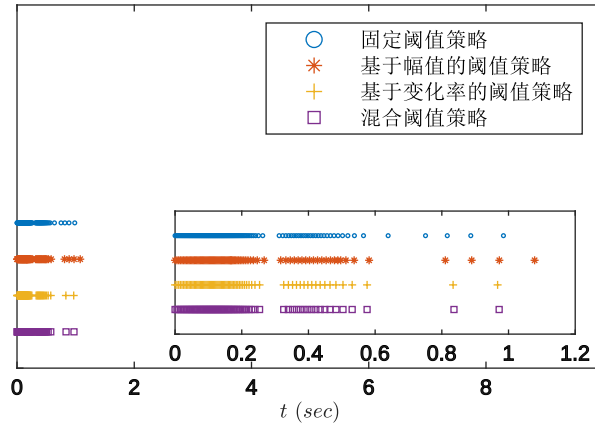


图 6.9 四种触发阈值策略下的触发时刻对比

制器通道的事件触发次数分别为 702 次和 428 次，并未实现同步触发。因此，严格同步触发的要求降低了文献 [141] 中所提出的事件触发机制在噪声下的鲁棒性。相比之下，在加入相同噪声的情况下，本章所提出的异步触发机制的控制器-执行器通道和参数估计器-控制器通道的事件触发次数分别为 438 次和 78 次。结合表 6.3 可以看出，参数估计器-控制器通道的触发仍为 78 次，即未受到控制器-执行器通道中噪声的影响。因此，本章所提出的异步触发机制具有更好的鲁棒性。

情况 2: 为了说明本章提出的事件触发机制中不同阈值策略的性能，情况 2 将表 6.4 中给出的四种策略应用至参数估计器-控制器通道，其他仿真条件与情况 1 中相同。图 6.8 给出了四种触发阈值策略下的系统状态。图 6.9 给出了不同阈值策略下的事件触发次数。从图中可以看出，固定阈值策略的事件触发次数最多，而其他三种阈值策略则能更有效地降低信号传输频率。

6.6 本章小结

本章针对一类不确定互联系统提出了一种多通道异步事件触发分散自适应模糊容错控制方案。由于传感器可能存在未知的时变故障，并且同时具有乘性和加性模式，因此控制器设计时只能使用被故障所污染的测量输出信号。为了估计未测量的状态，本章设计了事件触发状态估计滤波器。同时，利用模糊逻辑系统对未知互联作用和传感器故障的耦合进行了补偿。针对状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了具有时变触发阈值的多通道异步事件触

发机制。因此，可以减轻系统的通信和计算负担，并且设计者可以独立地调整每个通道的信号传输频率，同时可以提高事件触发机制在噪声下的鲁棒性。理论分析表明所提出的容错控制方案保证了所有闭环信号的有界性，可以使输出跟踪误差收敛到一个可调节的残差集内，并且不会出现 Zeno 行为。同时，不再需要相关文献中所使用的一些限制性假设（如：Lipschitz 假设和 ISS 假设）。最后，仿真和对比结果验证了所提出容错控制方案的有效性和优势。

7 总结与展望

7.1 本文工作总结

控制系统完成各项任务依赖于各组成部件正常工作、协调运转，然而执行器和传感器等部件故障以及网络通信受阻等异常情况将降低控制性能，甚至造成系统失稳。因此，设计有效的容错控制方案以处理执行器和传感器故障，同时引入事件触发机制以缓解通信和计算负担，进而提升系统的安全性和可靠性具有重要的理论和应用价值。本文以不确定非线性系统为对象，系统性地研究了执行器故障和传感器故障下的自适应容错控制问题，并提出了多种事件触发机制。本文主要研究工作总结如下：

(1) 针对执行器单次故障下的不确定非线性系统，考虑部分失效、完全失效和加性等多种故障模式，利用自适应估计技术处理未知执行器故障相关参数，通过对数型输出转换将受限系统输出转化为非受限变量，提出了固定时间自适应容错控制方案。所提出方案可以实现系统输出对期望信号的固定时间跟踪，给出与系统初值无关的收敛时间，并且输出始终处于约束范围之内。该方案可以放松传统障碍型 Lyapunov 函数方法对系统初值范围的限制，在提高系统容错能力的同时保证系统满足实际约束。

(2) 针对执行器间歇故障下的不确定非线性系统，在已建立的执行器单次故障模型的基础上进一步考虑故障的间歇发生特性，建立了执行器间歇故障模型，通过设计自适应律对故障的界进行估计从而移除了对故障发生次数的限制。不同于已有的单通道事件触发机制，本文同时针对参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了双通道事件触发机制，基于事件触发机制与控制器的联合设计提出了双通道事件触发自适应容错控制方案。该方案可以在提高系统安全性与可靠性的同时进一步节省系统资源。

(3) 针对执行器间歇反向故障下的不确定非线性系统，在已建立的执行器间歇故障模型的基础上进一步考虑反向故障模式，构建了更具一般性的执行器间歇反向故障模型。由于已有结果中的 Nussbaum 函数并不适用于反向故障间歇变化的情况，

本文提出了一系列新的 Nussbaum 函数以及相应的稳定性分析方法并结合自适应估计技术以处理间歇反向故障。考虑到控制信号的频繁变化,设计了同时与所传输控制信号的幅值和变化率相关的时变阈值事件触发机制,进而提出了事件触发自适应容错控制方案。该方案可以保证输出跟踪误差的渐近收敛性,降低系统的资源消耗,并且可处理更为一般的执行器故障,具有更好的普适性。

(4) 针对传感器故障下的不确定互联非线性系统,考虑传感器故障的未知常值乘性和时变加性模式,构建了一系列与故障相关的辅助量并设计了相应的自适应律,在仅使用被故障所污染的测量输出的情况下提出了分散自适应容错控制方案。各子系统仅使用局部测量信息,而不需要获得其他子系统的信息,即所设计的控制方案是完全分散的,并且不再需要已有结果中所要求的持续激励条件。该方案可以在测量输出不可靠的情况下保证系统的稳定性,提高了互联系统的安全性与可靠性。

(5) 针对传感器时变故障下的不确定互联非线性系统,在已建立的传感器部分时变故障模型的基础上进一步考虑乘性故障的时变性,建立了传感器完全时变故障模型。通过状态估计滤波器对未知状态进行估计,进而提出了分散自适应输出反馈容错控制器。针对状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道以及控制器-执行器通道设计了事件触发机制,各通道之间的触发条件是相互独立的,从而实现了不同通道的异步触发。本章所提出容错控制方案可进一步提高互联系统的容错能力,并且更为有效地降低了系统的通信和计算负担,通过各通道的异步触发提高了事件触发机制的鲁棒性。

7.2 主要创新点

本文系统性地研究了多类故障下不确定非线性系统的自适应容错控制问题,考虑执行器单次故障、间歇故障、间歇反向故障以及传感器部分时变故障、时变故障等多类复杂故障,在时间触发和事件触发自适应容错控制方法设计上取得了创新性成果,可有效提高控制系统的安全性和可靠性并降低系统的资源消耗。本文的主要创新点总结如下:

(1) 提出了固定时间自适应容错控制方法,解决了一类不确定非线性系统在未知执行器单次故障和输出约束下的容错控制问题。在保证系统输出始终满足约束的

前提下,给出了与系统初始状态无关的输出跟踪误差收敛时间。通过对系统输出进行转换放松了对系统初值范围的限制,从而降低了控制设计的保守性。仿真结果验证了所提出固定时间自适应容错控制方法的有效性。

(2) 提出了双通道事件触发自适应容错控制方法,解决了一类不确定非线性系统在未知执行器间歇故障和通信资源约束下的容错控制问题。同时针对参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了同步事件触发机制,可有效降低系统的通信负担,并通过移除实时积分操作有效降低了计算负担。基于控制器与事件触发机制的联合设计,在无需 ISS 假设的情况下保证了闭环系统的稳定性。仿真结果验证了所提出双通道事件触发自适应容错控制方法的有效性。

(3) 提出了基于 Nussbaum 函数的事件触发自适应容错控制方法,解决了一类不确定非线性系统在未知执行器间歇反向故障和通信资源约束下的容错控制问题。设计了一系列 Nussbaum 函数和一种基于分段积分的反证方法,可以保证控制系统在执行器间歇反向故障下的渐近稳定性。所提出的事件触发机制同时与控制信号的幅值和变化率相关,可提高设计上的灵活性、适应控制信号的频繁变化并降低系统的通信负担。仿真结果验证了所提出事件触发自适应容错控制方法的有效性。

(4) 提出了分散自适应容错控制方法,解决了一类不确定互联非线性系统在未知传感器部分时变故障下的容错控制问题;进一步,提出了多通道事件触发分散自适应容错控制方法,解决了未知传感器时变故障和通信资源约束下的容错控制问题。可以在传感器存在乘性和加性故障的情况下保证闭环控制系统的稳定性,并且移除了已有结果中的 Lipschitz 假设和持续激励条件。针对状态估计滤波器-控制器通道、参数估计器-控制器通道和控制器-执行器通道设计了多通道异步事件触发机制,各个通道独立触发、互不影响,可进一步提高事件触发机制的鲁棒性并降低系统的资源耗费。仿真结果验证了所提出分散自适应容错控制方法的有效性。

7.3 工作展望

尽管本文较为系统地研究了多类故障下不确定非线性系统的自适应容错控制问题,取得了一定的创新性成果,但仍有部分问题值得进一步研究探讨。综合本文研究内容和结果,未来工作可从以下三个方面开展:

(1) 面向更一般系统的自适应容错控制问题。本文研究了严反馈非线性系统的容错控制问题，尽管较多实际系统可建模为本文所研究系统模型，但仍有部分系统不满足此形式。因此，如何针对更一般系统进行容错控制设计仍值得进一步深入研究。特别是对于不确定互联非线性系统，如何在更一般的系统结构下补偿故障与互联作用的耦合具有重要的研究价值。在此基础上，通过实验对所提出控制算法进行验证也是未来研究工作之一。

(2) 分析复杂故障类型下的自适应容错控制问题。尽管本文系统性地研究了执行器单次故障、间歇故障和间歇反向故障以及传感器部分时变故障和完全时变故障下的自适应容错控制问题，但仍无法涵盖实际系统中所有可能出现的故障类型。如何进一步分析实际系统故障、构建涵盖更复杂故障类型的模型并设计有效的容错控制方案以进一步扩展所设计控制方案的应用范围并提高控制系统的容错能力具有重要的理论研究意义和实际应用价值。

(3) 研究动态事件触发与自触发自适应容错控制问题。相比较于静态事件触发，动态事件触发通过引入辅助动态变量构建触发阈值，有进一步减少触发次数的可能。此外，无论是静态事件触发还是动态事件触发，均需要控制系统连续监测触发条件以及及时进行信号传输与更新，这将不可避免地增加控制代价。自触发控制通过综合系统信息自行得到下一触发时刻，无需进行额外的事件监测。然而，未知故障为系统引入的不确定性给自触发机制的设计造成了极大的困难。因此，如何针对存在未知故障的系统设计动态事件触发机制和自触发机制以进一步降低信号传输频率、移除事件监测过程仍需进一步深入研究。

参考文献

- [1] 陈谋, 马浩翔, 雍可南, 吴颖. 无人机安全飞行控制综述. 机器人, 2023, 45(03): 345-366
- [2] Z. Yu, Y. Zhang, B. Jiang, J. Fu, Y. Jin. A review on fault-tolerant cooperative control of multiple unmanned aerial vehicles. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(1): 1-18
- [3] P. Beckerle. Practical relevance of faults, diagnosis methods, and tolerance measures in elastically actuated robots. Control Engineering Practice, 2016, 50: 95-100
- [4] 姜斌, 张柯, 杨浩, 程月华, 马亚杰, 成旺磊. 卫星姿态控制系统容错控制综述. 航空学报, 2021, 42(11): 66-79
- [5] 沈毅, 李利亮, 王振华. 航天器故障诊断与容错控制技术研究综述. 宇航学报, 2020, 41(06): 647-656
- [6] 宋征宇, 潘豪, 王聪, 巩庆海. 长征运载火箭飞行控制技术的发展. 宇航学报, 2020, 41(07): 868-879
- [7] Z. Song, H. Pan, Y. Zhao, W. Yao, Y. He, C. Wang. Reviews and challenges in reliability design of long march launcher control systems. AIAA Journal, 2022, 60(2): 537-550
- [8] 陶涛, 赵文祥, 程明, 王政. 多相电机容错控制及其关键技术综述. 中国电机工程学报, 2019, 39(02): 316-326+629
- [9] R. Freeman. Global internal stabilizability does not imply global external stabilizability for small sensor disturbances. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(12): 2119-2122
- [10] 邢兰涛. 量化和事件触发控制若干问题研究: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2018
- [11] F. Liu, Z. Ma, B. Mu, C. Duan, R. Chen, Y. Qin, et al. Review on fault-tolerant control of unmanned underwater vehicles. Ocean Engineering, 2023, 285: 115471
- [12] A. Niederlinski. A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems. Automatica, 1971, 7(6): 691-701
- [13] R. V. Beard. Failure accomodation in linear systems through self-reorganization: [PhD Dissertation]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1997
- [14] 周东华, X. Ding. 容错控制理论及其应用. 自动化学报, 2000, 26(6): 788-797

- [15] C. Ke, K.-Y. Cai, Q. Quan. Uniform passive fault-tolerant control of a quadcopter with one, two, or three rotor failure. *IEEE Transactions on Robotics*, 2023, 39(6): 4297-4311
- [16] 陶佳伟, 张涛. 考虑输入饱和的挠性航天器姿态容错控制与振动抑制. *电机与控制学报*, 2019, 23(01): 125-132
- [17] T. Han, Q. Hu, H.-S. Shin, A. Tsourdos, M. Xin. Incremental twisting fault tolerant control for hypersonic vehicles with partial model knowledge. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2022, 18(2): 1050-1060
- [18] R. Wang, J. Wang. Passive actuator fault-tolerant control for a class of overactuated nonlinear systems and applications to electric vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2013, 62(3): 972-985
- [19] G.-H. Yang, J. L. Wang, Y. C. Soh. Reliable H_∞ controller design for linear systems. *Automatica*, 2001, 37(5): 717-725
- [20] J. Zhao, X. Wang, Z. Liang, W. Li, X. Wang, P. K. Wong. Adaptive event-based robust passive fault tolerant control for nonlinear lateral stability of autonomous electric vehicles with asynchronous constraints. *ISA Transactions*, 2022, 127: 310-323
- [21] A. S. Alireza Nasiri, D. Almahles. Passive actuator fault tolerant control for a class of MIMO nonlinear systems with uncertainties. *International Journal of Control*, 2019, 92(3): 693-704
- [22] N. Li, H. Sun, Q. Zhang. Robust passive adaptive fault tolerant control for stochastic wing flutter via delay control. *European Journal of Control*, 2019, 48: 74-82
- [23] Y. Tao, D. Shen, Y. Wang, Y. Ye. Reliable H_∞ control for uncertain nonlinear discrete-time systems subject to multiple intermittent faults in sensors and/or actuators. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(11): 4721-4740
- [24] J. D. Stefanovski. Passive fault tolerant perfect tracking with additive faults. *Automatica*, 2018, 87: 432-436
- [25] 于海华, 田坤, 段广仁. 基于状态观测器的不确定时滞系统 H_∞ 鲁棒容错控制. *系统科学与数学*, 2014, 34(10): 788-797
- [26] A. Shamisa, Z. Kiani. Robust fault-tolerant controller design for aerodynamic load simulator. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 78: 332-341
- [27] S. Sun, H. Zhang, J. Sun, W. Li. Reliable H_∞ guaranteed cost control for uncertain switched fuzzy stochastic systems with multiple time-varying delays and intermittent actuator and sensor faults. *Neural Computing and Applications*, 2021, 33: 1343-1365

- [28] H. Oh, Y.-Y. Choi, M. Kim, Y.-J. Sohn, S.-G. Kim, W.-Y. Lee. Experimental validation of passive and active fault-tolerant controls against sensor faults in a proton exchange membrane fuel cell system. *Journal of Process Control*, 2023, 129: 103064
- [29] K. Zhou, Z. Ren. A new controller architecture for high performance, robust, and fault-tolerant control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(10): 1613-1618
- [30] Y. Liu, D. Dong, I. R. Petersen, H. Yonezawa. Fault-tolerant H_∞ control for optical parametric oscillators with pumping fluctuations. *Automatica*, 2022, 140: 110236
- [31] Q. Shen, C. Yue, C. H. Goh, D. Wang. Active fault-tolerant control system design for spacecraft attitude maneuvers with actuator saturation and faults. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(5): 3763-3772
- [32] F. Jia, F. Cao, G. Lyu, X. He. A novel framework of cooperative design: Bringing active fault diagnosis into fault-tolerant control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(5): 3301-3310
- [33] K. Rudin, G. J. J. Ducard, R. Y. Siegwart. Active fault-tolerant control with imperfect fault detection information: Applications to UAVs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(4): 2792-2805
- [34] R. Ding, M. Cheng, L. Jiang, G. Hu. Active fault-tolerant control for electro-hydraulic systems with an independent metering valve against valve faults. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(8): 7221-7232
- [35] Y. Zhu, W. X. Zheng. An integrated design approach for fault-tolerant control of switched LPV systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(2): 908-921
- [36] G. Zhang, H. Zhang, X. Huang, J. Wang, H. Yu, R. Graaf. Active fault-tolerant control for electric vehicles with independently driven rear in-wheel motors against certain actuator faults. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(5): 1557-1572
- [37] Y. Tu, D. Wang, S. X. Ding, F. Fu, W. Li. A reconfiguration-based fault-tolerant control method for nonlinear uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(11): 6060-6067
- [38] J. Chang, R. De Breuker, X. Wang. Active fault-tolerant incremental sliding-mode flight control against control reversal. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2022, 45(12): 2411-2420

- [39] Z. Gao, C. Cecati, S. X. Ding. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques—Part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3757-3767
- [40] L. Wen, X. Li, L. Gao, Y. Zhang. A new convolutional neural network-based data-driven fault diagnosis method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(7): 5990-5998
- [41] S. Shao, S. McAleer, R. Yan, P. Baldi. Highly accurate machine fault diagnosis using deep transfer learning. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(4): 2446-2455
- [42] S. Yin, H. Luo, S. X. Ding. Real-time implementation of fault-tolerant control systems with performance optimization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(5): 2402-2411
- [43] X. Zhang, T. Parisini, M. Polycarpou. Adaptive fault-tolerant control of nonlinear uncertain systems: An information-based diagnostic approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(8): 1259-1274
- [44] H. Chen, B. Jiang, S. X. Ding, B. Huang. Data-driven fault diagnosis for traction systems in high-speed trains: A survey, challenges, and perspectives. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(3): 1700-1716
- [45] D. Zhou, P. Frank. Fault diagnostics and fault tolerant control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(2): 420-427
- [46] J. Tan, H. Zheng, D. Meng, X. Wang, B. Liang. Active input design for simultaneous fault estimation and fault-tolerant control of LPV systems. *Automatica*, 2023, 151: 110903
- [47] X. Wang, C. P. Tan. Output feedback active fault tolerant control for a 3-DOF laboratory helicopter with sensor fault. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, early access. DOI: 10.1109/TASE.2023.3267132
- [48] M. Huang, L. Ding, W. Li, C.-Y. Chen, Z. Liu. Distributed observer-based H_∞ fault-tolerant control for DC microgrids with sensor fault. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(4): 1659-1670
- [49] X. Wang. Active fault tolerant control for unmanned underwater vehicle with sensor faults. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69(12): 9485-9495
- [50] S. Sun, H. Zhang, J. Zhang, K. Zhang. Fault estimation and tolerant control for discrete-time multiple delayed fuzzy stochastic systems with intermittent sensor and actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(12): 6213-6225

- [51] L. I. Allerhand, U. Shaked. Robust switching-based fault tolerant control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(8): 2272-2276
- [52] Z.-H. Pang, C.-G. Xia, W.-F. Zhai, G.-P. Liu, Q.-L. Han. Networked active fault-tolerant predictive control for systems with random communication constraints and actuator/sensor faults. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(4): 2166-2170
- [53] M. Gao, Y. Niu, L. Sheng. Distributed fault-tolerant state estimation for a class of nonlinear systems over sensor networks with sensor faults and random link failures. *IEEE Systems Journal*, 2022, 16(4): 6328-6337
- [54] B. Jiang, K. Zhang, C. Liu, H. Yang. Fault diagnosis and accommodation with flight control applications. *Journal of Control and Decision*, 2020, 7(1): 24-43
- [55] M. Dong, G. Tao, L. Wen, B. Jiang. Adaptive sensor fault detection for rail vehicle suspension systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(8): 7552-7565
- [56] J. Lan, R. Patton. An iterative strategy for robust integration of fault estimation and fault-tolerant control. *Automatica*, 2022, 145: 110556
- [57] 刘兵. 具有执行器随机失效非线性系统的自适应容错控制: [博士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2014
- [58] G. Tao, S. H. Chen, X. D. Tang, S. M. Joshi. Adaptive control of systems with actuator failures. London: Springer-Verlag, 2004
- [59] G. Tao, S. Joshi, X. Ma. Adaptive state feedback and tracking control of systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(1): 78-95
- [60] S. Chen, G. Tao, S. Joshi. On matching conditions for adaptive state tracking control of systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(3): 473-478
- [61] X. Tang, G. Tao, S. M. Joshi. Adaptive actuator failure compensation for parametric strict feedback systems and an aircraft application. *Automatica*, 2003, 39(11): 1975-1982
- [62] C. Wu, J. Liu, Y. Xiong, L. Wu. Observer-based adaptive fault-tolerant tracking control of nonlinear nonstrict-feedback systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(7): 3022-3033
- [63] M. Van, S. S. Ge. Adaptive fuzzy integral sliding-mode control for robust fault-tolerant control of robot manipulators with disturbance observer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(5): 1284-1296

- [64] Z. Mao, X.-G. Yan, B. Jiang, M. Chen. Adaptive fault-tolerant sliding-mode control for high-speed trains with actuator faults and uncertainties. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2020, 21(6): 2449-2460
- [65] L. Liu, T. Gao, Y.-J. Liu, S. Tong. Time-varying asymmetrical BLFs based adaptive finite-time neural control of nonlinear systems with full state constraints. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(5): 1335-1343
- [66] Y. Li, K. Li, S. Tong. Finite-time adaptive fuzzy output feedback dynamic surface control for MIMO nonstrict feedback systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 27(1): 96-110
- [67] L. Ding, Q.-L. Han, B. Ning, D. Yue. Distributed resilient finite-time secondary control for heterogeneous battery energy storage systems under denial-of-service attacks. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2020, 16(7): 4909-4919
- [68] C. Lu, H. Ma, Y. Pan, Q. Zhou, H. Li. Observer-based finite-time fault-tolerant control for nonstrict-feedback nonlinear systems with multiple uncertainties. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(8): 4912-4921
- [69] L. Zhang, H. Liu, D. Tang, Y. Hou, Y. Wang. Adaptive fixed-time fault-tolerant tracking control and its application for robot manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(3): 2956-2966
- [70] W. Cheng, K. Zhang, B. Jiang. Continuous fixed-time fault-tolerant formation control for heterogeneous multiagent systems under fixed and switching topologies. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(2): 1545-1558
- [71] D. Cui, Z. Xiang. Nonsingular fixed-time fault-tolerant fuzzy control for switched uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(1): 174-183
- [72] K. P. Tee, S. S. Ge, E. H. Tay. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927
- [73] X. Yu, T. Wang, J. Qiu, H. Gao. Barrier Lyapunov function-based adaptive fault-tolerant control for a class of strict-feedback stochastic nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(2): 938-946
- [74] F. Jia, X. He. Fault-tolerant control for uncertain nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems with output constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(8): 5212-5223
- [75] L. Tang, M. Yang, Y.-J. Liu, S. Tong. Adaptive output feedback fuzzy fault-tolerant control for nonlinear full-state-constrained switched systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(4): 2325-2334

- [76] K. Zhao, Y. Song, Z. Shen. Neuroadaptive fault-tolerant control of nonlinear systems under output constraints and actuation faults. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(2): 286-298
- [77] W. Wang, C. Wen. Adaptive compensation for infinite number of actuator failures or faults. *Automatica*, 2011, 47(10): 2197–2210
- [78] G. Lai, C. Wen, Z. Liu, Y. Zhang, C. Philip Chen, S. Xie. Adaptive compensation for infinite number of actuator failures based on tuning function approach. *Automatica*, 2018, 87: 365-374
- [79] H. Fan, B. Liu, Y. Shen, W. Wang. Adaptive failure compensation control for uncertain systems with stochastic actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(3): 808–814
- [80] H. Fan, B. Liu, W. Wang, C. Wen. Adaptive fault-tolerant stabilization for nonlinear systems with Markovian jumping actuator failures and stochastic noises. *Automatica*, 2015, 51: 200–209
- [81] C. Wang, C. Wen, L. Guo. Decentralized output-feedback adaptive control for a class of interconnected nonlinear systems with unknown actuator failures. *Automatica*, 2016, 71: 187-196
- [82] J. A. Lewis, E. N. Johnson. Gain switching control law for dynamic inversion based adaptive control with unknown sign of control effectiveness. *AIAA Scitech 2021 Forum*, 2021: 1-21
- [83] Y. Ma, G. Tao, B. Jiang, Y. Cheng. Multiple-model adaptive control for spacecraft under sign errors in actuator response. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39(3): 628-641
- [84] Y. Ma, H. Ren, G. Tao, B. Jiang. Adaptive compensation for actuation sign faults of flexible spacecraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(2): 1288-1300
- [85] X.-Y. Guo, C.-L. Wang, Z. Dong, Z.-T. Ding. Adaptive containment control for heterogeneous MIMO nonlinear multi-agent systems with unknown direction actuator faults. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(9): 5783-5790
- [86] X.-G. Guo, W.-D. Xu, J.-L. Wang, J. H. Park. Distributed neuroadaptive fault-tolerant sliding-mode control for 2-D plane vehicular platoon systems with spacing constraints and unknown direction faults. *Automatica*, 2021, 129: 109675
- [87] X.-G. Guo, P.-M. Liu, Z.-G. Wu, D. Zhang, C. K. Ahn. Hybrid event-triggered group consensus control for heterogeneous multi-agent systems with TVNUD faults and

- stochastic FDI attacks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(12): 8013-8020
- [88] B. Xu, R. Qi, B. Jiang. Adaptive fault-tolerant control for HSV with unknown control direction. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(6): 2743-2758
- [89] R. D. Nussbaum. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(5): 243-246
- [90] C. Wang, C. Wen, L. Guo. Multivariable adaptive control with unknown signs of the high-frequency gain matrix using novel Nussbaum functions. *Automatica*, 2020, 111: 108618
- [91] C. Chen, Z. Liu, Y. Zhang, C. L. P. Chen, S. Xie. Saturated Nussbaum function based approach for robotic systems with unknown actuator dynamics. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(10): 2311-2322
- [92] J. Huang, W. Wang, C. Wen, J. Zhou. Adaptive control of a class of strict-feedback time-varying nonlinear systems with unknown control coefficients. *Automatica*, 2018, 93: 98-105
- [93] Z. Liu, J. Huang, C. Wen, X. Su. Distributed control of nonlinear systems with unknown time-varying control coefficients: A novel Nussbaum function approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(7): 4191-4203
- [94] Z. Chen. Nussbaum functions in adaptive control with time-varying unknown control coefficients. *Automatica*, 2019, 102: 72-79
- [95] Y. Song, B. Zhang, K. Zhao. Indirect neuroadaptive control of unknown MIMO systems tracking uncertain target under sensor failures. *Automatica*, 2017, 77: 103-111
- [96] S. Li, G. Tao. Feedback based adaptive compensation of control system sensor uncertainties. *Automatica*, 2009, 45(2): 393-404
- [97] D. Zhai, L. An, J. Dong, Q. Zhang. Output feedback adaptive sensor failure compensation for a class of parametric strict feedback systems. *Automatica*, 2018, 97: 48-57
- [98] L. Wang, H. Wang, P. X. Liu. Finite-time compensation control for state-variable-unmeasurable nonlinear systems with sensor and actuator faults. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1-8
- [99] C.-C. Chen, C. Qian, Z.-Y. Sun, Y.-W. Liang. Global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems with unknown measurement sensitivity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(7): 2212-2217

- [100] J. Ma, J. H. Park, S. Xu. Global adaptive control for uncertain nonlinear systems with sensor and actuator faults. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(9): 5503-5510
- [101] C. Sun, Y. Lin. Adaptive output feedback compensation for a class of nonlinear systems with actuator and sensor failures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(8): 4762-4771
- [102] C. Wang, C. Wen, Q. Hu. Event-triggered adaptive control for a class of nonlinear systems with unknown control direction and sensor faults. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(2): 763-770
- [103] W. Wang, Y. Lin, Q. Meng. Output feedback tracking control for a class of nonlinear systems with sensor uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, 70(1): 762-772
- [104] P. Ioannou. Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1986, 31(4): 291-298
- [105] P. Ioannou, P. Kokotovic. Decentralized adaptive control of interconnected systems with reduced-order models. *Automatica*, 1985, 21(4): 401-412
- [106] C. Wen. Decentralized adaptive regulation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(10): 2163-2166
- [107] J. Zhou, C. Wen. Decentralized backstepping adaptive output tracking of interconnected nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(10): 2378-2384
- [108] C. Wang, Y. Lin. Decentralized adaptive tracking control for a class of interconnected nonlinear time-varying systems. *Automatica*, 2015, 54: 16-24
- [109] H. Fan, L. Han, C. Wen, L. Xu. Decentralized adaptive output-feedback controller design for stochastic nonlinear interconnected systems. *Automatica*, 2012, 48(11): 2866-2873
- [110] C. Wang, C. Wen, Y. Lin, W. Wang. Decentralized adaptive tracking control for a class of interconnected nonlinear systems with input quantization. *Automatica*, 2017, 81: 359-368
- [111] Y.-X. Li, S.-C. Tong, G.-H. Yang. Observer-based adaptive fuzzy decentralized event-triggered control of interconnected nonlinear system. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(7): 3104-3112
- [112] C. Wen, J. Zhou. Decentralized adaptive stabilization in the presence of unknown backlash-like hysteresis. *Automatica*, 2007, 43(3): 426-440

- [113] Z. Zhang, Y. Song, C. Wen. Adaptive decentralized output-feedback control dealing with static/dynamic interactions and different-unknown subsystem control directions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(8): 3818-3824
- [114] B. Niu, J. Liu, D. Wang, X. Zhao, H. Wang. Adaptive decentralized asymptotic tracking control for large-scale nonlinear systems with unknown strong interconnections. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, 9(1): 173-186
- [115] H. Yang, B. Jiang, M. Staroswiecki, Y. Zhang. Fault recoverability and fault tolerant control for a class of interconnected nonlinear systems. *Automatica*, 2015, 54: 49-55
- [116] J. Cai, C. Wen, L. Xing, Q. Yan. Decentralized backstepping control for interconnected systems with non-triangular structural uncertainties. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(3): 1692-1699
- [117] D. Zhao, M. M. Polycarpou. Distributed fault accommodation of multiple sensor faults for a class of nonlinear interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(4): 2092-2099
- [118] L. Zhang, G.-H. Yang. Observer-based adaptive decentralized fault-tolerant control of nonlinear large-scale systems with sensor and actuator faults. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(10): 8019-8029
- [119] X. Jiang, X. Mu, Z. Hu. Decentralized adaptive fuzzy tracking control for a class of nonlinear uncertain interconnected systems with multiple faults and denial-of-service attack. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(10): 3130-3141
- [120] J. Zhang, Z. Xiang. Event-triggered adaptive neural network sensor failure compensation for switched interconnected nonlinear systems with unknown control coefficients. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(10): 5241-5252
- [121] Y. Xiong, Y. Wu, Z. Xiang. Fuzzy adaptive output feedback fault-tolerant control for nonlinear switched large-scale systems with sensor faults. *IEEE Systems Journal*, 2021, 16(3): 3782-3793
- [122] 龙江, 刘玉晓, 王薇, 郭阳明. 事件触发一致性控制研究进展: 触发条件的角度. *指挥与控制学报*, 2022, 08(02): 107-121
- [123] R. Postoyan, P. Tabuada, D. Nešić, A. Anta. A framework for the event-triggered stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(4): 982-996
- [124] T. Liu, Z.-P. Jiang. Event-based control of nonlinear systems with partial state and output feedback. *Automatica*, 2015, 53: 10-22

- [125] L. Xing, C. Wen, Z. Liu, H. Su, J. Cai. Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(4): 2071-2076
- [126] M. Donkers, W. Heemels. Output-based event-triggered control with guaranteed $\mathcal{L}_\infty$ -gain and improved and decentralized event-triggering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(6): 1362-1376
- [127] P. Tallapragada, N. Chopra. On event triggered tracking for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(9): 2343-2348
- [128] N. Marchand, S. Durand, J. Castellan. A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(5): 1332-1337
- [129] W. Wang, C. Wen, J. Huang, J. Zhou. Adaptive consensus of uncertain nonlinear systems with event triggered communication and intermittent actuator faults. *Automatica*, 2020, 111: 108667
- [130] B. Cheng, Z. Li. Fully distributed event-triggered protocols for linear multiagent networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(4): 1655-1662
- [131] H. Li, X. Zhang, L. Xie, S. Liu, Q. Liu. Event-triggered tracking control for a class of nonlinear systems: A dynamic gain approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(12): 7832-7839
- [132] P. Ning, C. Hua, K. Li, R. Meng. Event-triggered control for nonlinear uncertain systems via a prescribed-time approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(11): 6975-6981
- [133] M. Wang, Z. Wang, Y. Chen, W. Sheng. Event-based adaptive neural tracking control for discrete-time stochastic nonlinear systems: A triggering threshold compensation strategy. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(6): 1968-1981
- [134] J. Long, W. Wang, C. Wen, J. Huang, J. Lü. Output feedback based adaptive consensus tracking for uncertain heterogeneous multi-agent systems with event-triggered communication. *Automatica*, 2022, 136: 110049
- [135] L. Xing, C. Wen, Z. Liu, H. Su, J. Cai. Adaptive compensation for actuator failures with event-triggered input. *Automatica*, 2017, 85: 129-136
- [136] C.-H. Zhang, G.-H. Yang. Event-triggered adaptive output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(1): 201-210

- [137] C. Wang, L. Guo, C. Wen, Q. Hu, J. Qiao. Event-triggered adaptive attitude tracking control for spacecraft with unknown actuator faults. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(3): 2241-2250
- [138] Z. Zhao, J. Zhang, Z. Liu, W. He, K.-S. Hong. Adaptive quantized fault-tolerant control of a 2-DOF helicopter system with actuator fault and unknown dead zone. *Automatica*, 2023, 148: 110792
- [139] H. Gui. Observer-based fault-tolerant spacecraft attitude tracking using sequential Lyapunov analyses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(12): 6108-6114
- [140] W.-D. Chen, B. Niu, H.-Q. Wang, H.-T. Li, D. Wang. Adaptive event-triggered control for non-strict feedback nonlinear CPSs with time delays against deception attacks and actuator faults. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, early access. DOI: 10.1109/TASE.2023.3292367
- [141] J. Huang, W. Wang, C. Wen, G. Li. Adaptive event-triggered control of nonlinear systems with controller and parameter estimator triggering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(1): 318-324
- [142] J. Huang, Q.-G. Wang. Event-triggered adaptive control of a class of nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2019, 94: 10-16
- [143] G. Zhang, S. Liu, X. Zhang, W. Zhang. Event-triggered cooperative formation control for autonomous surface vehicles under the maritime search operation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(11): 21392-21404
- [144] H. Cao, Y. Song. Neuroadaptive fault-tolerant control with unsynchronized event triggering for actuation updating and parameter adaptation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2023, 34(8): 5076-5085
- [145] X. Ge, Q.-L. Han, X.-M. Zhang, L. Ding, F. Yang. Distributed event-triggered estimation over sensor networks: A survey. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(3): 1306-1320
- [146] X. Ge, Q.-L. Han, L. Ding, Y.-L. Wang, X.-M. Zhang. Dynamic event-triggered distributed coordination control and its applications: A survey of trends and techniques. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(9): 3112-3125
- [147] I. Ahmad, X. Ge, Q.-L. Han. Decentralized dynamic event-triggered communication and active suspension control of in-wheel motor driven electric vehicles with dynamic damping. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(5): 971-986

- [148] W. Liu, Q. Ma, S. Xu. Output-feedback adaptive control of a class of uncertain nonlinear systems with dynamic event-triggered strategy. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70(12): 4529-4533
- [149] J. Song, Y.-K. Wang, Y. Niu. Dynamic event-triggered terminal sliding mode control under binary encoding: Analysis and experimental validation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, 69(9): 3772-3782
- [150] L. Xing, C. Wen. Dynamic event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *Automatica*, 2023, 158: 111286
- [151] P. Zhang, Y. Yuan, L. Guo. Fault-tolerant optimal control for discrete-time nonlinear system subjected to input saturation: A dynamic event-triggered approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(6): 2956-2968
- [152] X. Li, W. Song, Y. Li, S. Tong. Finite-time dynamic event-triggered fuzzy output fault-tolerant control for interval type-2 fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(11): 4926-4938
- [153] Y. Ma, W. Tang, Z. Fei, X. Sun. Dynamic event-triggered sensor fault interval estimation and accommodation for aeroengine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(4): 4191-4200
- [154] B.-F. Yue, W.-W. Che. Data-driven dynamic event-triggered fault-tolerant platooning control. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, 19(7): 8418-8426
- [155] M. Chen, H. Wang, X. Liu. Adaptive fuzzy practical fixed-time tracking control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(3): 664-673
- [156] X. Jin. Adaptive fixed-time control for MIMO nonlinear systems with asymmetric output constraints using universal barrier functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(7): 3046-3053
- [157] A. Polyakov. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110
- [158] D. Ba, Y.-X. Li, S. Tong. Fixed-time adaptive neural tracking control for a class of uncertain nonstrict nonlinear systems. *Neurocomputing*, 2019, 363: 273-280
- [159] Y. Wu, H. Ma, M. Chen, H. Li. Observer-based fixed-time adaptive fuzzy bipartite containment control for multi-agent systems with unknown hysteresis. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(5): 1302-1312
- [160] B. Ning, Q.-L. Han, Z. Zuo, J. Jin, J. Zheng. Collective behaviors of mobile robots beyond the nearest neighbor rules with switching topology. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(5): 1577-1590

- [161] Y. Mei, J. Wang, J. H. Park, K. Shi, H. Shen. Adaptive fixed-time control for nonlinear systems against time-varying actuator faults. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 107: 3629-3640
- [162] Y.-F. Gao, X.-M. Sun, C. Wen, W. Wang. Observer-based adaptive NN control for a class of uncertain nonlinear systems with nonsymmetric input saturation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(7): 1520-1530
- [163] Y. Li, Z. Ma, S. Tong. Adaptive fuzzy fault-tolerant control of nontriangular structure nonlinear systems with error constraint. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(4): 2062-2074
- [164] Y. Wang, Y. Song, M. Krstic, C. Wen. Fault-tolerant finite time consensus for multiple uncertain nonlinear mechanical systems under single-way directed communication interactions and actuation failures. *Automatica*, 2016, 63: 374-383
- [165] F. Wang, G. Lai. Fixed-time control design for nonlinear uncertain systems via adaptive method. *Systems & Control Letters*, 2020, 140: 104704
- [166] C. Qian, W. Lin. Non-Lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization. *Systems & Control Letters*, 2001, 42(3): 185-200
- [167] 于金鹏, 陈兵, 于海生, 高军伟. 基于自适应模糊反步法的永磁同步电机位置跟踪控制. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1547-1551
- [168] A. Hooshyar, M. A. Azzouz, E. F. El-Saadany. Three-phase fault direction identification for distribution systems with DFIG-based wind DG. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2014, 5(3): 747-756
- [169] M. Krstic, P. V. Kokotovic, I. Kanellakopoulos. *Nonlinear and adaptive control design*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995
- [170] G. Tao. A simple alternative to the Barbalat lemma. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(5): 698
- [171] H. Gao, Y. Song, C. Wen. Backstepping design of adaptive neural fault-tolerant control for MIMO nonlinear systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(11): 2605-2613
- [172] P. Ioannou, J. Sun. *Robust adaptive control*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1996
- [173] M. Krstic. Invariant manifolds and asymptotic properties of adaptive nonlinear stabilizers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(6): 817-829
- [174] H. Yang, C. Huang, B. Jiang, M. M. Polycarpou. Fault estimation and accommodation of interconnected systems: A separation principle. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(12): 4103-4116

- [175] Y. Bi, T. Wang, J. Qiu, M. Li, C. Wei, L. Yuan. Adaptive decentralized finite-time fuzzy secure control for uncertain nonlinear CPSs under deception attacks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(8): 2568-2580
- [176] Z. Zhang, C. Yang, X. Chen. Decentralized model reference adaptive control for systems with time delays and dead zones. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(7): 4367-4374
- [177] H. Wang, W. Liu, J. Qiu, P. X. Liu. Adaptive fuzzy decentralized control for a class of strong interconnected nonlinear systems with unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(2): 836-846
- [178] Y. Li, K. Yu. Adaptive fuzzy decentralized sampled-data control for large-scale nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(6): 1809-1822
- [179] H. Xu, D. Yu, S. Sui, C. L. P. Chen. An event-triggered predefined time decentralized output feedback fuzzy adaptive control method for interconnected systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(2): 631-644
- [180] S. Merhav. *Aerospace sensor systems and applications*. New York: Springer-Verlag, 1996
- [181] W. Lin, C. Qian. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: The smooth feedback case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(8): 1249-1266
- [182] L. X. Wang. *Adaptive fuzzy systems and control: Design and stability analysis*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994