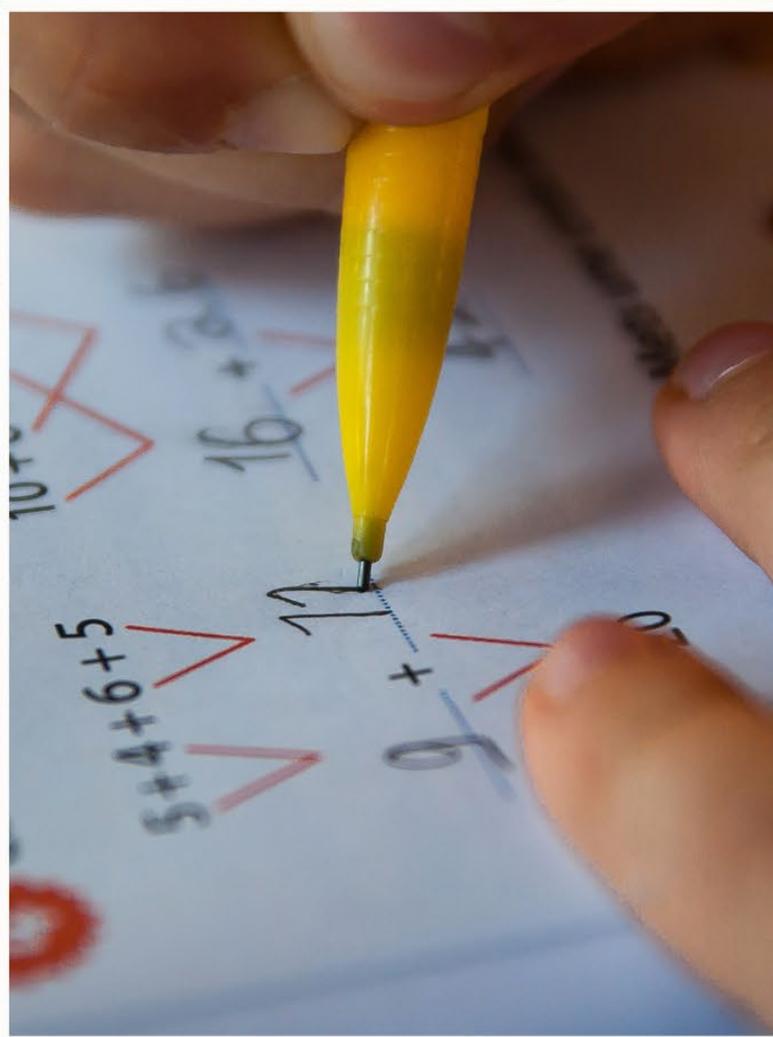


# APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA:

Um olhar sobre as contribuições da modelagem matemática no ensino médio



André dos Santos Bandeira



2021

# APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA:

Um olhar sobre as contribuições da  
modelagem matemática no ensino médio



**André dos Santos Bandeira**



2021

2021 by Editora e-Publicar  
Copyright © Editora e-Publicar  
Copyright do Texto © 2021 O autor  
Copyright da Edição © 2021 Editora e-Publicar  
Direitos para esta edição cedidos à Editora e-Publicar pelo autor.

**Editora Chefe**

Patrícia Gonçalves de Freitas

**Editor**

Roger Goulart Mello

**Diagramação**

Dandara Goulart Mello

Roger Goulart Mello

**Projeto Gráfico e Edição de Arte**

Patrícia Gonçalves de Freitas

**Revisão**

O autor

Todo o conteúdo do livro, dados, informações e correções são de responsabilidade exclusiva dos autores. O download e compartilhamento da obra são permitidos desde que os créditos sejam devidamente atribuídos aos autores. É vedada a realização de alterações na obra, assim como sua utilização para fins comerciais.

A Editora e-Publicar não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

**Conselho Editorial**

Alessandra Dale Giacomini Terra – Universidade Federal Fluminense  
Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
Andrelize Schabo Ferreira de Assis – Universidade Federal de Rondônia  
Bianca Gabriely Ferreira Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Cristiana Barcelos da Silva – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro  
Cristiane Elisa Ribas Batista – Universidade Federal de Santa Catarina  
Daniel Ordane da Costa Vale – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais  
Danyelle Andrade Mota – Universidade Tiradentes  
Dayanne Tomaz Casimiro da Silva - Universidade Federal de Pernambuco  
Diogo Luiz Lima Augusto – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
Elis Regina Barbosa Angelo – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
Ernane Rosa Martins - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Ezequiel Martins Ferreira – Universidade Federal de Goiás  
Fábio Pereira Cerdera – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Francisco Oricelio da Silva Brindeiro – Universidade Estadual do Ceará  
Glaucio Martins da Silva Bandeira – Universidade Federal Fluminense  
Helio Fernando Lobo Nogueira da Gama - Universidade Estadual De Santa Cruz  
Inaldo Kley do Nascimento Moraes – Universidade CEUMA



2021

João Paulo Hergesel - Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
Jose Henrique de Lacerda Furtado – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Jordany Gomes da Silva – Universidade Federal de Pernambuco  
Jucilene Oliveira de Sousa – Universidade Estadual de Campinas  
Luana Lima Guimarães – Universidade Federal do Ceará  
Luma Mirely de Souza Brandão – Universidade Tiradentes  
Mateus Dias Antunes – Universidade de São Paulo  
Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes  
Naiola Paiva de Miranda - Universidade Federal do Ceará  
Rafael Leal da Silva – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Rita Rodrigues de Souza - Universidade Estadual Paulista  
Willian Douglas Guilherme - Universidade Federal do Tocantins

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

B214a      Bandeira, André dos Santos, 1984-  
Aprendizagem significativa em matemática [livro eletrônico] : um  
olhar sobre as contribuições da modelagem matemática no ensino  
médio / André dos Santos Bandeira. – Rio de Janeiro, RJ: e-Publicar,  
2021.

Formato: PDF  
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
Modo de acesso: World Wide Web  
Inclui bibliografia  
ISBN 978-65-89950-37-0  
DOI 10.47402/ed.ep.b20216870370

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aprendizagem significativa.  
3. Modelagem matemática. I. Título.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

**Editora e-Publicar**  
Rio de Janeiro – RJ – Brasil  
contato@editorapublicar.com.br  
www.editorapublicar.com.br



**2021**

## APRESENTAÇÃO

*“A verdadeira dificuldade não está em aceitar ideias novas, mas escapar das ideias antigas”.*

*John Maynard Keynes*

Enquanto professor, gestor escolar e pesquisador da educação básica, observo que os desafios, presentes no processo de ensino e aprendizagem matemática, não são novos, são de origens muito antigas, perpassando gerações e chegando à contemporaneidade ainda com grandes entraves ao ensino e aprendizagem de muitos.

Acredito que não podemos continuar ensinando, atualmente, da mesma forma como era ensinado décadas atrás, uma vez que vivenciamos um contexto social, econômico, político e tecnológico diferente, com um público diferente e objetivos diferentes.

Parafraseando Albert Einstein, não podemos obter resultados diferentes fazendo sempre as mesmas coisas. É preciso inovar, “pensar fora da caixa”. Buscar alternativas que promovam a melhoria do processo de ensino e aprendizagem deve ser constante em nossas discussões e práticas, de modo que possamos realmente conectar o ensino com a realidade do educando.

Nesse sentido, esta obra, escrita em 2017, nos convida a conhecer de forma teórica e prática uma metodologia de ensino em matemática mediada pelo uso da Modelagem Matemática à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa. De forma clara e objetiva, modestamente, busco apresentar a Modelagem Matemática e refletir sobre algumas práticas pedagógicas de matemática desenvolvidas em sala de aula.

Destarte, espero que este livro possa contribuir para o fomento das discussões sobre as melhorias do processo de ensino e aprendizagem matemática e motivar os professores a vivenciar a Modelagem Matemática em sala de aula, já que esse tipo de metodologia de ensino pode representar um ganho para todos os atores envolvidos no processo educacional. Eis o nosso desafio!

Boa leitura e bons estudos!

**André dos Santos Bandeira**

## Dedico

### Aos mestres:

Aos grandes mestres encontrados ao longo desta trajetória que contribuíram decisivamente para construção do meu conhecimento.

### A meus pais: Augusto Bandeira e Nina

Pelo apoio sempre encontrado e aos meus colegas mestrandos pela vivência e compartilhamento de saberes.

### E, em especial a minha esposa, Juciléa Campos:

Pelo apoio incondicional na realização deste sonho e ao meu primeiro filho, **Victor Gael**, que chegou neste mundo para complementar minha alegria e razão de viver.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me concedido saúde, disposição, força, vontade e por sempre está presente em minha vida alimentando meu espírito, guiando meus passos e me mostrando o caminho certo a seguir.

A meus pais, Augusto Bandeira e Maria de Fátima, carinhosamente chamada de Nina, pelos ensinamentos diários que são essenciais em minha vida. Minha eterna gratidão será sempre para vocês.

A uma pessoa especial, minha esposa, Juciléa Campos, que me dá diariamente amor, afeto, confiança e que ao segurar na minha mão me mostra que nunca poderei desistir.

Ao meu professor e orientador, Dr. Gláucio Figueiredo, pelas críticas, sugestões, compreensão, apoio e motivação para o desenvolvimento do meu trabalho de pesquisa. O senhor foi essencial nesta caminhada.

Aos meus amigos, em especial, Arimatéia Figueiredo e Micarla Rufino pelo companheirismo, acolhida nas longas viagens e pelos muitos momentos de angústia, aflição e alegrias compartilhadas.

Aos demais amigos que sempre me incentivaram com palavras de conforto e estímulo.

A todos os mestres e colegas que fizeram parte desse pedaço da minha formação.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente, contribuíram para que eu galgasse mais esse degrau de minha formação profissional e pessoal.

A todos, meu afeto e profunda gratidão!

## APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOBRE AS CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

André dos Santos Bandeira

### RESUMO

A busca por alternativas metodológicas que proporcionem uma aprendizagem significativa em matemática deve ser sempre uma constante, de forma que promovam a motivação do educando, a facilidade de aprendizagem e a compreensão da aplicabilidade matemática no cotidiano. Nesse sentido, Modelagem Matemática surge como metodologia que pode promover a ocorrência da aprendizagem significativa, integração entre os indivíduos, motivação nos estudos da matemática. A presente pesquisa tem o intuito de verificar as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem matemática no Ensino Médio, pautando-se nas concepções de Burak e Aragão (2012), Malheiros (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Biembengut e Hein (2014), Bassanezi (2015), Renz (2015) e entre outros. Para tanto, foi necessário à aplicação de questionário inicial, realização de intervenção pedagógica com os estudantes do 2º ano do ensino médio da rede pública estadual do Ceará e aplicação de questionário final. Além disso, foi realizada entrevista semiestruturada com os professores licenciados em matemática que atuam nas escolas estaduais do município de Pereiro-CE. De acordo com os achados da pesquisa, constata-se que a maioria dos estudantes apresentam uma grande aversão a matemática, apresentando como principais dificuldades a interpretação do enunciado das questões, a ausência de concentração e não apreço por tal componente curricular. Mediante as atividades propostas, verifica-se o estímulo que esta metodologia trouxe para os estudantes, além da mudança de concepções destes com relação à matemática, bem como a facilidade de aprendizagem, a estimulação da criatividade, a compreensão da matemática no dia a dia, a relação entre a teoria e prática, e a aprovação da maioria dos estudantes com essa nova metodologia de ensino. Ainda, verificou-se, através da entrevista com os professores, que os principais obstáculos encontrados na realização do uso desta metodologia, devem-se a: falta de tempo para planejar as aulas, falta de material didático e pedagógico, medo e a insegurança. No entanto, sua utilização é viável, já que promove aulas mais dinâmicas e atrativas, despertando o gosto e o interesse dos discentes pelo componente curricular de matemática. Dessa forma, deseja-se que o presente estudo possa motivar os professores de matemática a experimentar a Modelagem Matemática em sala de aula, e perceber que esse tipo de metodologia representa um diferencial e ganho para todos os agentes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem Matemática. Ensino. Aprendizagem Significativa. Alternativa Metodológica.

## SIGNIFICATIVE LEARNING IN MATHEMATICS: A LOOK AT THE CONTRIBUTIONS OF MATHEMATICAL MODELING IN HIGH SCHOOL

André dos Santos Bandeira

### ABSTRACT

The search for methodological alternatives that provide meaningful learning in mathematics should always be constant, so as to promote the student's motivation, ease of learning and understanding of mathematical application in everyday life. In this sense, Mathematical Modeling emerges as a teaching methodology that can promote the occurrence of significant learning, integration between individuals, motivation in mathematics studies. Thus, this research aims to verify the contributions of Mathematical Modeling in the process of mathematical teaching and learning in High School, based on the conceptions of authors such as Burak e Aragão (2012), Malheiros (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Biembengut e Hein (2014), Bassanezi (2015), Renz (2015) among others. Therefore, it was necessary to apply an initial questionnaire, the accomplishment of a pedagogical intervention with the students of the second year of high school in the state public network of Ceará, and application of a final questionnaire after the intervention. In addition, a semi-structured interview was realized with the teachers licensed in Mathematics who work in the public schools in the municipality of Pereiro-CE. The research evidenced that most of the students present a great aversion to the mathematics discipline, presenting as main difficulties in the learning of mathematical contents the interpretation, concentration and non-appreciation by discipline. Through the proposed activities, the stimulus that this methodology has brought to the students and the change of conceptions regarding Mathematics can be observed, as well as the ease of learning, the stimulation of creativity, the comprehension of mathematics in everyday life, the relationship between theory and practice, and the approval of the vast majority with this new teaching methodology. Also, it was verified through an interview with the teachers that the main obstacles found in the use of this methodology are due to the lack of time to plan the classes, lack of didactic and pedagogical material, fear and insecurity. But despite these obstacles, its use is viable, since it promotes more dynamic and attractive classes, arousing the taste and interest for the discipline. Thus, it is expected that this work may lead to more discussions and reflections about the use of Mathematical Modeling, together with the experiences of modeling activities developed and presented here. In this way, it is desired that the present study can motivate teachers to experiment with Mathematical Modeling in the classroom, and realize that this type of methodology represents a differential and gain for all agents involved in the teaching and learning process.

**KEYWORDS:** Modeling Mathematics. Teaching. Significant Learning. Methodological Alternative.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1 OBJETIVOS.....	15
1.1.1 GERAL.....	15
1.1.2 ESPECÍFICO .....	15
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>18</b>
2.1 CONTEXTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA E A MODELAGEM.....	18
2.1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA: SURGIMENTO HISTÓRICO E CONCEPÇÕES..	23
2.1.2 POR QUE FAZER MODELAGEM? .....	28
2.1.3 COMO INCORPORAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA? .....	30
2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	34
2.2.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL.....	34
2.2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E SUAS RELAÇÕES COM MODELAGEM MATEMÁTICA.....	39
2.2.3 TIPOS E FORMAS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	42
<b>3 MÉTODO DA PESQUISA .....</b>	<b>47</b>
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	47
3.2 CAMPO DA PESQUISA.....	48
3.3 UNIVERSO E AMOSTRA.....	50
3.4 RISCOS E BENEFÍCIOS.....	51
3.5 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS.....	51
3.5.1 ENTREVISTA.....	52
3.5.2 QUESTIONÁRIO.....	53
3.5.3 PESQUISA-AÇÃO.....	54
3.6 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO .....	53
3.7 POSICIONAMENTO ÉTICO.....	55
<b>4. DESCRIÇÃO DAS PROPOSTAS DE ATIVIDADES DE MODELAGEM DESENVOLVIDA EM SALA DE AULA.....</b>	<b>57</b>
4.1 PROPOSTA I – APRENDENDO A PINTAR! MAS QUANTO VALE O METRO QUADRADO? .....	57
4.2 PROPOSTA II – CÍRCULO X CIRCUNFERÊNCIA.....	66
4.3 PROPOSTA III – EMBALAGENS .....	72

4.3.1 - EMBALAGENS: ESTUDANDO OS POLIEDROS.....	73
4.3.2 EMBALAGENS: DO COTIDIANO À SALA DE AULA.....	78
<b>5. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA.....</b>	<b>87</b>
5.1 QUESTIONÁRIO INICIAL .....	87
5.2 QUESTIONÁRIO FINAL .....	90
5.3 ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA .....	94
<b>6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>102</b>
6.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL COM OS ESTUDANTES.....	102
6.2 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA.....	106
6.2.1 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA I.....	108
6.2.2 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA II.....	114
6.2.3 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA III.....	118
6.3 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO FINAL .....	125
6.4 ANÁLISE DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA .....	129
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>135</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>135</b>
<b>SOBRE O AUTOR.....</b>	<b>135</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A Educação, de uma forma geral, tem sido objeto de estudo por vários pesquisadores ao longo da história da humanidade até a contemporaneidade, pois é notório sua importância para o desenvolvimento econômico, financeiro e social de qualquer cidade, estado e nação. Segundo o Instituto Nacional de Estudo e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2016) os países mais desenvolvidos do mundo apresentam altos índices de investimento na área educacional, como por exemplo: a Finlândia, o Japão e a Suécia, dados divulgados em 2015 pela *Education at a Glance: OECD Indicators*, esses são os países que apresentam, respectivamente, os melhores resultados em desempenho de sistemas educacionais do mundo.

Embora o Brasil tenha sido um dos países a apresentar maior taxa investimento em educação durante o período de 2009 a 2013, ele ocupa a posição 60º de 76 países avaliados, ou seja, observa-se que o âmbito educacional do país não está entre os melhores, devido a fatores como currículo escolar não atrativo, os estudantes terem dificuldades em acompanhar as aulas e alto índice de evasão ou abandono escolar antes de concluir o ano letivo, segundo dados apontados pelo relatório da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE em 2015 (INEP, 2016).

O Ensino da Matemática não foge dessa realidade, já que faz parte do cenário educacional e os desafios encontrados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática não são novos, são de origens muito antigas, perpassando gerações e chegando à contemporaneidade ainda com grandes entraves à aprendizagem de muitos. Ainda, hoje, esta disciplina vem se destacando em relação as demais, pelo baixo rendimento escolar, tanto em avaliações internas, quanto em avaliações externas preocupando pais, alunos e professores.

Nesse sentido, a Matemática ensinada nas escolas continua sendo vista por boa parte dos alunos como uma disciplina muito abstrata e difícil de ser entendida. Segundo Demo (2002), a Matemática é considerada uma matéria “bicho-papão”, na qual os professores são detentores do conhecimento repassando fórmulas, equações e do outro lado encontrando-se o aluno, passivo, reproduzindo nas provas todo o conteúdo transmitido pelo professor.

Nesta metodologia de ensino, estudar significa, literalmente, memorizar, decorar e colar. Segundo Khan (2013), o “[...] velho modelo da sala de aula simplesmente não atende às nossas necessidades em transformação. É uma forma de aprendizagem essencialmente passiva, ao passo que o mundo requer um processamento de informação cada vez mais ativo”.



Diante desse contexto, o interesse pelo estudo dessa temática se deve ao fato de o pesquisador ser docente do Ensino Médio e perceber a necessidade de mudanças na forma como a Matemática vem sendo lecionada pelos professores da área. Para tanto, faz-se necessário implementar práticas pedagógicas que conduzam o educando a construir o conhecimento através de situações reais, já que o conhecimento matemático é essencial para dia a dia, pois muitas são as situações diárias que exigem a capacidade de resolver problemas, uso do raciocínio lógico, criatividade e compreensão da matemática cotidiana.

Nesse viés, o Ensino da Matemática deve ser ministrado de forma contextualizada e potencializadora para o desenvolvimento das capacidades acima citadas. Todavia, percebe-se ainda hoje, que a Matemática lecionada no país, em sua maioria, privilegia a mera transmissão de informações, não a correlação entre os assuntos abordados em sala com a vivência do educando, e distanciamento entre teoria e prática. Desse modo, ainda prevalecendo a memorização e repetição de exercícios de fixação em grande parte das metodologias aplicadas.

Dessa maneira, faz-se necessário buscar metodologias e estratégias de ensino e aprendizagem que possam fazer com que o Ensino de Matemática esteja mais próximo da realidade do aluno, de modo a despertar os sentimentos, acima referidos, nos estudantes, assim como um novo olhar do professor em sala de aula de modo que este almeje torná-la mais atraente e agradável, contextualizando e relacionando suas aplicações práticas.

Nessa perspectiva, apresenta-se a Modelagem Matemática enquanto alternativa metodológica que pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013), esta metodologia pode ser compreendida como atividade parte de uma situação problema/tema, que através de procedimento matemáticos e pesquisa sobre o tema, busca alcançar uma solução desejável para este problema. Ou seja, trata-se de uma forma prazerosa, que dá significado ao conhecimento matemático atrelando-o com o nosso dia a dia.

Segundo Bassanezi (2015), esse ambiente de aprendizagem precisa estar associado à problematização (criar perguntas) e investigação (almeja a seleção e organização de informações), de modo que o estudante compreenda a realidade que o circunda, agindo como ser ativo e transformador, e com isso levando-os a perceber a importância da matemática.

Dessa forma, o problema de questão deste trabalho reside em: por que parte dos estudantes do ensino médio não conseguem aprender os objetos de conhecimento matemáticos de forma significativa?



De acordo com Bisognin (2008), a procura por melhoria do ensino básico de Matemática fez despontar a Educação Matemática, na qual diversas ações pedagógicas têm sido elaboradas, por equipes de estudiosos, envolvendo matemáticos, educadores, psicólogos, entre outros, na busca de métodos que auxiliem o ensino e a aprendizagem da matemática. Entre as diversas ações propostas nos últimos anos, vêm se destacando entre pesquisadores e estudiosos o uso da Modelagem Matemática no contexto escolar.

Segundo Biembengut e Hein (2014), essa metodologia pedagógica ao ser implementada no processo de ensino e aprendizagem poderá desenvolver o raciocínio lógico, possibilitar a resolução de problemas, despertar a motivação e curiosidade dos alunos. Além disso, o professor em sala de aula, quando faz a aplicabilidade dos objetos de conhecimento com situações cotidianas, ele promove aos educandos uma oportunidade de conviver com saberes vivos, práticos e úteis com bastante significado.

Diante do exposto, a Modelagem Matemática ao ser utilizada pelos professores em sala de aula como estratégia metodológica pode possibilitar a aprendizagem significativa dos discentes que apresentam dificuldades em compreender os saberes matemáticos. Com isso, optou-se por realizar este trabalho de pesquisa e para tanto se elencou os seguintes objetivos:

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 GERAL**

Verificar as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem matemática no ensino médio.

### **1.1.2 ESPECÍFICO**

- ❖ Discutir e detalhar a metodologia Modelagem Matemática em articulação com a Teoria da Aprendizagem Significativa;
- ❖ Vivenciar propostas de atividades de modelagem matemática na prática pedagógica do ensino de matemática;
- ❖ Refletir como a aprendizagem significativa pode ser alcançada pelos discentes mediante a utilização da Modelagem Matemática.

Assim, à luz de autores e pesquisadores da Modelagem Matemática como Barbosa (2001), Burak e Aragão (2012), Malheiros (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2013),



Biembengut e Hein (2014), Bassanezi (2015), Renz (2015) e entre outros, discute-se os desafios e as possibilidades da Modelagem Matemática enquanto alternativa metodológica.

Nesse sentido, este trabalho se justifica pela necessidade de discutir e experimentar alternativas metodológicas que promovam melhorias no processo de ensino e aprendizagem matemática. Assim, a Modelagem Matemática pode ser um caminho, já que ela pode proporcionar uma aprendizagem significativa ao educando, uma vez que de acordo com Burak e Aragão (2012), este tipo de metodologia pode possibilitar a superação do distanciamento entre os objetos de conhecimento abordados em sala e a realidade do discente, de modo a despertar o interesse, a curiosidade, a criatividade e espírito investigador do aprendiz.

Para desenvolver adequadamente a tônica da pesquisa proposta e obter os objetivos estabelecidos, o presente estudo foi organizada em 6 (seis) seções.

Na primeira seção, tem-se a introdução, em que são apresentadas as principais ideias que norteiam o trabalho, elucidando, principalmente, o problema foco da pesquisa, as hipóteses estabelecidas, os objetivos pretendidos e justificativa da realização deste trabalho

Na segunda seção é apresentada a fundamentação teórica da pesquisa versando sobre o contexto do ensino da Matemática e suas relações com Modelagem Matemática, o surgimento histórico da Modelagem, e suas concepções; por que fazer Modelagem Matemática? Como incorporar a Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem Matemática? Além de abordar a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, as condições básicas para sua ocorrência, suas relações com a Modelagem Matemática e os tipos de aprendizagem.

Já na terceira seção, tem-se a metodologia da pesquisa, enfocando as bases metodológicas que auxiliaram para realização deste estudo, visando situar o leitor no contexto da mesma, bem como mostrar a descrição do *corpus* e de todos os processos a cerca deste trabalho. Nesse sentido, é apresentada a caracterização da pesquisa (Método utilizado, a Natureza da pesquisa, a forma de abordagem, a classificação dos objetivos da pesquisa), bem como sobre o campo de pesquisa, universo e amostra, risco e benefícios, instrumentos de coleta de dados, procedimento metodológico, posicionamento ético e análise dos resultados.

Na quarta seção 04, apresenta-se as propostas de atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em sala de aula com estudantes de 2ª ano do Ensino Médio da rede pública estadual do município de Pereiro-CE. Essas atividades foram baseadas nos livros de “Modelagem Matemática na educação básica”, “A Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa” e “Modelagem Matemática no Ensino Médio” dos autores,



Almeida, Silva e Vertuan (2013); Burak e Aragão (2012); e Biembengut e Hein (2014, respectivamente, além de algumas atividades desenvolvidas pelo autor.

Na quinta e sexta seção, realiza-se a apresentação, a discussão e a análise dos resultados da pesquisa, obtidos antes, durante e depois do desenvolvimento da Modelagem Matemática em sala de aula. Para tanto, foram utilizados: questionário inicial com os estudantes, registro escrito dos discentes durante a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula e análise do questionário final, assim como a análise da entrevista semiestruturada com os professores que atuam na rede estadual de Ensino Médio do município de Pereiro/CE.

Na última seção são apresentadas as considerações finais, abordando as principais ideias discutidas no decorrer deste trabalho, principalmente aquelas no que tangem ao uso da Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica no ensino de Matemática e suas possibilidades de promover aos educandos uma aprendizagem significativa.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 CONTEXTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA E A MODELAGEM

Os dados estatísticos apresentados por instituições e órgãos oficiais brasileiros e internacionais, historicamente, vêm mostrando ao longo das últimas décadas resultados insatisfatórios nos rendimentos obtido pelos estudantes, principalmente do Ensino Médio, em conhecimentos matemáticos. Este fato tem sido constatado pelos resultados divulgados em 2015 pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – (PISA) e pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Segundo Brasil (2016, p. 18), o PISA é “[...] um conjunto de avaliações e exames nacionais e internacionais coordenados pela Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB), do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)”, que tem o intuito de desenvolver um conjunto de dados/indicadores para monitorar o conhecimento e habilidades de estudantes em diversos países do mundo.

Esta avaliação é realizada de três em três anos enfocando três áreas do conhecimento, Ciências, Leitura e Matemática, assim como também o domínio sobre resolução colaborativa de problemas. A última edição foi realizada em 2015 contendo uma amostra brasileira de 841 escolas, representadas por 23.141 estudantes e 8.287 professores, sendo os testes aplicados integralmente por computador mediante uma plataforma de aplicação *off-line* criada pelo PISA.

De acordo com o relatório divulgado pelo PISA 2015, pode-se observar que o desempenho dos estudantes avaliados em Matemática no ano de 2015 foi 377 pontos, desempenho bem inferior ao atingido em 2012 (389 pontos). Dessa forma não alcançando melhores níveis de proficiência em Matemática.

A situação se agrava ao diagnosticar que cerca de 70% dos estudantes encontram-se abaixo do nível 2 na escala de proficiência do PISA, a qual apresenta intervalo do nível 1 (menor proficiência) ao nível 6 (maior proficiência). Observou-se, também, que a maior dificuldade apresentada pela maioria dos estudantes reside no fato de lidar com a formulação “problemas ou resolução de situações matemáticas, mostrando a falta de preparo dos jovens na hora de transformar um problema inserido num contexto dado em um problema matemático” (BRASIL, 2016, p. 269).

Assim, pode-se perceber que a forma como o ensino de matemática vem sendo realizada no contexto escolar ainda predomina a memorização e a repetição dos objetos de conhecimento



abordados em sala como estratégia de ensino, não possibilitando a compreensão por parte dos alunos de que esta disciplina faz parte do cotidiano.

Este pensamento é corroborado por Pais (2006), ao afirmar que ações repetitivas são inseridas na prática pedagógicas dos professores que lecionam Matemática quando

[...] o aluno é levado a fazer exercícios do mesmo tipo, com base em um modelo fornecido pelo livro ou pelo professor. [...] No alto de suas páginas de exercícios geralmente aparece um modelo a ser seguido pelo aluno e logo abaixo, frases imperativas como: resolva, faça, multiplique, calcule some, seguidas de dezenas de exercícios do mesmo tipo, em que a única forma de representação são os números e os símbolos da aritmética [...] O resultado desse tipo de atividade é apenas o treinamento incentivado pela crença de que o aluno pode compreender situações próximas do modelo apresentado para, depois, aplicar o conteúdo. (PAIS, 2006, p. 36)

Nesse sentido, vê-se que os docentes transmitem verbalmente os objetos de conhecimento matemáticos, exigindo dos discentes a repetição e memorização dos conteúdos abordados. Não apresentando a correlação entre os objetos de conhecimento abordados em sala com a vivência dos estudantes e mantendo um distanciamento entre teoria e prática. Assim, tem-se uma prática pedagógica mecânica, descontextualizada e destituída de experimentação.

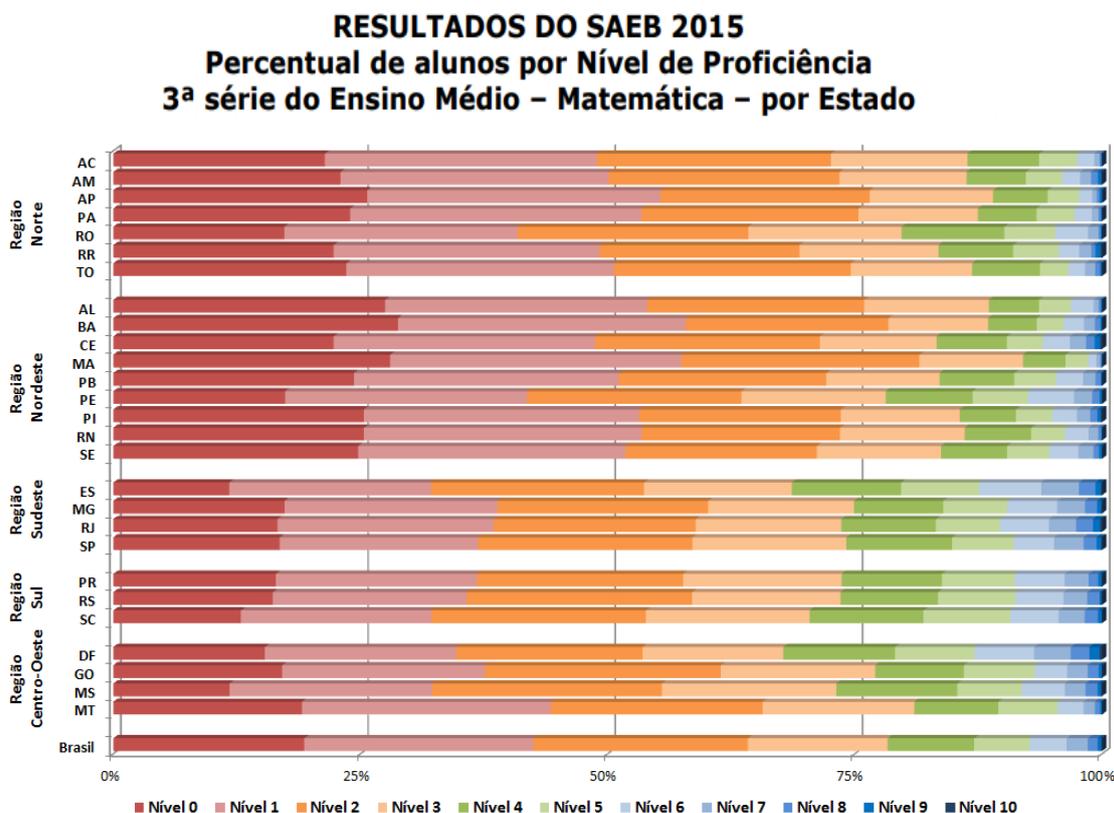
As evidências desses baixos rendimentos em Matemática pelo PISA, também é diagnosticado pelo Sistema de Avaliação Nacional do Brasil, ou seja, pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Esse sistema é um conjunto de avaliações externa em larga escala, composta atualmente pela Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), pela Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), e pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEAB). Sendo que apenas esta última visa avaliar os estudantes do Ensino Médio das redes públicas e privadas do país em Leitura e Matemática.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) tem como principal objetivo realizar um diagnóstico da educação básica, assim como fornecer um indicativo sobre a qualidade do ensino ofertado. Assim, segundo o INEP (2015) é possível oferecer subsídios a formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas nas esferas estaduais, municipais e federais, visando contribuir para melhoria da qualidade, equidade e eficiência do ensino. Além de produzir informações sobre os fatores do contexto socioeconômico, cultural e escolar que influenciam o desempenho dos estudantes brasileiros.

Os resultados na avaliação de Matemática, divulgados pelo INEP (2016) apresentou rendimentos baixíssimos em relação à aprendizagem dos saberes vinculados à Matemática em todas as regiões do país, apresentando uma grande concentração dos estudantes nos níveis de

proficiência 1,2,3 e 4 em uma escala que varia 0 (menor nível de proficiência) a 10 (maior nível de proficiência) de acordo com o gráfico abaixo.

Figura 01: Resultado do Saeb 2015 – 3ª série do Ensino Médio: Matemática



Fonte: Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB/INEP (2015).

Quando se analisa os dados da avaliação de Matemática desde o começo das avaliações externas do SAEB em 2005 até 2015, percebe-se que os resultados de Matemática vêm diminuindo a cada avaliação, ou seja, no ano de 2005 tinha-se uma proficiência média de 271 pontos. 10 anos depois, tem-se uma redução significativa na média da proficiência atingindo uma média de 267 pontos. Assim, percebendo-se que os alunos estão muito aquém do esperado para o nível de escolaridade avaliado.

Tabela 01: Desempenho dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio - Proficiência em Matemática

ANO	PROFICIÊNCIA
2005	271
2007	273
2009	275
2011	275
2013	270
2015	267

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).



Diante desse cenário de fracasso nos resultados de Matemática pelos alunos ao longo das edições do SAEB, observa-se que muito há de ser feito para reverter essa situação de dificuldades na aprendizagem matemática. E diversas questões estão associadas ao desenvolvimento de práticas pedagógicas nessa área que influenciam na qualidade do ensino realizado e nos resultados de aprendizagem alcançado pelos discentes que requer um olhar constante de educadores e pesquisadores.

Muitos são os fatores que colaboram para os baixos rendimentos em termo de aprendizagem dos saberes Matemáticos. Cordeiro (2015) ressalta dentre eles a metodologia utilizada para realizar o trabalho de sala de aula; o tipo de formação inicial e continuada dos professores que atuam no Ensino Médio, assim como sobre as acepções e crenças que os docentes possuem sobre a Matemática e seu processo de ensinar e aprender.

Nessa perspectiva, faz-se necessário que o ensino da matemática seja realizado de forma que proporcione uma aprendizagem significativa ao educando, quer dizer, uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da criatividade. Kahn (2013) afirma que a criatividade é, na maioria vezes, esquecida nas escolas, e que vários educadores não conseguem ver a Matemática como campo a explorar a criatividade.

Cordeiro (2015) advoga que a Matemática ensina nas escolas deve ser compreendida como uma das alternativas que irão ajudar o aluno a ter condições elementares para entender e atuar no mundo. Mas, esse componente curricular vem sendo realizado nas escolas de forma mecânica, privilegiando a repetição e memorização fazendo com que o discente apresente dificuldades em aprender o real significado do conhecimento matemático para o crescimento social e pessoa, já que nem sempre o uso dos objetos de conhecimento abordados em sala para solucionar os entraves do cotidiano.

Dessa forma, o ensino da Matemática sendo lecionado de forma meramente expositiva, faz com que os estudantes a classifiquem como uma disciplina muito abstrata, difícil de ser aprendida e a não gostarem de estudar os saberes matemáticos. Para Fossa e Bezerra (1998), a impopularidade da Matemática entre os discentes deve-se a uma série de fatores, especialmente a forma como os conteúdos de Matemática vem sendo trabalhado pelos professores.

Este pensamento vai ao encontro de Moraes e Renz (2005), ao elencar alguns fatores que conduzem os estudantes a não gostarem de Matemática:



A maioria dos alunos não sabe, não compreende ou simplesmente não gosta de Matemática, pois a metodologia utilizada é a mesma de seus avós, bisavós ou até mesmo tetravós. A abordagem ensino-aprendizagem utilizada pelos professores é tradicional, não se fundamenta implícita ou explicitamente em teorias empiricamente validadas, mas em uma prática educativa e na sua transmissão através dos anos. Os professores de Matemática tentam desculpar-se alegando que “a Matemática é uma ciência exata, não muda” (MORAES; RENZ, 2005, p. 404).

Com base nesses estudos em Educação Matemática, pode-se notar que muitos dos entraves que os estudantes apresentam em relação à aprendizagem dos conteúdos matemática deve-se as metodologias utilizadas em sala de aula pelos professores. Segundo Cordeiro (2015), para que estudante, realmente, aprenda os saberes intrínsecos à Matemática é necessário ser ofertado condições para que o entendimento seja realizado com sentido e significado.

Já na década de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs afirmavam que o modelo de prática pedagógica desenvolvido em Matemática, indicava que havia

[...] problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. A necessidade de reformular [...] objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama (BRASIL, 1997, p. 15).

Nesse sentido, infere-se a necessidade dos educadores em quebrar paradigmas e romper com as práticas metodológicas puramente explicativas e informativas. Conforme apontam muitos documentos oficiais que versam sobre as questões ligadas ao ensino de Matemática, dentre eles os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que visando oferecer um ensino de melhor qualidade, ressalta que os docentes poderão utilizar alternativas metodológicas almejando uma maior aproximação entre o trabalho realizado em sala de aula com as vivências dos estudantes fora do contexto escolar. Moraes e Renz (2005, p. 404) dizem que “[...] não é Matemática que precisa mudar, e sim a forma do ensino e aprendizagem da Matemática”.

Nessa perspectiva, na literatura atual se encontra diversas tendências da educação matemática que são apresentadas metodologias de ensino e aprendizagem Matemática, tais como: a História da Matemática, Etnomatemática, Jogos Matemáticos, Resolução de problemas e Modelagem Matemática. Assim, a presente pesquisa optou como foco de estudo a Modelagem Matemática, a qual encontra-se, nas últimas três décadas, como objeto de diversas discussões e análise, em muitos países.

Desse modo, diante do leque de possibilidades de alternativas metodológicas, o presente trabalho optou por focar nos estudos sobre a Modelagem Matemática, a qual se encontra, nas últimas três décadas, como objeto de diversas discussões e análises, em muitos países.



Segundo Biembengut e Hein (2014), muitos trabalhos experimentais, usando a essência da modelagem, vem sendo realizado no ensino e aprendizagem em diferentes níveis escolares, desde o ensino fundamental ao nível superior abordando sobre sua importância e as contribuições para o processo de ensino e aprendizagem matemática. No Brasil, a título de exemplo, existe diversos trabalhos experimentais realizados em cursos de formação continuada de professores e apresentação de centenas de trabalhos em congressos, encontros, simpósios entre outros.

Atualmente, ela se configura como um ramo próprio da matemática e vem conquistando cada vez mais espaço entre os estudiosos e pesquisadores da área, tais como: Barbosa (2001), Burak (2012), Burak e Aragão (2012), Malheiros (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Biembengut e Hein (2014), Bassanezi (2015) e Renz (2015) que discutem sua utilização como alternativa ao denominado **método tradicional**. Essas pesquisas se intensificaram como alternativa pedagógica, que segundo os autores anteriormente citados, promovem a motivação do educando, a facilidade de aprendizagem e a compreensão da aplicação matemática no cotidiano.

Nessa perspectiva, então, o que é Modelagem Matemática? Por que fazer Modelagem? Como fazer Modelagem? Todas essas indagações e debates sobre o que é verídico ou não, sobre o que é legítimo nesta metodologia de ensino, e até mesmo do que pode ter êxito ou não, estão sendo pesquisados mediante experiências escolares.

### 2.1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA: SURGIMENTO HISTÓRICO E CONCEPÇÕES.

De acordo com Biembengut (2009), o surgimento da Modelagem Matemática como estratégia no ensino de matemática tem suas raízes por volta da década de 1960, nos EUA – Estado Unidos da América. Além de diversos países da Europa, por intermédio de um grupo de pesquisadores denominados utilitarista que utilizavam aplicações práticas dos conhecimentos matemáticos para a ciência e sociedade.

Dentre os movimentos existentes na época, encontra-se o *Lausanne Symposium*, um simpósio realizado na Suíça em 1968, intitulado: *como ensinar matemática de modo que seja útil*, que tinha por objetivo ensinar matemática através de situações problemas da realidade dos estudantes e não apenas a mera aplicação prática, de modo a favorecer a habilidade para matematizar e modelar problemas.



Sob influência desses movimentos educacionais de âmbito internacional, a Modelagem Matemática na Educação brasileira remete a meados da década de 1970 e início dos anos 1980, tendo por representantes brasileiros da comunidade internacional, os professores e pesquisadores Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrósio, Rodney C Bassanezi como percussores brasileiros no uso da Modelagem. Em razão das discussões realizadas por estes autores e outros pesquisadores (João Frederico Mayer, Marineuza Gazzeta e Eduardo Sebastiam) em usar a Modelagem Matemática na sala de aula com o intuito de facilitar o ensino da Matemática e motivar o estudante a pesquisar fez aflorar a linha de pesquisa de modelagem matemática no ensino brasileiro.

Aristides Carlos Barreto foi o primeiro a realizar experiências de modelagem na educação brasileira, ser um dos poucos pesquisadores brasileiros a participar de congressos internacionais apresentando seus trabalhos sobre esta temática, além de divulgar suas pesquisas em cursos pós-graduação, revistas, artigos e anais de congresso. “Sua proposta implicava apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la”. (BIEMBENGUT, 2009, p. 11).

Aristides Carlos Barreto possuía uma grande coleção de modelos matemáticos de várias áreas do conhecimento oriundo de suas experiências e de seus alunos de graduação e pós-graduação, trabalhos estes quais foram apresentados em congresso, seminários e anais conquistando muitos seguidores, dentre eles: Rodney Bassanezi num Seminário sobre Modelos Matemáticos realizado na UNICAMP - Universidade de Campinas em 1979. Bassanezi já conhecia modelagem por meio da Matemática Aplicada, na década de 1980, ao coordenar um Curso para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral (CDI) de diversas Instituições de Educação Superior da região sul do Brasil.

Desse modo, pode-se observar que Rodney Carlos Bassanezi teve suas primeiras experiências com a Modelagem Matemática, na década de 80 e promoveu o primeiro Curso de pós-graduação em modelagem no país estimulando a criação de muitos outros nas mais diferentes instituições de ensino superior. Nesses cursos, o propósito do autor, acima citado, era levar os alunos a se familiarizarem com as atividades locais à qual pertenciam, e a partir desse contato com as questões da realidade, levantar situações problemas de interesse para serem investigados.



Assim, ambos os percussores, acima citados, foram essenciais no processo de implantação e propagação da modelagem na educação brasileira, através dos resultados de suas experiências que influenciaram centenas de adeptos por todo o país, embora que essas experiências tenham sido realizadas apenas em cursos de graduação e pós-graduação. Segundo Biembengut (2009, p. 13) “[...] não há como subestimar o mérito e a validade das propostas dos percussores, o importante é reconhecer as contribuições positivas pelos percussores da modelagem na educação”.

No que tange as concepções de modelagem do ponto de vista conceitual, pode-se dizer que Modelagem Matemática apresenta uma noção primitiva, quer dizer, não existe uma definição única sobre Modelagem Matemática. Todavia, podemos observar um consenso entre os principais estudiosos da área de que a Modelagem Matemática é um processo que parte de uma situação real, passa pela obtenção de um modelo e pela análise e interpretação de sua solução, confrontando-a com a situação estudada.

Nessa perspectiva, apresenta-se as concepções de cinco autores renomados que versam sobre modelagem matemática, dentre eles: Bassanezi (2015), Biembengut e Hein (2014), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Burak (2012) e Barbosa (2001). Outros estudiosos poderiam ser facilmente escolhidos, no entanto esses pesquisadores representam significativamente a área, uma vez que eles estão envolvidos ativamente em eventos importantes, como a CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, assim como por suas dissertações ou teses estarem relacionadas sobre a temática em questão e direcionadas para a educação matemática.

Para Bassanezi (2015, p. 24), a concepção de Modelagem Matemática se refere a:

Um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Nesse sentido, observa-se que a Modelagem Matemática para Bassanezi é uma forma de tentar compreender a matemática no cotidiano, de traduzir um problema real para a linguagem matemática. Ele afirma que a Modelagem quando aplicada ao ensino pode ser uma alternativa para despertar maior curiosidade, motivação, ampliar o conhecimento do estudante e ajudar na estruturação de sua forma de pensar e agir.

Em âmbitos escolares, o trabalho com situações do dia a dia (reais) pode tornar a matemática mais dinâmica e prazerosa, possibilitando maior eficiência no processo de ensino e



aprendizagem. Embora as situações fictícias ou artificiais envolvam os alunos, não se deve privilegiá-las, já que as situações reais colocarão os educandos frente a entraves que efetivamente se referem “[...] a um contexto social e cultural vivenciado em determinado momento da história da humanidade” (FLEMMING; MELLO, 2005).

Nesse sentido, a Modelagem Matemática vem como uma forma de levar o estudante a apreender conceitos da matemática, desenvolver sua capacidade/habilidade crítica-reflexiva e despertar sua imaginação (criatividade), na medida que se relaciona com situações reais do seu entorno. Esta concepção está de acordo com Biembengut e Hein (2014, p. 12), pois para eles a:

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimentos de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Com isso, percebe-se que o processo da Modelagem Matemática parece ser uma atividade não tão simples de ser assimilada, uma vez que se faz necessário a interpretação da realidade através da intuição e da criatividade, pois não há uma fórmula pronta ou definida na resolução dos problemas. A elaboração de um modelo depende do conhecimento que se tem da Matemática, uma vez que se o conhecimento se limitar a matemática básica, aritmética ou medidas, o modelo poderá ficar limitado a esses conceitos.

De modo mais claro e objetivo Biembengut e Hein (2014, p. 12) apresentam o Modelo Matemático como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”, podendo ser formulado por uma expressão numérica, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas e programas computacionais etc.

Sob o olhar de Barbosa (2001, p. 05), a Modelagem Matemática é uma:

[...] oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade.

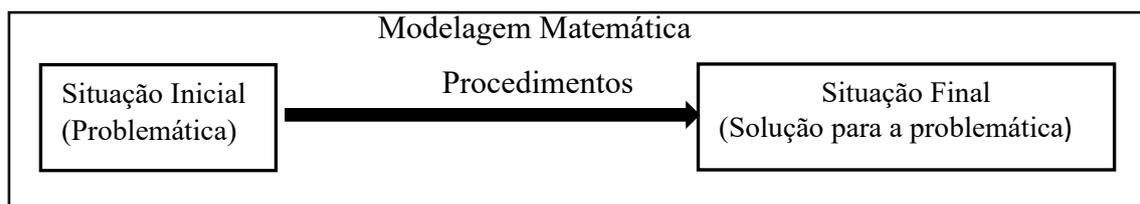
Quer dizer, a modelagem surge como ambiente de aprendizagem, onde os alunos são convidados a problematizar e/ou investigar, através da matemática, situações da realidade. É preciso, portanto, que nas salas de aulas sejam implementados um processo de ensino e aprendizagem que promovam a investigação, desenvolva raciocínio, resolução de problemas e que desperte a curiosidade dos alunos. Para Barbosa (2004), “[...] o ambiente de modelagem

está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas”.

Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Atendendo, dessa forma, um dos maiores empecilhos do século, fazer com que o estudante compreenda a realidade que o circunda, agindo como ser ativo e transformador, além de perceber a importância da matemática no em seu cotidiano.

Diante do exposto, percebe-se que as concepções de Modelagem Matemática apresentadas por Bassanezi (2015), e Biembengut e Hein (2014), vão ao encontro de Almeida, Silva e Vertuan (2013). Para estes últimos autores, a Modelagem Matemática pode ser descrita como uma atividade que envolveu uma situação inicial (problema), uma situação final (solução) e conjunto de procedimentos e conceitos matemáticos para passar da situação inicial para a situação final. A concepção desses autores pode ser representada pela Figura, abaixo.

Figura 02: Situação inicial e situação final na Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 12)

De acordo com a Figura 02, a situação inicial representa o problema da realidade que para ser solucionado (situação final) precisa de mecanismos ou procedimentos matemáticos que sirvam de subsídios para resolver o problema, o que se chama de Modelo Matemático. Segundo Almeida (2013), este modelo tenta de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas que se torna presente, podendo ser expresso em uma tabela, gráfico, equação e etc. Assim a Modelagem Matemática visa propor soluções para um problema por meio de modelos matemáticos, ou seja, o que dá forma à solução do problema.

Em consonância com esta concepção, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (2000) estabelecem que o ensino de matemática deve resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos. Sendo que é preciso desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, criatividade, além de estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas.

### 2.1.2 POR QUE FAZER MODELAGEM?

Nas últimas décadas muitos pesquisadores e estudiosos da educação matemática têm discutido e apresentado projetos e trabalhos sobre a incorporação da Modelagem Matemática na sala de aula. Dentre os argumentos defendidos por essa implementação, deve-se: a ocorrência da aprendizagem significativa, integração entre os indivíduos, motivação no estudo da matemática, entre outros.

Com base em Almeida, Silva e Vertuan (2013), a aprendizagem significativa tem origem e significado na Teoria de David Ausubel, psicólogo norte americano que publicou diversos trabalhos sobre aprendizagem. Para ele, as condições necessárias para que haja aprendizagem significativa são:

a) o material organizado para o ensino deve ser potencialmente significativo; b) a estrutura cognitiva do aluno deve dispor de conhecimentos prévios que permitam relacionar o que o aluno já sabe com os novos conhecimentos; c) o aluno deve apresentar uma predisposição positiva para aprender de maneira significativa, ou seja, relacionar o conhecimento que já tem o com que deve aprender (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 36).

Nesse contexto, vê-se que a Modelagem Matemática está intrinsecamente relacionada com Teoria de Ausubel, pois percebemos que ela pode contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem significativa, uma vez a realização da atividade de modelagem em sala de aula promove um ensino significativo, considera os conhecimentos prévios dos alunos, além de influenciar na motivação dos estudantes.

Nessa perspectiva, a aprendizagem significativa será concretizada quando os objetos de conhecimento abordados em sala estiverem ligado a algo que já se conhece, e/ou pertence a realidade dos alunos, sendo indispensável, também, a consideração dos conhecimentos prévios dos alunos para que estes possam relacionar com os novos saberes. Caso contrário, ocorrerá aprendizagem mecânica ou repetitiva, prevalecendo apenas decoração de fórmulas e conceitos.

Outro aspecto positivo na utilização de atividades de Modelagem refere-se à integração entre os indivíduos, já que é vista como uma atividade essencialmente cooperativa. A realização destas atividades na interação entre alunos e entre alunos e professores é de fundamental importância, pois a integração tem um importante papel na construção do conhecimento e nas relações sociais. Para Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 32), a “[...] integração é um elemento essencial à vida dos seres humanos em comunidade”.



Sendo assim, essas atividades ao visarem a discussão na resolução de situações problemas, promovem aos agentes envolvidos a oportunidade de trabalharem juntos com o mesmo objetivo de modo a alcançarem uma determinada solução. Essas atividades são organizadas pelo professor, como também, entre aluno e professor, o qual define e orienta os comportamentos desejados para os discentes no desenvolvimento da aula. Esse artifício possibilita aos educandos o ganho de autonomia e de responsabilidade para tomar decisões no ao longo da realização das atividades em sala.

Dentre os aspectos mais discutido na literatura que justificam a inclusão da Modelagem Matemática no âmbito escolar, surge a motivação como elemento impulsionador para o despertar e interesse pelo gosto do educando a Matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2013) afirmam que a inclusão de situações problemas no ensino da matemática proporcionam ao estudante o contato direto com situações cotidianas de modo a levá-lo a perceber a relação entre teoria (conhecimento teórico) e prática (realidade).

Desse modo, a aplicação de conceitos matemáticos apresenta-se como uma alternativa para o sucesso das aulas de Matemática, podendo motivar os alunos para a participar das atividades de Modelagem Matemática e a construir conhecimentos. Diversas são as razões para sua utilização como ferramenta no ensino da Matemática, pois muitos são os benefícios para o processo de ensino e aprendizagem Matemática.

Para Biembengut (2014, p. 18 - 19) a utilização desta metodologia pode:

Aproximar uma outra área de conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade.

Destarte, o processo de ensino tradicional se difere do ensino por meio modelagem baseada na investigação e indagação, já que através desta metodologia o processo de ensino e aprendizagem matemática não está centrado na Figura do professor, como detentor de todo o conhecimento, ele apresenta-se como mediador entre alunos e o conhecimento a ser construído.

Isso porque é dado-lhe a oportunidade de estudar situações problemas mediante a pesquisa, de modo a desenvolver seu interesse e senso crítico. Diante destes argumentos, observa-se que a utilização da Modelagem Matemática na resolução de situações problemas, leva o aluno vislumbrar a valorização da Matemática e desenvolver habilidades em solucionar problemas da vida diária.

No entanto, acredita-se que a utilização desta metodologia não é tarefa fácil, já que apresenta diversos entraves, tanto para professores quanto para alunos: Para estes apresentam-se a falta de interesse e de experiência ao trabalhar com esta nova metodologia. Por outro lado, para aqueles a falta de conhecimento desta metodologia durante a formação acadêmica, falta de tempo necessário para desenvolvê-la, falta de disponibilidade para aprender e aplicar a Matemática, além da rejeição a rupturas de paradigmas.

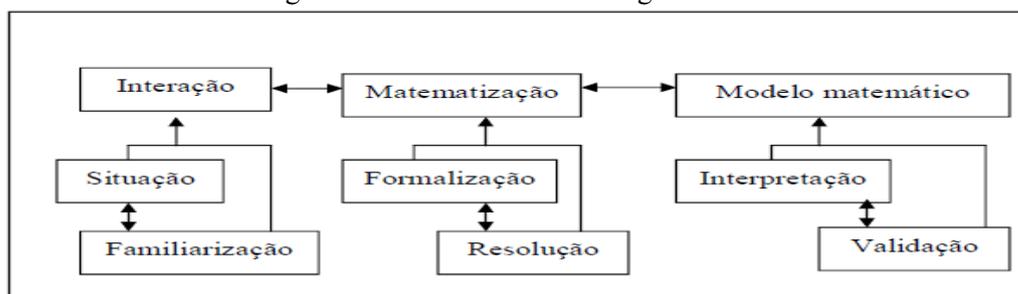
Todavia, todas essas reações são normais, já que tudo o que é novo, no primeiro momento assusta, causa estranheza e rejeição. Para Barbosa (2004), estes impactos são temporários, uma vez que a partir do momento em que os educandos se envolvem com a modelagem mudanças significativas acontecem com turma, dentre elas: desperta a curiosidade, motivação e maior interesse dos estudantes pelos assuntos abordados em sala.

### 2.1.3 COMO INCORPORAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA?

Uma atividade de Modelagem Matemática descreve uma situação inicial (SI), uma situação final (SF) e um conjunto de procedimentos e conceitos matemáticos necessário para passar da situação inicial para a situação final. Este processo de mediação entre esses extremos envolve uma série de procedimentos para a configuração, estruturação e organização de uma situação-problema que são: Interação, Matematização e Modelo Matemático.

Sob à ótica de Biembengut e Hein (2014), o professor ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, ele deve seguir 03 (três) do processo, a saber:

Figura 03: Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2014, p. 15)

A primeira etapa, refere-se à **interação**, ou seja, o foco central nessa fase reside na escolha de um tema, onde o educando tem o contato inicial com o assunto a ser estudado em sala de aula, de modo a conhecer todas as suas características e peculiaridades. Para tanto, é



preciso buscar informações, fazendo levantamento de pesquisa ou consultas em livros, revistas, periódicos, *sites*, para obter informações quantitativas e qualitativas para resolução do problema, como também determinar o problema a ser investigado. Em suma, nesta fase deve ocorrer a familiarização da situação-problema.

A segunda etapa diz respeito a **Matematização**, ou seja, consiste em transformar a linguagem natural (o problema a ser investigado e elaborado da fase anterior) em uma linguagem matemática. Para Biembengut e Hein (2014), esta etapa é mais complexa a ser elaborada, uma vez que exige do educando conhecimento matemático, criatividade e intuição para criação de um modelo matemático que seja capaz de resolver o problema proposto, podendo esse modelo ser expresso em fórmulas, equações, gráficos, programa computacional, enfim em linguagem matemática.

A terceira e última etapa consiste no **Modelo Matemático**, ou seja, consiste em fazer a análise e interpretação dos resultados obtidos do problema abordado em sala, de modo que os sujeitos envolvidos possam verificar a validação do modelo construído. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), o educando necessita expor para outras pessoas o julgamento do valor da teoria e método, apresentar e justificar suas escolhas baseadas em argumentos racionalmente fundamentados. Caso o modelo não corresponda as expectativas que o gerou, processo precisa ser retomado para a fase anterior, alterando as hipóteses e variáveis realizando novos ajustes ou mudanças.

Nesse sentido, observa-se que uma atividade de Modelagem Matemática é iniciada, segundo Bassanezi (2015) com a:

- Escolha do assunto a ser abordado e desenvolvido pelos alunos;
- Coletar Dados, ou seja, buscar todas e quaisquer informações sobre o tema a ser estudado;
- Logo após, fazer a elaboração dos problemas ou levantamento de hipóteses;
- Selecionar as variáveis necessárias envolvidas nos problemas e formulação das hipóteses;
- Sistematização dos conceitos que serão usados na resolução por meio dos modelos;
- Fazer a interpretação da solução, onde se cria o Modelo Matemático.
- Validação dos modelos, observando se o modelo apresenta-se com válido ou não à situação proposta.

Segundo Biembengut (2014), o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torna mais interessante, à medida que o educando é corresponsável por seu aprendizado e o educador pode ampliar seus conhecimentos com a escolha de cada tema ser estudado.

Assim, o uso da Modelagem Matemática deve ser introduzida em sala de maneira gradual, em consonância com o tempo disponível que se tem para planejar. Uma vez que segurança e habilidade só se adquire com a experiência. Nesse sentido, há 3 (três) casos ou possibilidades para a utilização da Modelagem Matemática de acordo com atividades que serão realizadas pelo professor e/ou aluno. De acordo com Barbosa (2004, p. 20), tem-se que:

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação; No caso 2, os alunos deparam-se e apenas com o problema para investigar, mas tem que sair da sala de aula para coletar dados; No caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas “não-matemáticos”, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos.

Para entender melhor esses casos/níveis de modelagem, veja o esquema, abaixo:

Tabela 02: Níveis de atividades de modelagem matemática

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
<i>Elaboração da situação-problema</i>	professor	professor	professor/aluno
<i>Simplificação</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Resolução</i>	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 10).

Assim, de acordo com tabela, observa-se que no caso 1 o professor lança a situação problema, fornece aos estudantes todas as informações e dados (qualitativos ou quantitativos) necessários para a resolução do problema, além de fornece um modelo matemático (gráfico, tabela, fórmula) que seja capaz de resolver a situação inicial cabendo-lhes apenas utilizar o modelo matemático para resolução do problema (investigação).

No caso 2, a situação problema, também, é estabelecida pelo professor aos alunos, mas a coleta de dados ou informações (qualitativos ou quantitativos) do problema abordado, será



realizado pelos estudantes, que divididos em grupos, terão que sair da sala de aula para investigar ou solucionar o problema. Nessa fase os alunos, terão ainda que realizar a definição de variáveis, a formulação das hipóteses, a obtenção e validação do modelo matemático.

Nesse sentido, percebe-se que a diferença, primordial, do 1º para o 2º caso se dá na independência do estudante na escolha dos procedimentos matemáticos essenciais para a realização da investigação, conferindo ao aluno confiança, e responsabilidade para que possa realizar futuramente, sozinho, todas as fases da modelagem, embora que em certa medida são, orientadas e avaliadas pelo professor.

No caso 03, observa-se que esse nível apresenta uma maior complexidade, já que a quantidade de tarefas realizada pelo professor diminui na medida em que a do aluno aumenta. Nesse caso, os estudantes são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem. Em que o estudante terá uma maior responsabilidade para solução do problema, ou seja, o mesmo terá que formulá-lo, além de realizar a coleta de dados e resolver a situação problema.

Vale ressaltar que para Barbosa (2004), o professor ao adotar a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica em sala de aula deve começar a trabalhar com modelos mais simples e de curta duração. Desse modo, deve-se escolher os casos do tipo 01, considerando o tempo previsto para a execução da atividade a ser proposta, levando em conta o conhecimento prévio dos alunos e analisando a motivação e participação dos mesmos.

E paulatinamente ir adentrando os outros níveis, à medida que se sentir seguro, confiante, e perceber que os alunos estão preparados para avançar. Com isso o professor irá desenvolvendo uma postura mediadora entre o conhecimento (a ser transmitido ou repassado) e o aluno, deixando de ser o indivíduo detentor e transmissor do saber para ensinar a construção do conhecimento (aprender).

Portanto, acredita-se que através da implementação da Modelagem Matemática como metodologia se abre um leque de possibilidades para os docentes e discentes trabalharem a Matemática (por meio da pesquisa e investigação) direcionada para a realidade, envolvendo diversas temáticas contribuindo para o desenvolvimento de novas descobertas e ampliação de novos conhecimentos. Porém, ambos, precisam compreender que este caminho apresentará acertos e erros.

## 2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

### 2.2.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

A Teoria de Aprendizagem Significativa foi construída pelo Psicólogo da Educação, David Paul Ausubel, filho de imigrantes judeu, e nascido em 1918 nos Estados Unidos em um contexto histórico marcado pelos movimentos migratórios existentes no final do século XIX e início do século XX. A insatisfação com modelo de educação vigente nas escolas norte-americanas, resultante do sofrimento que ele passou, segundo Aragão (1976), despertou em Ausubel o interesse pela forma de como ocorre a aprendizagem e o levou a dedicar grande parte de sua vida à elaboração de uma teoria da aprendizagem decorrente do ensino.

Ele se opõe aos modelos correntes da época de como se tratam o processo de ensino e aprendizagem, de forma geral, já que à maneira de educar dar-se “[...] justamente pela ausência de preocupação de procedimentos rotineiros e mecânicos do ensino vigente, ditos pedagógicos, em relação ao sujeito que aprende, ao estudante”. (BURAK, 2012. p. 22). Assim, Ausubel (2003) procurou com o desenvolvimento de sua teoria dar oportunidade ao indivíduo de expressar suas vivências, de forma a ter uma aprendizagem significativa.

Para compreender o conceito de aprendizagem significativa, observar a Figura abaixo.

Figura 04: Esquema Geral da Aprendizagem de David Paul de Ausubel



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).



A Figura acima representa o esquema geral da Aprendizagem Significativa. E de acordo com Ausubel (2003), a estrutura cognitiva (local de armazenamento de informações no cérebro) é definida como a organização de informações, conceitos e ideias, de um dado indivíduo e somatório do conteúdo total resultante da organização e armazenamento de informações na mente daquele que aprende, chama-se aprendizagem cognitiva.

A estrutura cognitiva pode ser compreendida como um conjunto total organizado e armazenado de conceitos, ideias e informações de um dado indivíduo, sendo que seu processo dá ênfase na aquisição, armazenamento e organização de ideias no cérebro do aprendiz, sendo ela organizada e hierarquizada. Desse modo, Ausubel (2003) conceitua a aprendizagem como uma ampliação da estrutura cognitiva mediante a incorporação de novas ideias ou informações, podendo ser classificada em aprendizagem significativa e mecânica.

Essa distinção entre esses dois tipos de aprendizagem consiste no elemento central dessa teoria, sendo que “[...] a aprendizagem significativa é o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento” (AUSUBEL, 2003, p. 81). Ou seja, para que ocorra esse tipo de aprendizagem, é necessário partir daquilo que o aluno já sabe ou deveria saber em cada nova situação de aprendizagem, denominado por Ausubel (2003), como subsunçores.

Pensamento compartilhado por Novak (1981), ao afirmar que aprendizagem significativa é um processo no qual uma nova informação relacionada a um aspecto, já existente na estrutura de conhecimento do indivíduo” ocorrendo de forma não arbitrária e substantiva. Isto quer dizer, que:

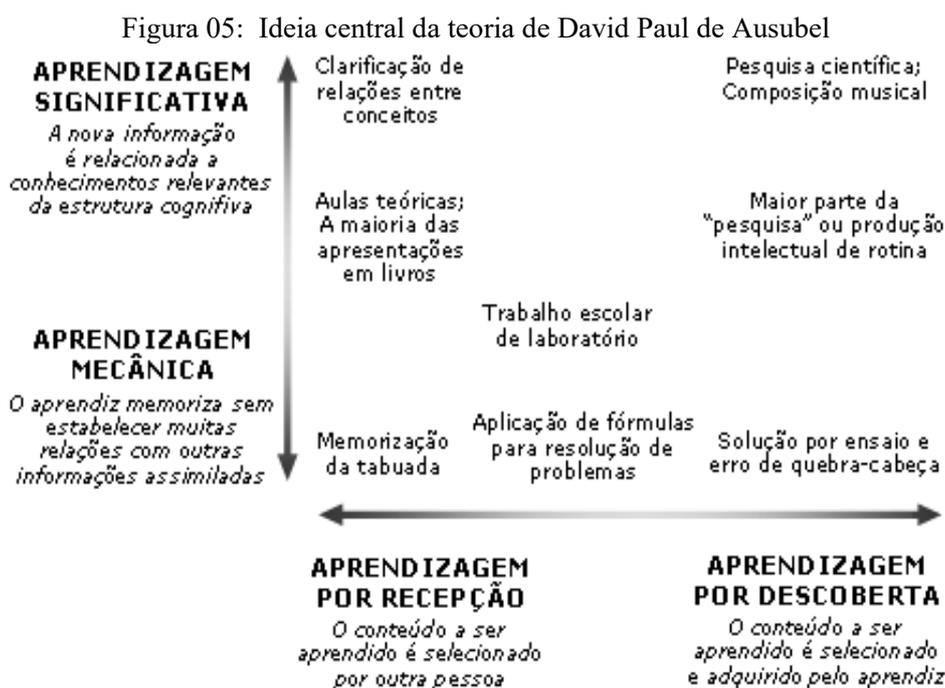
[...] base da aprendizagem não pode ser a imposição, a arbitrariedade ou a casualidade nem carecer de sentido para o sujeito aprende, o estudante. Daí decorre a *substantividade ideacional* das relações que podem ser feitas pelo aluno no contexto de atribuições de significados ou da aprendizagem (BURAK, 2014, p. 24).

Com isso, para que a aprendizagem seja significativa ela deve apresentar duas características básicas: **não arbitrária** ou seja, não deve ser realizada de forma aleatória, casual, a força ou de forma mecânica, já que existe uma relação lógica entre a nova informação e o aspecto relevante (subsunçor). Esse aspecto relevante (subsunçor) pode ser compreendido como um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva do aprendiz, que servi de ponto de **ancoragem (grivo do autor)** para uma nova informação permitindo ao indivíduo atribuir-lhe significado.

Como também deve ser **substantiva (não *verbatim*)**, pois uma vez aprendido o conteúdo de uma forma, o indivíduo será capaz de explicá-lo com suas próprias palavras. O importante nesse sentido é que o sujeito que aprende seja capaz de externar, explicar os objetos de conhecimento apreendido de forma sinônima, sendo realizada não de forma mecanizada ou decorada (Aprendizagem mecânica).

Este tipo de aprendizagem é aquele em que a nova informação não se relaciona com os aspectos relevantes (subsunçores), onde a aprendizagem ocorre de **forma arbitrária**, não apresentando flexibilidade (não foi incorporada e armazenada na estrutura cognitiva) e **literal** (não substantiva) a qual não apresentará longevidade (dentro de poucos dias será esquecida). No entanto para ele não podemos sobrepor a Aprendizagem Significativa em relação a Aprendizagem Mecânica, pois não se trata de uma dicotomia, mas de um contínuo no qual elas ocupam os extremos.

Essas dimensões da aprendizagem são postas e compreendidas como polos de um mesmo contínuo, uma vez que não expressam aprendizagens antagônicas. Isto porque, de acordo com Burak (2012, p. 24), “[...] em qualquer processo de aprendizagem para aquisição de conhecimento há possibilidade de o estudante aprender, em termos progressivos ou gradativos, mais e menos de forma mecânica ou memorística e mais ou menos de forma significativa ou em compreensão”. Outro conceito importante para compreensão da Teoria de Ausubel (2003), refere-se a aprendizagem significativa por recepção e por descoberta.



Fonte: Buralk e Aragão (2012, p. 74).



A aprendizagem significativa por recepção, a aprendizagem advém da exposição de ideias ao aluno, ou seja, de tudo aquilo que é apresentado ao aprendiz, seja mediante a exposição oral, um livro, um vídeo por outra pessoa. A aprendizagem por descoberta, por sua vez, o conteúdo principal a ser aprendido é selecionado e adquirido pelo aprendiz, quer dizer, pesquisado. Assim, a ideia central da teoria Ausubel (2003), consiste em distinguir as dimensões da aprendizagem (1) significativa-mecânica e (2) recepção-descoberta.

Dessa forma, o pensamento central dessa teoria pode ser reduzido a único princípio “[...] de todos os fatores que influenciam a aprendizagem, o mais importante consiste no que o aluno já sabe. Investigue-se isso e ensine-se ao aluno de uma forma consequente.” (AUSUBEL, 1982, p. 163). É nessa perspectiva que a teoria de Ausubel (2003) procura construir um modelo teórico de aprendizagem que explique como os alunos adquirem conceitos e generalizações que são ensinados na escola e como resolvem problemas peculiares às atividades escolares e ao mundo em que vivem.

Nessa perspectiva, para realizar tal aprendizagem, convém ressaltar as suas condições para ocorrer a aprendizagem significativa. Uma vez que se observa que a Educação escolar brasileira prossegue ofertando, de modo geral, aos nossos alunos uma aprendizagem que se limita a decoração, reprodução e aplicação daquilo que é ensinado.

[...] a escola persiste em continuar a solicitar dos estudantes o uso excessivo da memória, não só no que tange ao ensino de Matemática pela repetição mecânica de algoritmos, mas também pela padronização estéril da resolução de problemas, pela descontextualização de situações sociais e pela mera aplicação de fórmulas (BURAK, 2012, p. 17).

Desse modo é necessário ter a percepção que tipo de aprendizagem a educação brasileira está ofertando aos estudantes, não apenas no ensino de matemática como também nas outras áreas do conhecimento. Pois, percebe que muito da aprendizagem usualmente oferecida nas escolas é memorística sem significado que resulta das avaliações e procedimentos de ensino que estimulam este tipo de aprendizagem.

Para ter uma aprendizagem não mecânica, é preciso que ela esteja atribuída de sentidos e significados ao que se aprende. Deve-se compreender e ultrapassar os simples cumprimentos de atividades escolares, já que não basta apenas aprender, é essencial aprender com significado. Para tanto, segundo Moreira (2011), o indivíduo deve relacionar um novo conhecimento a proposições e conceitos relevantes em sua estrutura cognitiva, isto é, que já existam com certo grau de clareza, estabilidade e diferenciação.



Desse modo, para que ocorra tal aprendizagem uma das principais argumentações de Ausubel em sua teoria é que é preciso partir do conhecimento que o estudante ou aprendiz já sabe. Aragão (1976) destaca duas condições essenciais de ocorrência: (i) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender (ii) deve haver uma disponibilidade de material relevante e (iii) o material deve ser potencialmente significativo. Segundo Aragão essas condições implicam em:

[...] intenção do aluno para aprender significativamente, isto é, disposição para relacionar o novo material não-arbitrário e substantivamente a sua estrutura cognitiva. (ii) disponibilidade de elementos relevantes na sua estrutura cognitiva, com os quais o material a ser apreendido possa se relacionar-se de não arbitrário e substantivo, incorporando-se a estrutura e (iii) que o material a ser apreendido seja potencialmente significativo para ele, isto é, relacionável de modo não-arbitrário e substantivo aos elementos relevantes da sua estrutura cognitiva (ARAGÃO,1976, p. 19).

A primeira condição talvez seja mais difícil de ser satisfeita do que a segunda: o aprendiz para relacionar o material a sua estrutura cognitiva precisa estar “disposto” a aprender, que tenha disposição de relacionar o novo material a ser apreendido seus conhecimentos prévios. Ou seja, isso significa predisposição para aprender, e essa condição indica se a intenção do aprendiz for memorizar o material relacional, o produto será mecânico.

Nesse sentido, o estudante precisa querer ou ter vontade de aprender de maneira significativa. Esta motivação do estudante em querer ou tentar aprender tentando incorporar novos significados ao seu conhecimento prévio, é algo que não está sob o controle do docente. O estudante é quem precisa encontrar sentido à atividade caracterizando uma motivação intrínseca.

O material potencialmente significativo ou material relacional a ser apreendido para que possa garantir a ocorrência da aprendizagem significativa deve ser incorporado na estrutura cognitiva do estudante de modo não arbitrário (sem qualquer imposição), e substantivo (em termos compreensivos), isto é, se o material adotado não for passível de estabelecimento de relações compreensivas com o que o aluno já sabe, a aprendizagem será mecânica, memorística e sem significação (aprendizagem mecanizada).

Nesse sentido o potencial de significação da aprendizagem depende da natureza do material, ou seja:

a) este deve ser suficientemente não arbitrário e não aleatório de forma que se possa ser relacionado com idéias correspondentes e relevantes no escopo da capacidade humana. (...) a propriedade segundo a qual pode-se determinar se o material é potencialmente significativo é denominado, por Ausubel, significação lógica. (BURAK, 2012, p. 31)



Assim, para que haja aprendizagem significativa se faz necessário a interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação seja não-literal, quer dizer, não ao pé da letra e não-arbitrária (sem qualquer imposição). Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou mais estabilidade cognitiva.

## **2.2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E SUAS RELAÇÕES COM MODELAGEM MATEMÁTICA**

A Metodologia da Modelagem Matemática, na perspectiva do ensino e da aprendizagem (através de atividades didáticas) e a aprendizagem significativa, apresentam alguns pontos de convergência, pois como foi exposto, anteriormente, a aprendizagem significativa pode se efetivar sobre a influência de vários fatores, dentre eles: o material de ensino, a condição de existência de conhecimentos prévios e predisposição positiva do aluno para aprender, o que não depende de sua estrutura cognitiva, mas de fatores motivacionais.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), a teoria de Ausubel indica condições básicas para que o ensino conduza a uma aprendizagem significativa, são elas: i) O material organizado para o ensino deve ser potencialmente organizado; ii) A estrutura cognitiva do aluno deve dispor de conhecimentos prévios que permitam relacionar o que o aluno já sabe com os novos conhecimentos. iii) O Aluno deve apresentar uma predisposição positiva para aprender de maneiras significativas, ou seja, para relacionar o conhecimento que já tem com o que deve aprender.

Desse modo, faz-se necessário elaborar situações didáticas que possam contemplar esses fatores. Na área da Educação Matemática, encontra-se diversos trabalhos (artigos, monografias, dissertações e teses) que apontam atividades sobre a Modelagem Matemática com tais características que podem auxiliar as condições destacadas por Ausubel, sejam ativadas durante o seu desenvolvimento.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), essa integração da Modelagem Matemática associada a teoria de aprendizagem significativa propostas por Ausubel resultam em atividades de aprendizagem altamente estimulante e motivadora para aqueles discentes que se encontram desmotivados. Assim, a Modelagem Matemática apresenta alguma influência sobre motivação dos alunos e de forma abrangente, as pesquisas mostram que a predisposição para aprender dos alunos, mesmo que ausentes no início, surgem durante o desenvolvimento das atividades.



Outro aspecto bastante importante se refere às relações interações interpessoais entre os estudantes promovidas pelas em atividades de modelagem em grupo. Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 37) afirmam que “[...] ainda que a aprendizagem não seja uma atividade que se possa compartilhar, pois é algo de responsabilidade de cada um, o que pode ser compartilhado, discutido e negociado, são os significados”. Em outras palavras, que atividades realizadas em grupo (compartilhada) podem proporcionar uma aprendizagem para cada participante de maneira compartilhada. Além de ter função social de integração proporcionando um ambiente de discussão e permuta de significados.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática trabalhada em sala de aula apresenta um caráter necessariamente cooperativa, já que as atividades são trabalhadas em grupo, possibilitando a cooperação e integração entre os estudantes, estudantes e professores tendo um papel essencial na construção do conhecimento podendo contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Assim, atividade de Modelagem Matemática nos remete a resolução de situações problemas, que de modo geral, não são solucionadas através de mecanismos predeterminados e cujas soluções não são conhecidas previamente. Dessa forma, a solução positiva de um problema depende da aplicação correta do método de resolução, das formas de que ocorre e a interação entre as estruturas cognitivas do estudante e novo conhecimento.

Nessa perspectiva na Modelagem Matemática, a aprendizagem do estudante não se limita a decoração, reprodução e aplicação daquilo que é ensinado. Ela vai além, é vista como algo transformador com destaque no aprender, no sentido de compreender e ultrapassar os simples cumprimentos de atividades escolares, assim entendemos que não basta apenas aprender, é essencial aprender com significado.

Com isso, a utilização da Modelagem matemática favorece na aprendizagem significativa, uma vez que Ausubel (2003) compreende que aprender com significado não se refere a apenas a assimilação de uma nova informação, mas sim compreender tanto essa nova informação como o conhecimento prévio, os quais são alterados através da interação entre ambos. Desse modo, o resultado dessa interação é um novo conhecimento que servirá posteriormente como conhecimento prévio para uma nova informação e assim por diante.

A aprendizagem é orientada por meio de uma avaliação com intuito de se verificar o sucesso ou não do desenvolvimento de uma atividade. Luckesi (2002) afirma que a avaliação só faz sentido quando leva ao desenvolvimento do educando e é vista como instrumento de



auxílio à disposição dos docentes para atingir a meta essencial da escola, ou seja, fazer com que todos os alunos avancem. Vale destacar que as maneiras de avaliar a aprendizagem dos estudantes em atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, ainda são escassas na literatura brasileira.

Para nortear este estudo, Biembengut e Hein (2014) afirmam que o professor deve utilizar uma teoria de avaliação que considere fundamentalmente dois aspectos: o primeiro que a avaliação sirva como fator de redirecionamento do trabalho do professor e o segundo que a avaliação seja utilizada como instrumento para verificar o grau de aprendizagem do aluno. Para verificar esse grau de aprendizagem do aluno deve-se considerar dois aspectos: o subjetivo e o objetivo.

O aspecto subjetivo é aquele que pode ser avaliado pelo professor mediante a observação, onde se avalia a: participação, assiduidade, cumprimento das tarefas e espírito comunitário. Por outro lado, o aspecto objetivo pode ser avaliado através de provas (consolidação de conhecimentos teóricos, raciocínio lógico, operacionalização de problemas numéricos, crítica em relação a conceito de ordem e expressão e interpretação gráfica.).

Segundo Biembengut e Hein (2014), também, pode ser através da produção de um trabalho de modelagem em grupo, sendo que deve ter como critérios para avaliar, dentre eles “a obtenção de dados sobre o problema a ser modulado, interpretação e elaboração de modelos matemáticos, discussão sobre a natureza do problema levantado, adequação da solução apresentada, validade das soluções fornecidas pelo modelo e exposição oral e escrita do trabalho.

Desse modo, observa-se que a avaliação de atividades na modelagem matemática nos proporciona uma reflexão a sobre a avaliação, tendo em vista que esta difere da postura encontrada na avaliação tradicional. Na ótica de Perrenoud (1999, p. 173), a avaliação tradicional:

[...] se relaciona mais ao produto demonstrado pelo aluno em situações previamente estipuladas e definidas pelo professor, e se materializa na nota, objeto de desejo e sofrimento dos alunos, de suas famílias e até do próprio professor. Predomina nessa lógica o viés burocrático que empobrece a aprendizagem, estimulando ações didáticas voltadas para o controle das atividades exercidas pelo aluno, mas não necessariamente geradoras de conhecimento.

Com isso, percebe-se que o modelo de avaliação adotado em grande parte das escolas brasileiras de nível básico é realizado em quatro fases ao longo do ano, dividindo-se em dois em dois meses cada, chamado de bimestre, sendo que o estudante avaliado no final de cada

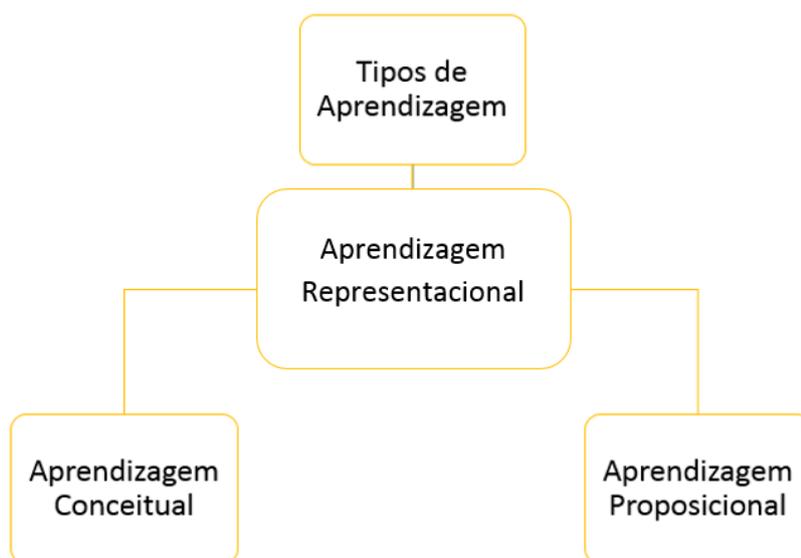
período. Este modelo de avaliação chamado de somativo, Luckesi (2002) nos alerta que é um modelo de avaliação da aprendizagem que pode ser visto como um modelo falido e ultrapassado.

Isto porque se mantém a mesma técnica de avaliação, desde os exames que foram sistematizados ao longo do século XVI e do século XVII. Assim, precisa-se pensar e refletir sobre a importância de rever o processo de avaliação como um todo, até mesmo no sentido da palavra, já que a mesma está associada, intuitivamente, a prática de realização de exame. Portanto avaliação na aprendizagem deve ter por finalidade alcançar melhores resultados para promover um processo construtivo, que considere o antes, o durante e o depois, assim não sendo utilizada para aprovar ou reprovar, mas sim que possa garantir a aprendizagem para a vida.

### 2.2.3 TIPOS E FORMAS DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

De acordo com a Teoria de Ausubel (2003), pode-se observar três tipos de aprendizagem significativa: **a aprendizagem representacional**, **a aprendizagem conceitual** e **a aprendizagem proposicional**, cada uma delas apresentando suas características e particularidades.

Figura 06: Tipos de Aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Com base na Figura, acima, observa-se que a **aprendizagem representacional** deriva os outros 02 (dois) tipos de aprendizagem, e é considerada o tipo mais básico de aprendizagem. Ela pode ser compreendida como a aprendizagem dos significados de símbolos individuais ou

o que estes representam. Para entender este conceito, faz-se necessário primeiramente entender o que são os símbolos ou palavras individuais.

Em qualquer língua, as palavras individuais são, afinal de contas, símbolos partilhados de forma convencional ou social, representando cada um deles um único objecto, conceito ou outros símbolos nos mundos físico, social e ideal. Contudo, para qualquer indivíduo leigo o que um determinado símbolo significa, ou representa, é, no início, uma quantidade completamente desconhecida; é algo que tem de apreender. O processo pelo qual o estudante apreende denomina-se aprendizagem representacional. (AUSUBEL, 2013, p. 84).

Dessa forma, percebe-se que este tipo de aprendizagem ocorre quando o sujeito consegue estabelecer uma relação significativa de correspondência entre um determinado significado e com certa representação. Quer dizer, envolve a atribuição de significados a determinados símbolos (tipicamente palavras).

Moreira (2016) utiliza um exemplo que implica no caso, o significado da palavra “gato”, em que a aprendizagem representacional ocorre para uma criança pequena, quando o som da palavra passa a representar, ou a se torna equivalente, a um determinado gato que a criança está percebendo naquele momento e portanto, significa a mesma coisa que o objeto gato, em si, significa para ela. Ou seja, para esta criança o vocábulo gato significa somente aquele gato que vive em sua casa, ela não possui a definição de gato, somente a representação de gato.

Desse modo, o vocábulo gato significa algo, embora com um sentido muito limitado, havendo apenas uma biunívoca entre o vocábulo e o animal. No entanto, a criança vai estabelecendo contanto com outros tipos de animais, como cachorro, pássaros entre outros e o vocábulo gato passa a representar uma classe de animais com determinadas características e regularidades que os identificam como gatos, ao passo que diferenciam das outras classes como cachorro, logo a criança já conseguiu construir a definição de gato.

Assim, temos um outro tipo de aprendizagem significativa, a **aprendizagem de conceitos**. Segundo Moreira (2016), este tipo de aprendizagem também é representado por símbolos individuais, que de modo geral, as palavras individuais representam mais efetivamente conceitos do que objetos ou eventos. Os conceitos podem ser compreendidos como “objectos, acontecimentos, situações ou propriedades que possuem atributos específicos comuns e são designados pelo mesmo signo ou símbolo.” (AUSUBEL, 2003, p. 02).

Dessa forma, quando se constrói uma definição/conceito, o aprendiz se livra de referentes específicos. Moreira (2016) cita como exemplo que tem a definição de aula precisa



relacioná-lo a uma aula. Quem tem o conceito de Educação em Física compreende que significa que são atividades envolvendo ensino e aprendizagem de Física.

Desse modo, aprendizagem de conceitos é uma extensão da Representacional, mas num nível mais abrangente e abstrato, como o significado de uma palavra por exemplo. A diferença entre a aprendizagem representacional e a aprendizagem conceitual reside no fato de que na primeira, a palavra, ou seja, símbolo equivale, para quem a aprendeu, aquele objeto específico o qual ela nominou. Por outro lado, na segunda a palavra, representa, para quem aprendeu, o conjunto de propriedades e regularidades comuns aquele objeto, em outras palavras, o conceito.

Um outro tipo de aprendizagem significativa é a **proposicional**, que se refere ao significado de ideias expressas por grupos de palavras combinadas em proposições ou sentenças. Segundo Burak e Aragão (2012), neste tipo de aprendizagem não se aprendem os referentes das palavras individuais ou combinados tal como na aprendizagem representacional, mas o significado de novas ideias em forma de proposição.

Se dissermos, por exemplo, que “Matemática é para todos” temos de relacionar os sentidos e significados que são atribuídos à ideia de “Matemática” aos sentidos e significados que podem ser expresso “para todos”. A relação proposicional é relativa a compreensão da ideia de ‘matemática’ com as ideias contidas na expressão ‘para todos’ admitindo-se ou não tal relação em função da compreensão que se possa ter de matemática e de suas relações mais amplas. (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 34).

Desse modo, pode perceber que a aprendizagem proposicional não ocorre da atividade de aprender o significado dos conceitos (embora seja pré-requisito), mas sim o significado das ideias expressas verbalmente, mediante desses conceitos, sob forma de uma proposição. Ausubel (2003) ressalta que o exercício é aprender o significado que está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que formam a proposição.

Todos os tipos de aprendizagem, mencionados anteriormente, ocorrem de três formas distintas, a saber: **subordinada, superordenada e combinatória**.

A **aprendizagem significativa subordinada**, segundo Moreira (2016), é “mais fácil” e comum de acontecer, uma vez que sua ocorrência se dá quando o indivíduo que aprende percebe relações, ou seja, ocorre mediante a interação cognitiva, chamada de “ancoragem” entre os conhecimentos prévios (subsunções) e conhecimentos novos. De acordo com Moreira (2013, p. 06) essa interação realizasse quando:

Um novo conhecimento interage com algum conhecimento prévio, especificamente relevante, e o resultado disso é que esse novo conhecimento adquire significado para o aprendiz e o conhecimento prévio adquire novos significados, fica mais elaborado,



mais claro, mais diferenciado, mais capaz de funcionar como subsunçor para outros novos conhecimentos.

Dessa forma, na aprendizagem significativa subordinada o novo conhecimento se subordina, “ancora”, em certos conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva com clareza. Nessa dinâmica o novo conhecimento cria significado e o conhecimento prévio fica mais diferenciado, mais “visível”, mais objetivos, mais rico em significados.

**Na aprendizagem significativa superordenada** ocorre a reorganização cognitiva de modo que “um conhecimento passa a ser hierarquicamente (a estrutura cognitiva é dinâmica, hierárquica, buscando sempre a organização) superior as outras. Isso normalmente ocorre quando o ser que aprende percebe relações entre os conhecimentos aprendidos por subordinação” (MOREIRA, 2013, p.08).

Assim, pode-se perceber que a aprendizagem superordenada não é tão fácil ou comum como a subordinada. Para sua ocorrência o aprendiz/aluno precisa estabelecer a relação entre diferentes conceitos fazendo o elo entre eles para, alcançar as semelhanças e diferenças entre os conhecimentos que estão sendo adquirido. Vale ressaltar que essa interação cognitiva com os subsunçores (conhecimento prévio) está à mercê da intenção (predisposição) do aluno.

Nesse viés, o aprendiz precisa ter a intenção de aprender e conhecimentos prévios suficientes para dar significado aos novos saberes (conhecimento). Dessa maneira, para os docentes é um grande obstáculo ensinar considerando esses dois aspectos: a vontade de aprender do estudante e o conhecimento prévio.

**Na aprendizagem significativa combinatória**, Moreira (2013) destaca que o conhecimento ocorre mediante a interação cognitiva com um conjunto de conhecimentos prévios, típico de uma pessoa que tem um domínio de um corpo de conhecimentos. Ou seja, o significado é construído através pela combinação, *background*, de conhecimentos prévios e não pela interação do novo conhecimento com algum conhecimento prévio.

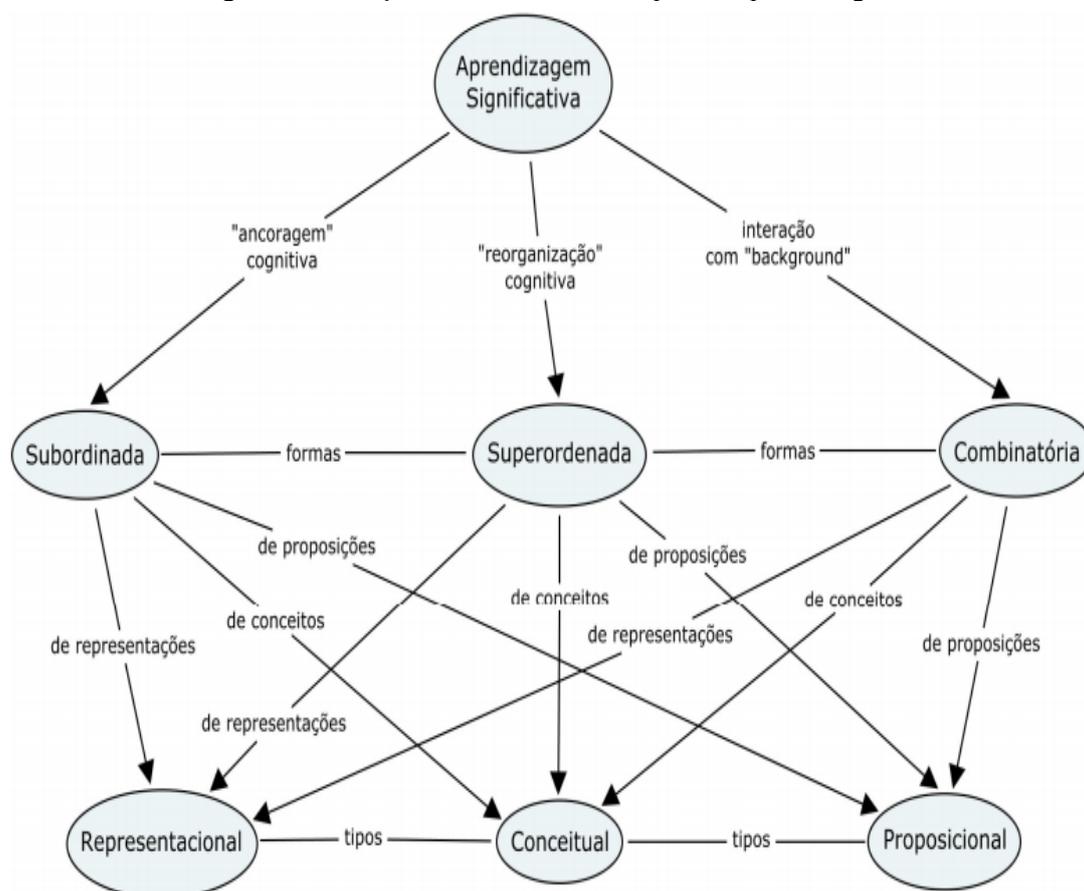
Por exemplo, para dar significado ao modelo matemático de Einstein,  $E= mc^2$ , não se limita somente saber o que significa E, c e m. Segundo Moreira (2013, p. 08), “Tampouco é suficiente saber resolver uma equação desse tipo. Essa equação representa a equivalência entre massa e energia, ou seja, massa é uma forma de energia. Para dar significado essa equivalência é preciso ter amplo conhecimento em Física”.

Nesse sentido, percebe-se que nesta forma de aprendizagem não há a relação entre o novo conhecimento e conhecimento prévio, como na forma subordinada e nem superordenada,

mas com um conhecimento mais complexo, o qual dependerá de diversos conhecimentos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Por isso que esta forma de aprendizagem é mais difícil e menos frequente.

Na Figura abaixo, observa-se que a aprendizagem significativa é o elemento chave da teoria de Ausubel, assim ocupando um lugar hierárquico superior. E formas da aprendizagem significativa (subordinada, superordenada e combinatória) oriunda vários tipos de aprendizagem significativa (representacional, conceitual e proposicional) que se relacionam entre si, mostrando que essa relação é mais que uma classificação, ela evidencia a dinamicidade da aprendizagem significativa.

Figura 07: Relação entre as formas e tipos de aprendizagem



Fonte: Moreira (2013, p. 09).

Para Ausubel (2003), esses tipos e formas de aprendizagem pode auxiliar estrutura cognitiva e facilitar a aprendizagem significativa através dos organizadores prévios como elo entre o que o sujeito já sabe e o que irá aprender. Esses organizadores são materiais de introdução sobre o assunto, e servem como âncoras para a aprendizagem, promovendo o desenvolvimento de conceitos subsunçores para aprendizagens mais complexas.

### 3 MÉTODO DA PESQUISA

Neste tópico, aborda-se as bases metodológicas que auxiliaram para realização desta pesquisa, visando situar o leitor no contexto da mesma, bem como mostrar a descrição do *corpus* e de todos os processos a cerca deste trabalho.

Nesse sentido, a seguir apresenta-se a caracterização da pesquisa (método utilizado, a natureza da pesquisa, a forma de abordagem, a classificação dos objetivos da pesquisa), bem como o campo de pesquisa, universo e amostra, critérios de inclusão e exclusão, risco e benefícios, instrumentos de coleta de dados, procedimento metodológico, posicionamento ético e análise dos resultados.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

De acordo com o objetivo deste estudo, que tem o propósito de verificar as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina no ensino médio, adotou-se como método de pesquisa, ou seja, como forma de organização e ordenação das etapas para atingir o objetivo acima referido, o método dialético.

Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 35) esse método:

Parte da premissa de que, na natureza, tudo se relaciona, transforma-se e há sempre uma contradição inerente a cada fenômeno. Nesse tipo de método, para conhecer determinado fenômeno ou objeto, o pesquisador precisa estudá-lo em todos os seus aspectos, suas relações e conexões, sem tratar o conhecimento como algo rígido, já que tudo no mundo está sempre em constante mudança.

Dessa forma, percebe-se que esse método almeja a verdade mediante a elaboração de perguntas e respostas, assim como de argumentos e contra-argumentos. E para compreender como a Modelagem Matemática pode ser usada com estratégia no processo ensino e aprendizagem matemática, busca-se nesta pesquisa, a satisfação do desejo de gerar conhecimentos novos. Nesse sentido, de acordo com Prodanov e Freitas (2013), tem-se uma pesquisa do ponto de vista de sua natureza, uma Pesquisa Básica ou Pura.

Com o intuito de melhor compreender este estudo, utilizou-se a abordagem qualitativa, a qual segundo Freire (2013) visa analisar a interação das variáveis envolvidas no estudo, compreender e classificar o processo envolvendo grupos sociais, contribuir no processo de mudança de determinado grupo. Esse tipo de pesquisa não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas.



No que se alude ao tipo de pesquisa, este trabalho tem caráter descritivo, já que se pretende obter informações sobre o que deseja pesquisar, ou seja, sobre as contribuições da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem matemática. E de acordo com Joye (2009), esse tipo de pesquisa almeja descrever as características de determinada população ou fenômeno ou ao estabelecimento de relações entre variáveis, envolvendo o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como: questionário, entrevista e observação.

### 3.2 CAMPO DA PESQUISA

Segundo Biembengut e Hein (2014), a Modelagem Matemática pode ser aplicada a qualquer nível de escolaridade, das séries iniciais até cursos de pós-graduação. Nesse sentido, a presente pesquisa foi realizada no município de Pereiro-CE, nas duas escolas existentes da rede pública de ensino médio, a Escola Estadual de Educação Profissional Maria Célia Pinheiro Falcão (Educação Profissional Técnica de Nível Médio) e Escola de Ensino Médio Virgílio Correia Lima (Ensino regular).

Dito isto, o presente estudo foi realizado na Escola Estadual de Educação Profissional Maria Célia Pinheiro Falcão localizada na cidade de Pereiro-CE, localizada no Bairro Vila Cruz. Esta instituição de ensino foi fundada em 19 de abril de 2011, iniciando suas atividades em 09 de maio do mesmo ano, e tendo seu Ato de Criação oficializado sob a Lei 14.973, de 01 de agosto de 2011.

Convém ressaltar que esta escola é constituída por 07 (sete) Cursos Técnicos de Ensino Médio, a saber: Administração, Agronegócio, Comércio, Informática, Secretaria Escolar, Redes de Computadores e Móveis tendo no total 380 estudantes devidamente matriculados nos cursos acima mencionado, distribuídos em 12 (doze) turmas, sendo: 04 turmas de 1º ano, 04 turmas de 2º ano e 04 turmas de 3º ano.

Como também foi realizada na Escola de Ensino Médio Virgílio Correia Lima localizada à rua coronel Antônio Vicente n.º 274 em Pereiro – Ceará, a qual foi iniciada em 05 de fevereiro de 1931, com a denominação de Escolas Reunidas, funcionando em um casarão à rua Santos Dumont. Em 30 de janeiro de 1962 foi elevada a grupo Escolar em homenagem ao seu batalhador e delegado de ensino do interior, o igatuense Virgílio Correia Lima que deu nome à essa escola.

### 3.3 UNIVERSO E AMOSTRA

Os critérios estabelecidos para a seleção das escolas foi o quantitativo de alunos e a escola ser da rede pública e de tempo Integral. Assim, esta pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Educação Profissional Professora Maria Célia Pinheiro Falcão com as turmas que apresentaram menor aprovação, alto índice de abandono e transferência no ano letivo de 2016, conforme os dados da tabela do acompanhamento dos resultados finais por turma do ano letivo de 2016, em anexo.

Dentre as 12 turmas que compõe a unidade escolar, acima citada, foi selecionada a turma do 2º ano do Curso Técnico em Secretaria Escolar, composta inicialmente por 42 alunos e ao longo do ano letivo de 2016 apresentou uma taxa de 30,9% transferência, 4,9% de abandono, 28,5% de aprovação em todas as disciplinas da grade curricular e 35,7% dos estudantes ficaram reprovados em até 03 disciplinas, dentre elas Matemática.

Assim, no início do ano letivo de 2017, a pesquisa foi iniciada com a turma composta por 24 discentes pertencentes ao 2º ano da turma do Curso Técnico em Secretária Escola da Escola Estadual de Educação Profissional Professora Maria Célia Pinheiro Falcão, sendo 05 homens e 19 mulheres, oriundos da zona rural e urbana de Pereiro/CE.

Esta pesquisa, também, teve como sujeitos todos os professores licenciados em Matemática da instituição anteriormente citada, e como esta escola tinha apenas 02 professores de Matemáticas, ampliamos a pesquisa para outra escola Estadual de Ensino Médio, a escola EFM Virgílio Correia Lima que contém 06 (seis) professores de matemática, assim apresentando um universo de 08 (oito professores).

Nessa perspectiva, como o conjunto universo de professores pesquisados é pouco numeroso. Segundo Gil (2008), quando o universo investigado apresenta essa característica, convém que sejam pesquisados todos os elementos, uma vez que é importante garantir a conscientização e a mobilização da população em torno da proposta de ação envolvida pela pesquisa.

Desse modo, os sujeitos envolvidos nesta pesquisa (professores) fazem parte de modo censitário, quer dizer, todos eles estão incluindo no universo. Logo, o total de sujeitos foram 32 participantes, sendo 24 alunos e 8 professores.

### 3.4 RISCOS E BENEFÍCIOS

A presente pesquisa tem por intuito verificar sobre as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem matemática no ensino médio. Como toda e qualquer pesquisa, que envolve seres humanos há riscos. Entende-se por **Risco**, de acordo com a Resolução 466/12 (2012, p. 03) do Comitê Nacional de Saúde, “[...] a possibilidade de danos à dimensão física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural ou espiritual do ser humano, em qualquer fase de uma pesquisa e dela decorrente”.

Nesse sentido, a pesquisa oferece risco mínimo aos participantes, uma vez que as técnicas e métodos utilizados para a realização deste estudo não apresenta nenhuma intervenção ou modificação fisiológica, psicológica ou social, de modo intencional aos sujeitos participantes. Dentro dos instrumentos de pesquisa usamos apenas: questionário, entrevista, pesquisa-ação, os quais não apresentarão aspectos invasivos e não adentrarão a intimidade dos indivíduos.

Em conformidade com a Resolução 512/16 (2016, p. 08), o pesquisador esteve sempre atento aos “riscos que a pesquisa possa acarretar aos participantes em decorrência dos seus procedimentos, devendo para tanto serem adotadas medidas de precaução e proteção, a fim de evitar dano ou atenuar seus efeitos”.

Desse modo, o presente estudo respeita os preceitos éticos de forma que o participante tem o direito de decidir em não participar da pesquisa, ou de resolver desistir da participação a qualquer momento (por ventura venha a sentir qualquer dano ou incômodo durante a realização da pesquisa) sem nenhum prejuízo ou constrangimento.

Apesar dos riscos que são mínimos, os benefícios serão bem superiores uma vez que o presente o estudo pode contribuir para melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem Matemática através da Modelagem Matemática. Para Bassanezi (2014), ela promove a motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão sociocultural da matemática.

Além de despertar o uso do raciocínio lógico, a criatividade, compreensão da matemática cotidiana e conhecimentos básicos de matemática. Como também, mostrar que Modelagem Matemática não é apenas usada para ensinar matemática, é também usada para resolver problemas oriundos da agricultura, do meio ambiente, no comércio, na saúde e em muitos outros setores da sociedade.

### 3.5 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Segundo Prodanov e Freitas (2013), a definição do instrumento de coleta de dados dependerá dos objetivos que se pretende alcançar com a pesquisa e do universo a ser investigado, uma vez que há uma variedade de instrumentos, tais como: observação, entrevista, questionário, formulário e fontes bibliográficas. No entanto os instrumentos de pesquisa que vão ao encontro dos objetivos traçados nesta pesquisa, são: entrevista, questionário e a pesquisa-ação.

#### 3.5.1 ENTREVISTA

A entrevista é uma das principais técnicas de coleta de dados e pode ser entendida como “ [...] o encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto, mediante uma conversação de natureza profissional” (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 80).

Esta técnica é utilizada na pesquisa social por uma série de razões, dentre as quais segundo Gil (2008) destaca que: a entrevista é uma técnica muito eficiente para a obtenção de dados em profundidade acerca do comportamento humano; possibilita a obtenção de maior número de respostas, oferece maior flexibilidade, pois o entrevistador pode esclarecer o significado das perguntas e adaptar-se mais facilmente às pessoas e às circunstâncias em que se desenvolve a entrevista e os dados obtidos são suscetíveis de classificação e de quantificação

Por outro lado, a entrevista apresenta uma série de desvantagens, o que a torna em certas circunstâncias, menos recomendável que outras técnicas. As principais limitações da entrevista de acordo com Gil (2008, p. 110), são:

- a) a falta de motivação do entrevistado para responder as perguntas que lhe são feitas;
- b) a inadequada compreensão do significado das perguntas;
- c) o fornecimento de respostas falsas, determinadas por razões conscientes ou inconscientes;
- d) incapacidade ou mesmo incapacidade do entrevistado para responder adequadamente, em decorrência de insuficiência vocabular ou de problemas psicológicos;
- e) a influência exercida pelo aspecto pessoal do entrevistador sobre o entrevistado;
- f) a influência das opiniões pessoais do entrevistador sobre as respostas do entrevistado;

Assim, percebemos que todas essas desvantagens, de algum modo, impactam na qualidade das entrevistas, cabendo ao pesquisador dedicar atenção especial ao processo das entrevistas, já que o sucesso desta técnica depende fundamentalmente do nível da relação pessoal estabelecido entre entrevistador e entrevistado.



Segundo Oliveira (2011), há diferentes tipos de entrevistas, as quais dependendo dos objetivos do pesquisador, podem ser classificadas em: estruturada, não estruturada e semiestruturada.

Na presente pesquisa foi realizada a entrevista semiestruturada com os 8 (oito) professores da rede estadual de Ensino Médio que lecionam nas escolas públicas do município de Pereiro-CE, visando identificar investigar a concepção de Modelagem Matemática, viabilidade da utilização da Modelagem em sala de aula e as principais dificuldades para o uso da Modelagem no Ensino Médio.

A entrevista foi constituída por um roteiro com uma série de perguntas abertas, feitas verbalmente em uma ordem prevista. As quais podem variar de acordo com as peculiaridades de cada sujeito entrevistado, dessa forma dando maior flexibilidade ao pesquisador, já que ela não apresenta uma ordem linear das perguntas.

### 3.5.2 QUESTIONÁRIO

Utiliza-se, também, um questionário inicial com alunos que farão parte da pesquisa, com o intuito de identificar a percepção dos mesmos sobre a importância da matemática no dia a dia, quais as dificuldades que eles apresentam no processo de aprendizagem matemática, se eles utilizam o conhecimento matemático para resolver problemas do cotidiano, e saber se aulas de matemática apresentam relação entre a teoria e prática. Além do questionário final para identificar as possíveis dificuldades e contribuições da Modelagem Matemática no ensino desta disciplina.

Vale ressaltar que este questionário “é um instrumento de coleta de dados, onde o pesquisador envia as perguntas ao grupo pesquisado e recolhe-o depois de preenchido (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 86). Nesse tipo de instrumento não há a interação direta entre o pesquisador e os sujeitos envolvidos na pesquisa.

Os questionários foram compostos por questões abertas (discursivas, que possibilitam ao informante responder livremente), fechadas (correspondem aquelas em que o informante deve escolher entre duas opções, exemplo: sim ou não), e de múltiplas escolhas (são questões fechadas, mas que apresentam uma variedade de respostas). Essas questões de acordo com Marconi e Lakatos (2011) devem ser elaboradas em consonância com o objetivo geral e específico do trabalho a ser desenvolvido.



As vantagens com a utilização deste instrumento são inúmeras, dentre elas Gil (2008, p. 122) ressaltar que: “[...] garante o anonimato das respostas; permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente; não expõe os pesquisados à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado”.

Embora apresenta suas desvantagens, como: pequena porcentagem dos questionários que não retornam, perguntas em branco (sem respostas), impossibilidade de auxiliar o informante em questões mal compreendidas e a devolução tardia que prejudica o calendário ou sua utilização.

### **3.5.3 PESQUISA-AÇÃO**

Fundamentados pelas discussões expostas, este trabalho se insere num quadro particular da pesquisa de intervenção que é a pesquisa-ação. Para Prodanov e Freitas (2013, p. 65), este tipo de pesquisa é “[...] concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo. Os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo”.

Este tipo de pesquisa, apresenta-se como alternativa metodológica da pesquisa social na qual os sujeitos envolvidos (pesquisador e pesquisados) se relacionam no trabalho de forma cooperativa. A pesquisa-ação não se refere a um simples levantamento de dados ou de relatórios a serem arquivados e segundo Thiollent (2011), este tipo de pesquisa tem o intuito de proporcionar aos agentes envolvidos na pesquisa, participantes e pesquisadores, meios para conseguirem responder problemas coletivos bem como, de aprendizagem dos atores e pesquisadores envolvidos.

## **3.6 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO**

Para que os objetivos desta pesquisa sejam alcançados, faz-se necessário estabelecer os seguintes procedimentos metodológicos: revisão bibliográfica, elaboração do projeto, coleta e análise dos dados, respectivamente.

### **1ª ETAPA: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**



Inicialmente foi realizado estudos da literatura que versassem sobre o uso da Modelagem Matemática enquanto alternativa metodologia. Para tanto, buscou-se diversas fontes bibliográficas, tais como: livros, periódicos, artigos, dissertações e teses para embasar teoricamente a realização da presente pesquisa.

Assim, à luz de autores e pesquisadores como D'Ambrósio (1986), Barbosa (2001), Burak (2012), Almeida (2013), Biembengut e Hein (2014), Bassanezi (2015) e entre outros, buscou-se compreender a definição de Modelagem Matemática, porque fazer Modelagem Matemática, perceber como se dá implementação da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem Matemática e conhecer os casos e/ou níveis da Modelagem Matemática.

## **2ª ETAPA: ELABORAÇÃO DO PROJETO**

Feito o levantamento bibliográfico, concluímos os instrumentos da pesquisa (questionário inicial e final e entrevista semiestruturada) para que os mesmos pudessem ser enviados ao Comitê de Ética em Pesquisa - CEP para apreciação. Pois, como o presente trabalho envolve seres humanos é necessário segundo a Resolução do Conselho Nacional de Saúde n.º 466/12, a submissão deste trabalho para aprovação, onde a CEP tem um prazo de 30 dias para emitir o parecer e somente com a aprovação é que daremos continuidade a próxima etapa: Coleta de Dados.

## **3ª ETAPA: COLETA E ANÁLISE DOS DADOS**

Após a aprovação do CEP, foi dado início a coleta de dados que foi realizada através de instrumentos, tais como: entrevista e questionário. Mas antes disso, foi necessário procurar a instituição onde foi realizada a pesquisa para solicitar a autorização para o desenvolvimento da pesquisa. Bem como, esclarecer para os sujeitos participantes da pesquisa o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE e do Termo de Assentimento Livre Esclarecido – TALE (participantes menores de idade).

TCLE é termo obrigatório para a realização da pesquisa, na qual os sujeitos (maiores de idade) envolvidos devem assiná-lo posteriormente a explicação do pesquisador sobre a pesquisa a ser realizada, enfatizando os objetivos, a justificativa, os riscos, os benefícios, o sigilo e a confidencialidade dos dados coletados.



TALE, também, é um instrumento obrigatório destinado aos pais e/ou responsáveis dos sujeitos (menores de idade) envolvido na pesquisa, autorizando a participação dos mesmos na pesquisa. Logo após, com base nos dados coletados fazer a análise dos dados e verificar se as hipóteses formuladas foram comprovadas ou negadas.

### 3.7 POSICIONAMENTO ÉTICO

No presente trabalho, objetiva-se, fundamentalmente, respeitar as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisa que envolva seres humanos. Segundo a Resolução 466/12 toda e qualquer pesquisa desta natureza deve conter os 04 (quatro) referenciais básicos da bioética, ou seja, autonomia, não maleficência, beneficência e justiça, além de assegurar os direitos e deveres no que se refere aos participantes de pesquisa.

Diante desse contexto, o presente estudo atenderá os termos e as definições da Resolução 510/16 aplicando os princípios mencionados anteriormente a todos os sujeitos envolvidos na pesquisa, desde os colaboradores da pesquisa, pesquisador, pais e/ou responsáveis dos estudantes, estudantes, professores, coordenadores escolares, diretor escolar, enfim a comunidade escolar participante deste trabalho.

Dentro dos princípios éticos da pesquisa envolvendo os seres humanos, temos a:

- garantia de assentimento ou consentimento dos participantes das pesquisas, esclarecidos sobre seu sentido e implicações;
- garantia da confidencialidade das informações, da privacidade dos participantes e da proteção de sua identidade, inclusive do uso de sua imagem e voz;
- garantia da não utilização, por parte do pesquisador, das informações obtidas em pesquisa em prejuízo dos seus participantes;
- compromisso de todos os envolvidos na pesquisa de não criar, manter ou ampliar as situações de risco ou vulnerabilidade para indivíduos e coletividades, nem acentuar o estigma, o preconceito ou a discriminação; e
- compromisso de propiciar assistência a eventuais danos materiais e imateriais, decorrentes da participação na pesquisa, conforme o caso sempre e enquanto necessário. (RESOLUÇÃO Nº 512, 2016, p. 5).

Para tanto, ao entrar em contato com os campos de pesquisa (Escola Regular e Escola de Ensino Médio Integrado ao Técnico) e com os sujeitos envolvidos, primeiramente foi esclarecido o processo de Consentimento Livre e Esclarecido. Na ocasião, foi ressaltado de forma clara e objetiva os aspectos éticos desta pesquisa, dentre eles os descritos anteriormente, assim como foi apresentado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (para maiores de 18 anos) e o termo de Assentimento Livre e Esclarecido (para menores de 18 anos).



Ou seja, foi detalhado para o participante e/ou seu responsável os objetivos da pesquisa, o problema de investigação, os procedimentos a serem utilizados e a justificativa para a realização da pesquisa. Além dos riscos e benefícios que a pesquisa proporcionará, ressaltando que está garantindo ao participante plena liberdade de não participar e/ou de desistir da pesquisa em qualquer fase, sem nenhuma penalização e sigilo e privacidade dos participantes.

Convém lembrar que conforme a Resolução 512/16, todos os termos de consentimento, entrevistas, questionários, observações e autorizações serão guardados por um período de cinco anos após o término da pesquisa. E que os professores e alunos escolhidos não terão seus nomes especificados por fatores éticos e que a pesquisa não será remunerada.

#### **4. DESCRIÇÃO DAS PROPOSTAS DE ATIVIDADES DE MODELAGEM DESENVOLVIDA EM SALA DE AULA**

Todas as propostas de atividades de modelagem matemática apresentadas a seguir foram desenvolvidas em sala de aula com estudantes de 2ª ano do ensino médio da rede pública estadual do município de Pereiro/CE. As atividades foram baseadas nos livros de “Modelagem Matemática na educação básica”, “A Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa” e “Modelagem Matemática no Ensino Médio” dos autores, Almeida, Silva e Vertuan (2013), Burak e Aragão (2014); e Biembengut e Hein (2014), respectivamente. Algumas outras atividades foram desenvolvidas pelo autor.

Na literatura há uma grande diversidade de atividades propostas de modelagem matemática, as quais podem ser adaptadas e desenvolvidas em sala de aula. Convém ressaltar que as atividades elaboradas pelo pesquisador se deram a partir dos temas centrais da proposta pedagógica curricular do ensino médio da disciplina de matemática da instituição escolar pesquisada, juntamente com a professora de matemática da referida turma. Os objetos de conhecimento contemplados fazem parte da proposta curricular do 1º semestre de 2017, que são: Geometria Plana, Poliedros e Corpos redondos.

Segundo Biembengut e Hein (2014, p. 29), para trabalhar com a modelagem matemática em sala de aula, o professor deve ter habilidade e segurança que “[...] só se ganham com a experiência, uma experiência que deve ser feita de forma gradual, em consonância com o tempo disponível que se tem para planejar”. Nesse sentido, ao utilizar a modelagem matemática deve-se procurar conhecer modelos clássicos adaptando-os a realidade de cada sala de aula, até que o professor tenha confiança para propor um modelo matemático ou para até construir um modelo a partir das experiências de seus estudantes.

##### **4.1 PROPOSTA I – APRENDENDO A PINTAR! MAS QUANTO VALE O METRO QUADRADO?**

Essa primeira proposta de atividade de modelagem matemática para sala de aula foi elaborada pelo autor (2016) diante da necessidade de resolver uma situação problema, ou seja, determinar quantos metros quadrados de pintura levaria para pintar a fachada da residência do autor (2016), como também saber o consumo mínimo de galões de tinta a ser utilizado. Como esta atividade era nosso contato inicial com a utilização da modelagem matemática, adotamos o Caso 01, proposto por Barbosa ao afirmar que:



O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. (...) não foi preciso que eles procurassem dados fora da sala de aula; todo o trabalho se deu a partir da situação e do problema oferecido pelo professor. (BARBOSA, 2001, p. 09).

Vale salientar que o primeiro objeto de conhecimento a ser ministrado no 1º semestre, conforme a proposta curricular da turma pesquisada consiste em Figuras Planas: áreas de polígonos regulares e de Figuras planas; círculo e circunferência; razão entre áreas de Figuras planas. Desse modo, elaborou-se esta atividade de forma a contemplar o que era exigido na proposta curricular. Esta proposta de trabalho tem por referência os trabalhos desenvolvidos por Barbosa (2001), Almeida, Silva e Vertuna (2013), e Biembengut e Hein (2014) seguindo as concepções de cada um deles de como fazer modelagem matemática na sala de aula.

## **DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA I – APRENDENDO A PINTAR! MAS QUANTO VALE O METRO QUADRADO ?”**

Além da função decorativa, a pintura pode proteger as paredes das intempéries e até das variações térmicas, dependendo do tipo de tinta aplicado. Algumas cores não caem bem – são bregas, são fortes, são cafonas, ou por outro motivo qualquer. Algumas cores caem muito bem – harmonizam, complementam, dão um ar alegre para a casa. Algumas pinturas são muito boas e outras são muito ruins. O fato é que pintar uma casa ou planejar a pintura é uma tarefa delicada, que exige cuidado, bom gosto e paciência.

Uma possível abordagem do tema se refere ao cálculo da área a ser pintada de uma residência, de uma igreja, de um Edifício comercial, enfim de um imóvel. Nesse sentido, o pesquisador ao pintar a fachada sua residência, se deparou com o seguinte problema: Como determinar a área da parte que recebe tinta na fachada de sua residência? Ver anexo - Figura 07: Fachada da residência do Pesquisador

Quando se realiza uma obra sempre surgem dúvidas quanto ao custo que se terá para realizar as atividades. E outra dúvida do pesquisador era: quanto gastaria de tinta para pintura do determinado espaço?

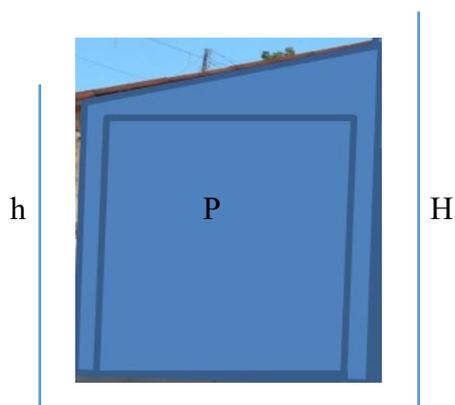
Para resolver o problema o pesquisador se fez os seguintes questionamentos

- ✓ As portas e janelas fazem parte da pintura?
- ✓ Que instrumentos posso utilizar para realizar as medições?

- ✓ Quais Figuras geométricas planas podemos observar?
- ✓ Qual a altura máxima da casa?
- ✓ Qual o comprimento máximo da casa sem a garagem?
- ✓ Qual a área total a ser pintada?
- ✓ Qual o rendimento médio de galão de tinta de 20 litros por metro quadrado?
- ✓ Qual o consumo mínimo de galões de tinta?

O pesquisador no intuito de resolver tais problemas, convidou um amigo para auxiliá-lo nas medições. Alguns dados referentes a esse problema foram encontrados com o auxílio de uma trena e escada. Essas medidas estão apresentadas, abaixo:

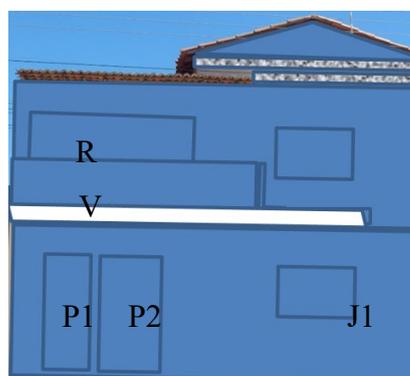
Figura 08: Fachada Garagem



**Garagem:**  
 Comprimento: 3,2m  
 Altura Maior (H): 3,7m  
 Altura menor (h): 3,0m  
 Portão (P): 2,8m x 2,8m

**Térreo:**  
 Comprimento: 8m  
 Altura: 3m  
 Janela 1  $\cong$  Janela 2: 1,5m x 1m  
 Porta 1 (P1): 0,9m x 2,3m  
 Porta 2 (P2): 1,2m x 2,3m

Figura 9: Fachada da Residência



**Piso Superior:**  
 Área Externa (AR): 3,2m x 2m  
 Altura da máxima da casa: 7m  
 Altura da Área hachurada 1  $\cong$   
 Altura da Área hachurada 2 = 0,2m  
 Comprimento da Área hachurada 2 = 4,56  
 Comprimento da Área hachurada 1 = 3,35  
 Varanda (V): 1,48m x 1,2m  
 Hipotenusa do triângulo: 2,13m

Fonte: Elaborado pelo (2017).

OBS\* A parte referente a varanda (V) da casa não será pintada, será coloca cerâmica.

A partir dessas medidas, determina-se a área a ser pintada. Em se tratando de alunos de ensino médio, uma possível abordagem desta atividade consiste em aproximar as regiões referentes à fachada da residência em Figuras planas, como retângulos, triângulos, quadrados, círculos, losango, trapézio.

Nesse caso, a fachada poderia ser dividida em duas regiões. Uma a garagem (G), e a outra o piso térreo e superior da residência. (PTS). Desse modo, a área total (AT) seria soma das duas regiões subtraído das áreas das regiões que não recebem tinta.

Dessa forma, a área total ( $A_T$ ) será:

$$A_T = A_G + A_{TS} - A_P - A_{P1} - A_{P2} - 2A_J - A_{ES} - A_C$$

Onde  $A_G = A_{\text{garagem}}$ ,  $A_{TS} = A_{\text{térreo superior}}$ ,  $A_P = A_{\text{portão}}$ ,  $A_{P1} = A_{\text{porta 1}}$ ,  $A_{P2} = A_{\text{porta 2}}$ ,  $A_J = A_{\text{janela}}$  e  $A_{ES} = A_{\text{externas superior}}$ . A expressão matemática, ou modelo matemático para o cálculo de tinta por metro quadrado é simples. Multiplique a altura de cada parede pelo seu comprimento e depois some todas as paredes. Se for pintar portas e janelas, acrescente as metragens desses itens na conta. Se não for, lembre-se de subtraí-los do cálculo.

A área da  $A_G$  pode ser aproximada a um trapézio retângulo, conforme Figura (07), o qual pode ser calculado da seguinte forma:

$$A = \frac{B+b}{2} h$$

Conforme os dados fornecidos e rotacionando a Figura 08 em  $90^\circ$ , temos:

Figura 08 - rotacionada

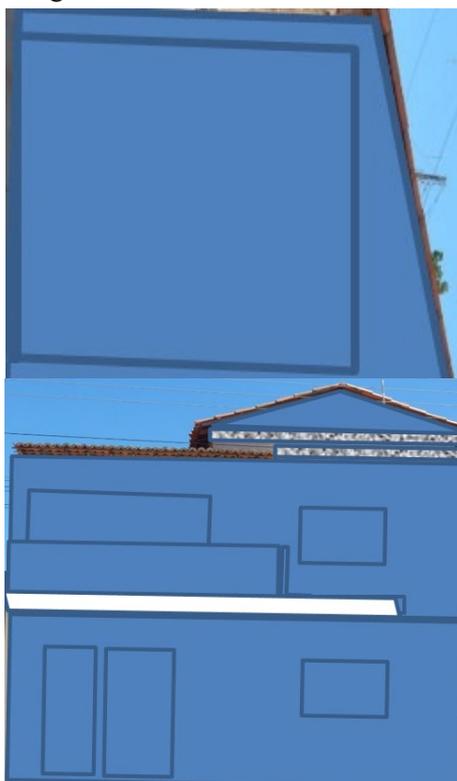


Figura 09

$$B=3,7\text{m}, b=3, h=3,2$$

$$\text{Logo, } A_G = \frac{3,7+3}{2} 3,2$$

$$A_G = 10,72$$

A área da segunda região, Figura (07) pode ser determinada pelo cálculo da área de um retângulo, e somada com a área hachurada mais a área do triângulo isósceles.

O cálculo da área do retângulo, consideramos:

$$A = B \times h$$

Para o cálculo do triângulo, consideramos:

$$A = B \times h/2$$

De acordo com os dados fornecidos, e as expressões matemáticas temos:

$$\text{Área do retângulo} = 46,4\text{m}^2$$

$$A_{\text{hachurada 1}} = 0,91\text{m}^2$$

$$A_{\text{hachurada 2}} = 0,67\text{m}^2$$

$$A_{\text{triângulo}} = 1,8\text{m}^2$$

$$\text{Assim a } A_{TS} = 46,4 + 0,91 + 0,67 + 1,8$$

$$A_{TS} = 49,78$$

Agora, calcula-se as regiões em que não serão pintadas. Sabe-se que o portão representa uma Figura plana de um losango, para calcular essa área fazemos:

$$A = D \cdot d / 2$$

$$A_P = 2,84 \times 2,82 / 2$$

$$A_P = 8,0 / 2$$

$$A_P = 4 \text{ m}^2$$

Área das portas 1 e 2, da janela e da área externa superior são retângulos, assim temos:

$$A_{P1} = 0,9 \times 2,3 = 2,07 \text{ m}^2$$

$$A_{P2} = 1,2 \times 2,3 = 2,76 \text{ m}^2$$

$$A_J = 1,5 \times 1 = 1,5 \text{ m}^2$$

$$A_{ES} = 3,2 \times 2 = 6,4 \text{ m}^2$$

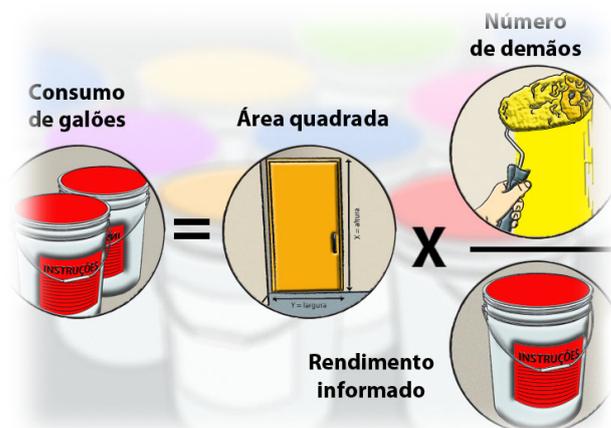
$$\text{Logo: } A_T = A_G + A_{TS} - A_P - A_{P1} - A_{P2} - 2A_J - A_{ES}$$

$$A_T = 10,72 + 49,78 - 8 - 2,97 - 2,76 - 2,15 - 6,4$$

$$A_T = 38,18 \text{ m}^2$$

Chegou a hora de fazer cálculo de tinta por m<sup>2</sup> (metro quadrado) e o que fazer para não errar na quantidade de tintas e evitar desperdícios?

Antes de qualquer coisa, precisa-se calcular os tamanhos das áreas que se deseja pintar. E as demãos necessárias para uma pintura perfeita também devem entrar no cálculo. Assim, o consumo de galões será dado por:



$$C = (m^2 \times D) : R$$

C = Consumo de galões

M<sup>2</sup> = Altura x largura da área a ser pintada.

D = Número de demãos

R = Rendimento m<sup>2</sup>/galão.

Os tetos tendem a gastar 85% mais de tinta.

Segundo os dados fornecidos numa lata de fabricante “X” o rendimento é especificado, abaixo:

Superfície	Diluição (com água potável)	Rendimento	
		m <sup>2</sup> /demão	Embalagem
Reboco, massa acrílica e Repintura.	1ª demão 20% a 30% demais 10% a 20%	até 66 até 330	galão (3,6 L) lata (18 L)

Você vai calcular em cima da área a ser pintada. Então, primeiramente, deve-se saber a quantidade de demãos que vai passada sobre a área a ser pintada. Os especialistas em pintura recomendam que sejam no mínimo duas demãos. Como a área externa teve um total de 38,38 m<sup>2</sup> para ser pintada, então, tem-se:

$$C = (38,18 \times 2) : 66$$

$$C = 76,36 : 66$$

$$C = 1,15 \text{ galões.}$$

$$C \cong 2 \text{ galões}$$

Use como parâmetros o rendimento descrito na embalagem da tinta que vai usar. Por fim, basta apenas multiplicar o número de galões que será preciso pelo valor que ele custa no mercado.

#### PREÇOS DE TINTAS ACRÍLICA NO MERCADO EM PEREIRO/CE – 3,6LTS

DEPÓSITOS	PREÇO
A	R\$ 38,76
B	R\$ 36,00
C	R\$ 33,00

Supondo que o valor de cada galão utilizado seja de R\$: 33,00

Solução final (SF): 2 X 33

$$SF = 66$$

Então, o custo será de R\$ 66,00.



De modo geral, pode-se determinar um modelo matemático para calcular qualquer área da superficial total de um imóvel a ser pintado, ou seja, a área total será igual soma das áreas a ser pintada subtraídas das regiões a não serem pintadas. Assim, como um modelo para expressar o consumo de galões,  $C = (m^2 \times D)$ , que seria o modelo desejado.

Após a conclusão desta atividade foi solicitado aos estudantes que calculassem a área a ser pintada da sala de aula, e quantidade mínima de tinta a ser utilizada para pintar.

## MODELAGEM MATEMÁTICA – CASO 1

### SITUAÇÃO INICIAL (PROBLEMÁTICA)

Pintar pode ser bem divertido! Mas quantos são os metros de pintura?

### INTEIRAÇÃO

Buscar informações sobre o cálculo de áreas de Figuras planas;

Coleta de dados sobre as medições da residência e rendimento de tintas acrílicas exteriores;

Pesquisar no mercado local sobre o preço das tintas acrílicas exteriores;

*Definição do problema:* Como determinar a área da parte que recebe tinta na fachada de sua residência e quanto gastaria de tinta para pintura do determinado espaço?

### MATEMATIZAÇÃO E RESOLUÇÃO

#### DEFINIÇÃO DE HIPÓTESES

- ✓ As portas e janelas fazem parte da pintura?
- ✓ Qual a altura máxima da casa?
- ✓ Qual o comprimento máximo da casa sem a garagem?
- ✓ Que instrumentos posso utilizar para realizar as medições?
- ✓ Qual a área total a ser pintada?
- ✓ Qual o rendimento médio de galão de tinta de 20 litros por metro quadrado?
- ✓ Qual o consumo mínimo de galões de tinta?

*Definição de variáveis*

C = consumo de galões

M<sup>2</sup> = altura x largura da área a ser pintada.

D = número de demãos

R = rendimento m<sup>2</sup>/galão.

## MODELO MATEMÁTICO

### CALCULO DA ÁREA TOTAL

$$A_T = A_G + A_{TS} - A_P - A_{P1} - A_{P2} - 2A_J - A_{ES}$$

*Consumo de galões*

$$C = (m^2 \times D): R$$

*Objetos de conhecimento abordados*

Área de Figuras planas, porcentagem, sistema de medidas

### INTERPRETAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO

É possível determinar por meio de um modelo matemático o cálculo da área total de uma residência qualquer e consumo de galões por metro quadrado.

### SITUAÇÃO FINAL

Determinar a área da parte que recebe tinta na fachada de uma residência e o consumo de galões por meio do modelo matemático.

## 4.2 PROPOSTA II – CÍRCULO X CIRCUNFERÊNCIA

Esta segunda proposta de atividade de modelagem matemática para sala de aula foi desenvolvida pelo autor (2016) partindo de uma situação problema que usa ferramentas e técnicas para medir e relacionar objetos circulares utilizando conceitos matemáticos para obtenção das respostas ao problema proposto. Desse modo, como se pretende encontrar o valor do número PI relacionando aos conceitos de perímetro, comprimento da circunferência, e área do círculo, apresentando seu uso prático no dia a dia.

### DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA II - CÍRCULO X CIRCUNFERÊNCIA

Com intuito de garantir uma aprendizagem significativa mediante a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula foi proposto uma atividade para estudantes do 2º do ano Ensino Médio onde demonstrou-se o cálculo do número PI, a área do círculo, além de apresentar os conceitos de circunferência e círculo de maneira prazerosa, lúdica, clara e objetiva.

Buscou-se desenvolver uma atividade que envolvesse uma situação problema próxima da realidade dos estudantes e para tanto partiu-se de um problema que levasse o desenvolvimento de conceitos matemáticos sobre Círculo e Circunferência, tema central de estudo dessa proposta. Foi utilizado para o estudo, objetos circulares, como: moeda, tampa de requeijão, CD, Durex, lata de tinta, lata de leite, fita isolante entre outros, e apresentou-se a seguinte situação problema:

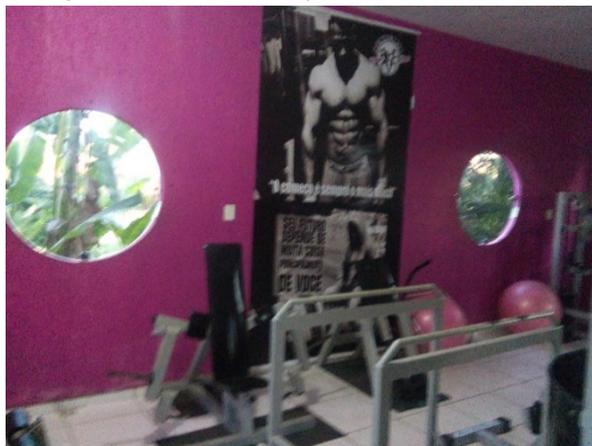
A proprietária da Academia “Rock fitness” localizado na cidade de Pereiro, indagou o pesquisador quanto custaria uma janela de vidro com formato circular. Assim, frente à situação apresentada o pesquisador levou para sala de aula o seguinte problema: “*Quanto custa uma janela de vidro com formato circular?*” Para resolver essa situação, faz se necessário o levantamento dos seguintes questionamentos:

- ❖ Os objetos circulares estão presentes em nosso dia a dia? Quais são eles?
- ❖ Vocês conhecem imagem daquela janela?
- ❖ Qual a diferença entre círculo e circunferência? Quais suas características?
- ❖ Como calcular a área de um círculo?
- ❖ Quais as dimensões da janela?

- ❖ Quais os tipos de vidro existente no mercado?
- ❖ Como acertar na escolha de um vidro?
- ❖ Que tipo de vidro iremos utilizar? Qual sua espessura? Qual o preço do vidro?

Segue abaixo a imagem das janelas a ser calculada o custo unitário de cada uma delas.

Figura 10: Fachada da janela da Academia



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Antes de resolver a situação problema, deve-se realizar uma discussão sobre os objetos circulares presente no cotidiano, fazendo uma explanação sobre os conceitos de círculo e circunferência, estabelecendo suas características e particularidades. Logo após deverá dividir a turma, em no máximo, em grupos de 05 (cinco) estudantes e entregar alguns objetos circulares, assim como instrumentos de medidas para realizar a medição desses objetos.

Figura 11: Material com formato de corpos redondos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Com o desenvolvimento desta atividade objetiva-se que os estudantes determinem as medidas do raio, diâmetro e comprimento da circunferência dos objetos circulares. Apresentando a eles o paquímetro (instrumento usado para determinar as medidas dos objetos de forma precisa) e forma de como se deve utilizá-lo para realização das medidas.

Com construção da planilha, abaixo, espera que os estudantes compreendam que a relação  $C/D$  apresenta um valor numérico aproximado, ou seja, compreendam que o valor número de  $\pi$ , (3,14) que é obtido dividindo o comprimento de qualquer objeto circular (independentemente do tamanho) pelo diâmetro e que o perímetro (comprimento) da circunferência pode ser expresso pelo modelo matemático:  $C = 2\pi r$ .

$$\text{Se, } C/D = \pi,$$

$$\text{Então: } C = \pi \cdot 2r, \text{ ou } C = 2 \cdot r \cdot \pi$$

Figura 12 - Proposta de atividade prática para determinar o valor do número  $\pi$

Preencha a tabela abaixo:

Objeto	Medida Raio	Medida Diâmetro (D)	Medida Comprimento (C)	Razão C/D
Moeda				
Tampa de refrigerante				
CD				
Durex				
Lata de tinta				

O que você pode concluir sobre a razão  $C/D$ ?

---



---

Como poderíamos obter a medida do comprimento dos objetos através da relação existente entre o comprimento e o diâmetro presente em todas as circunferências?

---



---

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Na próxima etapa da atividade, para compreensão do conceito de Círculo, assim como para determinar o modelo matemático do cálculo da área do círculo, solicita-se que os estudantes façam o seguinte:

1º Passo – desenhar uma circunferência e dividir em 4 partes, numerando-as e pintando os quadrantes ímpares e pares com cores diferentes.



<http://www.bing.com/videos/search?q=area+do+circulo+demonstra%03%a7%0c3%a3o&&view=detail&mid=80536C48838713F19AF080536C48838713F19AF0&FORM=VRDG>

A

Sabendo da expressão matemática para o cálculo da área do círculo, faz-se necessário retornar a situação do problema inicial, ou seja, “Quanto custa uma janela de vidro com formato circular?”. Assim precisa-se inicialmente responder: Quais as dimensões da janela? Segundo as medições realizadas pelo autor, o diâmetro da janela é 1,60m, logo,

$$A = \pi \cdot r^2$$

Como  $\pi = 3,14$  e  $D=2r$ , temos  $1,6=2r$ ,  $r= 0,80$

$$A= 3,14 \cdot 0,80^2$$

$$A= 3,14 \cdot 0,64$$

$$A= 2,01\text{m}^2$$

Para determinar o custo da janela de vidro é preciso que saber qual o tipo de vidro a ser utilizado, pois seu preço varia de acordo com o tipo e espessura. No mercado existe uma grande variedade de vidro, dentre eles podem destacar:

### PARA ALÉM DA MATEMÁTICA

De 4000 a.C. até hoje, pouca coisa mudou na composição do vidro: a mistura básica ainda funde sílica (areia) e outros minerais. Mas no resultado final.... Quanta diferença! Impulsionada por novos processos de fabricação e beneficiamento, essa indústria deu um salto em números e qualidade no país. E, quanto maior a demanda, maior o investimento em tecnologia, graças a ela, produtos como chapas autolimpantes e de controle solar já são uma realidade incorporada ao repertório nacional. A seguir, apresentamos os tipos de vidros mais utilizados na construção civil. São eles:

**Vidro temperado:** O vidro temperado é obtido pela passagem do vidro comum por um forno de têmpera horizontal ou vertical. É considerado vidro de segurança porque evita a ocorrência de acidentes graves. Em caso de quebra, seja qual for o ambiente, o vidro se fragmenta em pequenos pedaços de bordas pouco cortantes, minimizando o risco de ferimento profundo. O

vidro temperado também possui maior resistência à flexão que os vidros comuns e pode suportar diferenças de temperaturas de até 200°C.

**Vidro Resistente ao fogo:** Os vidros resistentes ao fogo sem malha metálica são vidros laminados compostos por várias lâminas intercaladas com material químico transparente, que se funde e dilata em caso de incêndio. Essa reação se ativa quando a temperatura de uma das faces do vidro atinge 120°C

**Vidro Resistentes a bala:** Chamados também de vidros blindados ou à prova de bala, são projetados para oferecer proteção contra disparos de armas de fogo ou objetos lançados contra ele. Geralmente são compostos por várias lâminas de vidro, intercalada por camadas plásticas reforçadas. Tais camadas plásticas amortecem o impacto, absorvendo energia, enquanto o vidro oferece resistência ao projétil.

Fonte: <http://www.casadovidrocurvo.com.br/servicos>

Assim, será utilizado um vidro temperado. Seu preço varia de acordo com a coloração e espessura. Veja a tabela abaixo.

Tabela 03: Tabela de preço de vidros

TIPO DE VIRO	ESPESSURA	PREÇO
Incolor	6mm	114,00
Incolor	8mm	132,00
Incolor	10mm	188,00
Fumê	6mm	158,00
Fumê	8mm	170,00
Fumê	10mm	274,00
Bronze	6mm	174,00
Bronze	8mm	208,00
Bronze	10mm	294,00

Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

Logo, sabendo que irá utilizar um vidro temperado incolor de 6mm, pode-se resolver nossa a situação do problema inicial, ou seja, “ *Quanto custa uma janela de vidro com formato circular?* ”. Portanto, o modelo matemático para calcular o custo da janela de vidro é do problema exposto inicialmente é:

$$C = m^2 \times \text{tipo de vidro}$$

$$C = 2,01. 144$$

$$C = 289,38$$

O desenvolvimento dessa proposta de atividade em sala de aula, utilizando a modelagem matemática, tem o intuito de levar os estudantes a construírem o conceito do número  $\pi$ , do modelo matemático de área do círculo, e do perímetro da circunferência demonstrando sua utilização prática no cotidiano através de recursos didáticos.

Ao invés de usar, simplesmente, o método tradicional de mostrar as fórmulas e exercícios que envolvam sua utilização, predominando apenas o exercício de substituição de valores propostos no problema para obter os resultados solicitados. Desse modo, esta atividade propicia a pesquisa e/ou investigação dos objetos de conhecimento abordado em busca do desenvolvimento do aprendizado.

### 4.3 PROPOSTA III – EMBALAGENS

A proposta desta atividade se baseia no livro “Modelagem Matemática no Ensino” desenvolvida pelos autores Biembengut e Hein (2014), parte II, intitulada “Embalagens”. Objetivo dessa atividade é mostrar que as formas dos sólidos geométricos estão presentes em nosso dia a dia, como por exemplo, nos jogos, em elementos da natureza, na arquitetura das construções, e nas embalagens de produtos comerciais entre outros.

Nesse sentido, as embalagens que fazem parte do cotidiano das pessoas serão objetos de estudo nessa atividade, uma vez que através delas podemos observar uma gama de atividades que podem ser elaboradas, pois segundo Biembengut e Hein (2014), há diferentes tipos de embalagem, seja na forma, no tamanho e no material, como: uma lata de refrigerante, folhas de papel, caixas de sapato, saco ou sacola de pano, plástico ou papel, dentre outros.

Figura 14: Sólidos geométricos sob a forma de alguns produtos



Fonte: Meramente ilustrativa - Internet (2017)



Assim, observa-se que as embalagens podem ser utilizadas como tema para trabalhar a Modelagem Matemática na sala de aula, possibilitando aos estudantes um contato direto com a prática e a teoria, além de estimular a observação, percepção de semelhanças e diferenças e a identificação de regularidades. Desse modo, segundo Biembengut e Hein (2000, p. 28) “[...] trata-se, é claro, de uma forma extremamente prazerosa e que confere significativo conhecimento seja na forma de conceitos matemáticos, seja sobre o tema que se estuda”.

Diante desse leque de possibilidades ao se trabalhar com as embalagens, a presente proposta permite desenvolver os seguintes assuntos: Poliedros (elementos, classificação, Relação de Euler, Poliedros de Platão), Primas (Elementos, classificação, área da superfície lateral, total e volume, diagonal do paralelepípedo retângulo e cubo) e corpos redondos: Cilindro (Definição, elementos, classificação, área da base, área lateral, área total e volume).

#### 4.3.1 - EMBALAGENS: ESTUDANDO OS POLIEDROS

##### PARA ALÉM DA MATEMÁTICA

Existe uma grande variedade de objetos utilizados no dia-a-dia das pessoas com diferentes formas geométricas, entre eles, as embalagens. Elas têm uma significativa importância para o produto. Além de protegê-lo valoriza sua apresentação. Há um ditado popular que diz: A primeira impressão é que fica”! Partindo dessa premissa, a embalagem precisa “impressionar os olhos” do consumidor, ou seja, atender ao senso estético. Mas isso não é suficiente! É necessário que seja fácil manuseá-la e que o produto fique devidamente protegido da ação do transporte e do tempo. Para isso, alguns cuidados devem ser tomados, em particular com a forma e resistência.

Uma preocupação é criar uma embalagem que utilize a mínima quantidade possível de material, sem perder a funcionalidade e a resistência.

Fonte: Biembengut e Hein (2014)

Para iniciar o trabalho de modelagem matemática com o tema “Embalagens: estudante os poliedros” o professor deverá levar para sala de aula algumas embalagens ou objetos de



diversas formas e tamanhos, como: lata de refrigerante, bola de gude, casquinha de sorvete, copos descartáveis de café. E ainda objetos que possuam formas de prisma, como: caixa de pizza, caixa de sapato, livro, com bases triangular, hexagonal, pentagonal e circular, dentre outras e alguns objetos com formas geométricas planas: utilizar as formas geométricas presentes na sala de aula (parede, quadro negro, piso etc.)

De acordo com Biembengut e Hein (2014, p. 35):

Nesta primeira etapa, você pode resgatar os conceitos geométricos que os alunos já possuem e introduzir outros considerados elementares. Nomes como prisma, cilindro, cone etc. e alguns conceitos de geometria plana e espacial podem ser apresentados aos alunos mesmos que pertençam às séries iniciais.

Desse modo, este trabalho foi realizado em cinco momentos diferentes, primeiramente fazendo um estudo sobre os poliedros mediante a utilização de embalagens e através do Jogo do Dodecaedro.

## **1º MOMENTO: QUESTIONAMENTOS SOBRE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL**

- ❖ O que você entende por geometria plana e geometria espacial?
- ❖ Que formas geométricas estão presentes no nosso cotidiano? E nas caixas e nas latas?
- ❖ Que formas geométricas você pode observar na natureza, na arte, nos jogos, nos diferentes tipos de embalagens, nos objetos que você visualiza e manipula no seu dia-a-dia?
- ❖ O que você entende por perímetro, área e volume?
- ❖ O que é um poliedro?
- ❖ Quais os sólidos geométricos apresentam corpos redondos e quais apresenta formas poliédricas?

Com estes questionamentos, objetiva-se verificar a noção que cada estudante tem a respeito de Geometria abordando as formas geométricas, como elas estão presentes em nossas vidas e como se apresentam na natureza. Analisando as embalagens, segundo Fonseca:

Pretende-se chamar a atenção dos alunos para os aspectos – sejam funcionais, estéticos ou econômicos, que estabelecem critérios para definição das formas, conferindo sentido às classificações. Busca-se proporcionar aos mesmos a possibilidade de compreender os conceitos geométricos através da visualização, manipulação e observação das diferentes formas geométricas que são encontradas nas embalagens. (FONSECA, 2005, p. 45).



Nesse sentido, é essencial que o professor trabalhe com a geometria de forma contextualizada com a realidade do educando, mas com o cuidado de não repassar para o estudante apenas uma visão imediatista da aplicação da Geometria. Segundo Fonseca (2005, p. 93) é possível e desejável, todavia, que o argumento de utilização da Geometria na vida cotidiana, profissional ou escolar permita e desencadeie o reconhecimento de que sua importância ultrapasse esse seu uso imediato para ligar-se a aspectos mais formativos.

## **2º MOMENTO: RECONHECENDO AS FORMAS GEOMÉTRICAS DAS EMBALAGENS.**

Desenvolve-se esta atividade com objetivo de que cada aluno identifique o sólido geométrico, através da observação das diferentes Figuras que os formam, definindo seus elementos e estabelecendo a relação com a Geometria.

Esta atividade encontrasse dividida em cinco etapas:

### **1ª ETAPA: COLETA DAS EMBALAGENS**

Para tanto é necessário que o professor e alunos levem a sala de aula diferentes tipos de embalagens e objetos: caixas com diferentes formas e tamanhos, como: caixa de leite, de remédio, chá, creme dental, latas, copos de plástico, bolinha de isopor, canudinhos, chapéu de palhaço, jornal, brinquedos, sacola de pano ou sacola de plástico, entre outras.

### **2ª ETAPA: SEPARAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DAS EMBALAGENS**

Na sequência o professor pode solicitar aos alunos a separação e classificação das embalagens, dividindo a turma em grupos de quatro alunos, sendo um deles indicado como relator para fazer as anotações e posteriores explicações das atividades realizadas. Inicia-se então a separação e classificação das embalagens agrupando-as por semelhanças e diferenças.

Questiona-se a forma de classificação: Pode-se agrupar as caixas de leite com as caixas de remédios? Bolinha de isopor com chapéu de palhaço? Observa-se também as diferenças entre os objetos que rolam e os que não rolam; os que têm ponta e os que não possuem ponta. Desse modo, o professor apresenta o conceito de Poliedro, ou seja, são sólidos geométricos limitados por superfícies planas poligonais.

Os poliedros apresentam os seguintes elementos: as bases, regiões poligonais; as arestas (segmentos de reta que são os encontros de duas faces); os vértices (possuem pontos que são o encontro de três ou mais arestas). Os poliedros são classificados de acordo com o número de faces. Assim um hexaedro ou cubo possui seis faces, um heptaedro possui sete faces e um octaedro possui oito faces.

De posse dos objetos o professor solicita aos estudantes o preenchimento do quadro, a seguir:

Quadro 01: Poliedros

Poliedro	Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	$V + F = A + 2$
TETRAEDRO	4	4	6	$4 + 4 = 6 + 2$
HEXAEDRO	8	6	12	$8 + 6 = 12 + 2$
OCTAEDRO	6	8	12	$6 + 8 = 12 + 2$
DODECAEDRO	20	12	30	$20 + 12 = 30 + 2$
ICOSAEDRO	12	20	30	$12 + 20 = 30 + 2$

Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

Levando-os a analisar que existe uma importante relação nos poliedros convexos entre o número de vértices, faces e aresta, ou seja, a Relação de Euler que diz que a soma do número de vértices com o número de arestas é igual ao número de faces mais dois.

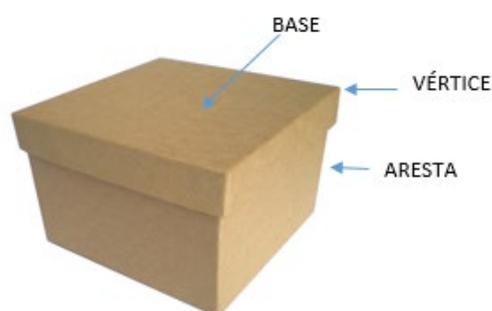
$$V + F = A + 2$$

Na Figura, tem-se:

$$V + F = A + 2$$

$$8 + 6 = 12 + 2$$

$$14 = 14$$



Como atividade de fixação do objetos de conhecimento abordado em sala, pode ser utilizado o Jogo do Dodecaedro, sendo a primeira parte composta pelo preenchimento da tabela a abaixo e a segunda pela construção do Dodecaedro, a partir de sua planificação.

Preencha os dados da tabela abaixo.

Construção, participação e respostas no Jogo. **Dodecaedro**

Nome do objeto	Nome de sólido geométrico	Sólidos Geométricos: Poliedro, Corpo redondo ou outros?	E um Poliedro de Platão?	Classificação – Côncavo ou Convexo Não se aplica	Apresenta a Relação de Euler? Sim ou não
COPO					
CASCA DE SORVETE					
CX DE LEITE					
ISOPOR					
CUBO MAGICO					
DADO					
BOLA					
CX DE SAPATO					

**ATIVIDADE:**

- ✓ Sortear as equipes com quatro integrantes;
- ✓ Entregar as folhas com as fotografias; em anexo 3
- ✓ Preencher os dados da tabela acima;
- ✓ Construir o Dodecaedro a partir de sua planificação, em anexo 4
- ✓ Colar as imagens do Dodecaedro.

**MODO DE JOGAR E REGRAS DO JOGO:**

- ✓ Cada aluno da equipe deve jogar seu dodecaedro e responder? Qual é a Figura que está sendo visualizada na face superior de cada dodecaedro?
- ✓ Se na face superior cair uma interrogação o professor leva o aluno as cartas com as perguntas, embaralha-as e o mesmo retira uma, lê e responde;
- ✓ Para cada acerto, o grupo ganha um ponto, se errar não marca ponto, portanto vale quatro pontos cada rodada, para o grupo;
- ✓ Serão realizadas quantas rodadas se enquadrar no tempo hábil das aulas;
- ✓ Vence o grupo que marcar mais pontos.

### 4.3.2 EMBALAGENS: DO COTIDIANO À SALA DE AULA

É notório que ao comprar um produto não se paga apenas por ele, mas também por sua embalagem. Dessa forma, quanto mais cara é a embalagem, mais caro fica o produto! Atualmente, ante a concorrência, o fabricante ou comerciante além de procurar oferecer um bom produto, com boa aparência, necessita detectar ou outras variáveis que permitem baratear o produto, em particular a embalagem. Na embalagem, uma das propostas é estabelecer um formato adequado que utilize a quantidade mínima de material e máximo aproveitamento ou volume.

Existem diversas formas geométricas presentes na construção das embalagens. Devido ao fato de possuir fácil manuseio e praticidade no empilhamento, as mais comuns possuem o formato de paralelepípedos retângulos. Observando as embalagens, “caixas de presentes”, com formatos quadrados e retangulares, notou-se que existiam no mercado modelos diferentes de embalagem para presentes.

Daí veio a problemática que norteou a escolha do tema para esse experimento: Deseja-se escolher uma caixinha dentre as duas opções, abaixo, e confeccioná-la para presentes, preferencialmente aquela que apresente menor quantidade de material na sua construção. Mas como se faz uma caixinha? Qual a diferença entre as duas opções abaixo? Quais as medidas das embalagens? Como determinar a área de cada uma das embalagens? Qual a quantidade de material utilizado para fazer uma caixinha?



Embalagens para presente 1



Embalagens para presente 2

Para responder a essas indagações, adota-se a modelação matemática que permite encontrar uma equação na qual são fornecidas a quantidade de material a ser utilizado em cada uma das embalagens acima. Inicialmente, necessita-se saber qual o produto (tamanho, tipo), características do produto (material, cor) e como será transportado. Com essas informações,

pode-se fazer, inicialmente um desenho (planificação da embalagem) que deve conter todas as informações essenciais para sua confecção, tais como: medidas, espécie do material etc.

As caixas têm um formato de um prisma. E analisando um prisma, representado pelas caixas acima, temos que cada :

Canto, é chamado de vértice  
 Cada dobra da caixa de aresta  
 E cada lado de face.



Um prisma é um sólido geométrico que possuem bases paralelas e faces laterais retangulares. Sendo que podem ser classificados em: Prisma Reto e Prismas Oblíquo.

	<p><b>Bases:</b> regiões poligonais congruentes  <b>Altura:</b> distância entre as bases  <b>Arestas laterais paralelas:</b> mesmas medidas  <b>Faces laterais:</b> paralelogramos</p>	
<p><b>•Prisma reto</b>                  As arestas laterais têm o mesmo comprimento.                  As arestas laterais são perpendiculares ao plano da base.                  As faces laterais são retangulares.</p>		<p><b>Prisma oblíquo</b>                  As arestas laterais têm o mesmo comprimento.                  As arestas laterais são oblíquas ao plano da base.                  As faces laterais não são retangulares.</p>

Para fazer uma caixinha, faça-se, inicialmente, o desenho de uma caixa na forma retangular, com suas respectivas dimensões, conforme Figura abaixo.

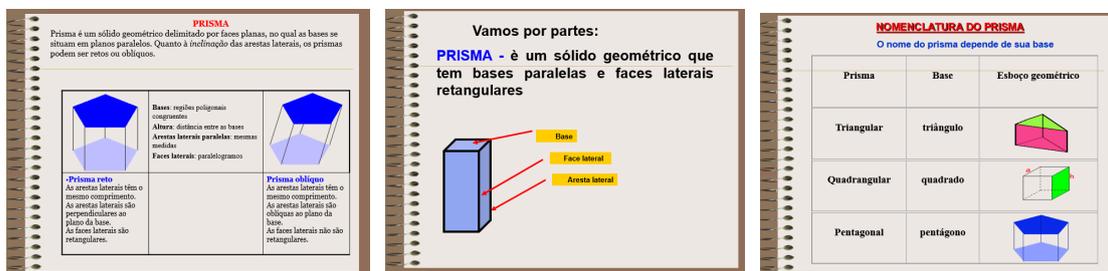


Agora, tome uma folha de papel na forma retangular, para fazer uma caixa com medidas já descritas. Nesse caso, a folha deverá ter as seguintes medidas: 21cm por 29,6cm. (folha tamanho A4). Com o auxiliar de um instrumento de medida, no caso uma régua, mede-se 5cm

da borda da folha e riscar levemente, com o lápis, uma linha, fazendo o mesmo nas demais bordas. A partir daí, efetua a dobra em cada um dos riscos, montando a caixinha.

Assim, a caixinha construída pelo estudante vale como modelo de embalagem para a caixinha de presentes. Segundo Biembentu e Hein (2014, p. 370) “[...] esta atividade é interessante em qualquer faixa etária. Além de utilizar vários conceitos geométricos, propicia uma noção espacial”. O valor da embalagem incide sobre o valor final do produto.

Desse modo, uma preocupação é que ao criar uma embalagem seja evitado o máximo possível desperdício de material. Ao passo em que os estudantes forem montando a caixa, o professor pode ir explando sobre as características do Prisma (definição, classificação e elementos)



Para calcular a quantidade de material de uma embalagem de qualquer forma basta abrir (planificar) fazendo um esboço com as devidas dimensões. A partir daí, calcula-se a área das Figuras planas. Por exemplo, fazendo a planificação do prisma retangular, tem-se:

Figura 15: Planificação do prisma de base retangular

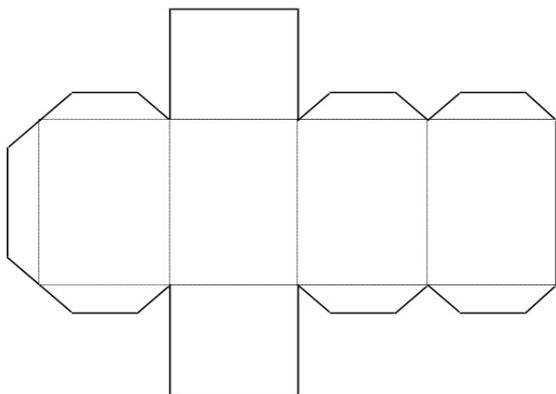
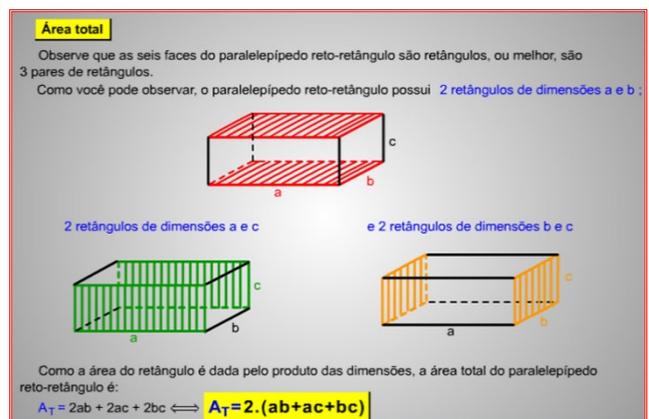


Figura 16: Vistas laterais do retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

#### 4ª ETAPA: COMO DETERMINAR A QUANTIDADE DE MATERIAL UTILIZADO PARA CONSTRUÇÃO DAS EMBALAGENS ANTERIORES?

Para calcular a área total desse objeto, precisa-se apenas fazer o somatório das áreas laterais e da base, assim :

$A_t = 2(a \times b) + 2(a \times c) + 2(b \times c)$ , onde a, b e c são as medidas do comprimento, largura e altura, respectivamente, da caixa.

Fazendo  $a=8$ ,  $b=12$  e  $h=5$ , logo  $A_t = 2(12 \times 8) + 2(12 \times 5) + 2(8 \times 5) = 196\text{cm}^2$ .

Como em uma embalagem há partes (internas/externas) nas junções ou dobras, essas medidas, também precisam ser consideradas. No caso acima, não foram contabilizadas. Para calcular a área total da caixa 2, faz o mesmo processo da caixa 1.

$$A_t = \text{área das bases} + \text{área lateral}$$

Considerando a caixa 2, temos que: comprimento (a) = 7,8 cm, largura (b) = 7,8 cm e altura (c) = 7,8cm. Assim:



Assim para calcular a área do prisma de base quadrangular, temos que considerar:

2 quadrados de dimensões: 7,8 cm x 7,8cm.  
2 quadrados de dimensões laterais: 7,8 cm x 7,8cm.  
2 quadrados de dimensões: 7,8 cm x 7,8cm.

Ou seja, tem 6 áreas de mesma dimensão.

$$\text{Assim, } A_t = 2 \times (7,8 \times 7,8) + 2 \times (7,8 \times 7,8) + 2 \times (7,8 \times 7,8) = 182,52 \text{ cm}^2$$

Considerando a dimensão da embalagem acima, uma folha de papel A4, daria para fazer quantas embalagens com essas dimensões?

Considerando que uma folha A4 possui: 29,7cm x 21cm. Se tem que  $A_t=623,7\text{cm}^2$

Assim, basta apenas fazer razão entre Área total da folha e Área da embalagem. Logo, tem-se:

$$\frac{AT}{AE} = \frac{623,7}{514} = 1,21$$

Para Biembengut e Hein (2013, p. 41):

Nessa etapa, você pode introduzir as medidas de superfície - área, conceituando e justificando por que a área do retângulo é igual ao produto do comprimento de dois lados consecutivos, deixando-os deduzir, de preferência por meio de desenhos ou recortes. Como farão muitos cálculos, e considerando que nem todas as medidas são inteiras, você também pode relembrar as operações com números decimais ou ainda implementar o uso de calculadoras. O importante aqui é que o aluno tenha habilidade de resolver o problema e desenvolver a criatividade.

Logo, após pode-se definir o modelo matemático para qualquer prisma de dimensões: a, b, c, em que a, b, e c são as medidas da, comprimento, largura e altura, respectivamente da caixa. Temos:

$$A_t = \text{área das faces} + \text{área lateral}$$
$$A_t = 2 \times (a \times b) + 2 \times (a \times c) + 2 \times (b \times c)$$

Para calcular o volume do prisma precisa apenas multiplicar as três medidas correspondentes ao comprimento (a), largura (b) e à altura (c). Ou seja,

$$V = a \times b \times c$$

Se observa que largura x altura = área da base, logo:

Volume = área da base x altura

$$V = A_b \times h$$

Na maioria das referências bibliográficas a palavra altura vem representada pela letra h que advem do inglês *height*. Na nossa embalagem 1 e 2 o volume, será:

$$V_1 = 12 \times 8 \times 5$$

$$V_1 = 480 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 7,8 \times 7,8 \times 7,8$$

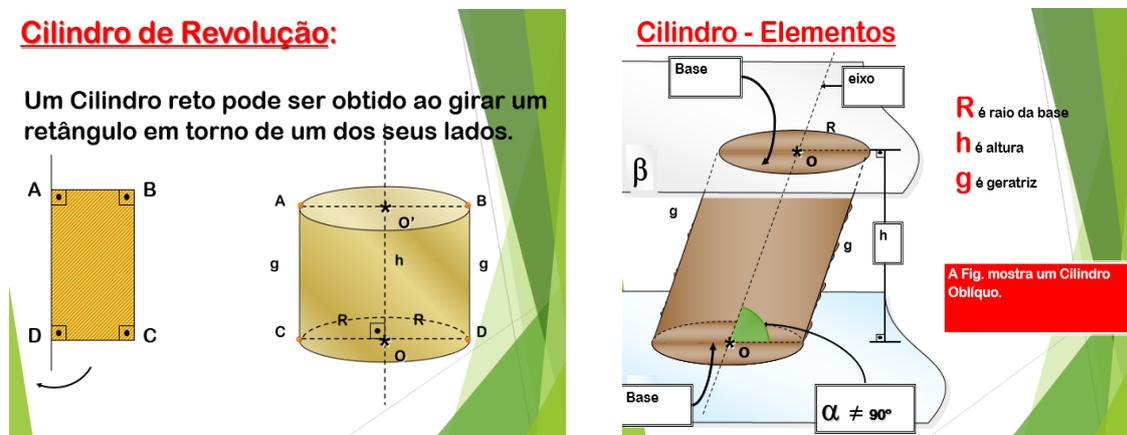
$$V_2 = 474,55 \text{ cm}^3$$

Assim, a quantidade mínima para confecção da embalagem 1 será de 196 cm<sup>2</sup> a embalagem 2 será de 182,52 cm<sup>2</sup>. Logo será escolhido a embalagem 1 para confecção das caixinhas para presentes. Vale ressaltar que ao criar uma embalagem é necessário, a priori, saber qual o tipo de produto (tamanho, massa, forma, densidade, durabilidade) e a partir daí definir qual é o material ideal para embalar esse produto.

## 6ª ETAPA - OUTRO EXEMPLO: UMA LATA CILÍNDRICA

Para a embalagem que possui forma de um cilindro reto, pode-se generalizar a sua área total ou quantidade de material necessário para fazer uma lata, (sem considerar junções), por um modelo matemático. Antes, faz-se necessário conceituar o que é um cilindro, quais seus elementos e suas classificações.

Cilindro reto é um sólido geométrico ou de revolução obtido ao girar um retângulo em torno de um de seus lados, podendo ser classificado em cilindro reto e oblíquo. Seus elementos são: **R** é o raio, **h** é a altura e **g** é a geratriz.



Obs\* utiliza-se *Data show* para mostrar a planificação do cilindro passo a passo ou através dos sólidos geométrico – planificáveis.

A área total de um cilindro, conforme a planificação na Figura 13, é igual a soma das áreas das duas bases que é uma região circular de raio  $r$ , mais a área da superfície lateral formada por um retângulo de dimensões  $h$ , altura do cilindro, e  $2\pi.r$  equivalente o comprimento das circunferências das bases do cilindro. Assim se obtém:

$$A_c = A_l + 2(A_b)$$

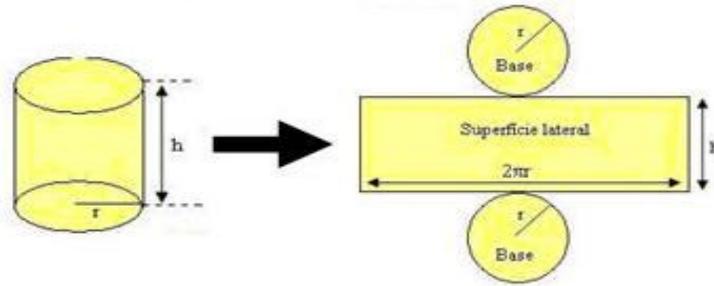
Em que:  $A_l$  é a área da superfície lateral do cilindro, pode ser obtido pelo comprimento (contorno) do cilindro x altura.

E a área da base corresponde a soma das áreas dos 2 círculos, assim temos:

$$A_c = \pi r^2$$

$$\text{Logo, } A_c = 2\pi r^2$$

Figura 17 – Planificação do cilindro



FONTE: Internet (2017).

Portanto, área total de qualquer cilindro pode ser determinada através do seguinte modelo matemático:

Área total = área lateral + área das bases

$$A_t = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$A_t = 2\pi r(h + r)$$

E volume de cilindro, também, pode ser determinado igual ao volume dos prismas, ou seja,

$$V = A_b \times h$$

Se a base do cilindro for circular, então a área da base é dado por:  $\pi r^2$ , logo o volume poderá ser expresso por:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Assim os modelos matemáticos a seguir, permitem calcular a área de um prisma de base retangular e de um cilindro circular, podem ser consideradas modelos. Isto porque por meio delas pode-se determinar a área de qualquer objeto que tem esse formato, variando apenas as medidas.

**Área total do prisma** =  $A_t = 2(ab) + 2(ah) + 2(bh)$

**Área total do cilindro** =  $A_t = 2\pi r(h + r)$

**Volume do Prisma** =  $V = A_b \times h = c.l.h$

**Volume do Cilindro** =  $V = A_b \times h = \pi r^2 \cdot h$

## ATIVIDADE 2

Calcular a área e volume de prismas e cilindro no laboratório de matemática.

Materiais: Régua

Lápis, caneta, borracha

Papel, Calculadora, Back e água

## MODELAGEM MATEMÁTICA CASO – 02

### PROPOSTA DE TRABALHO COM MODELAGEM MATEMÁTICA

**Tema:** Geometria Espacial

**Assunto:** Relações entre Prismas e Cilindro

**Objetivo:** Calcular a área total e volume de prismas e cilindros

**Metodologia:**

Construir o plano de aula a ser realizado de acordo com Almeida (2013)

### SITUAÇÃO INICIAL (PROBLEMÁTICA)

Qual seria o formato ideal para uma embalagem de leite de 1L?

Explicar a atividade a ser realizada – Origem do problema

### INTEIRAÇÃO

Buscar informações sobre o cálculo de áreas e volume de sólidos geométricos.

Coleta de dados sobre as medições de embalagens de leite.

Determinar os materiais e/ou objetos a serem utilizados para medição.

Colocando a matemática em prática. “Geometria nas embalagens”.

Definição do problema: Qual seria o formato ideal para esse tipo de embalagem?

### MATEMATIZAÇÃO E RESOLUÇÃO

### Definição de hipóteses

- ✓ Quais as medidas das embalagens?
- ✓ Qual a área total das embalagens?
- ✓ Qual o volume total das embalagens?
- ✓ Que instrumentos posso utilizar para realizar as medições?
- ✓ Qual a relação existente entre os prismas e cilindros?
- ✓ Qual das embalagens apresenta menor custo para o fabricante?
- ✓ Qual teria o melhor manuseio?

### MODELO MATEMÁTICO

- ✓ **Área total do prisma** =  $A_t = 2(ab) + 2(ah) + 2(bh)$
- ✓ **Área total do cilindro** =  $A_t = 2\pi r(h + r)$
- ✓ **Volume do Prisma** =  $V = A_b \times h = c.l.h$
- ✓ **Volume do Cilindro** =  $V = A_b \times h = \pi r^2 \cdot h$

Objetos de conhecimento abordados

Área e volume de sólidos geométricos: prismas e cilindros.

### INTERPRETAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO.

É possível determinar por meio de um modelo matemático o tipo embalagem mais adequado para comercialização de leite.

### SITUAÇÃO FINAL

Ao criar uma embalagem é necessário, a priori, saber qual o tipo de produto (tamanho, forma, massa, densidade, durabilidade) para que o consumidor, a forma de transporte, e a partir daí definir qual é o material ideal para embalar esse produto, a forma e tamanhos ideais.

## 5. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Esta seção tem o intuito de apresentar os achados da pesquisa antes e depois do desenvolvimento da Modelagem Matemática em sala de aula. Os dados foram coletados através de instrumentos utilizados na pesquisa, dentre eles: questionário inicial (realizado com os estudantes), registros da observação participante realizado pelo pesquisador ao desenvolver a intervenção pedagógica e o questionário final (realizado após a intervenção em sala). Além de apresentar os dados coletados através da entrevista semiestruturada com os professores de matemática participante desta pesquisa.

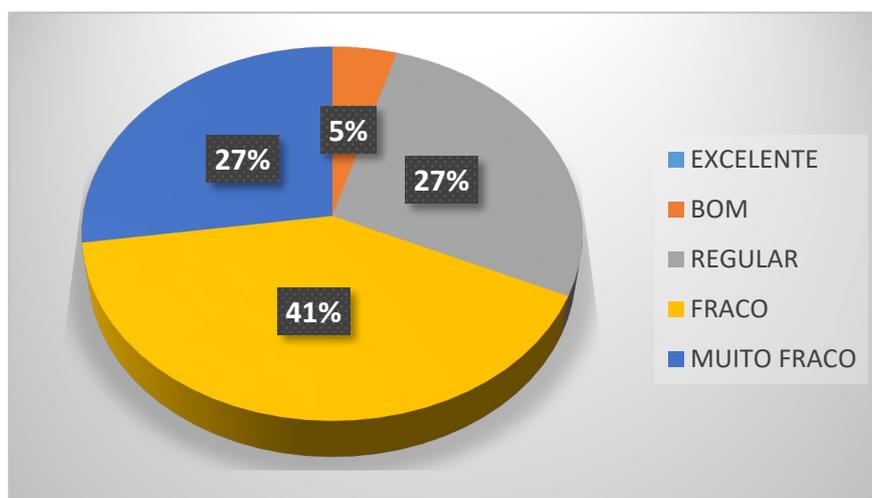
### 5.1 QUESTIONÁRIO INICIAL

O questionário inicial foi dividido em duas partes, sendo a primeira versando sobre os dados de identificação da turma, como: idade, sexo e repetência e a outra sobre o processo de ensino e aprendizagem matemática.

De acordo com as respostas obtidas na primeira questão (idade) constata-se que a turma é composta por estudantes com idades que variam entre 15 e 26 anos, sendo 17 mulheres e 5 homens e que 50% da turma repetiram alguma série/ano.

Em relação ao processo de ensino e aprendizagem matemática foram realizadas as seguintes indagações: Como você avalia seu desempenho em Matemática? De acordo com o gráfico abaixo, se observa que:

Gráfico 01 – Auto avaliação do desempenho em matemática dos estudantes

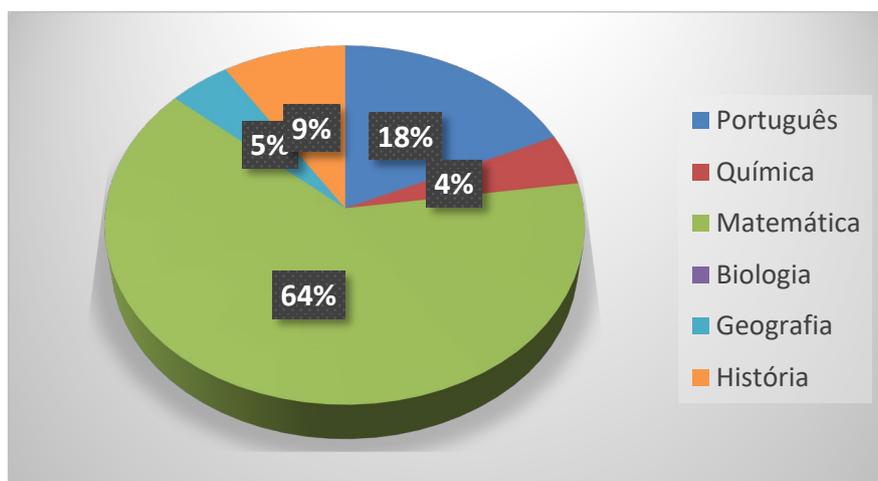


Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Os estudantes se auto avaliam com desempenhos baixíssimo em Matemática, sendo apenas 5% que se declaram bom, 27% regular e a grande maioria 68% apresentam desempenho fraco e muito fraco em Matemática. Um outro dado, também, que nos chamou bastante atenção foi em relação as disciplinas que eles mais gostam, dentre elas destaca-se: Química (27%), História (27%), Português (23%), Geografia (14%), Biologia (9%) e Matemática (0%).

Quando indagados sobre as disciplinas que os estudantes menos gostam, tivemos o seguinte resultado:

Gráfico 02 – Disciplinas que os estudantes menos gostam



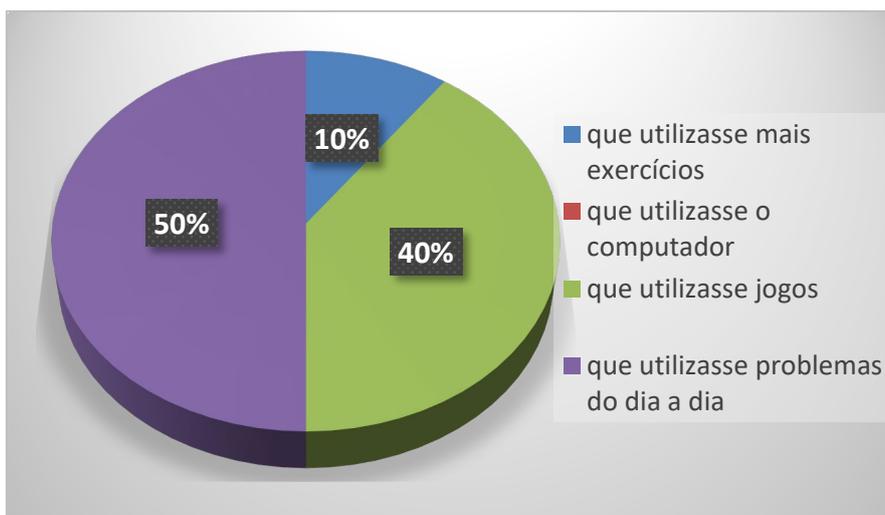
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

De acordo com o gráfico pode-se observar que as disciplinas que os estudantes menos gostam são respectivamente: Matemática com 64%, Português com 18%, História com 9%, Geografia com 5%, Química com 4% e Biologia com 0%.

Foi perguntado, também, como eles gostariam que fossem realizadas as aulas de matemática. Segundo os dados obtidos, temos:

De acordo com o gráfico, abaixo, observa-se que 50% dos estudantes afirmam que gostariam que as aulas de matemática fossem contempladas com situações problemas do cotidiano, 40% que utilizassem jogos nas aulas e apenas 10% que as aulas de matemática apresentassem mais resoluções de questões ou exercícios.

Gráfico 03 – Como deveriam ser as aulas de matemática?



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

No que se refere a questão: Você apresenta dificuldade em relação como os professores de matemática ensinam os conteúdos? Arrolam-se alguns comentários:

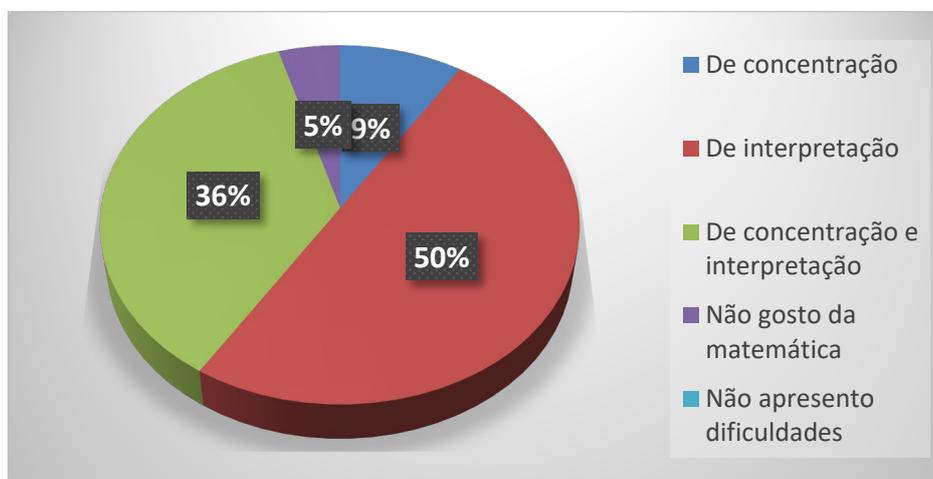
- (1) Não compreendo muito bem.
- (2) Na hora entendo, as vezes falta mais prática.
- (4) Porque tenho dificuldades e não consigo compreender
- (10) Apresentam muita teoria
- (12) Muita dificuldade
- (20) Não entendo direito o que eles falam
- (21) Não consigo interpretar
- (22) Não consigo entender direito o método de ensino

Assim, observa-se que o ensino de Matemática vem sendo abordado em sala de aula de forma isolada, sem relação com o mundo real e por este fator tornando a matemática algo distante de ser compreendida, intangível. Para que ele se torne atrativo e prazeroso, a prática pedagógica do professor se torna desafiadora, uma vez que o docente deve encontrar ferramentas didáticas/pedagógicas que consigam despertar o interesse do educando, enfatizando os preceitos matemáticos num elo entre teoria e prática.

Quando indagados sobre as principais dificuldades que os estudantes apresentam na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, percebe-se que 50% delas estão relacionadas a

interpretação, 36% a concentração e interpretação, 9% a concentração e 5% que não gosta de matemática, conforme mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 04 – Dificuldades no processo de ensino e aprendizagem matemática



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

## 5.2 QUESTIONÁRIO FINAL

A seguir são apresentados os resultados da pesquisa realizada junto aos estudantes após a intervenção pedagógica realizada nos meses de fevereiro a junho do ano corrente. No total foram realizadas 39 aulas de 50 min cada, versando sobre os objetos de conhecimento presentes na proposta curricular de Matemática da Turma do 2º ano/série da EEEP Professora Maria Célia Pinheiro Falcão. Os resultados obtidos no questionário final são descritos a seguir:

**Questão 01: Ao longo desse semestre a metodologia utilizada em sala de aula foi a Modelagem Matemática, assim as aulas de matemática tornaram-se mais atraentes para você do que as aulas tradicionais?**

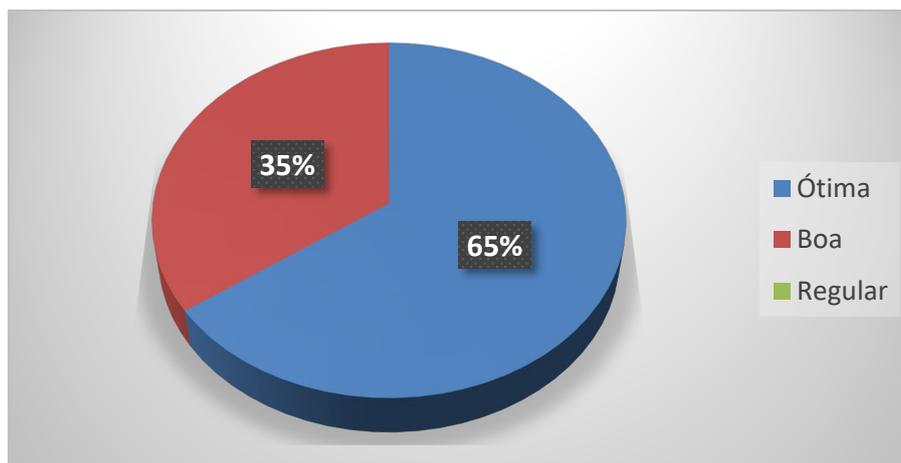
Por unanimidade, todos os alunos afirmaram que aulas de matemática se tornaram mais atraentes, isso devido a uma série de fatores, dentre eles cabe destacar:

Teve muitas aulas práticas, e as atividades e trabalhos realizados foram diferentes e chamaram mais atenção (1);  
Achei mais interessante, pois eram problemas do nosso cotidiano (2);  
Porque as aulas são práticas e divertidas, assim a aula fica mais atraente (5); Por causa da metodologia aplicada nas aulas com situação de cotidiano (7); Tornou-se mais prazeroso aprender, pois facilitava o entendimento dos conteúdos e o aprendizado tornou-se mais fixável (8);  
Porque se tornou importante a compreensão de problemas apresentados, inicialmente, para poder saber como resolvê-los (11);  
Porque nas aulas trabalhamos em grupo, uma nova forma de aprender matemática (20).

**Questão 02: Qual sua opinião sobre a experiência vivenciada com o trabalho de modelagem matemática?**

De acordo com o gráfico, abaixo, observa-se que 65% dos estudantes consideraram ótima a experiência vivenciada através da modelagem matemática, e 35% afirma que foi bom e 0% que foi regular.

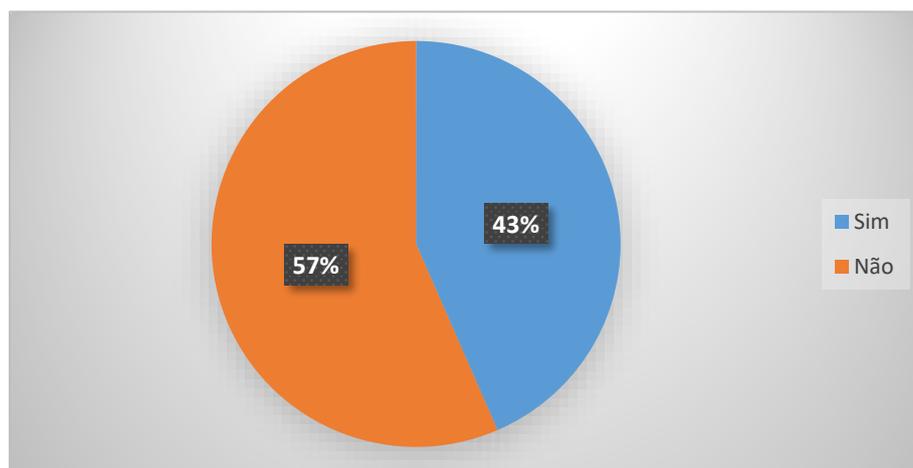
Gráfico 05 – Experiência vivenciada com o trabalho de modelagem matemática



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

**Questão 03: Você já havia participado de atividades de ensino como estas, relacionando a Matemática a questões / situações-problema do mundo real? Questão 04: Como você gostaria que a Matemática fosse ensinada?**

GRÁFICO 06 – Participação em atividades de Modelagem Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

De acordo com os dados obtidos, 57% dos estudantes nunca haviam participado de atividades de ensino como estas, e apenas 43% já tinham, participado. Mas um dado que nos

chamou bastante atenção foi as respostas da quarta questão, onde se perguntou: Como você gostaria que as aulas de Matemática fossem realizadas?

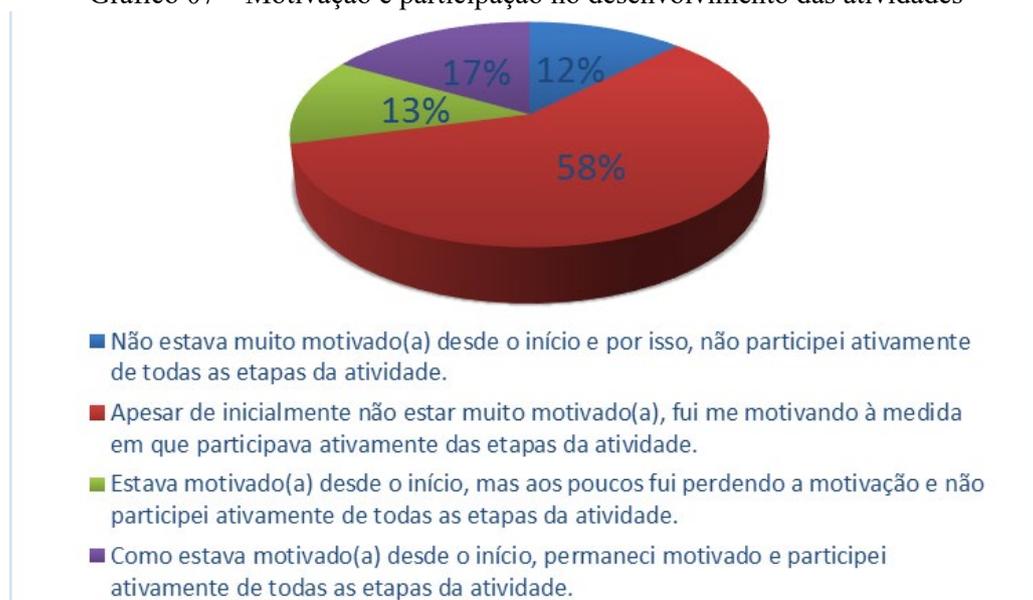
As declarações dos estudantes surpreendem: “Da forma como você está ensinando, com aulas práticas, coisas vem mais para a realidade (1). Usando situações problemas do nosso cotidiano e tendo mais aulas práticas (3). De uma forma mais fácil de absorver, como foi dado nas aulas (6).”

Arrolaram-se ainda, as seguintes declarações: Através da modelagem que vem sendo realizado (8). De uma forma mais dinâmica como as últimas aulas, onde são privilegiadas, situações problemas do mundo real e com aulas práticas no laboratório. (9) E com o desenvolvimento deste trabalho foi possível ver que este objetivo foi alcançado, pois segundo os estudantes o professor foi conduzindo os conteúdos matemáticos, de forma a garantir uma aprendizagem mais significativa (*Questão 05*).

Porque antes eu tinha mais dificuldades de entender e de gostar do conteúdo. Mas com essa forma de ensino melhorou mais. Houve uma facilidade maior em aprender, a me interessar muito mais. Porque o entendimento foi muito melhor, já que aprendi o conteúdo de uma forma mais clara, relacionando o conteúdo através de situações problemas do dia a dia, fica mais fácil de visualizar o que propõe a questão (1,3,4). Com o início de todas as aulas com problemas cotidianos, aprendemos a resolver problemas e introduzir os conteúdos matemáticos no nosso dia a dia. (11)

### Questão 06: Como você avalia a sua motivação e participação no desenvolvimento das atividades?

Gráfico 07 – Motivação e participação no desenvolvimento das atividades



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).



Um outro dado que foi bastante perceptível ao longo do desenvolvimento das atividades em sala de aula através da Modelagem Matemática foi a motivação dos alunos em participarem das aulas, de início havia uma certa rejeição por grande parte dos pesquisados por não estarem motivados, mas com o desenrolar das atividades foram se interessando em participar mais ativamente das atividades propostas. Dessa forma, observa-se e que 58% dos estudantes apresentaram essa característica.

Assim, a Modelagem Matemática apresenta alguma influência sobre motivação dos estudantes e que a predisposição para aprender, mesmo que ausentes no início, surgem durante o desenvolvimento das atividades. Vale destacar que 17 % já estavam motivados e permaneceram motivados, enquanto apenas 13%, afirmaram que estavam motivados desde o início, e a aos poucos foram perdendo a motivação, e 12 % não estavam muito motivados desde o início e por isso não participaram ativamente de todas as etapas propostas.

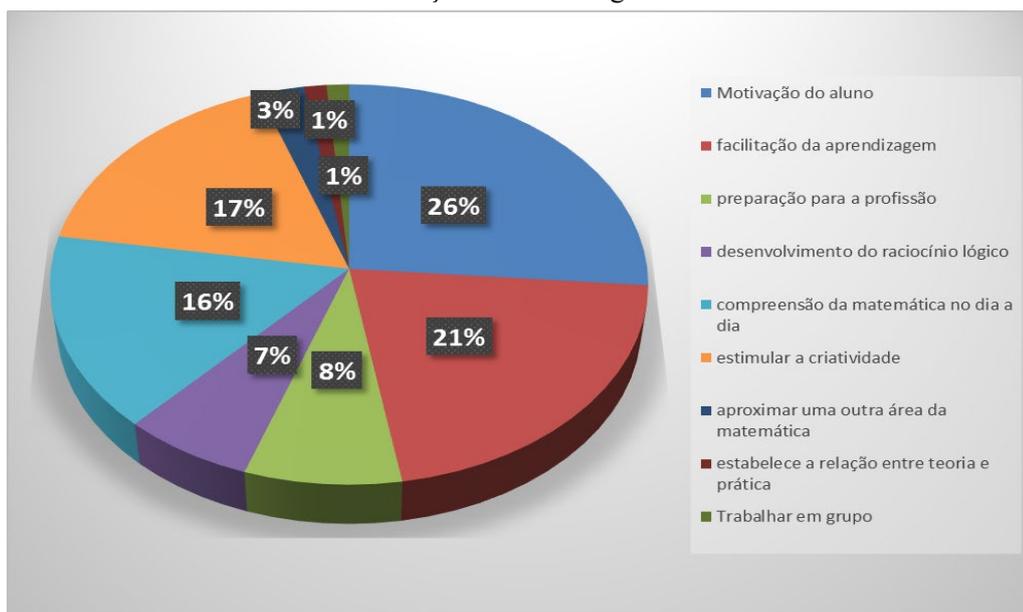
**Questão 08: Com a utilização da Modelagem Matemática em nossos encontros (aulas), você lembra dos objetos de conhecimento que foram estudados?**

Quando indagados sobre os conteúdos vistos ao longo de semestre, 64 % eles afirmaram que lembram de todos os objetos de conhecimento visto em sala, 8% que lembram da grande maioria e apenas 1% que não lembra. Dentre os objetos de conhecimento abordados, foram elencados: Figuras planas (quadrado, triângulo, losango, trapézio, círculo, circunferência, poliedros, polígonos e corpos redondo – cilindro)

**Questão 09: Cite no mínimo 03 (três) vantagens (contribuições) das aulas que tivemos com Modelagem Matemática?**

De acordo com os resultados obtidos pode-se observar, no gráfico abaixo, inúmeras vantagens ou contribuições com a utilização da Modelagem Matemática e pode-se afirmar que as maiores vantagens percebidas permeiam entre a motivação do aluno, facilidade de aprendizagem, preparação para a profissão, estimular a criatividade, compreensão da matemática no dia a dia, desenvolvimento do raciocínio lógico, entre outras.

Gráfico 08 – Contribuições da modelagem matemática



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

### Questão 10: Com a Modelagem Matemática, o que você aprendeu?

Arrolam-se alguns comentários:

Aprendi a aplicar a matemática no dia a dia e a gostar mais; aprendi que através da matemática podemos descobrir coisas muito importante; Que com a modelagem matemática os conteúdos tornam-se mais fáceis e ajuda na aprendizagem do aluno; Compreender a matemática de uma maneira melhor, resolver questões de todos os níveis relacionados ao conteúdo; Diferentes formas de se trabalhar com matemática e como podemos aplicá-los em nosso dia a dia; A perceber que os conteúdos que eu considerava difícil, ficaram de certa maneira mais fácil.

Os relatos dos estudantes nos proporcionam uma reflexão e nos mostram que o ato de aprender passa a ter sentido quando se leva em consideração questões de seu interesse. Isso ocorre à medida em que eles são desafiados a solucionar situações problemas reais que fazem parte de sua vivência. Desse modo, tem-se que incentivá-los a buscar informações e estabelecerem relações com intuito de construir uma aprendizagem real.

### 5.3 ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

A entrevista semiestruturada foi realizada com os professores licenciados em Matemática da rede estadual de Ensino Médio da cidade de Pereiro-CE. A qual possui duas escolas estaduais: EFM Virgílio Correia Lima e EEEP Professora Maria Célia Pinheiro Falcão, tendo a primeira 06 (seis) professores de matemática, e a segunda escola com apenas 02 (dois)

professores, apresentando um universo de 08 (oito professores). Sobre a formação profissional, todos os entrevistados possuem Graduação em Matemática.

Gráfico 09 – Formação profissional



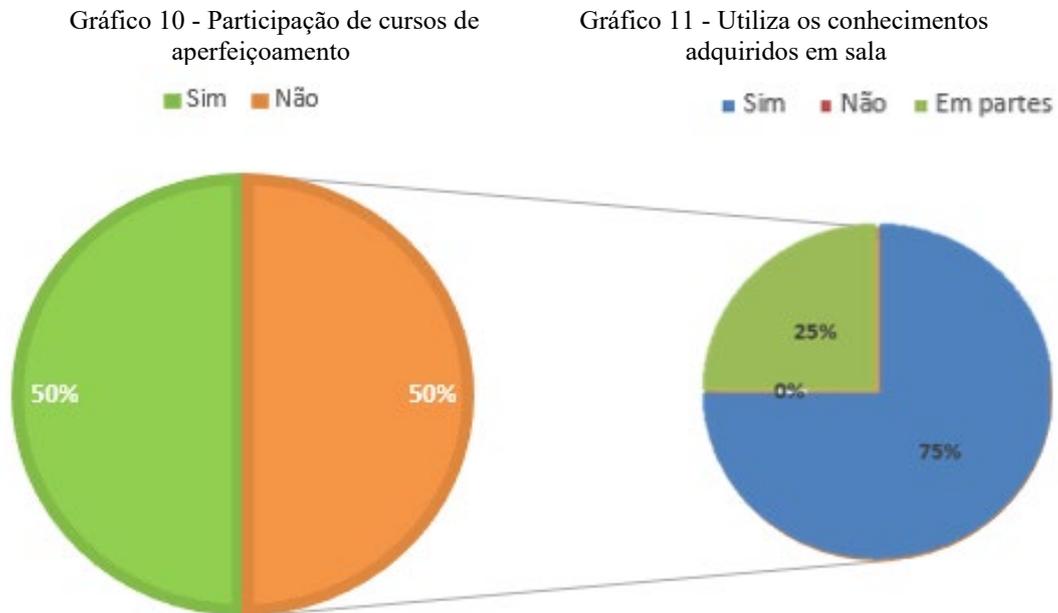
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Observa-se que apenas 25% deles não possuem pós-graduação, 50% possuem especialização em diversas áreas, dentre elas: Reeducação de projetos educacionais-matemático, Gestão Escolar, Matemática e Física e 25% possuem Mestrado em Matemática. Em relação há quanto tempo estes professores concluíram o curso superior na área de Matemática, tem-se que 13% deles concluíram a cerca de 10 a 15 anos, 37% de 1 a 4 anos e 50% deles de 5 a 9 anos. Tendo por média 8 anos de trabalho na área de educação.

### **Questão 03: Quais as duas principais razões pelas quais você optou em lecionar matemática?**

De acordo com os dados obtidos, percebe-se que os fatores pelos quais levaram os professores a lecionar matemática, deve-se essencialmente a identificação com a disciplina de matemática, facilidade com os cálculos, oportunidade de fazer o curso e pelo fato da profissão, professor, render um salário razoável.

**Questão 04. Você participa frequentemente de cursos de aperfeiçoamento? Se sim, utiliza os conhecimentos adquiridos em suas aulas?**



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Em relação as perguntas propostas sobre o processo de Ensino e aprendizagem matemática, temos:

**Questão 05: Quais os problemas que você encontra, hoje, para lecionar matemática?**

Arrolam-se alguns comentários:

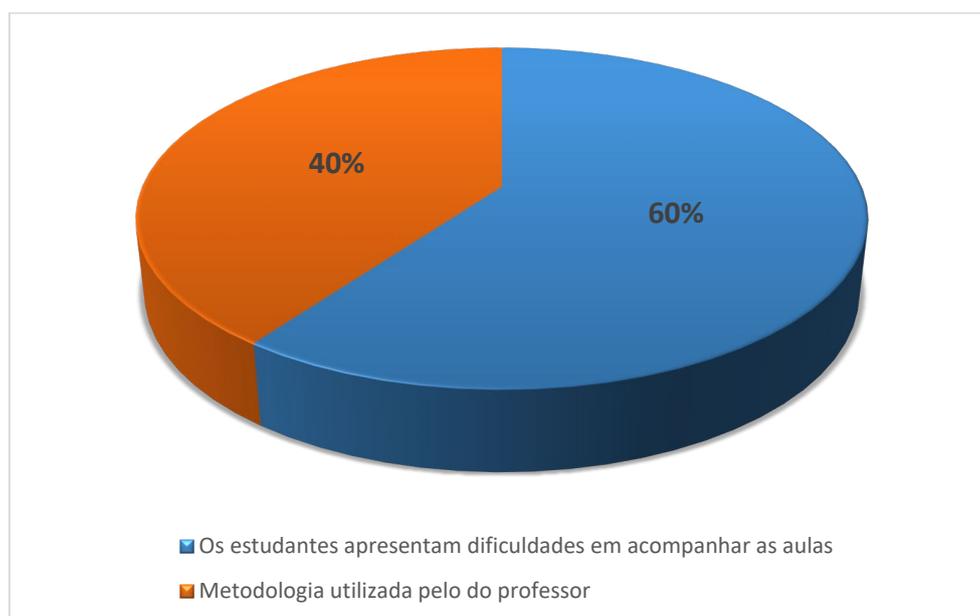
1. Professores com formação deficiente, alunos com conhecimentos defasados para a série em que estão cursando;
2. Criar uma base forte para dar continuidade aos estudos, falta de interesse dos alunos e por não gostarem da disciplina;
3. Baixo nível dos alunos;
4. Falta de materiais pedagógicos e indisciplinar escolar;
5. Despertar nos alunos o gosto pela disciplina, pois para a grande maioria deles não veem aplicabilidade em suas vidas;
6. Falta de estímulo dos alunos, por não gostarem da disciplina.

Assim, pode-se observar pelos dados obtidos, que os problemas encontrados, hoje, para lecionar matemática perpassam “n” fatores, principalmente a junção de professores com formação deficiente, associados a desinteresse e desmotivação dos alunos pela disciplina e a ausência de aulas dinâmicas são fatores que realmente nos encaminham para pífios do ensino de matemática do país.

**Questão 06: Você acredita que o baixo rendimento escolar, especialmente na disciplina de Matemática deve-se principalmente a (ao):**

Como resultado desta indagação, e de acordo com o gráfico abaixo, percebe-se que o baixo rendimento escolar na disciplina de Matemática está associado as dificuldades que os estudantes apresentam ao acompanhar as aulas de matemática, conforme afirmam 60% dos professores pesquisados e que 40% deve-se pela metodologia utilizada pelo professor.

Gráfico 12 – Fatores que influenciam o baixo rendimento escolar em matemática.



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

**Questão 07: Segundo alguns teóricos, tais como D’Ambrósio (1996) e Ponte (2004) afirmam que o ensino de matemática nas escolas públicas e privadas do país, dar-se como mera transmissão ou repasse de informações, prevalecendo a memorização e repetição de exercícios de fixação. Sim ou Não? Se sim, você acredita que há necessidade de mudanças na forma como a matemática vem sendo utilizada pelos professores da área? Justifique?**



Segundo os sujeitos pesquisados, nenhum deles discordam da afirmação, acima citada, sendo que 50% afirmam que sim e outros 50% concordam em partes. Eles afirmam que:

(3)O professor precisa mostrar ao aluno a importância da Matemática no seu dia a dia; (4)Deveria trabalhar com materiais concretos, sempre relacionando com o cotidiano; (6)A prática docente precisa, sim, estar sempre em aperfeiçoamento, pois tornar mais atraente e desafiadora; (7)É preciso mudar a formação inicial dos professores e a forma como este trabalha com os alunos, desde os anos iniciais; 8)Muitos conteúdos fazem relações com o dia a dia dos alunos, mas falta preparação dos professores.

Fato corroborado pelos PCN's (1998), ao mencionar que é essencial estimular os discentes a “ buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica”. Dessa forma, conduzindo os estudantes a perceber e identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o ajudam a entender e atuar no mundo.

#### **Questão 08. Qual o papel do professor de matemática nas aulas?**

Quando indagados sobre o real papel do professor de Matemática no processo de ensino-aprendizagem, obtivemos que 100% deles acordam que seu papel do professor é mediar/orientar o conhecimento. Vale ressaltar que nenhum dos sujeitos afirmaram que o papel do professor é de mero transmissor de conhecimento.

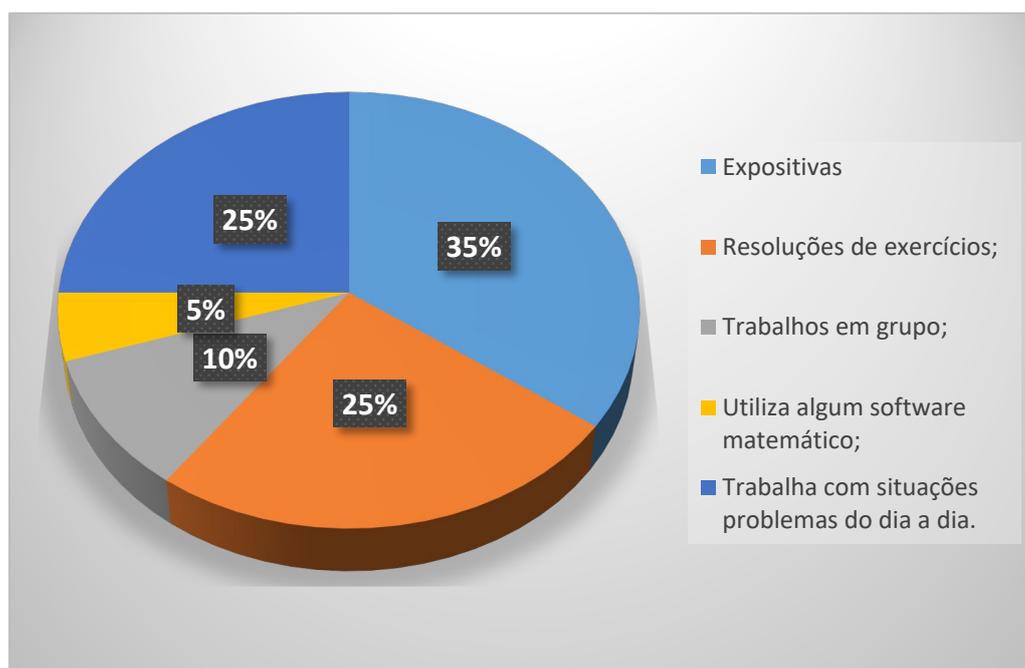
Dessa forma, percebe-se que na relação de ensino estabelecida em sala de aula, o professor tem o entendimento de que ensinar não é simplesmente transferir o conhecimento, mas levar o aluno a pensar, a criticar. Essa resposta vai de encontro a *pergunta 09. Para você o aluno do Ensino Médio deve saber*: tivemos como resultados que 50% dos entrevistados afirmam que os alunos devem ser críticos e capaz de raciocinar e outros 50% que devem saber relacionar a matemática com as outras disciplinas.

Segundo Cury (2003), “[...] a exposição interrogada gera a dúvida, a dúvida gera o estresse positivo, e este estresse abre as janelas da inteligência. Nessa perspectiva formamos cidadãos críticos e pensantes, e não apenas meros repetidores de informações”. Dessa forma, nota-se que o docente tem o papel de preparar o discente para se tornar um indivíduo ativo, capaz questionar, discutir e quebrar paradigmas sociais.

#### **Questão 10: Como são realizadas, frequentemente, suas aulas de matemática?**

De acordo com o gráfico abaixo, pode-se observar que as aulas de matemática continuam sendo predominadas por aulas expositivas (35%) e resoluções de exercícios (25%) perfazendo um total de 60%. Ainda de conforme o gráfico, percebe-se que a realização de aulas com atividades em grupo (10%), utilização de software matemático (5%) e situações problemas do dia a dia (25%), ainda ficam muito a desejar na prática pedagógica dos professores

Gráfico 13 – Práticas pedagógicas utilizadas nas aulas de matemática



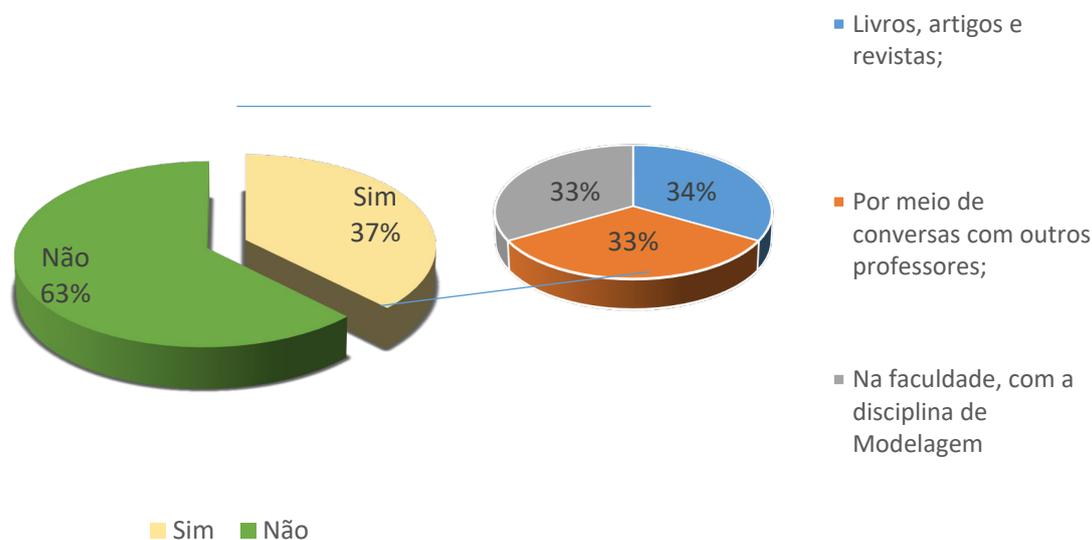
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Para Fossa e Bezerra (1998), eles apontam que o insucesso da Matemática entre os estudantes deve-se a “n” fatores, principalmente pela maneira a qual os conteúdos de Matemática têm sido ensinados pelos professores. Práticas pedagógicas que não proporcionam a participação ativa dos estudantes, que não estimulam a motivação e a criatividade. No que tange as perguntas propostas sobre o processo Modelagem Matemática, temos:

### **Questão 12: Durante sua formação acadêmica, você teve algum contato com a Modelagem Matemática? Se sim, qual sua concepção sobre a Modelagem Matemática**

De acordo com o gráfico, abaixo, observa-se que a grande maioria 63% não tiveram nenhum contato com modelagem matemática durante a formação acadêmica. E que apenas 37% tiveram contato, sendo 34% deles por meio de livros, artigos, revistas, 33% através de conversas com outros professores e 33% teve contato na graduação com a disciplina de modelagem.

Gráfico 14 – Contato com a modelagem matemática durante a formação acadêmica e a forma de contato.



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

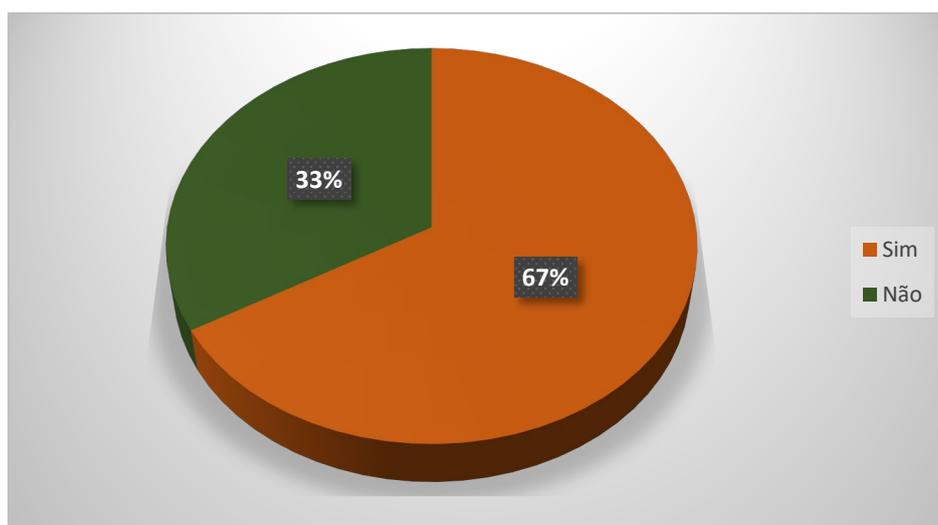
E dentre os professores que afirmaram ter contato com a Modelagem Matemática em sua formação acadêmica, foram indagados: *Qual sua concepção sobre a Modelagem Matemática?*

De acordo com as respostas obtidas a maioria define a modelagem matemática como uma metodologia de ensino, conforme ressalta alguns professores “A modelagem matemática permite ao professor trabalhar um conteúdo matemático a partir de uma situação do contexto do aluno utilizando não só conteúdos matemáticos, mas também de outras disciplinas” e “o aluno aprende com situações do dia a dia, relacionando a matemática com situações do cotidiano”

**Questão 15: Você trabalha com a Modelagem Matemática para desenvolver os objetos de conhecimento da disciplina de Matemática? Em caso, negativo, quais os motivos/dificuldades que você encontra para trabalhar com a Modelagem nas aulas?**

Conforme o gráfico abaixo, vê-se que 67% dos professores utilizam a modelagem matemática em sala de aula, mas ressaltam que não é possível utilizar a modelagem em todas as aulas.

Gráfico 15 – Utilização e dificuldades de trabalhar a modelagem na sala de aula



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

E 33% afirmam que não utilizam, principalmente, pela falta de tempo para planejar as aulas, uma vez que esta metodologia de ensino requer um planejamento bem mais elaborado, segundo afirmação do entrevistado “Falta de tempo para planejar as aulas com modelagem, pois leva-se muito mais tempo do que uma aula tradicional”.

## 6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Uma das etapas mais importante dentro do processo de elaboração de uma pesquisa é a etapa que compreende a análise da coleta de dados. Marconi e Lakatos (2011, p. 168) afirmam que nessa fase o pesquisador tem que entrar em maiores “[...] detalhes sobre os dados decorrentes do trabalho estatístico, afim de conseguir respostas às suas indagações, e procura estabelecer as relações necessárias entre os dados obtidos e as hipóteses formuladas”.

Para realizar a análise de dados, se dispõe de uma série de técnicas que podem ser usadas nas pesquisas de natureza qualitativa ou quantitativa, porém as principais segundo Oliveira (2011), são: a análise de conteúdo, a estatística descritiva univariada e a estatística multivariada.

No presente trabalho abordou, apenas, a análise de conteúdo, tendo em vista que ela pode ser utilizada tanto na pesquisa quantitativa, como na investigação qualitativa. Ela é conceituada como uma técnica de pesquisa para a descrição objetiva, sistemática, e quantitativa do conteúdo evidente da comunicação (MARCONI; LAKATOS, 2003).

Através dessa técnica percebe-se que as hipóteses formuladas serão comprovadas ou negadas, para tanto teremos que representar os dados coletados por meio de gráficos, tabelas e quadros. Segundo Marconi e Lakatos (2003, p.169), estes elementos informacionais podem ser definidos, como:

Gráficos - São figuras que servem para a representação dos dados. O termo é usado para grande variedade de ilustrações: Gráficos, esquemas, mapas, diagramas, desenhos etc. Tabelas - É construída, utilizando-se dados obtidos pelo próprio pesquisador em números absolutos e/ou percentagens. Quadros - São elaborados tendo por base dados secundários, isto é, obtidos de fontes como o IBGE e outros, inclusive livros, revistas etc.

Desse modo, esses modelos matemáticos facilitam ao leitor uma compreensão imediata e interpretativa dos dados, ou seja, levam os leitores a perceber os detalhes e as relações dos dados obtidos, no entanto precisam ser elaborados de forma simples, clara e objetiva.

### 6.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL COM OS ESTUDANTES PESQUISADOS

Diante dos dados apresentados no questionário inicial, podemos observar que a turma pesquisada é uma turma que apresenta uma grande distorção por idade/série, uma vez que ela é composta por estudantes que apresentam uma variação entre 15 e 26 anos de idade, tendo por idade média alunos com 18 anos. Vale ressaltar que como são alunos do 2º ano do Ensino Médio



a idade média deveria variar entre 15 e 16 anos. Esses alunos fora de faixa, devem-se principalmente pelo fato de 50% deles já terem repetidos alguma série no Ensino Fundamental II, conforme os dados obtidos.

**Questão: Como você avalia seu desempenho em matemática? E quais as disciplinas que os estudantes mais gostam? E quais os estudantes menos gostam?**

Conforme mostra o gráfico 01, (p. 87), pode-se observar que 68% dos estudantes afirmam que apresentam um desempenho fraco e muito fraco em Matemática. E dentre os componentes curriculares que eles mais gostam, tem-se: Química (27%), História (27%), Português (23%), Geografia (14%), Biologia (9%) e Matemática (0%). Nesse sentido, se observa o insucesso escolar do ensino de matemática decorrente muitas vezes da forma como é apresentada, ou seja, mecânica e repetitiva, despertando ojeriza aos estudantes e consequentemente o desencanto com a disciplina.

Segundo D’Ambrósio (1996), a Matemática ensinada nas escolas continua sendo vista por boa parte dos alunos como uma disciplina árida, abstrata, difícil de ser entendida. Estes julgamentos já formados e arraigados pela sociedade, explicam porque o ensino da Matemática continua sendo apresentado de forma desinteressante, obsoleta e inútil, assim fazendo com que se tenha um alto índice de reprovação escolar, baixíssimos índices de aprendizagem matemática e rejeição a disciplina de Matemática.

Assim, “[...] enquanto o trabalho com a matemática continuar privilegiando o ensino de fórmulas e de técnicas que serão usados posteriormente para resolver os exercícios propostos, a escola não passará de uma instituição transmissora de informações” (STAREPRAVO, 2004 p. 19). Dessa forma, percebe-se que os alunos apresentaram grande dificuldade e aversão a matemática, fato corroborado pelo gráfico 02, (p. 88) da pesquisa, em que 64% dos estudantes não gostam da disciplina de matemática.

As razões que justificam a preferências pelas outras disciplinas (Química, Português, História, Geografia, Biologia, respectivamente), devem-se:

Por ser fácil, e não ter cálculos (1); Mais interessantes (7); Eu gosto da disciplina, e as aulas são alternadas, com questões, jogos, e outras alternativas das quais faz com que a aula se torne mais interessante. (17) Porque eu gosto mais de ler e interpretar. (2) Porque consigo interpretar sem dificuldades. (6) A forma como o professor ministra a aula (6)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>As respostas dos estudantes foram identificadas por uma sequência numérica (1 a 22, número de estudantes da turma pesquisada), de modo a preservar a identificação dos mesmos.



Mesmo diante da grande aversão a matemática e das dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da mesma é possível reverter esse cenário, desde que se tenha uma mudança no modelo tradicional utilizado para ensinar matemática, o qual consiste na explanação do conteúdo, seguidos da exemplificação e dos exercícios de fixação. Assim prevalecendo a memorização e repetição como forma de ensinar. No entanto,

[...] o ensino de Matemática prestará sua contribuição, à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 2000, p. 31).

Nesse sentido, acredita-se que haja uma modificação na forma de conceber a matemática, e principalmente que se adotem alternativas metodológicas de ensino que proporcione uma aprendizagem mais eficiente e eficaz, de modo que proporcione uma aprendizagem significativa ao educando. Quer dizer, uma aprendizagem que possibilita a superação do distanciamento entre os objetos de conhecimento abordados em sala e a realidade do estudante, despertando o interesse, a curiosidade e o espírito investigador do discente.

Apesar da grande maioria dos estudantes não gostarem de Matemática, todos eles, por unanimidade, a consideram importante para o seu cotidiano por diversos fatores, dentre eles: “Porque em quase tudo que nós fazemos, utilizamos a matemática, e com ela podemos resolver alguns problemas que acontecem no dia a dia (7). Além de ser uma disciplina útil para vida, serve para auxiliar no dia a dia e serve para desenvolver o raciocínio lógico (13)”. Essas afirmações foram verificadas quando se perguntou sobre a Matemática importante para o dia a dia.

### **Questão: Como deveriam ser as aulas de matemática?**

De acordo com o gráfico 03 (p. 89), podemos verificar que 50% dos estudantes afirmam que gostariam que as aulas de matemática fossem contempladas com situações problemas do cotidiano, 40% que utilizassem jogos nas aulas e apenas 10% que as aulas de matemática se apresentassem mais resoluções de questões ou exercícios.

Dessa forma, observa-se que a Modelagem Matemática vai de encontro com a necessidade desses estudantes, uma vez que ela leva o educando a construir seu próprio conhecimento através de situações problemas reais. Essa alternativa metodológica possibilita ao estudante dar sentido e significado aos conceitos matemáticos. Desse modo, superando uma



aprendizagem baseada somente em desenvolver competências e habilidades através de procedimentos mecânicos e repetidos.

Assim, a Modelagem Matemática se apresenta como uma ferramenta de contribuição para o processo de ensino e aprendizagem Matemática, uma vez que ela pode ser entendida como uma atividade que parte de uma situação problema/tema, que através de procedimentos matemáticos e pesquisa sobre o tema, busca alcançar uma solução desejável para este problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Ou seja, trata-se de uma forma prazerosa, que dá significado ao conhecimento matemático atrelando-o com o nosso dia a dia.

Para Almeida e Borsoi (2004, p. 21), “[...] as situações-problema abordadas pelos alunos nas atividades de modelagem, constituem, de modo geral, um material potencialmente significativo e podem desencadear a predisposição para aprender”. Quando o professor trabalha em sala de aula com os conteúdos de forma contextualizada, apresentando situações problemas, considerando as vivências do estudante, ele aprende com maior facilidade, pois estará participando ativamente do processo e os conteúdos a serem aprendidos estão contidos de sentido e significado para o problema e também para a matemática.

### **Questão: Você apresenta dificuldade em relação como os professores de matemática ensinam os objetos de conhecimento matemáticos?**

Quando indagados sobre as principais dificuldades que os estudantes apresentam na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, percebe-se que 50% delas estão relacionadas a interpretação, 36% a concentração e interpretação, 9% a concentração e 5% que não gosta de matemática

Estas dificuldades vão ao encontro com a realização deste trabalho, uma vez que se pretende buscar subsídios, através da Modelagem Matemática, que possam apontar caminhos para amenizar esta problemática, pois sabe-se que as dificuldades de interpretação surgem quando se depara com a necessidade de traduzir uma situação problema na linguagem natural (materna) para a linguagem matemática.

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), observa-se que:

A maioria das pessoas não consegue relacionar a Matemática nem com as outras ciências e muito menos com situações de seus cotidianos, porque foi criado um universo à parte, ou seja, para elas, a Matemática não está presente em outros contextos. Na Modelagem, esse sistema tem de ser mudado. Não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque rompemos com a concepção de



que o professor ensina e passamos a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação. Passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o aluno aprende. (MEYER, CALDEIRA E MALHEIROS, 2011, p.24)

Assim, faz-se necessário que o ensino de matemática seja realizado de forma contextualizada, apresentando situações problemas da realidade do educando despertando a curiosidade e o espírito investigativo, tornando-o mais atrativa e menos maçante. Para Malheiros (2012, p. 05), a Modelagem Matemática é “[...] capaz de despertar o interesse do aluno pela Matemática, relacionando-a com fatos do seu cotidiano ou, de modo mais incisivo, com as necessidades cotidianas de suas comunidades”.

Para tanto, o ensino da Matemática precisa estar associado com as diversas áreas do conhecimento e com as situações práticas do dia a dia, visto que ensinar matemática sem esclarecer a origem e as utilidades dos preceitos matemáticos não possibilita a formação integral do estudante.

## 6.2 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

A pesquisa de intervenção foi realizada durante o primeiro semestre do ano corrente, com os estudantes do Curso Técnico em Secretaria do 2º ano/série da EEEP Professora Maria Célia Pinheiro Falcão localizada no município de Pereiro-Ce. Foram necessárias a realização de 39h/aulas para conclusão de todas as propostas de atividades envolvendo a Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem Matemática.

Inicialmente foi realizada no auditório da referida instituição, aos vinte e sete de fevereiro uma reunião para apresentação da pesquisa a ser desenvolvida, tendo por tema “**Aprendizagem significativa em matemática: um olhar sobre as contribuições da modelagem matemática no ensino médio**”.

Estiveram presentes o pesquisador deste trabalho, o coordenador de projetos da instituição pesquisada e o Professor Diretor de Turma, responsável pela turma pesquisada, os pais e/ou responsáveis e os estudantes. Vale ressaltar que estiveram presentes 100% dos pais, algo que agilizou bastante a assinatura do TALE.

Na ocasião, primeiramente foi apresentado o projeto de pesquisa para os presentes de forma clara e objetiva, ressaltando o intuito da pesquisa, a justificativa, a metodologia e os possíveis riscos e benefícios. Foi explicado, também, o TCLE e o TALE.



Convém destacar que alguns pais, em suas falas, agradeceram pela iniciativa do desenvolvimento desta pesquisa, uma vez que ela só vem a contribuir para a melhoria dos rendimentos escolares da turma, pois é notório que no ano anterior, bimestre após bimestre a turma apresentou baixíssimos resultados de desempenho, em especial em matemática.

Os alunos, por sua vez, foram receptivos e ficaram entusiasmados com a exposição da pesquisa, principalmente na forma como seria ministrada as aulas. A reunião foi realizada com a assinatura dos termos, acima mencionados, e com os agradecimentos do pesquisador pela presença de todos.

### **6.2.1 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA I**

O primeiro contato com a turma em sala de aula, deu-se aos vinte de março do ano corrente, juntamente com a professora regente da turma, a qual fez a apresentação do pesquisador e solicitou a colaboração de todos nas atividades propostas. Na sequência, o pesquisador distribuiu os questionários iniciais e os alunos, prontamente, começaram a responder.

Na sequência foi iniciada, a primeira aula sobre Figuras Planas com o título: **Aprendendo a pintar! Mas vale quanto o metro quadrado?**

Segundo Barbosa (2004), há três tipos, casos ou possibilidades para a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, conforme mencionado em seções anteriores. Ele ressalta que o professor ao adotar a Modelagem como estratégia pedagógica deve-se começar como casos, ou seja, níveis mais simples e de curta duração.

Nessa perspectiva, as primeiras aulas se enquadram no Caso 1, uma vez que o pesquisador lançou uma situação problema, forneceu aos estudantes todas as informações e dados (qualitativos ou quantitativos) necessários para a resolução do problema, além de fornecer um modelo matemático (gráfico, tabela, fórmula) capaz de resolver a situação inicial cabendo-lhes apenas utilizar o modelo matemático para resolução do problema (investigação).

A temática abordada em sala de aula foi previamente definida pelo pesquisador que justificou com intuito de provocar nos alunos a curiosidade sobre como pintar as paredes da sala, que materiais utilizar e cuidados devemos ter na hora de pintar uma parede e principalmente, como calcular a área a ser pintada e determinar o consumo mínimo de tinta a ser utilizado.



Foi exibida a imagem, através do *data show*, da fachada da residência do pesquisador que indagou aos alunos, como determinar a área da parte que recebe tinta na fachada da residência. E quanto se gastaria de tinta para pintar a referida casa.

Os alunos começaram imediatamente a levantar conjecturas para determinar a parte da casa a ser pintada, afirmando que não se poderiam pintar as portas, varandas e portões, que a garagem tinha a forma de trapézio, entre outras. Ante de resolver esta situação problema, o pesquisador fez a leitura compartilhada do texto “Para além da Matemática” abordando os cuidados e os passos que se teve ter ao pintar uma parede, os materiais utilizados na pintura e a importância das pinturas nas fachadas de prédios e residências.

Na sequência um aluno indagou: Professor, para ser pintor a gente precisa apenas saber disso? Com esta pergunta, percebe-se o despertar do interesse dos estudantes pela temática abordada e em consonância com o pensamento de Paulo Freire (2011), tem-se que a curiosidade nos move a procura de esclarecimento. Assim os alunos estavam sentindo-se curiosos, e propensos a se envolver nas atividades de Modelagem.

Após a leitura e discussão do texto, para resolver a situação problema, o pesquisador indagou:

- ✓ As portas e janelas fazem parte da pintura?
- ✓ Qual a altura máxima da casa?
- ✓ Qual o comprimento máximo da casa sem a garagem?
- ✓ Que instrumentos posso utilizar para realizar as medições?
- ✓ Qual a área total a ser pintada?
- ✓ Qual o rendimento médio de galão de tinta de 20 litros por metro quadrado?
- ✓ Qual o consumo mínimo de galões de tinta?

Neste momento, os alunos tentaram responder, todos ao mesmo tempo, cada uma das questões, acima mencionadas. E pode-se perceber, a participação e envolvimento dos alunos ao tentar responder cada uma delas. Como podemos evidenciar na fala de um dos estudantes, ao afirmar que:

Não deveria ser pintada as portas, janelas e varandas, pois estas não fazem parte da fachada a ser pintada e indagou: “professor, como vamos verificar as medidas da casa? Podemos utilizar como instrumento de medida a trena, usada na construção civil”. Só não sei como calcular área total e o consumo de galões de tinta. Tem uma fórmula para calcular isto?



Desse modo, o pesquisador foi oportunizando aos estudantes a construção do conhecimento, levando-se em conta o conhecimento prévio de cada um deles. Depois de exibir a imagem da casa, o pesquisador solicitou que eles identificassem as Figuras planas presentes.

Eles conseguiram fazer a relação, afirmando que se tinha um triângulo, um quadrado, um retângulo. Dessa forma, foram fazendo devida correlação da fachada da residência com as Figuras planas. Faltando apenas o formato da garagem, o qual eles não conseguiram fazer a correlação correta, uma vez que não lembraram da forma do trapézio. Diante disso, o pesquisador fez a explanação de cada uma das Figuras planas presentes, abordando suas definições, características e particularidades.

Depois foi apresentado a imagem da casa com as devidas medidas, imagem abaixo, e um aluno, indagou:

*Estudante – Professor, como você encontrou as medidas da fachada dessa casa?*

*Professor – Utilizando uma trena (instrumento de medida) é possível determinar todas as medidas.*

*Estudante – Como faço para determinar a área de cada uma dessas Figuras?*

*Professor – Basta apenas usar o modelo matemático ou fórmula de cada Figura. Como por exemplo:  $A_q = b \cdot x$ .  $A_{tri} = b \cdot x / 2$  etc.*

Feito a explicação de como determinar a área de cada uma das Figuras, o pesquisador lançou a seguinte pergunta: Qual área total da fachada a ser pintada? Qual o modelo matemático a ser utilizado? Alguns alunos responderam:

Vamos calcular todas as áreas a serem pintadas e subtraímos das áreas a não serem pintadas. E vamos dividi-la em duas regiões: Uma a garagem (G), e a outra o piso térreo e superior da residência. (PTS). Desse modo, a área total (AT) seria soma das duas regiões subtraído das áreas das regiões que não recebem tinta.

Assim os alunos passaram a construir um modelo matemático ou fórmula que fosse capaz de resolver tal situação. Chegando a seguinte fórmula, a área total ( $A_T$ ) será:

$$A_T = A_G + A_{TS} - A_P - A_{P1} - A_{P2} - 2A_J - A_{ES} - A_C$$

Onde  $A_G$ =Agaragem,  $A_{TS}$  =Aterreoesuperior,  $A_P$ =Aportão,  $A_{P1}$ = Aporta 1,  $A_{P2}$ = Aporta 2,  $A_J$ =Ajanela e  $A_{ES}$  =Aexternasuperio. A expressão matemática, ou modelo matemático para o cálculo de tinta por metro quadrado é simples. Multiplique a altura de cada parede pelo seu

comprimento e depois some todas as paredes. Se for pintar portas e janelas, acrescente as metragens desses itens na conta. Se não for, basta subtraí-los do cálculo.

Efetuada todos os cálculos, chegou-se ao resultado final:

$$\text{Logo: } A_T = A_G + A_{TS} - A_P - A_{P1} - A_{P2} - 2A_J - A_{ES}$$

$$A_T = 10,72 + 49,78 - 8 - 2,97 - 2,76 - 2,15 - 6,4$$

$$A_T = 38,18\text{m}^2$$

Logo, a área total a ser pintada é 38, 18m<sup>2</sup>. Feito isso, um aluno indagou: *Professor, agora como eu determino o consumo de tinta a ser utilizado para pintar a área encontrada?*

Nesse momento o professor apresentou o modelo matemático para o cálculo do consumo de tinta, ou seja,

$$C = (m^2 \times D): R$$

Em que:

C = consumo de galões

M<sup>2</sup> = altura x largura da área a ser pintada.

D = número de demãos

R = rendimento m<sup>2</sup>/galão.

Os tetos tendem a gastar 85% mais de tinta.

Segundo os dados fornecidos numa lata de fabricante “X” o rendimento é especificado, abaixo:

Superfície	Diluição (com água potável)	Rendimento	
		m <sup>2</sup> /demão	Embalagem
Reboco, massa acrílica e Repintura.	1ª demão 20% a 30% demais 10% a 20%	até 66 até 330	galão (3,6 L) lata (18 L)

Após a apresentação dos dados e informações, os estudantes chegaram ao seguinte resultado:

A área externa teve um total de 38,38 m<sup>2</sup> para ser pintada. Dessa maneira, temos:

$$C = (38,18 \times 2):66$$

$$C = 76,36: 66$$

$$C = 1,15 \text{ galões.}$$

$$C \cong 2 \text{ galões}$$

Destarte, o pesquisador ainda apresentou a seguinte tabela de preço:

Tabela de preços de tintas acrílica no mercado em Pereiro/CE – 3,6lts

DEPÓSITOS	PREÇO
A	R\$ 38,76
B	R\$ 36,00
C	R\$ 33,00

O pesquisador levou os alunos a seguinte reflexão: *Qual o menor custo final do galão de tinta?*

*Os alunos – No depósito C, pois ao analisar a tabela de pesquisa de preço, vemos que lá é o mais barato. Assim como um galão custa R\$ 33,00, dois galões custarão R\$ 66,00.*

Finalizada a aula, o pesquisador informou que no próximo encontro todos os objetos de conhecimentos abordados em sala seriam relacionados a teoria e prática. Seria realizado um levantamento das dependências da escola para se determinar a quantidade de tinta para pintar as salas de aulas, o auditório, o laboratório de informática, a quadra poliesportiva e a biblioteca da referida escola. Foi realizado um sorteio e formação das equipes para cumprimento desta atividade.

De acordo com Barbosa (2004), as intervenções em sala de aula baseadas em modelagem devem ser inseridas paulatinamente os níveis de atividades, descritas no referencial teórico. Assim como já se trabalhou o Caso 1, passa-se ao Caso 2. Neste tipo de caso a situação problema, também, é estabelecida pelo professor aos alunos, mas a coleta de dados ou informações (qualitativos ou quantitativos) do problema abordado, será realizada pelos estudantes que divididos em grupos, terão que sair da sala de aula para investigar ou solucionar o problema.

Nessa fase, os alunos teriam ainda que realizar a definição de variáveis, a formulação das hipóteses, a obtenção e validação do modelo matemático.

Feito a divisão das equipes e o sorteio dos espaços das dependências da escola, foi realizado as orientações do trabalho, baseado nas propostas de modelagem matemática de Bassanezi (2015). Assim, os trabalhos deveriam apresentar as seguintes fases/etapas:

- Coletar dados, ou seja, buscar todas e quaisquer informações sobre o tema a ser estudado; no caso Figuras Planas
- Fazer a elaboração dos problemas ou levantamento de hipóteses;
- Selecionar as variáveis necessárias envolvidas nos problemas e a formulação das hipóteses;

- Sistematização dos conceitos (conteúdos) que serão usados na resolução por meio dos modelos;
- Fazer a interpretação da solução, na qual se cria o Modelo Matemático.
- Validação dos modelos, observando se o modelo apresenta-se com válido ou não à situação proposta.

Segundo Bassanezi (2014), o processo de ensino e aprendizagem de Matemática torna-se mais interessante à medida que o educando se torna corresponsável por seu aprendizado e o educador pode ampliar seus conhecimentos com a escolha de cada tema a ser estudado.

Na atividade foi solicitado aos estudantes: Tirar fotos dos ambientes objetos de pesquisa; fazer o desenho dos ambientes com escala de 1:100, especificando as medidas de portas, vitrôs e paredes; realizar o cálculo da área das regiões a serem pintadas e determinar o consumo de tinta a ser utilizado para pintar esses ambientes.

Para tanto, os estudantes precisariam fazer a verificação das metragens da sala de aula e efetuação dos cálculos da área de paredes, portas, etc., assim como, verificando as medidas de alguns ambientes escolares.

Foi solicitado aos estudantes a construção de um relatório. Através deste relatório pode-se verificar o quanto os estudantes se envolveram neste trabalho, melhorando a motivação e o despertar pelo interesse da matemática, levando-os a perceber que a matemática está muito presente no cotidiano.

Figura 18: Desenhos das dependências da escola e fachada da Secretaria Escola



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Assim, observa-se que as aulas de matemática, sendo trabalhadas na perspectiva da modelagem, permitem que ocorra uma aprendizagem significativa. De acordo com Ausubel (2003) e Burak e Aragão (2012), atividades como essa, o aprendiz apresenta uma predisposição



para aprender, o conteúdo a ser estudado pode relacionar-se de forma não arbitrária (sem imposição) e substantivamente (em termos compreensíveis) e o material utilizado é potencialmente significativo.

Destarte, satisfazendo todas as condições para que ocorra uma aprendizagem significativa. Acredita-se então, que através da implementação da Modelagem Matemática como metodologia abre-se um leque de possibilidades para o docente e discente trabalharem a Matemática (por meio da pesquisa e investigação) direcionada para a realidade, envolvendo diversas temáticas contribuindo para o desenvolvimento de novas descobertas e ampliação de novos conhecimentos. Porém, ambos, precisam compreender que este caminho apresentará acertos e erros.

## 6.2.2 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA II

Para a realização da Proposta II – Quanto custa uma janela de vidro com formato circular, versando sobre Círculo e Circunferência foram necessárias 06 aulas de 50 min cada. A proposta dessa atividade se enquadra no Caso 2, segundo a classificação de Barbosa (2004), em que a situação problema é apresentada pelo professor e os dados necessários para resolução do problema são coletados pelos estudantes no momento do processo de investigação.

Nesse sentido, a aula foi iniciada com apresentação da problemática a ser solucionada, ou seja, quanto custa uma janela de vidro com formato circular. O pesquisador convidou os estudantes a trabalharem em grupo, formando células de aprendizagem, uma vez que atividades como esta requerem cooperação entre os integrantes e de acordo com Araújo (2002), “[...] eles são incentivados a negociar, debater, ouvir o outro e respeitar suas ideias”.

Diante da problemática, o pesquisador solicitou que cada equipe elaborasse 03 (três) hipóteses para a possível solução da questão. Foi determinado 10min para que cada grupo elaborasse suas hipóteses. Nesse momento alguns grupos questionaram:

Professor, nós iremos fazer perguntas que nos ajudem a responder a situação problema? Qual a diferença entre círculo e circunferência? Quais as dimensões da janela circular? Qual tipo de vidro iremos utilizar? Quanto custa o preço do vidro?

À frente as primeiras indagações, o pesquisador sentiu a necessidade de fazer uma explanação sobre os conceitos de círculo e circunferência, estabelecendo suas características e particularidades, exemplificando com situações que fazem parte do cotidiano. Logo após,

entregou alguns objetos circulares, tais como: moeda, tampa de refrigerante, CD, Durex, lata de tinta, réguas e uma folha contendo a tabela abaixo.

Figura 19 – Exercitando a prática

Preencha a tabela abaixo:

Objeto	Medida Raio	Medida Diâmetro (D)	Medida Comprimento (C)	Razão C/D
Moeda				
Tampa de refrigerante				
CD				
Durex				
Lata de tinta				

O que você pode concluir sobre a razão C/D?

---



---

Como poderíamos obter a medida do comprimento dos objetos através da relação existente entre o comprimento e o diâmetro presente em todas as circunferências?

---



---

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Com o desenvolvimento desta atividade objetivou-se que os grupos determinassem as medidas do raio, do diâmetro, do comprimento da circunferência dos objetos e determinassem a razão C/D.

Figura 20 – Registro da atividade com o paquímetro

$C = D$   
 $C = 2\pi r$

**Atividade**

Preencha a tabela abaixo:

Objeto	Raio	Diâmetro	Comprimento	C/D
moeda	1,35 cm	2,7 cm	8,5 cm	3,1481
Tampa de refrigerante	3,9 cm	7,8 cm	32,4 cm	3,1456
CD	6,0 cm	12,0 cm	38 cm	3,16
Durex	2,25 cm	4,5 cm	15 cm	3,33
Lata de tinta	0,2 cm	5,4 cm	17 cm	3,14

O que você pode concluir sobre a razão C/d?

Concluí que independente do tamanho do objeto o comprimento dividido pelo diâmetro sempre terá um valor aproximado de  $\pi = 3,14$ .

Dado um diâmetro (d), como você determina o comprimento (C) da circunferência?

Podemos multiplicar  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).



Assim, pode-se oportunizar a construção do conhecimento mediante a modelagem matemática, fazendo o elo entre a teoria e a prática. Nesse sentido foi possível levar os estudantes a construir o conceito do número  $\pi$  através de objetos do dia a dia. Dessa forma, o intuito desta atividade foi contemplado, uma vez que os estudantes conseguiram entender que o comprimento da circunferência dividido pelo seu diâmetro resulta em um número constante, ou seja,  $\pi = 3,14$ . E que é possível determinar o comprimento de qualquer circunferência, dado um diâmetro, através do modelo matemático  $C = 2\pi r$ .

Na sequência foi realizada uma atividade para compreensão do conceito de Círculo. Para tanto, o pesquisador solicitou que:

1º Passo – desenhar uma circunferência e dividir em 4 partes, numerando-as e pintando os quadrantes ímpares e pares com cores diferentes.

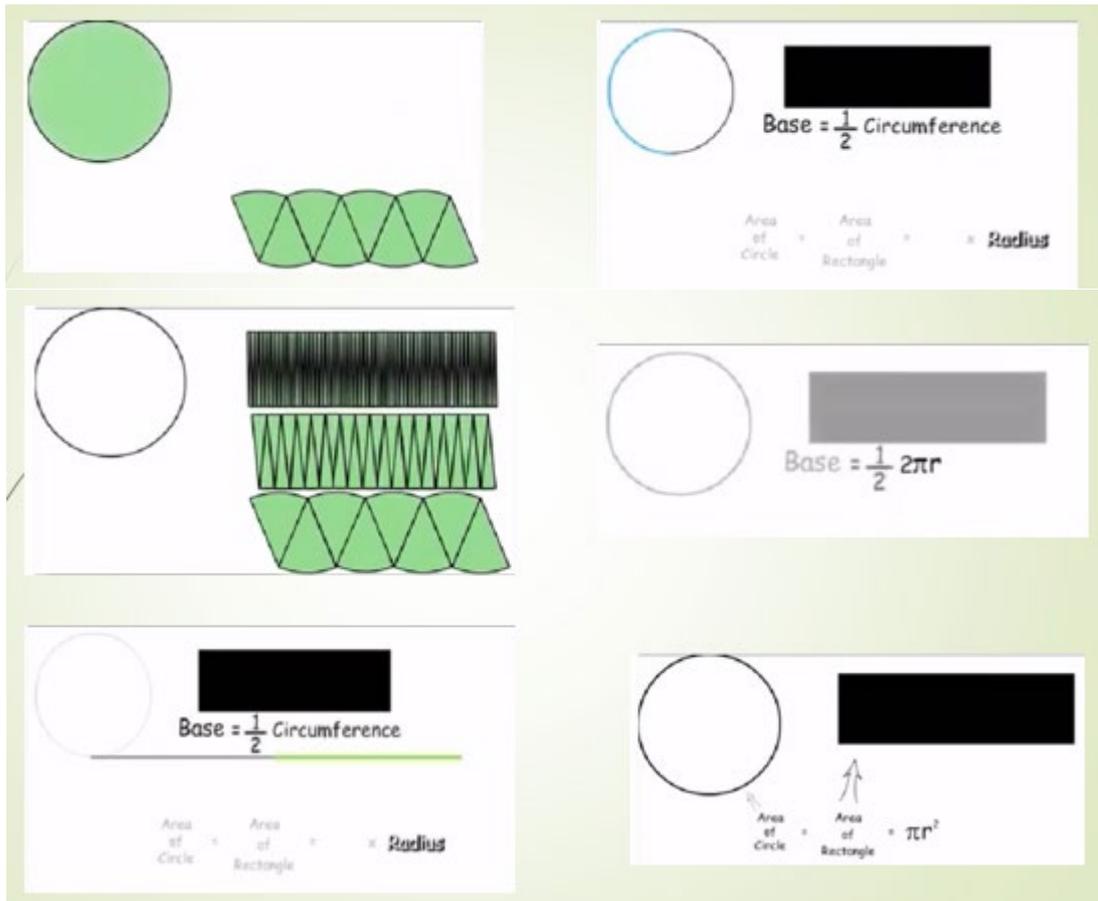
2º Passo – Desenhar outra circunferência e dividi-la em 12 partes, numerando-as novamente e pintando as partes ímpares e pares com cores diferentes. Com um auxílio de uma tesoura recortasse as duas circunferências, separando-as pelas cores. Depois encaixar as duas partes.

Um dos estudantes relatou que:

Professor, à medida que dividimos o círculo em partes maiores, ou seja, 04, 08, 12, 16 partes etc, percebo que quando faço a planificação da área do círculo ela se parece com um retângulo, sendo que um lado do retângulo da base, que é metade do comprimento da circunferência ( $2\pi \frac{r}{2}$ ) e o outro lado é a altura do retângulo, isso quer dizer que a área do círculo é o produto entre ambas, então  $A_c = r\pi \cdot h$ , com  $h$  é o raio, tem  $A_c = \pi r^2$ .

Com o intuito de confirmar o pensamento dos estudantes, acima mencionado, o pesquisador exibiu um pequeno vídeo sobre a demonstração do modelo matemático da área do círculo, através do método da exaustão desenvolvido por Arquimedes. Assim, o modelo matemático, abaixo, expressa o cálculo da área de qualquer círculo, ou seja, figura plana limitada por uma circunferência.

Figura 21 – Demonstração do modelo matemático da área do Círculo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Um outro estudante questionou: Professor, agora que sabemos o modelo matemático para calcular área do círculo, então dá para saber área da janela do problema apresentado no início da aula. Qual é o tamanho da janela?

- Professor: Segundo as medidas o diâmetro da janela mede 1,60m.

-Estudante: Então,

$$A = \pi \cdot r^2$$

Como  $\pi = 3,14$  e  $D = 2r$ , temos  $1,6 = 2r$ ,  $r = 0,80$

$$A = 3,14 \cdot 0,80^2$$

$$A = 3,14 \cdot 0,64$$

$$A = 2,01m^2$$

Então, a janela tem  $2,01m^2$ .



Para encontrar a solução final do problema, o pesquisador apresentou uma tabela (ver página 71) especificando os vários tipos de vidros existentes no mercado, assim como uma tabela de preço para cada um deles.

Nesse momento um estudante indagou: Professor, nós vamos utilizar que tipo de vidro: o vidro temperado, vidro resistente a fogo ou a bala? Pela tabela o preço depende também da espessura, qual será?

Pesquisador: Pelos dados fornecidos na tabela, iremos utilizar um vidro temperado e com espessura igual 6mm.

Estudante: então, para calcular o custo da janela de vidro, basta multiplicar a área do vidro pelo tipo de vidro. Como a área é  $2,01\text{m}^2$  e o vidro que escolhemos é o temperado de 6mm e custa R\$ 144,00, basta multiplicar.

$$C = m^2 \times \text{tipo de vidro}$$

$$C = 2,01 \cdot 144$$

$$C = 289,38$$

Desse modo, o desenvolvimento dessa proposta de atividade em sala de aula, utilizando a modelagem matemática, tem o intuito de levar os estudantes a construírem o conceito do número PI, do modelo matemático de área do círculo e do perímetro da circunferência demonstrando sua utilização prática no cotidiano através de recursos didáticos.

Ao invés de usar, simplesmente, o método tradicional de mostrar as fórmulas e exercícios que envolvam sua utilização, predominando apenas o exercício de substituição de valores propostos no problema para obter os resultados solicitados. Desse modo, esta atividade propicia a pesquisa e/ou investigação do objeto de conhecimento abordado em busca do desenvolvimento do aprendizado.

### 6.2.3 ANÁLISE DA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA – PROPOSTA III

A proposta de atividade III versa sobre o objeto de conhecimento de Poliedros e Corpos redondos presente na Proposta Curricular de Matemática do 1º semestre da Turma do 2º ano do Curso Técnico em Secretaria Escolar. Para iniciar o trabalho de Modelagem Matemática com o tema “Embalagens: estudando os poliedros” foi necessário o pesquisador solicitar na aula anterior que os estudantes levassem para sala alguns itens, como: lata de refrigerante, bola de gude, copo descartável, caixa de sapato, livros, bola de gude, globo terrestre etc.

Inicialmente, conforme ressalta Biembengut e Hein (2014) foi resgatado os conceitos geométricos que os alunos já possuem mediante um breve questionário sobre Geometria Plana e Espacial. Ver Figura abaixo:

Figura 22 – Atividade de verificação dos conhecimentos prévios dos estudantes

**Questionário sobre Geometria Plana e Espacial**

**Responda as indagações abaixo:**

❖ O que você entende por geometria plana e geometria espacial?

---

---

❖ Que formas geométricas estão presentes no nosso cotidiano?

*Retângulo, Quadrado, Círculo e Triângulo.*

---

---

❖ Que formas geométricas você pode observar na natureza, na arte, nos jogos, nos diferentes tipos de embalagens, nos objetos que você visualiza e manipula no seu dia-a-dia?

---

---

❖ O que você entende por perímetro, área e volume?

*Perímetro: Soma de todos os lados.*

*Área:*

*Volume:*

---

---

❖ Quais os sólidos geométricos apresentam corpos redondos e quais apresenta formas poliédricas?

---

---

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Pode-se observar, assim como o grupo 01, os demais grupos não souberam responder a maioria das perguntas inerente a Geometria. Isto significa dizer o processo de ensino e aprendizagem matemática apresenta inúmeros obstáculos inerentes a aprendizagem de jovens estudantes.



Na sequência, o pesquisador fez a distribuição das embalagens/objetos e solicitou que os estudantes os agrupassem por semelhanças e indagou: as caixas de leite podem ser agrupadas com as caixas de fósforos? Bola de gude com o globo terrestre?

Alguns grupos, responderam: “Professor, podemos sim, pois as características da caixa de leite são semelhantes à da caixa de fósforo. E são diferentes da bola de gude e do globo terrestre, pois são redondos. Uns rodam e outros não”. Assim, o pesquisador fez uma breve explanação sobre os sólidos geométricos, enfatizando as características e particularidades dos poliedros, utilizando imagens estrutura da própria escola e objetos do nosso cotidiano.

Desse modo, possibilitou aos estudantes um contato direto com a prática e a teoria, além de estimular a observação, percepção de semelhanças e diferenças e a identificação de regularidades. Logo, segundo Biembengut e Hein (2000, p.28), “[...] trata-se, é claro, de uma forma extremamente prazerosa e que confere significativo conhecimento seja na forma de conceitos matemáticos, seja sobre o tema que se estuda”.

No questionário inicial, observou-se que conforme o gráfico 03 – Como deveria ser as aulas de matemática, tivemos que 50% dos estudantes que afirmaram que gostariam que as aulas de matemática fossem contempladas com situações problemas do dia a dia. Metodologia esta adotada desde o início da intervenção pedagógica.

E por outro lado, 46% dos estudantes afirmaram que gostariam que as aulas fossem realizadas através jogos. Atendendo a esse pedido, para esta aula foi elaborada uma atividade chamada: Jogo do Dodecaedro. Para a realização de jogo, os alunos confeccionaram os próprios dodecaedros e o pesquisador explicou como seria realizado o jogo de perguntas e respostas.

Para finalizar esta proposta de atividade, a qual foi necessária a realização de 06 aulas, cada uma delas com 50min, o pesquisador realizou uma atividade avaliação para verificação dos conhecimentos adquiridos ao longo desta tarefa. Assim, através dos questionários abaixo, podemos observar que:

Figura 23: Atividade de avaliativa após a atividade

**Questionário sobre Geometria Plana e Espacial**

**Responda as indagações abaixo:**

❖ O que você entende por geometria plana e geometria espacial?

Geometria plana estuda os objetos bidimensionais (comprimento, altura) e geometria espacial estuda os objetos tridimensionais (largura, altura e comprimento).

❖ Que formas geométricas estão presentes no nosso cotidiano?

Esfera, cilindro, prisma, icaedro, tetraedro.

❖ Que formas geométricas você pode observar na natureza, na arte, nos jogos, nos diferentes tipos de embalagens, nos objetos que você visualiza e manipula no seu dia-a-dia?

Bola, copo, caixa de sapatos.

❖ O que você entende por perímetro, área e volume?

Perímetro é a soma de todos os lados, área é a base vezes a altura. Volume é o espaço ocupado.

❖ Quais os sólidos geométricos apresentam corpos redondos e quais apresentam formas poliédricas?

Corpos redondos → esfera, cilindro.  
Formas poliédricas → prisma, octaedro.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017) - Avaliação final da atividade proposta

Diferentemente do questionário de sondagem inicial, aplicado durante o início da primeira aula, o questionário de avaliação final evidencia que os estudantes conseguiram aprender o objeto de conhecimento de geometria estabelecendo de forma precisa a diferença entre Geometria Plana e Espacial. Eles conseguiram identificar os sólidos geométricos presentes no nosso dia a dia, conseguiram conceituar perímetro, área e volume e classificar os sólidos geométricos em corpos redondos e poliedros. Destarte, sendo alcançado os objetivos propostos com esta atividade de modelagem matemática.

Para finalizar a análise das intervenções em sala de aula, tem-se a segunda atividade proposta sobre embalagens, intitulada como: **do cotidiano a sala de aula** objetivando mostrar



aos estudantes que a matemática é inerente a construção do homem, e não há explicação lógica em explorá-la sem contextualizar da realidade, pensamento corroborado por (SKOVSMOSE, 2011, p. 25) ao afirmar que “[...] a matemática é uma construção humana”.

Esta atividade, classifica-se no Caso 02, conforme a classificação de Barbosa (2001), uma vez o pesquisador apenas apresentou uma situação problema a ser resolvida, ou seja, qual seria o formato ideal para embalagens de 01 litro de leite? Em forma circular ou prisma? Para tanto, os estudantes devem determinar um modelo matemático que seja capaz de calcular a área total e volume de quaisquer primas e cilindros.

Vale ressaltar que esta atividade foi baseada numa atividade pedagógica elaborada por Biembengut e Hein (2014), capítulo I, sob o título “Embalagens” e desenvolvida pelos estudantes no laboratório de Química da Escola, a qual estudam. Após a formação dos grupos, os estudantes realizaram pesquisas bibliográficas com o intuito de obter informações sobre o cálculo de áreas e volume de sólidos geométricos, assim como fizeram a coleta de dados sobre as medições das embalagens de leite. Para resolução do problema inicial, os grupos levantaram os seguintes questionamentos:

- ✓ Quais as medidas das embalagens?
- ✓ Qual a área total das embalagens?
- ✓ Qual o volume total das embalagens?
- ✓ Que instrumentos posso utilizar para realizar as medições?
- ✓ Qual a relação existente entre os prismas e cilindros?
- ✓ Qual das embalagens apresenta menor custo para o fabricante?
- ✓ Qual teria o melhor manuseio?

Para calcular a quantidade de material da embalagem de leite, os estudantes planejaram (abriram) a caixa fazendo um esboço com as devidas dimensões. A partir daí, calcularam a área das Figuras planas, conteúdos visto em aulas anteriores. Assim, eles fazendo a planificação do prismas retangular (caixa de leite), observaram que para **determinar a quantidade de material utilizado para construção das embalagens, basta apenas** calcular a área total desse objeto, precisando apenas fazer o somatório das áreas laterais e da base, assim:

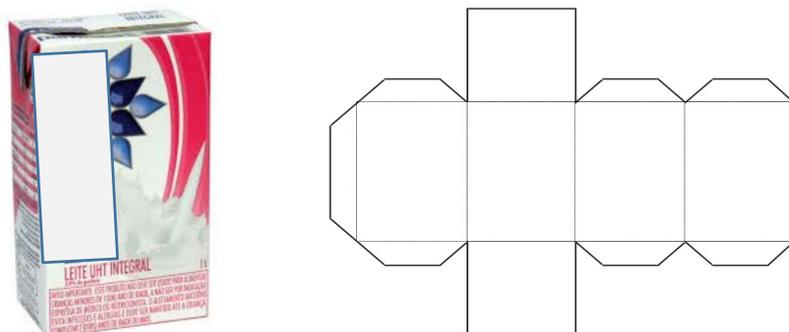
$A_t = 2(a \times b) + 2(a \times c) + 2(b \times c)$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são as medidas do comprimento, largura e altura, respectivamente, da caixa. Logo a área total pode ser expressar por:

$$A_t = 2(ab + ah + bh).$$

E o volume, apenas calcular as 03 (três) dimensões, largura, altura e comprimento, assim:

$$V = a.b.c$$

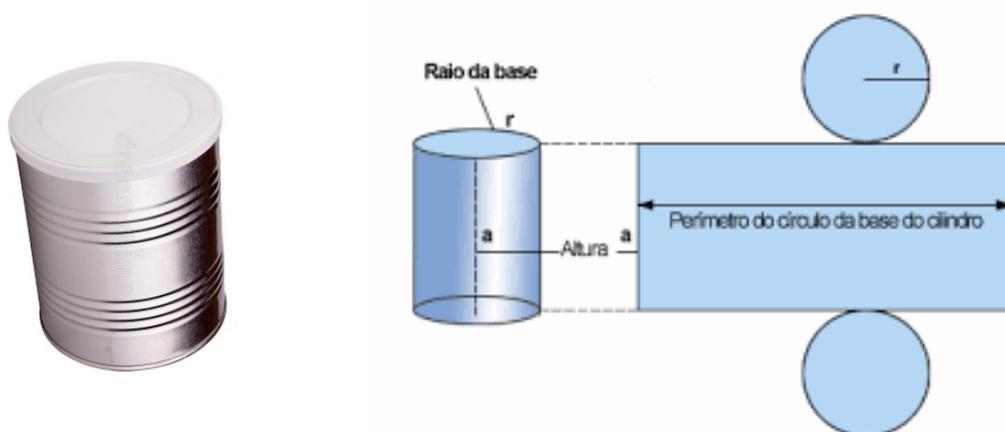
Figura 24: Planificação do prisma de base retangular



Fonte: Internet (2017).

Para determinar o a área total e volume do cilindro, os estudante realizaram os mesmos procedimentos, primeiramente fizeram a planificação do cilindro, imagem abaixo, e calcularam às áreas planificadas. A área total de um cilindro, conforme a planificação, é igual a soma das áreas das duas bases que é uma região circular de raio  $r$  (visto em aulas anteriores), mais a área da superfície lateral formada por um retângulo de dimensões:  $h$  (altura do cilindro) e  $2.\pi.r$  equivalente o comprimento das circunferências das bases do cilindro. Assim, obtém-se:

Figura 25 – Planificação do cilindro



Fonte: Internet (2017).

$$A_c = Al + 2(A_b)$$

Em que,  $A_l$  é a área da superfície lateral do cilindro, pode ser obtido pelo comprimento (contorno) do cilindro x altura.

$$A_l = 2\pi r h$$

E a área da base corresponde a soma das áreas dos 2 círculos, assim temos:

$$A_c = \pi r^2$$

$$\text{Logo, } A_c = 2\pi r^2$$

Portanto, área total de qualquer cilindro pode ser determinada através do seguinte modelo matemático:

$$\text{Área total} = \text{área lateral} + \text{área das bases}$$

$$A_t = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$A_t = 2\pi r (h + r)$$

E volume de cilindro, também, pode ser determinado igual ao volume do prisma, por:

$$V = A_b \times h$$

Se a base do cilindro for circular, então a área da base é dado por:  $\pi r^2$ , logo o volume poderá ser expresso por:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Assim, através dos modelos matemáticos, os estudantes calcularam a área de um prisma de base retangular e de um cilindro circular. Após determinarem os modelos matemáticos, ou seja, as fórmulas de como calcular área total das embalagens, acima, os estudantes com o auxílio de uma régua determinaram as medidas das embalagens. A embalagem de leite com formato retangular, mede: comprimento (6cm), largura (9cm) e altura (16cm), tem que a área total é:

Figura 26 – Resolução do problema: área total retangular

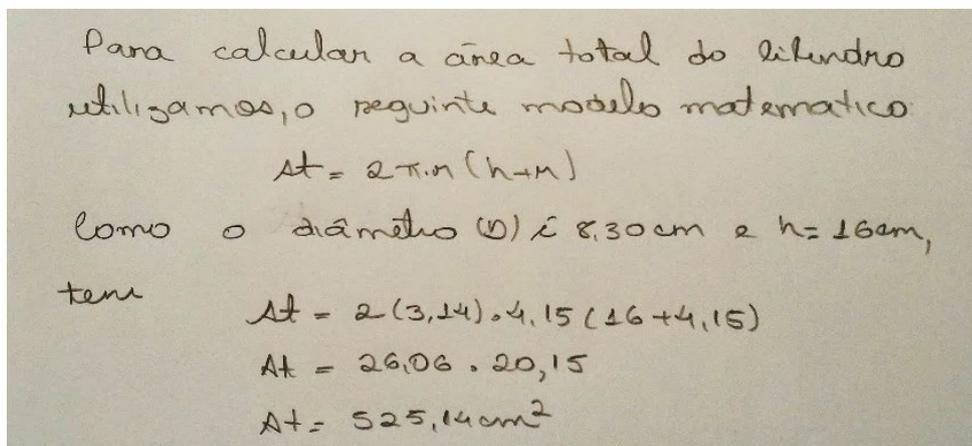
Grupo 01:  
Como  $a = 6\text{cm}$ ,  $b = 9\text{cm}$  e  $h = 16\text{cm}$ , tem

$$A_t = 2(ab + ac + bc)$$
$$A_t = 2(6 \cdot 9 + 6 \cdot 16 + 16)$$
$$A_t = 2(54 + 96 + 144)$$
$$A_t = 2(294)$$
$$A_t = 588\text{cm}^2$$

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Na sequência, determinaram as medidas da embalagem de leite com formato circular e verificaram que o diâmetro,  $D=8,30\text{cm}$  e a altura  $16\text{cm}$ . De posse desses dados, os estudantes obtiveram o cálculo da área do cilindro.

FIGURA 27 – Resolução do problema: área total do cilindro



Para calcular a área total do cilindro utilizamos, o seguinte modelo matemático

$$A_t = 2\pi \cdot r \cdot (h+r)$$

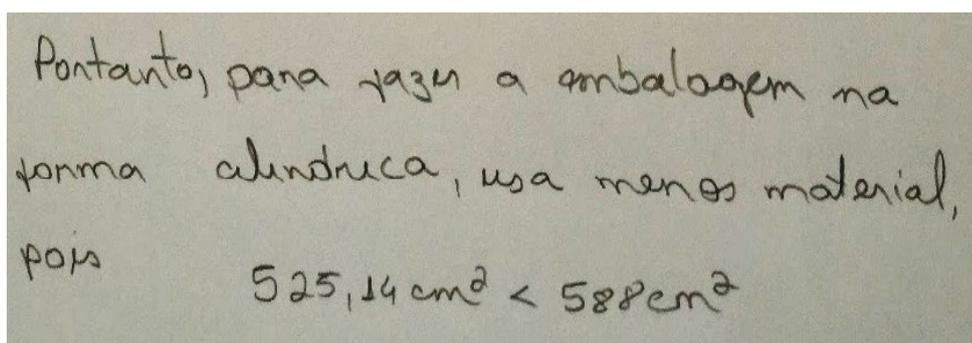
Como o diâmetro ( $D$ ) é  $8,30\text{cm}$  e  $h=16\text{cm}$ , tem

$$A_t = 2(3,14) \cdot 4,15(16+4,15)$$
$$A_t = 26,06 \cdot 20,15$$
$$A_t = 525,14\text{cm}^2$$

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Com base nessas informações, os estudantes concluíram que dado uma caixa de leite com formato retangular e circular, ambas com a mesma altura e mesmo volume, as áreas são diferentes, ou seja, para fabricar uma embalagem de base retangular utiliza-se mais material que uma com formato cilíndrico. A diferença em uma única embalagem é mínima, mas quando somado a centenas de embalagens, essa diferença torna-se muito significativa.

Figura 28: Comparativo entre a área total retangular e do cilindro



Portanto, para fazer a embalagem na forma cilíndrica, usa menos material, pois

$$525,14\text{cm}^2 < 588\text{cm}^2$$

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Destarte, observa-se que através do desenvolvimento de atividades práticas “[...] ensino da matemática torna-se mais significativo, mais dinâmico, com destaque do estudante como construtor do próprio conhecimento valendo-se do interesse que o assunto pode despertar [...]” (BRANDT; BURAK; ARAGÃO, 2010, p. 18).



Assim, para que ocorra uma aprendizagem significativa se faz necessário que o material apresentado seja potencial significado, atribuído de sentido e significado, assim como os estudantes deve ter uma predisposição para aprender.

### 6.3 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO FINAL

Depois de apresentado os resultados obtidos no questionário final, na seção anterior, pode-se analisar que:

**Questão: Ao longo desse semestre a metodologia utilizada em sala de aula foi a Modelagem Matemática, assim as aulas de matemática tornaram-se mais atraentes para você do que as aulas tradicionais?**

Muito se tem discutido sobre as dificuldades dos estudantes com o aprendizado matemático, associando-os diversas vezes a forma tradicional de ensino a qual a realizada nas escolas públicas e privadas do país. Tradicionalmente tem a preocupação somente em transmitir os conceitos mais elementares de forma mecânica e memorizada não se importando com as competências e habilidades que podem ser adquiridas, de modo a estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico para a solução de entraves analisando o resultado de sua própria ação.

Segundo D’Ambrósio (1996), o ensino da Matemática continua sendo apresentado de forma desinteressante, obsoleta e inútil. Em consonância com esse pensamento, Demo (2002) afirma que matemática é considerada uma matéria “bicho-papão”, na qual os professores são detentores do conhecimento repassando fórmulas, equações e do outro lado encontrando-se o aluno, passivo, reproduzindo nas provas todo o conteúdo transmitido pelo professor. Para este aluno, estudar significa, literalmente, memorizar, decorar e colar. Dessa forma esta disciplina apresenta constantemente diversos problemas: excesso de reprovação, falta de interesse e aversão à disciplina.

De acordo com o gráfico 05 (p. 90), por unanimidade, 100% dos alunos afirmaram que aulas de matemática se tornaram mais atraentes, isso devido a uma série de fatores, dentre eles cabe destacar: por apresentar aulas práticas, as atividades e trabalhos realizados em grupo e em forma de seminário; por abordar situações problemas cotidiano dos estudantes; por levar em conta os conhecimentos prévios e por proporcionar uma aprendizagem significativa.

Assim, pode-se notar que a utilização da Modelagem Matemática como alternativa metodologia para o processo de ensino e aprendizagem matemática apresenta inúmeros



impactos positivos, como: ativação de aspectos motivacionais, realização de trabalhos cooperativos, o desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo e principalmente ocorrência da aprendizagem significativa.

**Questão: Qual sua opinião sobre a experiência vivenciada com o trabalho de modelagem matemática?**

De acordo com o gráfico 06 (p. 91), observa-se que 65% dos estudantes consideraram ótima a experiência vivenciada através da modelagem matemática, e 35% afirma que foi bom e 0% que foi regular. Para Biembengut e Hein (2014, p. 18), a “Modelagem Matemática pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar matematicamente”.

Com isso percebe-se que este é o caminho a ser seguido e que esta metodologia tem sentido quando é plenamente justificada em prol de quem aprende despertando os sentimentos, acima referidos, nos estudantes, assim como um novo olhar do professor em sala de aula de modo que este almeje torná-la mais atraente e agradável, contextualizando e relacionando suas aplicações às práticas.

**Questão: Você já havia participado de atividades de ensino relacionando a Matemática a questões / situações-problema do mundo real? Como você gostaria que a Matemática fosse ensinada?**

Com base nos resultados do gráfico 07 (p. 92), pode-se notar que 57% dos estudantes nunca haviam participado de atividades de ensino relacionando a Matemática com situações problemas do cotidiano, e apenas 43% já tinham, participado. Um dado que nos chamou bastante atenção foi as respostas da quarta questão, como você gostaria que a Matemática fosse ensinada?

As declarações dos estudantes surpreenderam, pois, maioria afirmou que as aulas deveriam ser lecionadas da maneira como foram conduzidas, ou seja, apresentando a relação entre teoria e prática, levando em consideração situações problemas que fazem parte do cotidiano dos estudantes, sem o uso excessivo da memorização e mera aplicação de fórmulas.

Segundo Burak e Aragão (2012, p. 17):



[...] é preciso ter clareza de que o tipo de aprendizagem que se torna imprescindível para o aluno compreender efetivamente a Matemática é de tal natureza que, se no contexto escolar de ensino e aprendizagem não se partir do conhecimento já adquirido e do interesse do próprio estudante, se não levar em conta sua história e o que ele já sabe, o conhecimento que se quer aprendido não se estabelece em termos usualmente dissociado.

Isto significa dizer que a aprendizagem tem que ser atribuída de sentidos e significados ao que se aprende. Para tanto, se faz necessário que o ensino da matemática seja realizado de forma que proporcione uma aprendizagem significativa ao educando, quer dizer, uma aprendizagem que possibilite o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da criatividade.

### **Questão: Como você avalia a sua motivação e participação no desenvolvimento das atividades?**

Dentro dos aspectos mais discutido na literatura que justificam a inclusão da Modelagem Matemática no âmbito escolar, surge a motivação como elemento impulsionador para o despertar e interesse pelo gosto do educando a Matemática, pois segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), a inclusão de situações problemas no ensino da matemática proporcionam ao estudante o contato direto com situações cotidianas de modo a leva-lo a perceber a relação entre teoria (conhecimento teórico) e prática (realidade).

Nessa perspectiva, pode-se observa que o presente trabalho alcançou mais um dos objetivos específicos deste estudo, uma vez que se notou uma evolução na motivação e participação dos estudantes mediante as atividades desenvolvidas com Modelagem Matemática.

De acordo com o gráfico 06 (p. 91), observa-se que grande parte dos estudantes pesquisados, antes de iniciarmos o desenvolvimento das atividades propostas em sala de aula já se encontravam desmotivados para o estudo da Matemática, todavia com o desenrolar das atividades foram se interessando em participar mais ativamente das atividades propostas. Dessa forma, 58% dos estudantes apresentaram mudanças significativas na forma de conceber a Matemática, mostrando-lhes um novo olhar com relação ao processo de ensino e aprendizagem matemática.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 30), um dos fatores que justificam a inclusão de atividades de Modelagem Matemática na prática escolar “ancoram-se em



argumentos que defendem que situações de ensino que proporcionam ao aluno contato real podem motivá-los para o envolvimento nas atividades e para a construção de conhecimento”.

Desse modo, a Modelagem Matemática apresentou-se como uma alternativa para o sucesso das aulas de Matemática, mediante a aplicabilidade de conceitos matemáticos, motivando os alunos a participar das atividades e principalmente possibilitando-os a construir conhecimentos. Assim corroborando com o pensamento de Bassanezi (2015), uma vez que esse autor destacar que a Modelagem quando aplicada ao ensino pode ser uma alternativa para despertar maior curiosidade, motivação, ampliar o conhecimento do estudante e ajudar na estruturação de sua forma de pensar e agir.

**Questão: Cite no mínimo 03 (três) vantagens (contribuições) das aulas que tivemos com Modelagem Matemática?**

O gráfico 08 (p. 94) apresenta que as vantagens da utilização da Modelagem Matemática, enquanto alternativa no processo de ensino e aprendizagem matemática, são diversas, e dentre elas convém destacar: motivação do aluno, facilidade de aprendizagem, preparação para a profissão, estimular a criatividade, compreensão da matemática no dia a dia e desenvolvimento do raciocínio lógico.

Assim em consonância com Barbosa (2003, p.66), a inclusão da Modelagem Matemática no âmbito escolar, deve-se pela:

Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola; Facilidade da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as idéias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos; Preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar Matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-a-dia e no mundo do trabalho.

Nesse sentido, percebe-se que a Modelagem realmente facilita aprendizagem e a motivação surge como elemento impulsionador para o despertar e interesse pelo gosto do educando a Matemática, uma vez que a inclusão de situações problemas no ensino da matemática proporcionam ao estudante o contato direto com situações cotidianas de modo a leva-lo a perceber a relação entre teoria (conhecimento teórico) e prática (realidade).

## 6.4 ANÁLISE DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

A entrevista foi dividida em três momentos, sendo o primeiro versando sobre formação profissional dos sujeitos pesquisados, o segundo sobre o processo de ensino-aprendizagem matemática e o última sobre o Modelagem Matemática.

### **Questão: Você participa frequentemente de cursos de aperfeiçoamento? Se sim, utiliza os conhecimentos adquiridos em suas aulas?**

Segundo Imbernón (2010, p. 75), a formação continuada é fundamental para o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor, uma vez que o conhecimento profissional consolidado mediante a formação permanente “[...] apoia-se tanto na aquisição de conhecimentos teóricos e de competências de processamento da informação, análise e reflexão crítica em, sobre e durante a ação, o diagnóstico, a decisão racional, a avaliação de processos”.

Com este pensamento, e com base nos dados da primeira pergunta da entrevista semiestruturada se observa que no gráfico 10 e gráfico 11 (p. 96), 50% dos entrevistados participam dos cursos de aperfeiçoamento. Destes, 75% deles utilizam os conhecimentos adquiridos em suas aulas e apenas 25% afirmam que utilizam, em partes, uma vez que nem sempre é possível utilizá-los em sala de aula.

### **Questão: Quais os problemas que você encontra, hoje, para lecionar matemática?**

Arrolam-se alguns comentários:

1. Professores com formação deficiente, alunos com conhecimentos defasados para a série em que estão cursando;
2. Criar uma base forte para dar continuidade aos estudos, falta de interesse dos alunos e por não gostarem da disciplina;
3. Baixo nível dos alunos;
4. Falta de materiais pedagógicos e indisciplina escolar;
5. Despertar nos alunos o gosto pela disciplina, pois para a grande maioria deles não veem aplicabilidade em suas vidas;
6. Falta de estímulo dos alunos, por não gostarem da disciplina.

Assim, pode-se observar pelos dados obtidos, que os problemas encontrados, hoje, para lecionar matemática perpassam “n” fatores, principalmente a junção de professores com formação deficiente, associados a desinteresse e desmotivação dos alunos pela disciplina e a ausência de aulas dinâmicas são fatores que realmente nos encaminham para pífios do ensino de matemática do país.



Essa equação, apresenta elementos que são do conhecimento de professores, gestores e estudiosos em educação, que continuam a ser reproduzida cotidianamente nas salas de aula de todo o país. Nesse sentido, faz-se necessário que a matemática apresentada em sala de aula traga significação para o aluno, e para tanto é imprescindível a utilização de metodologias que despertem o interesse e a motivação do mesmo.

Assim, a matemática lecionada em sala de aula só será compreendida quando esta apresentar uma significação para o aluno. Burak e Aragão (2012, p. 23) destacam que “[...] a significação não é uma resposta implícita, mas uma experiência consciente de aprendizagem, claramente articulada e precisamente diferenciada”. Ou seja, a significação é função da realidade do sujeito de conhecimento, que de acordo com Bini e Pabis (2008), quando o aluno não encontra significado no trabalho que tem a realizar, ele não apresenta interesse em aprender.

**Questão: Você acredita que o baixo rendimento escolar, especialmente na disciplina de Matemática, deve-se principalmente a (ao):**

Conforme o gráfico 12 (p. 97), nota-se que o baixo rendimento escolar na disciplina de Matemática, estão associados a dois fatores principais: as dificuldades que os estudantes apresentam ao acompanhar as aulas de matemática e da metodologia utilizada pelo professor em sala. Vítal (1999, p. 19) afirma que:

O fracasso do ensino de matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos.

Assim, percebe-se que o sucesso dessa disciplina depende da forma como o assunto é mostrado ao aluno em cada faixa etária. E isto depende da metodologia utilizada pelo professor em sala de aula. Este aspecto corresponde a um outro fator que ocasiona um baixo rendimento escolar em matemática, conforme afirmam 40% dos entrevistados. Isso mostra que os professores estão observando que a maneira com a qual estão ministrando as aulas não estão sendo suficiente para motivar e despertar o interesse dos alunos para as atividades de matemática.

**Questão: Como são realizadas, frequentemente, as aulas de matemática?**



De acordo com o gráfico 13 (p. 99), constata-se que as aulas de matemática continuam sendo predominadas por aulas expositivas (35%) e resoluções de exercícios (25%) perfazendo um total de 60%. Essa prática pedagógica em que predomina o repasse verbal de conteúdo do professor para o aluno, seguindo da realização de exercícios de fixação tem se mostrado “[...] ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não aprendeu o conteúdo” (BRASIL, 1997), quer dizer, não sabe utilizá-lo em outros contextos.

O gráfico 13, ainda apresenta que as aulas de matemática são realizadas com atividades em grupo (10%), utilização de software matemático (5%) e situações problemas do dia a dia (25%), ainda ficam muito a desejar na prática pedagógica dos professores. Para Fossa e Bezerra (1998), eles apontam que o insucesso da Matemática entre os estudantes deve-se a “n” fatores, principalmente pela maneira a qual os conteúdos de Matemática têm sido ensinados pelos professores. Práticas pedagógicas que não proporcionam a participação ativa dos estudantes, que não estimulam a motivação e a criatividade.

### **Questão 12: Durante sua formação acadêmica, você teve algum contato com a Modelagem Matemática? Se sim, qual sua concepção sobre a Modelagem Matemática**

De acordo com o gráfico 14 (p. 100), podemos evidenciar que 63% dos professores não tiveram nenhum contato com modelagem matemática durante a formação acadêmica. E que apenas 37% tiveram contato, sendo 34% deles por meio de livros, artigos, revistas, 33% através de conversas com outros professores e 33% teve contato na graduação com a disciplina de modelagem. Isto significa dizer, que a Modelagem Matemática, ainda, não está tão presente na grade curricular dos Cursos de Graduação e pós-graduação de matemática das instituições públicas.

E dentre os professores que afirmaram ter contato com a Modelagem Matemática em sua formação acadêmica, eles têm a concepção de modelagem matemática como uma metodologia de ensino, conforme ressalta alguns professores “A modelagem matemática permite ao professor trabalhar um conteúdo matemático a partir de uma situação do contexto do aluno utilizando não só conteúdos matemáticos, mas também de outras disciplinas” e “o aluno aprende com situações do dia a dia, relacionando a matemática com situações do cotidiano”.



Estas concepções vão de encontro com Burak e Aragão (2012) ao afirmarem que a modelagem “[...] é uma metodologia de ensino cujo objetivo é possibilitar ao estudante comparar e relacionar fenômenos do cotidiano com a matemática”. Desse modo, a modelagem pode contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem significativa, uma vez que a realização de atividades de modelagem em sala de aula promove um ensino significativo, além de influenciar na motivação dos estudantes e torna-la mais atrativa. (Trecho da fala de um dos entrevistados).

Assim, todos os entrevistados consideram a utilização da Modelagem Matemática viável nas aulas de matemática, uma vez que ela promove aulas mais dinâmicas, relaciona a matemática de sala de aula com as situações do cotidiano do aluno e leva-se em conta os conhecimentos prévios dos alunos. Todas essas vantagens são contempladas por Barbosa (2003, p. 66) ao afirmar que a modelagem matemática proporciona a:

**Motivação:** os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola; **Facilitação da aprendizagem:** os alunos teriam mais facilidade em compreender as idéias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos; **Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas:** os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-a-dia e no mundo do trabalho; **Desenvolvimento das habilidades gerais de exploração:** desenvolveriam habilidades gerais de investigação; **Compreensão do papel sócio-cultural da matemática:** os alunos analisariam como a matemática é usada nas práticas sociais.

Dessa forma, pode-se perceber que a modelagem matemática apresenta uma série de vantagens quando utilizada em sala de aula. Embora, saibamos que sua utilização não é tarefa fácil, já que apresenta diversos entraves. A questão seguir retrata os principais motivos/dificuldades que se encontram para com a modelagem em sala de aula.

**Questão: Você trabalha com a Modelagem Matemática para desenvolver os conteúdos da disciplina de Matemática? Em caso, negativo, quais os motivos/dificuldades que você encontra para trabalhar com a Modelagem nas aulas?**

O gráfico 15 (p. 101), mostra que 67% dos professores utilizam a modelagem matemática em sala de aula, mas ressaltam que não é possível utilizar a modelagem em todas as aulas. E 33% afirmam que não utilizam, principalmente, pela falta de tempo para planejar as aulas, uma vez que esta metodologia de ensino requer um planejamento bem mais elaborado, segundo afirmação do entrevistado “Falta de tempo para planejar as aulas com modelagem, pois leva-se muito mais tempo do que uma aula tradicional”.



Esta fala vai ao encontro da concepção de Soares (2012), ao afirmar que para trabalhar a Modelagem em sala de aula encontra-se alguns desafios, dentre eles que Modelagem exige bastante dedicação do professor, maior envolvimento e trabalho do aluno e principalmente exige-se muito tempo e dedicação dos participantes, porém é importante para a formação e vivência em sociedade.

Uma outra dificuldade para utilização da modelagem está associada ao medo dos professores em não obter resultados desejados, e devido à falta de experiência. Apesar de todas as vantagens ao uso da modelagem matemática, tem-se, ainda, segundo Bassanezi (2002, p. 37), muitos obstáculos, dentre eles:

Obstáculos para os professores - muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem. Acreditam que perderão muito tempo para preparar as aulas e também não terão tempo para cumprir o programa do curso.

Nesse sentido, faz-se necessário que cursos de licenciatura em matemática abordem esta temática desde o início do curso, de modo que os acadêmicos, ao chegarem ao término, tenham condições de trabalhar na prática projetos de modelagem e possam se sentir seguros para levar esta proposta seus futuros alunos.

**Questão: Durante sua formação acadêmica você não teve nenhum contato com a Modelagem Matemática, assim você estaria disponível em participar de uma formação continuada que abordasse essa temática: Se não, justifique?**

Segundo Paulo Freire (2011), na formação continuada de professores é fundamental momento da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. Nesse sentido, faz-se necessário que o professor esteja sempre em contínuo processo de formação, almejando se qualificar, uma vez que com a formação continuada ele poderá aprimorar sua prática pedagógica e seu conhecimento profissional.

Com esse intuito, 100% dos entrevistados afirmaram que gostariam de participar de uma formação continuada que abordasse a Modelagem Matemática enquanto alternativas metodológicas no processo de ensino e aprendizagem matemática. Vale ressaltar que mesmo os professores que já tiveram contato com modelagem matemática afirmaram que gostariam de participar, também de cursos desta natureza.



Desse modo, percebe-se que os professores estão abertos a participarem de formações de professores, e a compreendem como algo capaz de proporcionar melhorias no processo de ensino e aprendizagem matemática.

Nesse processo, há décadas que os matemáticos têm procurado alternativas para melhoria do ensino de Matemática. Filho (2014, p. 02) afirma que o ensino da Matemática “[...] não está acontecendo como deveria e a responsabilidade disso recai sobre os professores do ensino fundamental e médio. Contudo, estes professores também não vêm sendo preparados como deveriam ser”.

Nessa perspectiva, nota-se uma aversão dos discentes pelos objetos de conhecimento matemáticos. Assim, o ensino da Matemática requer a construção de uma nova prática pedagógica, que não se reduza a um mero modelo de armazenamento e repetição de informações, mas sobretudo que o professor estimule desenvolvimento do aluno para a construção de uma percepção social dos objetos de conhecimento de matemática.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo das últimas décadas, observa-se que diversos pesquisadores têm almejado caminhos para a renovação pedagógica que favoreçam a uma aprendizagem mais significativa a todos os atores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

No processo de ensino e aprendizagem Matemática, estudiosos em Educação Matemática apontam várias alternativas metodológicas para o ensino da Matemática, a saber: Modelagem Matemática, História da Matemática, Tecnologias da Informação, Comunicação, Etnomatemática entre outras. Todas direcionadas ao encontro da necessidade por melhores índices qualitativos do processo de aprendizagem.

Dentre tantas possibilidades metodológicas, este trabalho buscou verificar as contribuições da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem matemática no ensino médio, uma vez que ela possibilita uma aprendizagem significativa aos educandos. (BASSANEZI, 2015). Objetivou-se também, investigar se a Modelagem Matemática é uma das estratégias metodológicas utilizadas pelos professores e refletir como a aprendizagem significativa pode ser alcançada pelos alunos mediante a utilização da Modelagem Matemática.

As informações obtidas mediante a coleta de dados, proporcionou maior conhecimento sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula como método de ensino. E foi possível constatar que os alunos apresentavam antes da aplicação da Modelagem Matemática uma grande aversão a disciplina de Matemática e as principais dificuldades que eles apresentavam na aprendizagem de conteúdos matemáticos residiam na interpretação, na concentração e apreço pela matemática.

Constatou-se, também, que na visão dos discentes as aulas deveriam ser realizadas de forma que contemplassem situações problemas do dia a dia, que tivesse a utilização de jogos e que abordassem resoluções de questões e exercícios. Desse modo, percebe-se que a metodologia utilizada em sala de aula não conseguia aproximar o aluno do objeto de estudo, despertando a falta de interesse e motivação. Logo, o ensino da matemática precisa ser atrativo e prazeroso.

Neste sentido, a ação docente se torna desafiadora, uma vez que deve atender as expectativas dos educandos e fundamentar o conhecimento científico. Cabe ao professor buscar alternativas didáticas capazes de atrair a atenção, despertar o interesse, mostrando a utilidade dos conceitos matemáticos numa relação teoria x prática.



Durante a realização das atividades propostas desta pesquisa, notou-se que inicialmente os estudantes não estavam motivados a participar das aulas propostas, mas à medida em que elas foram sendo realizadas, o interesse dos mesmos em participar das atividades foram aflorando. Podemos perceber que os discentes aos poucos começaram a participar das discussões sobre os temas abordados, buscando informações, formulando hipótese e questões, resolvendo problemas e avaliando as soluções encontradas.

Dessa forma, observou-se que um dos aspectos importante na intervenção pedagógica realizada foi o estímulo/motivação que essa metodologia trouxe para todos os alunos. Uma vez que aulas se tornaram mais atraentes, despertaram mais interesse, proporcionou maior facilidade em compreender os objetos de conhecimento matemáticos e o aprendizado tornou-se mais prazeroso.

Constatou-se que a maioria dos estudantes aprovaram a metodologia de ensino utilizada em sala, sendo que 65% dos discentes classificaram as aulas como ótima, 35% afirmaram que foi boa e 0% regular. Ressaltaram, ainda, o desejo de que as outras disciplinas fossem realizadas através da Modelagem. Esses dados nos levam a concluir que a utilização da modelagem matemática apresenta uma das condições de ocorrência da aprendizagem significativa explicitado por Ausubel (2003), ou seja, que haja a intenção do aluno para aprender significativamente.

Assim, a pesquisa evidenciou que a utilização da Modelagem Matemática é um procedimento muito eficiente. E segundo Renz (2015), quando trabalhado de maneira organizada, “[...] envolve o aluno de tal forma que o mesmo passa a ser o elemento principal da construção da aprendizagem. Percebe-se que o aluno sente a necessidade de interagir na construção do modelo demonstrando motivação e senso participativo”.

Vale ressaltar que ao longo do desenvolvimento das atividades propostas, alguns obstáculos foram surgindo, como a falta de material necessário para a realização das atividades e o tempo, que geralmente não era suficiente para desenvolvê-las. Todavia, o alcance dos objetivos propostos de certa maneira compensou os esforços, visto que quase todos os alunos apresentaram uma ascensão significativa no saber matemático.

Esses resultados comprovam o quanto a Modelagem Matemática pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem matemática. Assim, não há dúvidas da importância do uso dessa metodologia de ensino. Não obstante para que isso aconteça se faz necessário que haja um planejamento das atividades a serem realizadas.



A pesquisa revelou, também, que embora haja melhorias no processo de ensino e aprendizagem matemáticas através da utilização a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, ela é desconhecida pelos professores, uma vez que foi evidenciado que no “chão” da sala de aula a matemática ensinada nas escolas, ainda, se dá de forma tradicional, valendo-se de práticas pedagógicas que não proporcionam a participação ativa dos estudantes, que não estimulam a motivação e criatividade, já que as aulas são ministradas, principalmente, de forma expositiva.

Nesse sentido, percebe-se a Modelagem Matemática está distante da realidade das escolas. Assim como está pouco presente da grade curricular dos Cursos de Graduação e Pós-graduação em Matemática de algumas instituições públicas de Ensino Superior, uma vez que a maioria dos professores entrevistados não tiveram nenhum contato com esta metodologia durante a formação acadêmica. Apenas uma pequena minoria deles teve esse contanto durante a formação acadêmica e/ou através de livros, revistas e conversas com outros professores.

Notou-se que os professores que tiveram contato com Modelagem matemática tem a concepção de que ela é uma alternativa metodológica de ensino que permite ao professor trabalhar um determinado assunto matemático a partir de uma situação do contexto do estudante, usando não só conteúdos matemáticos, mas também de outras disciplinas, em que o aluno aprende com situações do dia a dia, relacionado a matemática com situações do cotidiano.

E tem a concepção que sua utilização nas aulas de matemática é viável, por apresentar inúmeros aspectos positivos, tais como: promove aulas mais dinâmicas, relaciona a matemática de sala de aula com o cotidiano do estudante e leva-se em conta os conhecimentos prévios dos alunos. Todas essas vantagens são advogadas por Barbosa (2003) ao afirmar que a modelagem proporciona a motivação, facilitação da aprendizagem, preparação par utilizar a matemática em diferentes áreas e compreensão sociocultural da matemática.

No entanto, a utilização desta metodologia em sala de aula apresenta algumas dificuldades. Segundo os dados coletados, pode-se apontar a falta de tempo para planejar as aulas, uma vez que esta metodologia requer um planejamento bem mais elaborado, como também a falta de material pedagógico necessário, o medo, a insegurança e a falta de experiência dos docentes com tal metodologia.

Nesse sentido, faz-se necessário que os cursos de graduação em Matemática e as áreas afins apresentem essa temática como componente curricular o desde o início do curso, de modo que os acadêmicos, ao chegarem ao término, tenham condições de trabalhar na prática projetos



de modelagem e possam se sentir seguros para levar esta proposta a seus futuros alunos. É necessário colocar em prática essa metodologia, desafiando todos os entraves mostrados neste trabalho. Assim, acredita-se que teremos a garantia da realização de aulas mais atraentes e a Matemática terá uma nova roupagem para os estudantes.

Convém ressaltar que este estudo não tem a pretensão de apresentar a Modelagem Matemática como solução para todos os problemas encontrados no processo de ensino e aprendizagem Matemática, uma vez que esses problemas não são apenas de caráter metodológico, tem-se uma série de outros fatores. Este trabalho apresenta resultados significativos de uma maneira diferente de guiar o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Assim, como desdobramento futuro desse trabalho, almeja-se que possa chegar aos professores que lecionam no ensino médio essa proposta, mediante a divulgação ou realização de palestras/oficinas/seminários e fomentar uma reflexão mais ampla sobre como trabalhar os objetos de conhecimento matemáticos de maneira a proporcionar uma aprendizagem mais significativa.

Com isso, deseja-se que o presente estudo possa motivar professores a experimentar a Modelagem Matemática, e perceber que esse tipo de metodologia representa um ganho para todos os agentes envolvidos no processo, pois evidenciou que a implementação da Modelagem Matemática, enquanto alternativa metodológica, contribui significativamente para a melhoria do ensino de matemática

Destarte, propõe-se que a aplicação da Modelagem Matemática seja realizada nos diferentes níveis e modalidades do ensino, já que ela é um método de ensino flexível, atual e pode ser um dos caminhos a tornar o ensino da Matemática mais dinâmico e interessante ao aluno. Para tanto é necessário colocar essa metodologia em prática sempre que possível, enfrentando todos os entraves elencados neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L.M.W.; BORSOI, A.H. **Modelagem matemática e a aprendizagem significativa**: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. Educação Matemática Pesquisa, 2004.
- ALMEIDA, L.W de; SILVA, K. P. da; VERTUAN. R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1ª ed., 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto, 2013.
- ARAGÃO, R.M.R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel**: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.
- ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As discussões dos alunos**. Rio Claro, 2002. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/~jussara/tese/tese.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2017
- AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes. 1982.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática na Sala de Aula**. Perspectiva, Erechim, v. 27, n. 98, jun. 2003.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 4. ed. – São Paulo: Contexto, 2014
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. – São Paulo: Contexto, 2015
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 28/11/2017

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 24/03/2016

BRASIL. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução CNS N° 466, de 12 de dezembro de 2012**. Disponível em: <<http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2012/Reso466.pdf>>. Acesso em: 23/03/2016.

Brasil no PISA 2015: **análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros** / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. — São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

BRASIL. Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução CNS N° 510, de 07 de abril de 2016**. Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/reso510.pdf> Acesso em: 02/12/2017.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia 2(2), 7-32. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N.; **Modelagem Matemática no Ensino**. 5<sup>a</sup>. ed. 4<sup>a</sup> impressão – São Paulo: Contexto, 2014.

BINI, L. R.; PABIS, N. **Motivação ou interesse do aluno em sala de aula e a relação com atitudes consideradas indisciplinadas**. Revista Eletrônica Lato Sensu, v.3, n.1, p. 1-19, março de 2008. Disponível em: <<http://www.unicentro.br>>. Acesso em: 05 de dezembro de 2017.

BISOGNIN, E. Modelagem Matemática na Escola. In: **I Congresso Nacional de Educação Matemática, VII Encontro Regional de Educação Matemática**: A Gestão da Sala de Aula, Perspectivas e Desafios. Anais: 2008, Ijuí, RS. 1

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. ; **Modelagem matemática**: uma perspectiva para a educação básica. Ponta Grossa, PR: Ed. UEPG, 2010.

BURAK, D.; ARAGÃO, R.M.R; **A modelagem matemática e relações com aprendizagem significativa**. 1 ed. Curitiba, PR: CRV, 2012.

CORDEIRO, E. M. **Resolução de problemas e aprendizagem significativa no ensino de matemática**. 2015. 108 f Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia. 2015

CURY, A. J. **Pais brilhantes, professores fascinantes**. Rio de Janeiro: Sextante, 2003

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da Teoria à prática. Campinas, SP: Papyrus, 1996. – (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 5. ed. Campinas/SP: Autores Associados, 2002.

FILHO, E. L. S. **formação de professores de matemática e modelagem matemática**: mudanças na prática pedagógica e no desenvolvimento profissional. Seminário Internacional

de Educação Superior. Anais eletrônicos. Sorocaba: Universidade de Sorocaba, 2014.

Disponível

em:<[https://www.uniso.br/publicacoes/anais\\_eletronicos/2014/1\\_es\\_formacao\\_de\\_professores/18.pdf](https://www.uniso.br/publicacoes/anais_eletronicos/2014/1_es_formacao_de_professores/18.pdf)>. Acesso em: 04/12/ 2017

FLEMMING, D. M.; MELLO, A.C. C; **Tendências em educação matemática** instrucional designer; – 2. ed. – Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

FOSSA, J. A.; BEZERRA, O. M. **Atitudes sobre a Matemática e outras disciplinas de alunos do primeiro grau maior**. In: FOSSA, J. A. (org.). Educação Matemática. Natal: EDUFRN, 1998. p. 117-126.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 43. ed., São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREIRE, P. S. **Aumente qualidade e quantidade de suas publicações científicas:**

Manual para elaboração de projetos e artigos científicos. 1. ed. - Curitiba, PR: CRV, 2013.

FONSECA, M. C.; et al. **O Ensino Da Geometria Na Escola Fundamental: Três Questões Para A Formação Do Professor Dos Ciclos Iniciais**. 2 ed. 1 reimpr. Belo Horizonte-MG. Ed. Autêntica. 2005.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

INEP, Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação Básica: Resultados 2015**. Brasília-DF. 2016

JOYE, C. R. **Metodologia do trabalho científico: semestre III**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2009.

KHAN, S. **Um mundo, uma escola**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

LUCKESI, C. S. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 2002.

MALHEIROS, A. P. S. **Delineando convergências entre Investigação Temática e Modelagem Matemática**. In. V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, RJ. Anais... Petrópolis, 2012.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. – São Paulo: Atlas 2003.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A.D.; MALHEIROS, A.P. S. **Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.** (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MORAES, M.; RENZ, S. P. A importância da linguagem na solução de problemas matemáticos no Ensino Fundamental. In: LEHENBAUER, S.; PICAWEY, M. M.;

STEYER, V.E.; WANDSCHEER, M. S. X. **O Ensino Fundamental no século XXI.** Questões e desafios. Canoas: ULBRA, 2005. p.403-413.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares.** São Paulo: Livraria Editora da Física. 179p. 2011

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa em mapas conceituais** – Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013.

MOREIRA, M.A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências** - A Teoria da Aprendizagem Significativa. A Visão Clássica. 1 ed. Porto Alegre. Compilação de trabalhos publicados ou apresentados. Capítulo 1,2 e 3, p. 1-69, 2016. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios6.pdf>. Acesso em: 28 de nov. 2017;

NOVAK J. D. **Uma teoria de Educação.** São Paulo, Pioneira, 1981.

OECD (2015), **Education at a Glance 2015: OECD Indicators**, OECD Publishing, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/eag-2015-en>. Acesso: 27.02.16

OLIVEIRA, M. F. **Metodologia científica:** um manual para a realização de pesquisas em Administração - Catalão: UFG, 2011.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PONTE, J. P. **O ensino da Matemática em Portugal:** Lições do passado, desafios do futuro. 2004. Disponível em: [www.ufpel.tche.br/clmd/bmv/detalhe\\_biografia.php?id\\_autor=1](http://www.ufpel.tche.br/clmd/bmv/detalhe_biografia.php?id_autor=1)  
>Acesso em: 01.03.2016

PRODANOV, C. C; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. – 2. ed. – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SOARES, M. R. **Caderno pedagógico:** modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: uma perspectiva à luz dos futuros professores de matemática. Ponta Grossa, 120f., 2012a. Material instrucional: Produção Técnica – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica:** a questão da democracia; prefácio Marcelo C. Borba. 6. ed.. São Paulo, SP: Papyrus, 2011. 160 p. (Perspectivas em educação matemática).

STAREPRAVO, A.R. et al. **O que a Avaliação de Matemática tem revelado aos Professores:** Conhecimentos Construídos ou Informações Acumuladas? Congresso Internacional sobre Avaliação na Educação. Curitiba-Paraná. Futuro Congresso e Eventos Ltda, 2004.

RENZ, H. J. **A Importância da Modelagem Matemática no Ensino-aprendizagem,** 2015. 62 f.. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2015.



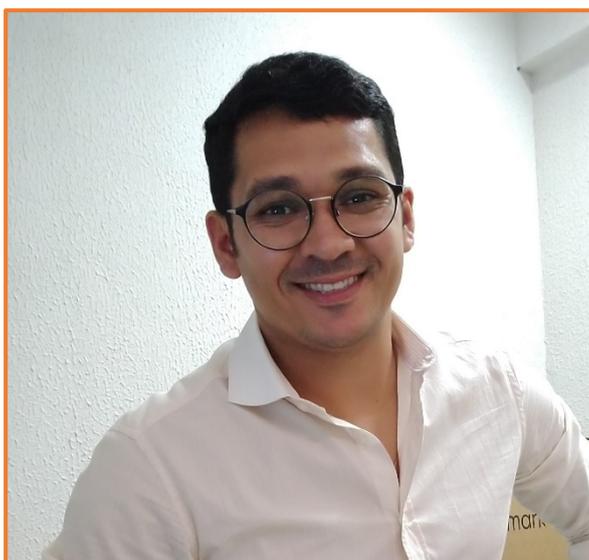
THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2ª Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.



# **SOBRE O AUTOR**

## **André do Santos Bandeira**



Atualmente é mestre em Gestão e Avaliação da Educação Pública pela Universidade Federal de Juiz de Fora (Caed/UFJF) e especialista em Gestão Escolar Integrada e Práticas Pedagógicas pela Universidade Cândido Mendes e em Educação Global, Inteligências Humanas e Construção da Cidadania pela Faculdade de Ensino Superior do Nordeste. Possui formação inicial em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e é professor efetivo de Matemática na rede Estadual de Educação do Ceará - SEDUC, atuando como Coordenador Pedagógico na EEEP Professora Maria Célia Pinheiro Falcão, localizada no município de Pereiro/CE.

www.editorapublicar.com.br  
contato@editorapublicar.com.br  
@epublicar  
facebook.com.br/epublicar

# APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA:

Um olhar sobre as contribuições da  
modelagem matemática no ensino médio

André dos Santos Bandeira



2021

www.editorapublicar.com.br  
contato@editorapublicar.com.br  
@epublicar  
facebook.com.br/epublicar

# APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA:

Um olhar sobre as contribuições da  
modelagem matemática no ensino médio

André dos Santos Bandeira



2021