

Estatística utilizando o

GEOGEBRA



2022

Wilhian Alexander Ferreira Lima
Ana Beatriz Tozzo Martins
Adriana Strieder Philippsen
Walkiria Maria de Oliveira Macerau

Estadística utilizando o

GEOGEBRA



2022

Wilhian Alexander Ferreira Lima
Ana Beatriz Tozzo Martins
Adriana Strieder Philippsen
Walkiria Maria de Oliveira Macerau

2022 by Editora e-Publicar
Copyright © Editora e-Publicar
Copyright do Texto © 2022 Os autores
Copyright da Edição © 2022 Editora e-
Publicar
Direitos para esta edição cedidos
à Editora e-Publicar pelos autores

Editora Chefe

Patrícia Gonçalves de Freitas

Editor

Roger Goulart Mello

Diagramação

Dandara Goulart Mello

Roger Goulart Mello

Projeto gráfico e Edição de Arte

Patrícia Gonçalves de Freitas

Revisão

Os autores

ESTATÍSTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA

Todo o conteúdo desta obra, dados, informações e correções são de responsabilidade exclusiva da autora. O download e compartilhamento da obra são permitidos desde que os créditos sejam devidamente atribuídos a autora. É vedada a realização de alterações na obra, assim como sua utilização para fins comerciais.

A Editora e-Publicar não se responsabiliza por eventuais mudanças ocorridas nos endereços convencionais ou eletrônicos citados nesta obra.

Conselho Editorial

Adilson Tadeu Basquerote Silva - Universidade Federal de Santa Catarina

Alessandra Dale Giacomini Terra - Universidade Federal Fluminense

Andréa Cristina Marques de Araújo - Universidade Fernando Pessoa

Andrelize Schabo Ferreira de Assis - Universidade Federal de Rondônia

Bianca Gabriely Ferreira Silva - Universidade Federal de Pernambuco

Cristiana Barcelos da Silva - Universidade do Estado de Minas Gerais

Cristiane Elisa Ribas Batista - Universidade Federal de Santa Catarina

Daniel Ordane da Costa Vale - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Danyelle Andrade Mota - Universidade Tiradentes

Dayanne Tomaz Casimiro da Silva - Universidade Federal de Pernambuco

Deivid Alex dos Santos - Universidade Estadual de Londrina

Diogo Luiz Lima Augusto - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Edilene Dias Santos - Universidade Federal de Campina Grande

Edwaldo Costa - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Elis Regina Barbosa Angelo - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Érica de Melo Azevedo - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

Ernane Rosa Martins - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Ezequiel Martins Ferreira - Universidade Federal de Goiás

Fábio Pereira Cerdera - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Francisco Oricelio da Silva Brindeiro - Universidade Estadual do Ceará

Glauco Martins da Silva Bandeira - Universidade Federal Fluminense

Helio Fernando Lobo Nogueira da Gama - Universidade Estadual De Santa Cruz

2022



Inaldo Kley do Nascimento Moraes - Universidade CEUMA
Jaisa Klauss - Instituto de Ensino Superior e Formação Avançada de Vitória
Jesus Rodrigues Lemos - Universidade Federal do Delta do Parnaíba
João Paulo Hergesel - Pontifícia Universidade Católica de Campinas
Jose Henrique de Lacerda Furtado - Instituto Federal do Rio de Janeiro
Jordany Gomes da Silva - Universidade Federal de Pernambuco
Jucilene Oliveira de Sousa - Universidade Estadual de Campinas
Luana Lima Guimarães - Universidade Federal do Ceará
Luma Mirely de Souza Brandão - Universidade Tiradentes
Marcos Pereira dos Santos - Faculdade Eugênio Gomes
Mateus Dias Antunes - Universidade de São Paulo
Milson dos Santos Barbosa - Universidade Tiradentes
Naiola Paiva de Miranda - Universidade Federal do Ceará
Rafael Leal da Silva - Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Rodrigo Lema Del Rio Martins - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Willian Douglas Guilherme - Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E79 Estatística utilizando o Geogebra [livro eletrônico] / Adriana Strieder
Philippsen... [et al.]. - Rio de Janeiro, RJ: e-Publicar, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5364-140-2

DOI 10.47402/ed.ep.b202218660402

1. Estatística - Estudo e ensino - Inovações tecnológicas. 2.
GeoGebra (Software). 3. Software educacional. I. Philippsen, Adriana
Strieder. II. Martins, Ana Beatriz Tozzo. III. Macerau, Walkiria Maria
de Oliveira. IV. Lima, Willian Alexander Ferreira.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior - CRB6/2422

Editora e-Publicar

Rio de Janeiro, Brasil

contato@editorapublicar.com.br

www.editorapublicar.com.br

2022



Prefácio

Este livro é resultado de uma das atividades de um projeto de extensão do Departamento de Estatística da Universidade Estadual de Maringá e surgiu como um material de apoio a professores e alunos que necessitem realizar análises estatísticas utilizando o GeoGebra. Os autores procuraram compartilhar os conhecimentos adquiridos para a realização de uma análise descritiva apresentando os passos necessários para construir tabelas, gráficos e obter medidas descritivas a partir do GeoGebra.

Apresentação

Este livro é resultado de uma das atividades de um projeto de extensão do Departamento de Estatística da Universidade Estadual de Maringá e surgiu como um material de apoio a professores e alunos que necessitem realizar análises estatísticas utilizando o GeoGebra. Os autores procuraram compartilhar os conhecimentos adquiridos para a realização de uma análise descritiva apresentando os passos necessários para construir tabelas, gráficos e obter medidas descritivas a partir do GeoGebra.

Sumário

Prefácio	5
Apresentação	6
Capítulo 1.....	9
Conhecendo o GeoGebra.....	9
1.1 Instalação.....	9
1.2 Principais Ferramentas.....	11
Capítulo 2.....	14
Criando Planilhas	14
2.1 Inserindo Dados em uma Planilha via Usuário.....	15
2.2 Inserindo Dados em uma Planilha via Outros Arquivos.....	19
Capítulo 3.....	20
Medidas Descritivas	20
3.1 O que são as Medidas Descritivas	20
3.2 Medidas de Tendência Central	22
3.2.1 Média aritmética.....	22
3.2.2 Mediana	23
3.2.3 Moda	24
3.3 Medidas Separatrizes	25
3.3.1 Quartis.....	25
3.3.2 Percentis.....	27
3.4 Medidas de Dispersão	28
3.4.1 Amplitude total	28
3.4.2 Variância	29
3.4.3 Desvio padrão	31
3.5 Tabela Resumo das Medidas Descritivas	34
3.6 Medidas Descritivas para Dados Agrupados	36
3.6.1 Distribuição de frequências para dados agrupados.....	36
3.6.2 Média aritmética para dados agrupados	38
3.6.3 Mediana para dados agrupados.....	39

Capítulo 4.....	41
Construção de Gráficos e Diagramas.....	41
4.1 Gráfico de Setores	46
4.2 Histograma e outros gráficos	58
4.2.1 Histograma.....	58
4.2.2 Gráficos de barras verticais.....	62
4.2.3 Boxplot.....	63
4.2.4 Diagrama de pontos.....	64
4.2.5 Diagrama de ramos e folhas	65
4.2.6 Diagrama quantil normal.....	65
Referências.....	67
Autores	68



Capítulo 1

Conhecendo o GeoGebra

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmico para todos os níveis de ensino e que reúne geometria, álgebra, planilhas de cálculos, gráficos, estatística (GeoGebra, 2022) e apresenta uma interface simples, de fácil manipulação. Seu nome vem da aglutinação das palavras *Geometry* e *Algebra* e foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwarter em sua dissertação de mestrado (HOHENWARTER et al., 2009).

Este *software* vem sendo utilizado como uma ferramenta para o ensino e aprendizagem da Matemática desde o ensino básico até o universitário (WOLFF; SILVA, 2013) e pretendemos neste livro, apresentar um tutorial dos recursos que o GeoGebra apresenta para o ensino e aprendizagem de Estatística Descritiva de forma dinâmica e interativa. Esses recursos podem ser facilmente compartilhados por meio da plataforma de colaboração GeoGebra *Classroom*, na qual o progresso do aluno pode ser monitorado em tempo real (GeoGebra, 2022).

No decorrer deste livro, utilizou-se a versão do GeoGebra Clássico 6. A sua disponibilização é gratuita na *internet*, podendo ser obtido por meio do endereço eletrônico www.geogebra.org e, neste capítulo, será feita uma breve descrição de instalar e como utilizar as principais ferramentas deste *software*.

1.1 Instalação

Para fazer a instalação do *software* GeoGebra, siga os seguintes procedimentos:

1. Entre na página de *downloads* do GeoGebra Clássico 6: <https://www.geogebra.org/download>;
2. Clique com o *mouse* em “DOWNLOAD”, situado no quadro do GeoGebra Clássico 6, conforme aparece na Figura 1.1:

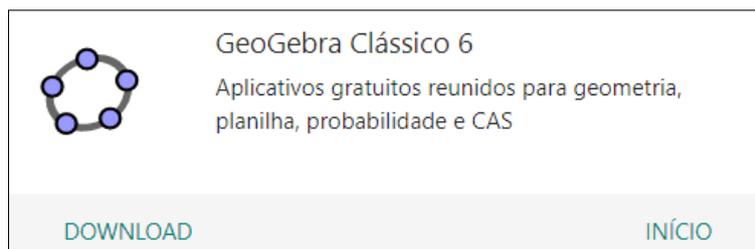


Figura 1.1: Atalho do aplicativo GeoGebra Clássico 6.

3. Na pasta onde foi feito o *download*, clique duas vezes sobre o programa de instalação **GeoGebra-Windows-Installer-6-0-718-0.exe**, executando-o;

4. Aguarde a instalação do programa;

5. Após a instalação, o programa inicia automaticamente e estará pronto para utilização;

6. Na área de trabalho do computador foi criado um ícone com a imagem do GeoGebra Clássico 6. Clique nesse ícone sempre que for acessar o GeoGebra Clássico 6.

Finalizada a instalação ou após clicarmos sobre o ícone do programa na área de trabalho do computador, temos a tela inicial do GeoGebra Clássico 6, conforme a Figura 1.2:

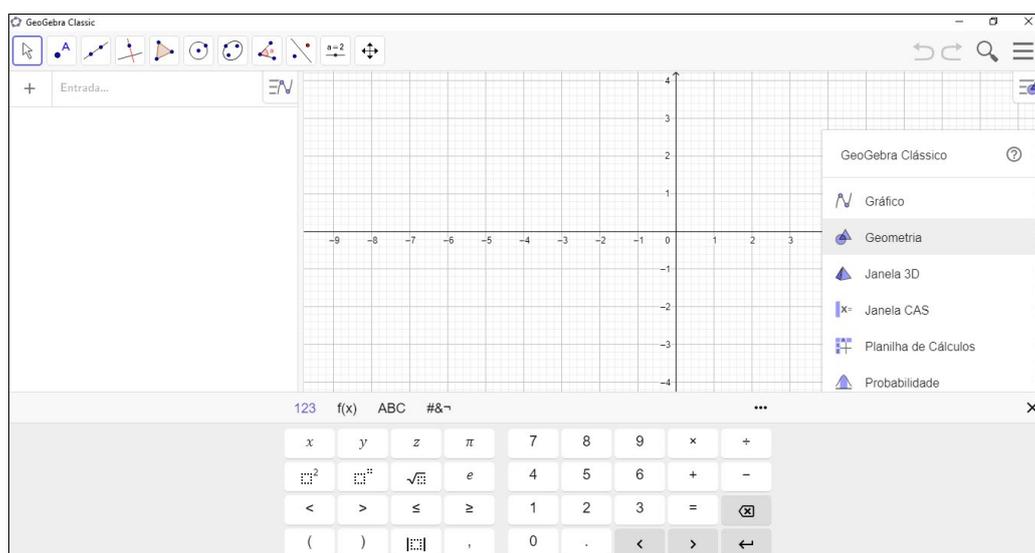


Figura 1.2: Tela inicial do GeoGebra Clássico 6.

1.2 Principais Ferramentas

Na tela inicial é apresentada a *interface* de trabalho composta de dois campos: no lado esquerdo a coluna algébrica e à direita o plano (cartesiano) que mostra os eixos coordenados.

Podemos observar no canto superior, mais à esquerda da Figura 1.2, a barra de ferramentas, onde cada um dos onze ícones corresponde a um grupo de ferramentas, conforme a Figura 1.3:

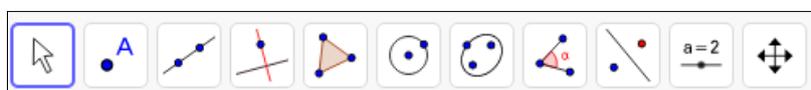


Figura 1.3: Barra de ferramentas do GeoGebra Clássico 6.

Após o usuário clicar no primeiro ícone (seta, ícone inicial do primeiro grupo de ferramentas), surge na tela uma breve descrição dessa ferramenta. Deslizando o *mouse* sobre os demais ícones do mesmo grupo, também é apresentada uma descrição da respectiva ferramenta, conforme descrito a seguir:

-  Mover, Função à Mão Livre, Caneta;
-  Ponto, Ponto em Objeto, Vincular/Desvincular Ponto, Intersecção de Dois Objetos, Ponto Médio ou Centro, Número Complexo, Otimização, Raízes;
-  Reta, Segmento, Segmento com Comprimento Fixo, Semirreta, Caminho Poligonal, Vetor, Vetor a Partir de um Ponto;
-  Reta Perpendicular, Reta Paralela, Mediatriz, Bissetriz, Reta Tangente, Reta Polar ou Diametral, Reta de Regressão Linear, Lugar Geométrico;
-  Polígono, Polígono Regular, Polígono Rígido, Polígono Semideformável;



-  Círculos dados Centros e Um de seus Pontos, Círculo: Centro & Raio, Compasso, Círculo definido por Três Pontos, Semicírculo, Arco Circular, Arco Circuncircular, Setor Circular, Setor Circuncircular;
-  Elipse, Hipérbole, Parábola, Cônica por Cinco Pontos;
-  Ângulo, Ângulo com Amplitude Fixa, Distância, Comprimento ou Perímetro, Área, Inclinação, Lista, Relação, Inspetor de Funções;
-  Reflexão em Relação a uma Reta, Reflexão em Relação a um Ponto, Inversão, Rotação em Torno de um Ponto, Translação por um Vetor, Homotetia;
-  Controle Deslizante, Texto, Inserir Imagem, Botão, Caixa para Exibir/Esconder Objetos, Campo de Entrada;
-  Mover Janela de Visualização, Ampliar, Reduzir, Exibir/Esconder Objeto, Exibir/Esconder Rótulo, Copiar Estilo Visual, Apagar.

A Janela de Álgebra é a área em que é exibida as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos, conforme a Figura 1.4:

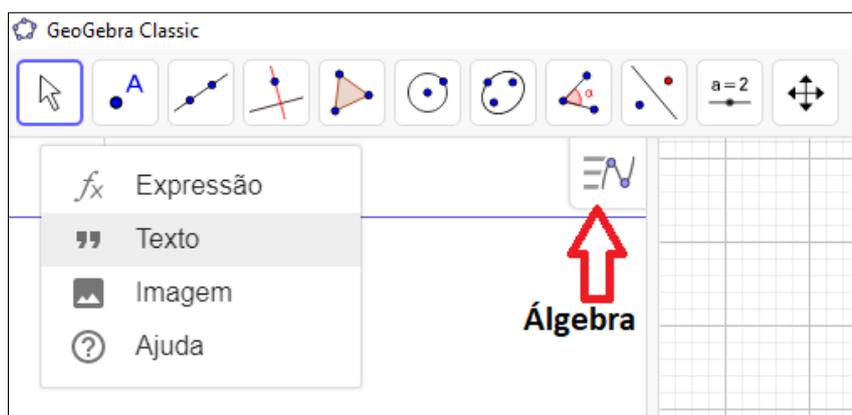


Figura 1.4: Janela de Álgebra.



Na Figura 1.5 é possível visualizar a Entrada, que é um campo específico para digitação de comandos, tais como inserir uma expressão, uma imagem, um texto e também obter ajuda para as todas as funções matemáticas processadas no GeoGebra Clássico 6, por exemplo, Geometria, Álgebra, Texto, Estatística, Probabilidade,

clicando sobre o ícone :

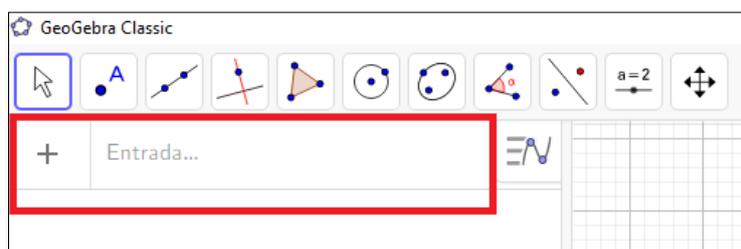


Figura 1.5: Entrada de comandos.

Um pouco mais à direita da Figura 1.2, é possível visualizar mais quatro botões para comandos específicos no GeoGebra Clássico 6:

- Desfazer última ação (Ctrl+Z);
- Refazer última ação (Ctrl+Y);
- Procurar por Materiais do GeoGebra;
- Menu, Barra de Ferramentas de Acesso Rápido.

No último destes quatro botões, na Barra de Ferramentas de Acesso Rápido (Menu), é possível encontrar Tutoriais e o Manual do Geogebra para consulta, os quais auxiliam e orientam a utilização dos comandos no GeoGebra Clássico 6.



Capítulo 2

Criando Planilhas

Os dados podem ser inseridos no GeoGebra por meio de uma planilha (*spreadsheet*) que nada mais é do que uma tabela composta por linhas e colunas que auxiliam na organização de dados e permitem a realização de cálculos. De acordo com Bortolossi (2016, p. 431), “a planilha do GeoGebra possui funcionalidades semelhantes à do Excel da Microsoft e do Calc do OpenOffice”.

Para acessar e criar uma planilha no GeoGebra, inicialmente deve-se clicar sobre o botão Menu, citado na Seção 1.2. Na sequência, clicar sobre o ícone  e selecionar a linha Planilha, conforme mostra a Figura 2.1:

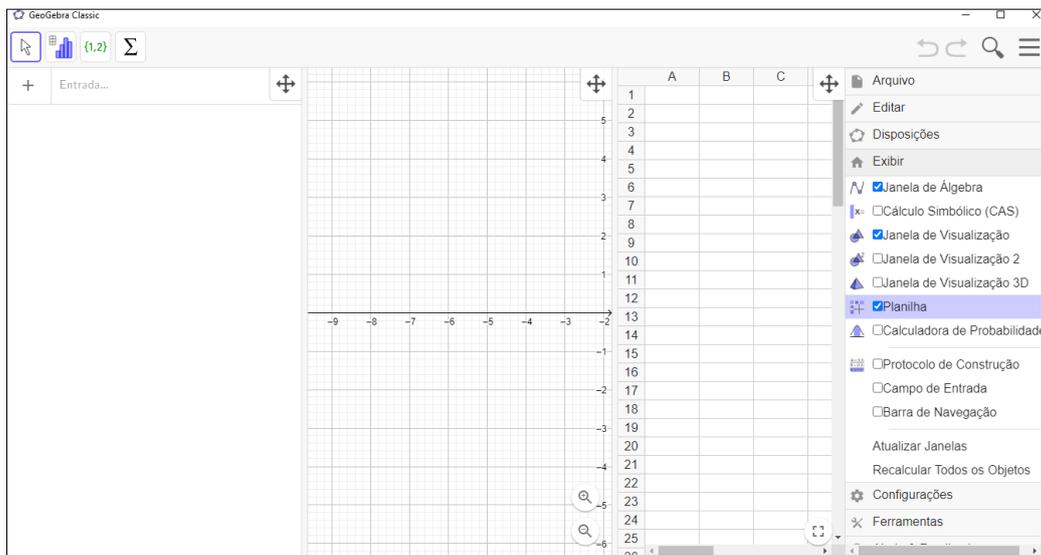


Figura 2.1: Acessando uma Planilha no GeoGebra Clássico 6.

Caso prefira, desmarque as linha “Janela de Álgebra” e/ou “Janela de Visualização” para trabalhar somente com a planilha. Para as próximas seções, estas janelas permanecerão ativas.

Há um outro caminho para abrir uma planilha no GeoGebra Clássico 6. Assim que iniciar o programa, aparece na tela do computador uma lista do GeoGebra

Clássico 6 com as opções de trabalho. Quando o usuário clicar sobre a linha “Planilha de Cálculos” desta lista (Figura 2.2), inicia-se uma nova planilha. Caso o programa já tenha sido iniciado, abre-se uma nova planilha clicando sobre o botão Menu, em seguida em “+ Novo”, e assim aparece a lista com as opções de trabalho.

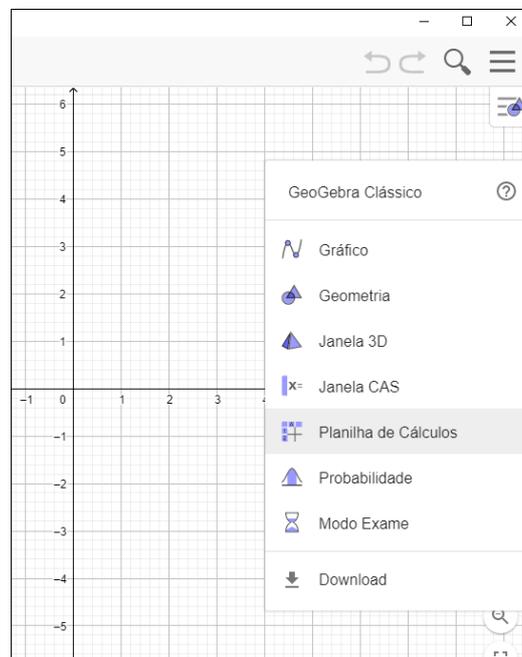


Figura 2.2: Menu Inicial no GeoGebra Clássico.

2.1 Inserindo Dados em uma Planilha via Usuário

Após a criação da planilha, vamos inserir alguns dados em algumas células e que servirão de base para as próximas seções, seguindo o roteiro a seguir:

- Insira os seguintes dados na coluna A, começando pela célula A1:

$A1 : 1 \quad A2 : 2 \quad A3 : 3 \quad A4 : 4 \quad A5 : 5 \quad A6 : 6$

- Insira os seguintes dados na coluna B, começando pela célula B1:

$B1 : 2 \quad B2 : 1 \quad B3 : 2 \quad B4 : 3 \quad B5 : 5 \quad B6 : 4$

Na sequência, como exemplo, iremos criar um Diagrama de Dispersão dos dados que aparecem na planilha. Primeiramente, selecione as células na planilha que

possuem dados. Em seguida, clique sobre o ícone  e clique no botão

 Lista de Pontos

, conforme a Figura 2.3:

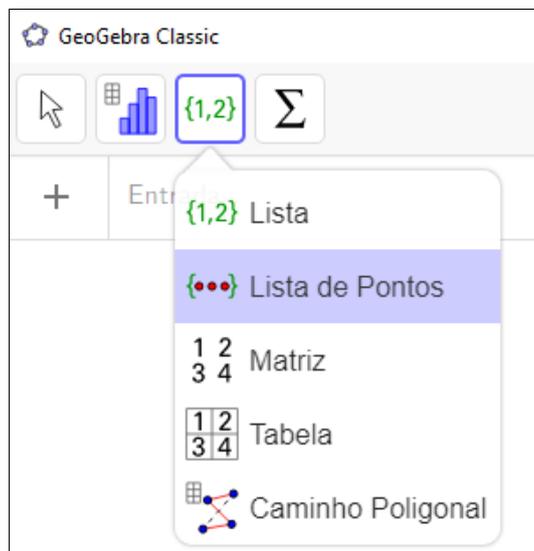


Figura 2.3: Atalho para listar pontos.

Após essa sequência de comandos, surgirá na tela uma nova janela nomeada “Lista de Pontos”, onde aparecem descritas as coordenadas dos pontos e uma lista nomeada “l1” com as coordenadas (X, Y) dos pontos que irão definir o Diagrama de Dispersão na área de visualização. Clicando no botão “OK” dessa janela, surgirá o Diagrama de Dispersão dos dados na Janela de Visualização, conforme Figura 2.4.

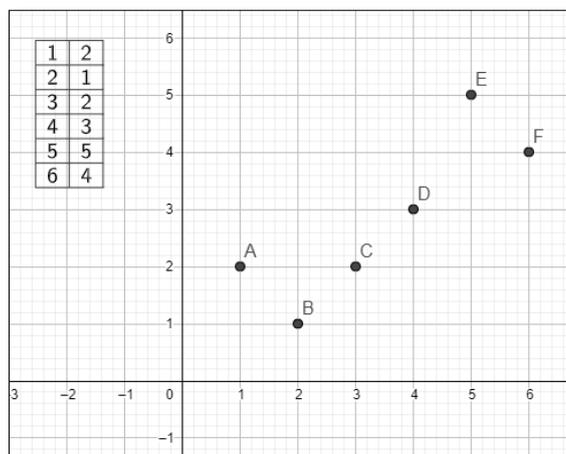


Figura 2.4: Diagrama de dispersão dos dados.



Conforme se pode perceber na Figura 2.4, os dados da coluna A da planilha correspondem às coordenadas do eixo x do plano cartesiano, enquanto os dados da coluna B correspondem às coordenadas do eixo y. As coordenadas de cada ponto aparecem na listagem situada na Janela de Álgebra. Caso não se deseje exibir os rótulos de cada ponto (A, B, C, D, E, F) no Diagrama, deve-se clicar com o segundo botão do *mouse* sobre cada ponto e, na listagem de opções que aparece na tela, deve-se desmarcar a opção "Exibir Rótulo", conforme a Figura 2.5.

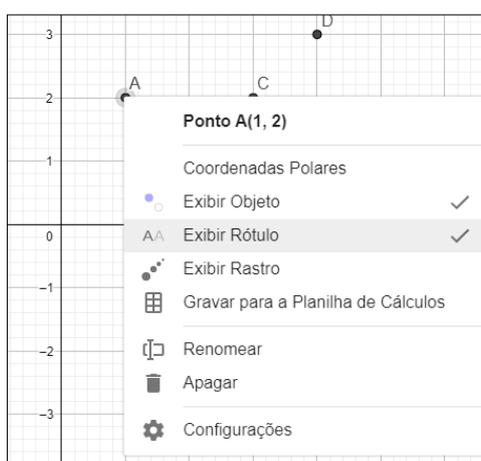


Figura 2.5: Desmarcar rótulos dos pontos no diagrama de dispersão.

Na continuidade desse exemplo, ainda podemos acrescentar uma tabela com as coordenadas dos pontos do Diagrama na mesma Janela de Visualização. Para tal, basta selecionar novamente todas as células de A1 a B6 da planilha, como foi feito

anteriormente, clicar novamente no ícone  e clicar no botão , conforme a Figura 2.6.

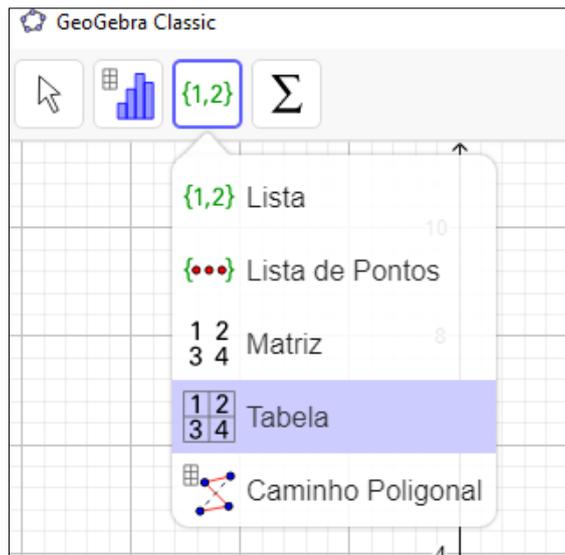


Figura 2.6: Atalho para tabela.

Após essa sequência de comandos, abre-se uma janela com o título “Tabela”. Clicando em “OK” nessa nova janela, deverá aparecer o Diagrama de Dispersão e a Tabela com as coordenadas dos pontos do Diagrama, como na Figura 2.7.

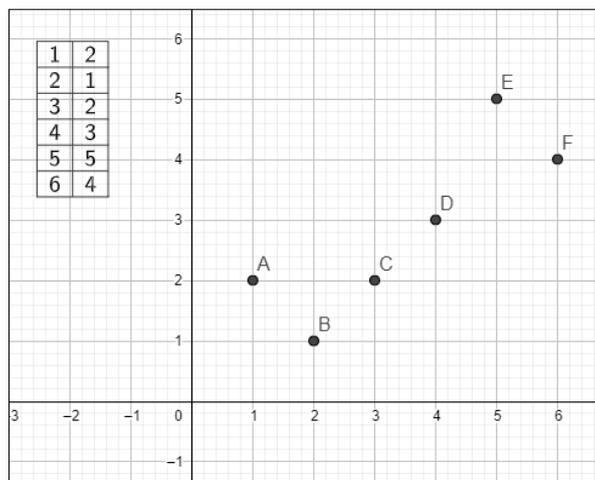


Figura 2.7: Tabela e diagrama de dispersão.

Tanto o Diagrama de Dispersão quanto a Tabela podem ser deslocados na Janela de Visualização, além de serem formatados ou alterados sempre que o usuário desejar. Basta que o mesmo altere os dados na planilha e as alterações serão aplicadas tanto no Diagrama quanto na Tabela, simultaneamente.



2.2 Inserindo Dados em uma Planilha via Outros Arquivos

O GeoGebra permite importar dados de planilhas de outros programas. Para tal, selecione e copie os dados que você deseja importar. Por exemplo, use o atalho de teclado “Ctrl+C” para copiar os dados selecionados na sua planilha para a Área de Transferência.

Na sequência, abra uma planilha no GeoGebra e clique sobre uma célula onde deve ser inserido o primeiro dado importado da outra planilha (por exemplo, A1).

Por fim, cole os dados copiados anteriormente selecionados nessa nova planilha. Exemplificando: após ter clicado sobre a célula A1, use o atalho de teclado “Ctrl+V” para colar os dados a partir da célula selecionada.

As demais funcionalidades com dados em uma planilha serão apresentadas nas seções a seguir.

OBSERVAÇÃO: Lembre-se de GRAVAR (salvar) sua planilha a cada alteração realizada!



Capítulo 3

Medidas Descritivas

3.1 O que são as Medidas Descritivas

Em uma análise estatística sobre um conjunto de dados é recorrente o cálculo de medidas que possibilitam representar esse conjunto de dados relativos à observação de determinado fenômeno de forma resumida. Essas medidas são denominadas descritivas e são o objetivo principal deste Capítulo.

As principais medidas descritivas de um conjunto de dados podem ser separadas em três classes:

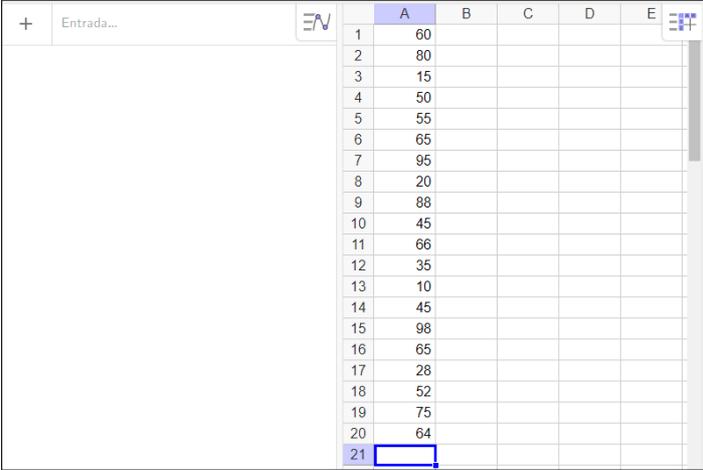
- Medidas de Tendência Central: Média Aritmética, Moda, Mediana;
- Medidas Separatrizes: Mediana, Quartis, Decis e Percentis;
- Medidas de Dispersão: Amplitude Total, Variância, Desvio Padrão e Coeficiente de Variação.

Nas próximas seções serão apresentados os comandos de como obter tais medidas descritivas pelo *software* GeoGebra Clássico 6 utilizando como referência uma planilha de dados que iremos criar, conforme os passos descritos a seguir:

- Inicie o GeoGebra e crie uma planilha, conforme descrito no Capítulo 2;
- Digite os dados abaixo na coluna A da planilha:

60	80	15	50	55
65	95	20	88	45
66	35	10	45	98
65	28	52	75	64

Após a inclusão destes dados na planilha, os dados serão apresentados na tela conforme Figura 3.1:



	A	B	C	D	E
1	60				
2	80				
3	15				
4	50				
5	55				
6	65				
7	95				
8	20				
9	88				
10	45				
11	66				
12	35				
13	10				
14	45				
15	98				
16	65				
17	28				
18	52				
19	75				
20	64				
21					

Figura 3.1: Planilha Cap3Plan1 no GeoGebra Clássico 6.

- Selecione todas as células que contêm valores (dados) na coluna A e clique com o botão direito do mouse sobre a área selecionada;
- Na nova janela que irá surgir na tela, clique em “+ Criar” e, na sequência, clique em Lista;
- Na Janela de Álgebra, no campo Entrada, irá aparecer a lista criada e nomeada como “l1”;



- Agora, clique no ícone do Menu  e clique em “Gravar”;
- Atribua um nome a esse arquivo (Cap3Plan1) e clique em “GRAVAR”.

Os dados digitados e a lista criada nessa planilha estão salvos e serão utilizados para apresentar as medidas descritivas nas próximas seções deste capítulo. Esta planilha contém dados fictícios que representam as notas de 20 alunos em uma avaliação de Estatística e que será nossa planilha de referência para cálculos e análises.

3.2 Medidas de Tendência Central

3.2.1 Média aritmética

A média aritmética amostral (\bar{x}) representa o “ponto de equilíbrio” de um conjunto de dados, isto é, é um valor numérico, ao redor do qual se concentram os dados em maior ou menor quantidade e serve como valor único para resumir estes dados.

Seja (x_1, \dots, x_n) um conjunto com n dados. A média aritmética amostral (\bar{x}) que pode representar esse conjunto de dados é definida por

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Na fórmula acima, substituindo os símbolos por μ e o tamanho amostral n pelo tamanho populacional N , obtemos a média populacional (μ). Na fórmula acima, substituindo os símbolos por μ e o tamanho amostral n pelo tamanho populacional N , obtemos a média populacional (μ).

Para calcular a média aritmética no GeoGebra Clássico 6, vamos utilizar os dados da planilha Cap3Plan1, criada anteriormente. Nessa planilha, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “média” após o sinal “+”. Na nova janela que será aberta, selecione “média” e, na sequência, “média (lista dos dados brutos)”. Digite “l1” (ou seja, a lista l1 criada anteriormente) após o primeiro parênteses e pressione “ENTER”. Logo, na sequência, aparece a média aritmética das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística, abaixo da fórmula inserida anteriormente, conforme a Figura 3.2.

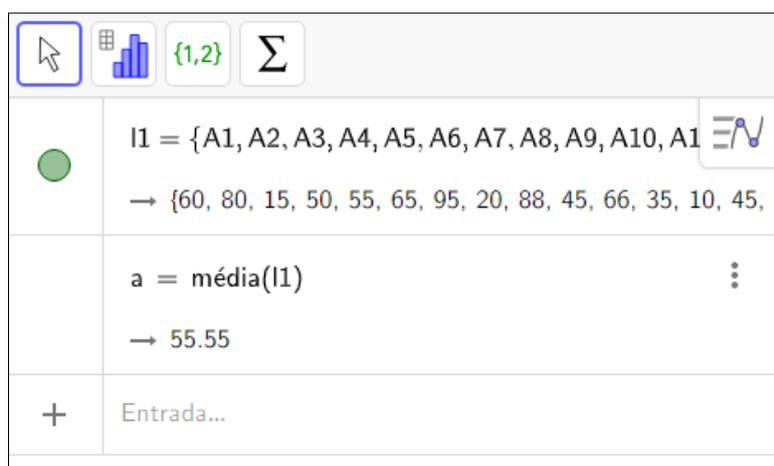


Figura 3.2: Média aritmética dos dados da Planilha Cap3Plan1.



Uma possível interpretação dessa média aritmética seria que a média das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística foi igual a 55,55 pontos. Ou ainda, poderíamos afirmar que a nota 55,55 representa o desempenho médio destes 20 alunos na avaliação de Estatística.

3.2.2 Mediana

A mediana de um conjunto de dados ordenados segundo uma ordem de grandeza é o número central desse conjunto, ou seja, a mediana divide o conjunto de dados em duas partes iguais, tal que 50% dos dados estão abaixo do valor da Mediana, assim como os outros 50% estão acima desse valor.

Para calcular a Mediana no GeoGebra Clássico 6, vamos utilizar os dados da planilha Cap3Plan1. Nessa planilha, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “Mediana” após o sinal “+”. Na nova janela que será aberta, selecione “Mediana” e, na sequência, “Mediana (lista dos dados brutos)”. Digite “l1” após o primeiro parênteses, pressione “ENTER” e na sequência aparece a mediana das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística, abaixo da fórmula inserida anteriormente, conforme a Figura 3.3.

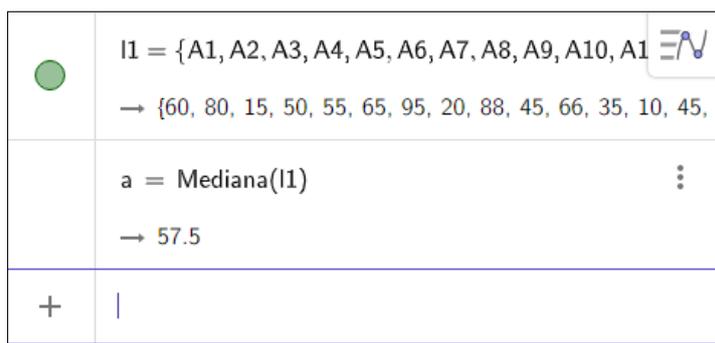


Figura 3.3: Mediana dos dados da Planilha Cap3Plan1.

Uma possível interpretação dessa mediana seria que 50% das notas dos 20 alunos nessa avaliação de Estatística estão abaixo de 57,5 pontos, ou seja, 10 alunos obtiveram nota inferior ou igual a 57,5, enquanto 10 alunos obtiveram nota acima de 57,5 pontos.



A mediana, assim como a média, é uma medida que nem sempre tem existência real. Para exemplificar, considere o conjunto de valores descrito por $\{2,4,6,8\}$. Quando calculamos a média aritmética e a mediana com os 4 valores desse conjunto, obtemos tanto a média como a mediana iguais a 5, sendo que esse valor obtido para as duas medidas não faz parte do referido conjunto.

3.2.3 Moda

A moda é o valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados. Em alguns casos, temos conjuntos de dados em que nenhum dado aparece mais vezes que outros, ou seja, não apresentam uma Moda, sendo denominados conjuntos amodais. Em outros casos, podem aparecer duas ou mais modas (bimodal, trimodal, ..., multimodal).

No GeoGebra Clássico 6, utilizando os mesmos dados da planilha Cap3Plan1, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “Moda” após o sinal “+”. Na nova janela que será aberta, selecione “Moda” e, na sequência, “Moda (Lista de Números)”. Digite “l1” após o primeiro parênteses, pressione “ENTER” e na sequência aparece a moda das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística, abaixo da fórmula inserida anteriormente, conforme a Figura 3.4.

●	$l1 = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20\}$ → {60, 80, 15, 50, 55, 65, 95, 20, 88, 45, 66, 35, 10, 45, ...}
	$l2 = \text{Moda}(l1)$ → {45, 65}
+	

Figura 3.4: Moda dos dados da Planilha Cap3Plan1.

Uma possível interpretação, nesse caso, é que o conjunto de dados contém duas modas: 45 e 65. Ou seja, as notas 45 e 65 foram as que ocorreram com maior frequência entre as notas dos 20 alunos que realizaram a avaliação de Estatística. Observe que, neste caso, o conjunto de notas é bimodal.



3.3 Medidas Separatrizes

As medidas separatrizes são números que dividem uma sequência ordenada de dados em partes que contêm a mesma quantidade de elementos. A mediana, por dividir um conjunto de dados em duas partes iguais, além de ser considerada uma medida de tendência central, também é uma medida separatriz.

3.3.1 Quartis

Denominamos quartis os valores de um conjunto de dados que o divide em quatro partes iguais. Indicamos o primeiro, o segundo e o terceiro quartil por Q_1 , Q_2 e Q_3 , respectivamente. O último quartil, denotado como Q_4 , coincide com o maior valor do conjunto, caso os elementos de tal conjunto tenha sido posicionados de forma ascendente, ou seja, do menor para o maior valor.

Primeiro quartil

O primeiro quartil Q_1 separa a sequência ordenada deixando 25% de seus valores à esquerda deste e 75% de seus valores a sua direita.

No GeoGebra Clássico 6, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “Quartil” após o sinal “+”. Na nova janela que será aberta, selecione “Quartil 1” e, na sequência, “Quartil1 (Lista de Dados Brutos)”. Digite “11” após o primeiro parênteses, pressione “ENTER” e na sequência aparece o primeiro quartil das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística, abaixo da fórmula inserida anteriormente, conforme a Figura 3.5.

●	$I1 = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11\}$ $\rightarrow \{60, 80, 15, 50, 55, 65, 95, 20, 88, 45, 66, 35, 10, 45\}$
	$a = \text{Quartil1}(I1)$ $\rightarrow 40$
+	

Figura 3.5: Primeiro quartil dos dados da planilha Cap3Plan1.

Nesse caso, podemos afirmar que 25% das notas dos alunos estão abaixo da nota 40 e o restante das notas, 75%, estão acima da nota 40. Em outras palavras, seria possível afirmar que 25% dos alunos obtiveram uma nota inferior a 40, enquanto 75% dos alunos obtiveram uma nota superior a 40, nessa avaliação de Estatística.

Segundo quartil

O segundo quartil, indicado por Q_2 , separa a sequência ordenada deixando 50% de seus valores à esquerda e 50% de seus valores à direita, coincidindo com a mediana.

Nos nossos exemplos, já determinamos o segundo quartil por meio do cálculo da mediana dos dados da planilha Cap3Plan1, obtendo o valor 57,5 pontos. Dessa forma, $Q_2 = 57,5$, ou seja, metade dos alunos que realizaram a avaliação de Estatística obtiveram uma nota inferior a 57,5, enquanto a outra metade obteve uma nota superior a 57,5 pontos.

Terceiro quartil

O valor do terceiro quartil Q_3 indica que 75% dos dados de um conjunto são menores ou iguais a este valor, enquanto os outros 25% estão acima desse valor.

Assim como nos cálculos do primeiro e segundo quartis, basta seguir os mesmos procedimentos para determinar o terceiro quartil, selecionando “Quartil 3” e, na sequência, “Quartil3 (Lista de Dados Brutos)” no campo Entrada da Janela de

Álgebra. Digite "l1" após o primeiro parênteses e, ao pressionar "ENTER", o resultado aparece como na Figura 3.6.

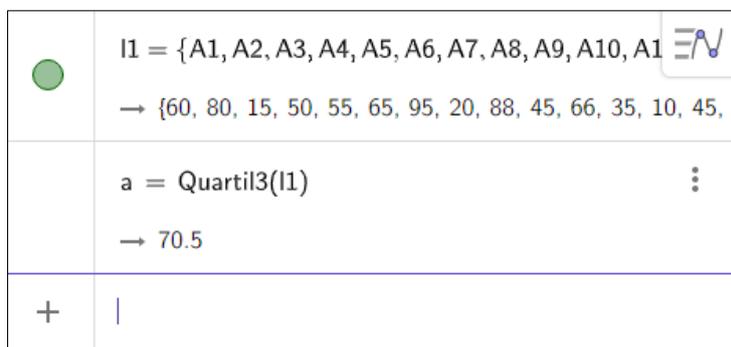


Figura 3.6: Terceiro quartil dos dados da planilha Cap3Plan1.

Neste caso, temos que 75% das notas dos alunos estão abaixo da nota 70,5 pontos e o restante das notas, 25%, estão acima da nota 70,5. Ou, seria possível afirmar que 75% dos alunos obtiveram uma nota inferior a 70,5 pontos, enquanto 25% dos alunos obtiveram uma nota superior a 70,5 pontos, nessa avaliação de Estatística.

3.3.2 Percentis

Denominamos percentis os noventa e nove valores que dividem em cem partes iguais um conjunto de dados. Assim, o primeiro percentil, indicado por P_1 , separa a sequência ordenada deixando 1% de seus valores à esquerda e 99% de seus valores à direita. De modo análogo são definidos os outros percentis. Indicamos os percentis por $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{98}, P_{99}$.

Como anteriormente, no GeoGebra Clássico 6, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "Percentil" no lugar de "Quartil" e uma nova janela será aberta, na qual selecionaremos "Percentil" e, na sequência, "Percentil(Lista de Números, Percentagem)". Digite "l1" após o primeiro parênteses e digite "10%" após a vírgula, antes do segundo parênteses. Na sequência, pressionando "ENTER", aparece o décimo percentil das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística, abaixo da fórmula inserida, conforme a Figura 3.7.



●	$I1 = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11\}$ → {60, 80, 15, 50, 55, 65, 95, 20, 88, 45, 66, 35, 10, 45,
	$a = \text{Percentil}(I1, 10\%)$ → 15.5
+	

Figura 3.7: Percentil 10 dos dados da Planilha Cap3Plan1.

Nesse caso, podemos afirmar que 10% das notas dos alunos estão abaixo da nota 15,5 pontos e o restante das notas, 90%, estão acima da nota 15,5 pontos. De forma equivalente, seria possível afirmar que 10% dos alunos (2 alunos) obtiveram uma nota inferior a 15,5 pontos, enquanto 90% dos alunos (18 alunos) obtiveram uma nota superior a 15,5 pontos, nessa avaliação.

Para calcular os outros percentis, procedemos de maneira análoga.

3.4 Medidas de Dispersão

São medidas estatísticas que visam fornecer o grau de variabilidade ou dispersão dos dados pesquisados, utilizando como referência uma medida de tendência central. As medidas de dispersão são importantes em termos de análise, pois dois ou mais conjuntos de dados podem estar centrados em um mesmo valor (medida de tendência central) mas seus valores poderão estar muito mais dispersos, em relação a este valor, num conjunto do que no outro.

3.4.1 Amplitude total

É a diferença entre o maior e o menor valor observados em um conjunto de dados:

$$AT = X_{\text{máximo}} - X_{\text{mínimo}}$$



Para calcular a Amplitude Total no GeoGebra Clássico 6, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “Máximo” após o sinal “+”. Na janela que será aberta selecione novamente “Máximo” e na sequência, “Máximo (Lista)”. Digite “l1” após o primeiro parênteses, aperte “ENTER” e teremos o valor máximo igual a 98. Ainda na mesma Entrada da Janela de Álgebra, digite o sinal “-”. Por fim, após o sinal, digite “Mínimo” e, na sequência, clique em “Mínimo (lista)”. Digite “l1” após o primeiro parênteses, pressione “ENTER” e teremos a Amplitude Total igual a 88 (deduz-se então que o valor mínimo é 10). Logo abaixo dessa expressão, aparece a Amplitude Total das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística conforme a Figura 3.8.

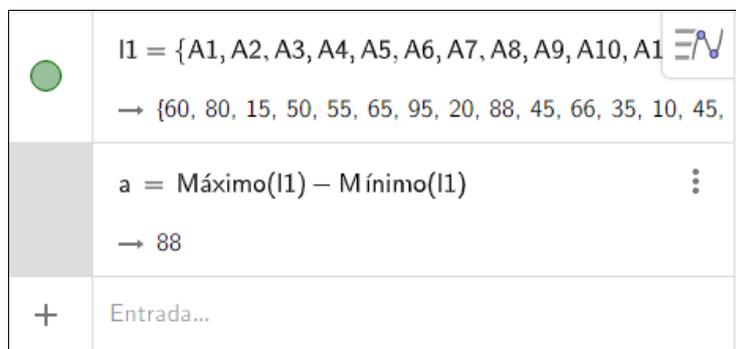


Figura 3.8: Amplitude total dos dados da Planilha Cap3Plan1.

Para este caso, observa-se que a diferença entre a maior e a menor nota obtida nessa avaliação de Estatística é igual a 88 pontos. Se analisarmos separadamente a nota máxima e a nota mínima nessa avaliação, temos como maior nota 98 pontos e a menor, pontos. Caso o usuário prefira, é possível encontrar primeiramente o valor máximo, em seguida encontrar o valor mínimo em outra Entrada e subtrair os dois valores para obter a amplitude total.

3.4.2 Variância

A variância é a medida que fornece o grau de variabilidade ou dispersão dos dados em torno da média, na unidade quadrática.

Variância populacional

Se for necessário encontrar a variância populacional de um conjunto de dados, ou seja, considerando todos os elementos de uma população, a variância será dada por

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

em que:

- X_i é cada valor observado (dado);
- μ é a média populacional;
- N é o total de valores (dados) observados na população.

Utilizando os dados da planilha Cap3Plan1 como sendo os dados de uma população, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “Variância” após o sinal “+”. Selecione “Variância” e, na sequência, “Variância(Lista de Dados Brutos)”. Digite “l1” após o primeiro parênteses, pressione “ENTER” e o valor da variância das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística aparecerá, conforme a Figura 3.9.

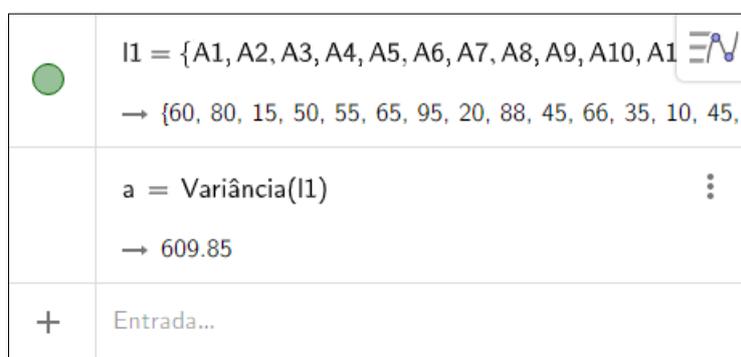


Figura 3.9: Variância populacional dos dados da planilha Cap3Plan1.

Variância amostral

Se for necessário encontrar a variância amostral, ou seja, considerando um subconjunto de dados de uma população, a variância será dada por

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$



em que

- X_i é cada valor observado (dado);
- \bar{X} é a média amostral;
- n é o total de valores (dados) observados na amostra.

Considerando, agora, os dados como sendo de uma amostra, digite “Variância” após o sinal “+” no GeoGebra, selecione “Variância da Amostra” e, na sequência, “Variância da amostra (Lista de Dados Brutos)”. Digite “l1”, pressione “ENTER” e o resultado aparece como na Figura 3.10.

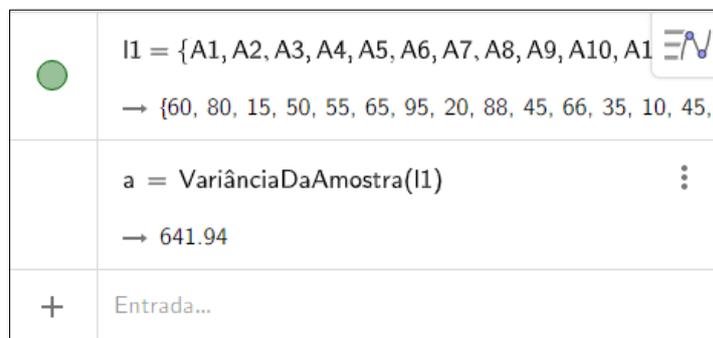


Figura 3.10: Variância amostral dos dados da planilha Cap3Plan1.

Tanto a variância amostral como a populacional são utilizadas na parte de Inferência. A fim de interpretações dos dados, utiliza-se o desvio padrão, que é calculado a partir da variância, conforme veremos a seguir.

3.4.3 Desvio padrão

Sendo a variância calculada a partir dos quadrados dos desvios, seu valor é um número em unidade quadrática em relação à variável em questão e às medidas de tendência central, o que, sob o ponto de vista prático é um inconveniente. Por isso mesmo imaginou-se uma medida que tem utilidade e interpretação prática, denominada desvio padrão, definida como a raiz quadrada da variância e que está na mesma unidade de medida da média aritmética. Em um conjunto de dados com uma média aritmética e desvio padrão conhecidos, pode-se analisar como os dados estão



distribuídos ao redor da média aritmética: caso o desvio padrão assuma um valor considerado alto, então os dados estão afastados da média. Caso contrário, os dados estão bem próximos da média.

Desvio padrão populacional

Se for necessário encontrar o desvio padrão populacional de um conjunto de dados, ou seja, considerando todos os elementos de uma população, o desvio padrão será dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

em que

- X_i é cada valor observado (dado);
- μ é a média populacional;
- N é o total de valores (dados) observados na população.

No GeoGebra Clássico 6, seguimos os mesmos procedimentos do caso da variância, mas agora digitando “desvio” após o sinal “+”, selecionando “Desvio Padrão” e, na sequência, “dp(Lista de Dados Brutos)”. Digitando “l1” e pressionando “ENTER”, o resultado segue como na Figura 3.11.

●	$l1 = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11\}$ → {60, 80, 15, 50, 55, 65, 95, 20, 88, 45, 66, 35, 10, 45,
	$b = dp(l1)$ → 24.7
+	Entrada...

Figura 3.11: Desvio padrão populacional dos dados da planilha Cap3Plan1.



O resultado 24,7 pontos significa que os dados estão dispersos ao redor da nota média em 24,7 pontos.

Desvio padrão amostral

Caso seja necessário encontrar o desvio padrão amostral de um conjunto de dados, ou seja, considerando um subconjunto de dados de uma população, o desvio padrão amostral será dado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

em que

- X_i é cada valor observado (dado);
- \bar{X} é a média amostral;
- n é o total de valores (dados) observados da amostra.

No GeoGebra Clássico 6, a diferença em relação ao desvio padrão populacional é que no campo Entrada da Janela de Álgebra, digitamos “desvio” após o sinal “+”, selecionamos “Desvio Padrão amostral” e, na sequência, “stdev(Lista de Dados Brutos)”. Digitando “l1” após o primeiro parênteses e pressionando “ENTER”, aparecerá na tela o desvio padrão das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística igual a 25,34 pontos, conforme a Figura 3.12.

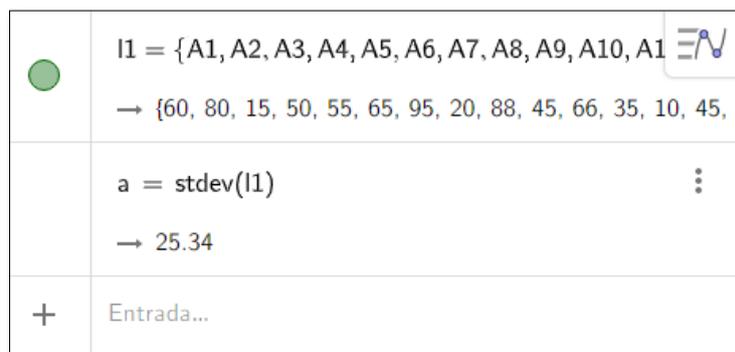


Figura 3.12: Desvio padrão amostral dos dados da planilha Cap3Plan1.



Sendo assim, o desvio padrão amostral das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística é 25,34 pontos. Perceba que esse valor é diferente do desvio padrão populacional (24,7 pontos), no qual se considerava que os dados pertenciam a uma população e não a uma amostra.

3.5 Tabela Resumo das Medidas Descritivas

Fazendo uso do GeoGebra Clássico 6 é possível obter as principais medidas descritivas de um conjunto de dados de forma reduzida em uma tabela. Para obter essa tabela, vamos utilizar novamente os dados da planilha Cap3Plan1, criada anteriormente. A seguir, execute os comandos a seguir:

- Utilize a ferramenta  “Mover” para selecionar todas as células da coluna A da planilha que contenham valores (dados);

- Selecione a ferramenta  “Análise Univariada” para mostrar os dados em um diagrama na Janela de Visualização;

- Selecione  “Exibir Estatística” situada à direita, logo acima da Janela de Visualização, para visualizar as medidas estatísticas dos dados selecionados em uma tabela.

Após a execução destes comandos, a tela do GeoGebra será apresentada conforme a Figura 3.13, com a tabela de medidas descritivas centralizada na tela.

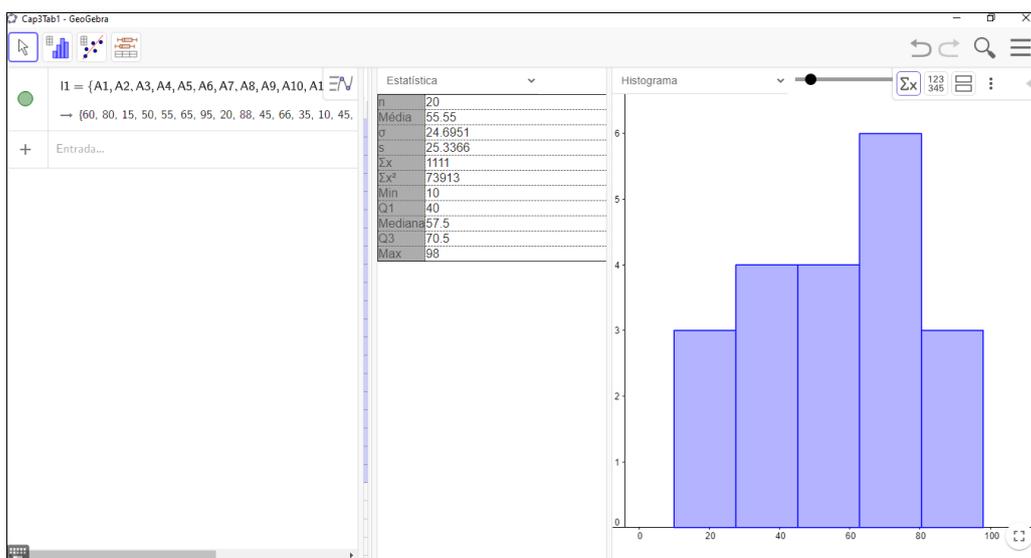


Figura 3.13: Tabela com as medidas descritivas dos dados da planilha Cap3Plan1.

Na janela central da Figura 3.13 são apresentadas as seguintes medidas descritivas, referentes aos dados selecionados na planilha Cap3Plan1, representando:

- **n**: quantidade de valores no conjunto de dados;
- **Média**: média aritmética do conjunto de dados;
- **σ** : desvio padrão populacional do conjunto de dados;
- **S**: desvio padrão amostral do conjunto de dados;
- **Σx** : soma dos valores do conjunto de dados;
- **Σx^2** : soma dos quadrados dos valores do conjunto de dados;
- **Min**: valor mínimo do conjunto de dados;
- **Q₁**: primeiro quartil do conjunto de dados;
- **Mediana**: mediana do conjunto de dados;
- **Q₃**: terceiro quartil do conjunto de dados;
- **Max**: valor máximo do conjunto de dados.

Com estas medidas descritivas torna-se mais rápida a interpretação do conjunto de dados selecionados, obtendo interpretações semelhantes às apresentadas anteriormente.



3.6 Medidas Descritivas para Dados Agrupados

Quando um conjunto de dados apresenta muitas observações ou os dados são contínuos, eles devem ser agrupados em intervalos de valores e as frequências são obtidas para cada intervalo, também denominado de classe. Dessa forma, estaremos obtendo a Distribuição de Frequências para esse conjunto de dados, com intervalos de classes. Embora o processo para obter a média aritmética e a mediana para distribuição de frequências seja longo, este deve ser sempre executado em situações onde somente se tem conhecimento da distribuição de frequências e não dos dados exatos de uma amostra ou de uma população.

3.6.1 Distribuição de frequências para dados agrupados

Seguindo com a planilha Cap3Plan1 criada anteriormente, vamos definir uma distribuição de frequências para os dados contidos nesta e que servirá de apoio para encontrar a média aritmética e a mediana para esse conjunto de notas.

Com a planilha Cap3Plan1 aberta, já elaboramos uma lista com os dados e nomeamos de "l1". A partir dessa lista, criaremos uma distribuição de frequências para os dados, conforme os passos a seguir:

- No campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "Classes" após o sinal "+" e, na sequência, "Classes (lista dos Dados, Quantidade de Classes)". Digite "l1" após o primeiro parênteses, "5" após a vírgula e pressione "ENTER". Agora aparece na Janela de Álgebra uma lista com os limites dos intervalos de classe que serão apresentados na distribuição de frequências, nomeada de "l2";
- Novamente após o sinal de "+" no campo Entrada vazio da Janela de Álgebra, digite "Tabela de Frequências". Na nova janela que será aberta, selecione "Tabela de Frequências" e, na sequência, "Tabela de Frequências(Lista dos Limites das Classes, Lista de Dados Brutos)". Digite "l2" após o primeiro parênteses, "l1" após a vírgula e pressione "ENTER". Agora aparece na Janela de Álgebra a distribuição de frequências das notas dos 20 alunos da avaliação de Estatística, nomeada de "texto1".

Após a execução dos passos descritos acima, a tela do GeoGebra será apresentada conforme a Figura 3.14.

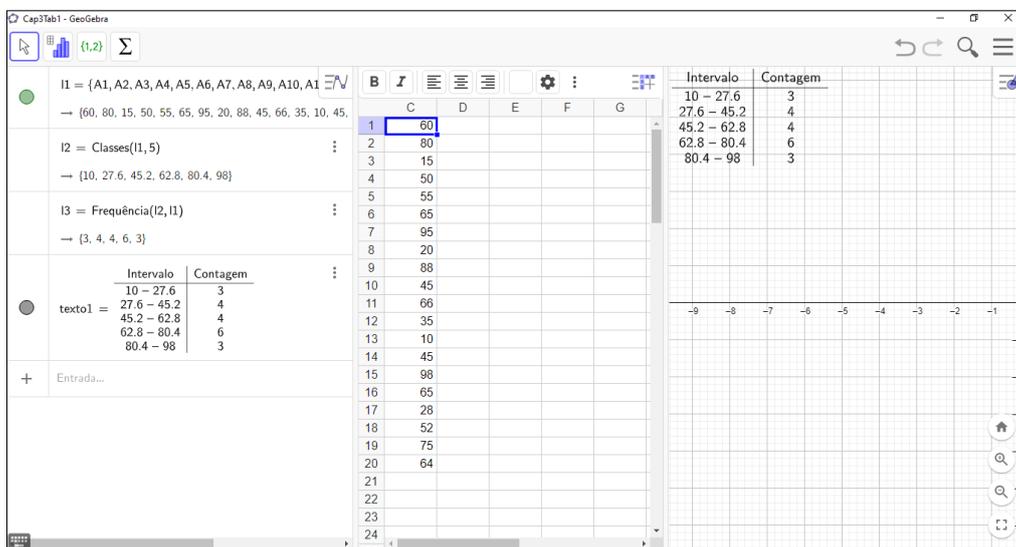


Figura 3.14: Distribuição de frequências dos dados da planilha Cap3Plan1.

Ressaltamos que o GeoGebra é utilizado apenas para a obtenção dos resultados, ficando a cargo do pesquisador colocá-los nas normas de elaboração de Tabelas, conforme a Norma da ABNT.

Para o cálculo da média aritmética e da mediana, nesse caso, iremos digitar novos dados à planilha Cap3Plan1. Primeiramente, iremos encontrar os pontos médios de cada intervalo que aparece na distribuição de Frequências nomeada “texto1”:

- após o sinal de “+” no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “ponto médio”. Na nova janela que será aberta, selecione “Ponto Médio” e, na sequência, “PontoMédio(Intervalo)”. Digite “10 < x < 27.6” após o primeiro parênteses e pressione “ENTER”. Agora aparece na Janela de Álgebra o ponto médio do primeiro intervalo da nossa distribuição de frequências, nomeado de “a”. Na célula C1 da planilha, digite “a” e pressione “ENTER”. Nessa célula aparece o ponto médio que acabamos de encontrar.

- repita o mesmo procedimento para os demais intervalos da distribuição de frequências: “27.6 < x < 45.2”, “45.2 < x < 62.8”, “62.8 < x < 80.4” e “80.4 < x < 98”. Cada

um dos pontos médios serão nomeados respectivamente de “b”, “c”, “d” e “e”. Lembre-se de registrar esses valores nas células C2, C3, C4 e C5, respectivamente.

- Na coluna D iremos registrar as frequências (valores correspondentes às contagens) de cada intervalo e que aparecem na distribuição de frequências. Assim, digite os valores “3”, “4”, “4”, “6” e “3” nas células D1, D2, D3, D4 e D5, respectivamente.

Concluídas estas etapas, a nossa planilha Cap3Plan1 deve aparecer conforme a Figura 3.15.

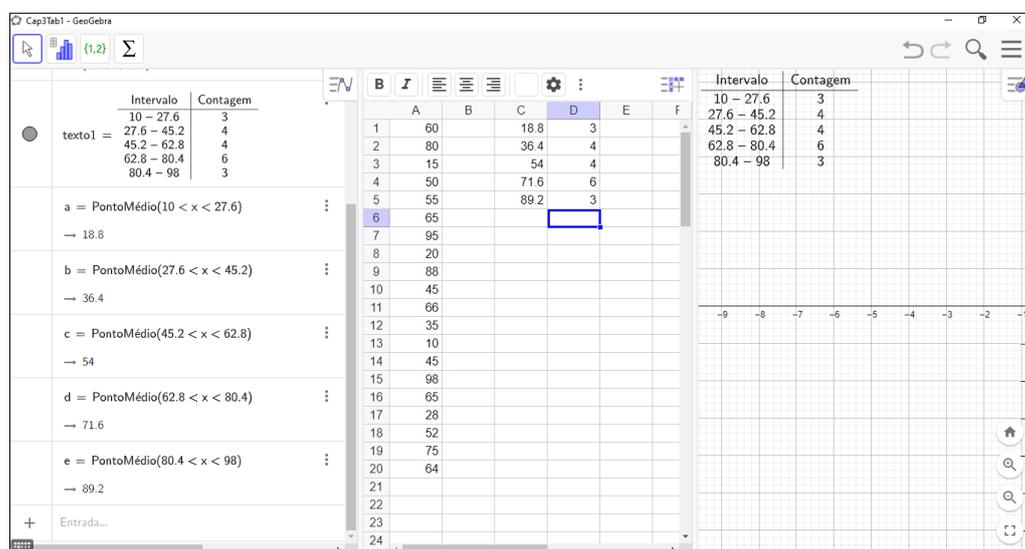


Figura 3.15: Pontos médios e frequências dos dados da planilha Cap3Plan1.

Agora que encontramos essa nova distribuição com os pontos médios de cada intervalo (valores correspondentes às contagens) e cada uma de suas frequências (absolutas), podemos determinar a média aritmética e a mediana para estes dados agrupados.

3.6.2 Média aritmética para dados agrupados

Para encontrar a média aritmética:

- Selecione todas as células que contêm valores (dados) na coluna C e clique com o botão direito do mouse sobre a área selecionada;



- Na nova janela que irá surgir na tela, clique em “+ Criar” e, na sequência, clique em “Lista”;
- Na Janela de Álgebra, no campo Entrada, irá aparecer a lista criada e nomeada como “l3”;
- Selecione todas as células que contêm valores (dados) na coluna D e clique com o botão direito do mouse sobre a área selecionada;
- Na nova janela que irá surgir na tela, clique em “+ Criar” e, na sequência, clique em “List”;
- Na Janela de Álgebra, no campo Entrada, irá aparecer a lista criada e nomeada como “l4”;
- Após o sinal de “+” no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite “média”. Na nova janela que será aberta, selecione “Média” e, na sequência, “Média(Lista de Números, Lista de Frequências)”. Digite “l3” após o primeiro parênteses, “l4” após a vírgula e pressione “ENTER”. Agora a última informação que aparece na Janela de Álgebra é a média aritmética das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística quando agrupados em intervalos de classes igual a 55,76 pontos e nomeada de “f”.

Perceba que esta média aritmética difere da média aritmética obtida quando os dados não estavam agrupados em intervalos (55,55 pontos). Isto ocorre pois quando trabalhamos com intervalos de classes ocorre uma perda de informação exata dos dados. Por outro lado, as duas médias estão bem próximas.

3.6.3 Mediana para dados agrupados

Para encontrar a mediana, iremos utilizar as listas “l3” e “l4” criadas anteriormente no cálculo da média aritmética:

- Após o sinal de “+” no campo Entrada vazio da Janela de Álgebra, digite “mediana”. Na nova janela que será aberta, selecione “Mediana” e, na sequência, “Mediana(Lista de Números, Lista de Frequências)”;



- Digite “13” após o primeiro parênteses, “14” após a vírgula e pressione ENTER”. Agora aparece na Janela de Álgebra a mediana das notas dos 20 alunos na avaliação de Estatística quando agrupados em intervalos de classes, igual a 54 pontos e nomeada de “g”.

Perceba que esta mediana difere da mediana obtida quando os dados não estavam agrupados em intervalos (57,7 pontos), devido a mesma justificativa citada anteriormente para a média aritmética.

OBSERVAÇÃO: Lembre-se de GRAVAR (salvar) sua planilha a cada alteração realizada!



Capítulo 4

Construção de Gráficos e Diagramas

A construção de gráficos e diagramas em análises estatísticas ocorrem com bastante frequência devido a maior facilidade que as pessoas possuem em assimilar informações transmitidas por gráficos do que aquelas transmitidas por tabelas. Através dos gráficos é possível buscar padrões, descobrir novos fenômenos, confirmar ou refutar suposições previamente estabelecidas em um estudo estatístico, além de apresentar resultados de uma maneira mais clara e rápida.

Entre os gráficos e diagramas mais utilizados na Estatística, destacam-se:

(a) **Gráfico de Colunas:** é a representação de uma série de dados por meio de retângulos, dispostos verticalmente (Figura 4.1):

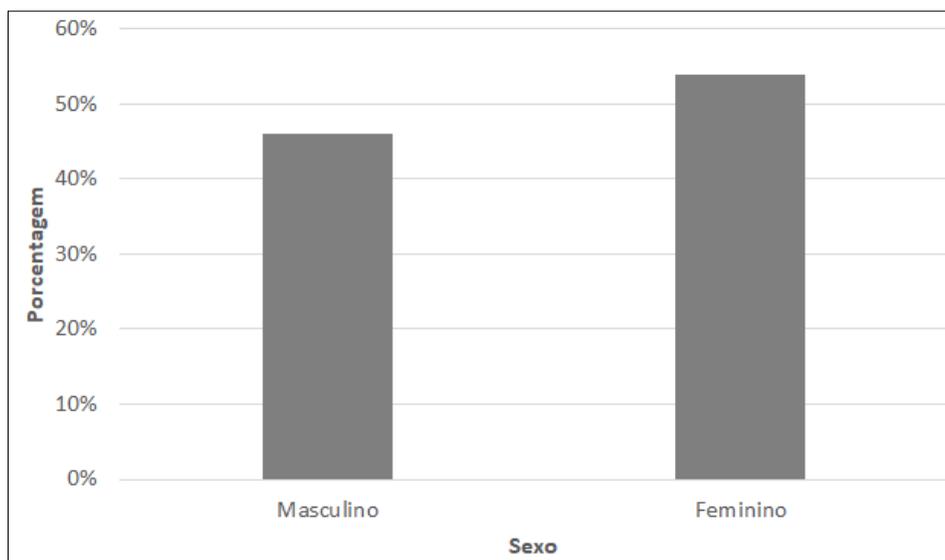


Figura 4.1: Gráfico de colunas ilustrativo - Dados fictícios.

(b) **Gráfico de Barras:** é a representação de uma série de dados por meio de retângulos, dispostos horizontalmente (Figura 4.2):

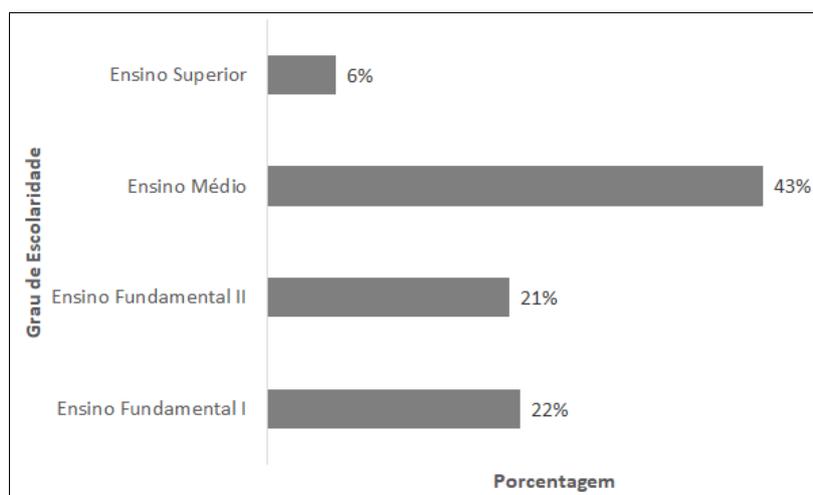


Figura 4.2: Gráfico de barras ilustrativo - Dados fictícios.

(c) **Gráfico de Linhas:** é a representação de uma série de dados por meio de uma linha (Figura 4.3):

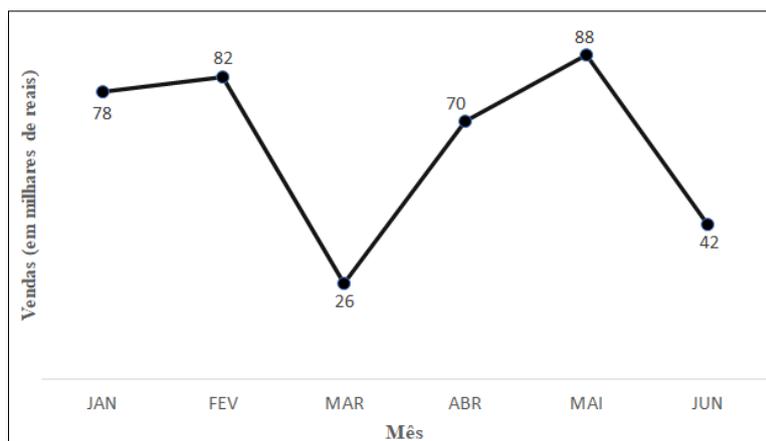


Figura 4.3: Gráfico de linhas ilustrativo - Dados fictícios.

(d) **Gráfico de Setores:** é constituído com base em um círculo, sendo empregado sempre que se deseja ressaltar a participação de uma parte em relação ao total (Figura 4.4):

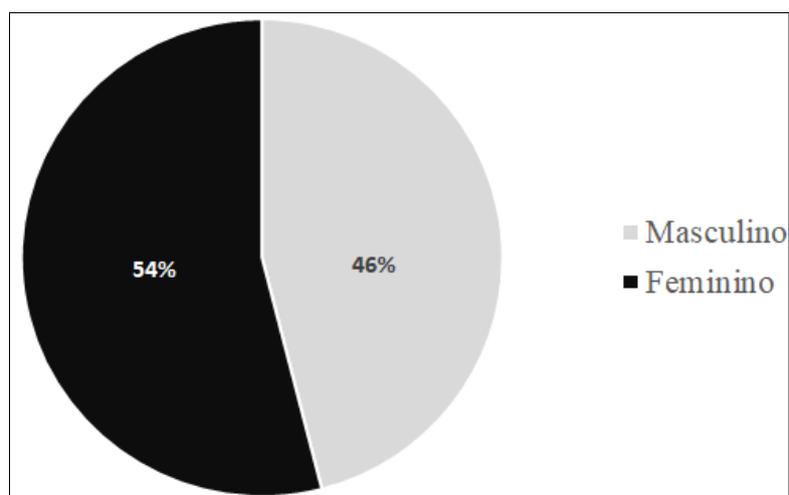


Figura 4.4: Gráfico de setores ilustrativo - Dados fictícios.

(e) **Gráficos Comparativos:** é a representação de mais de uma variável em um mesmo gráfico (Figura 4.5):

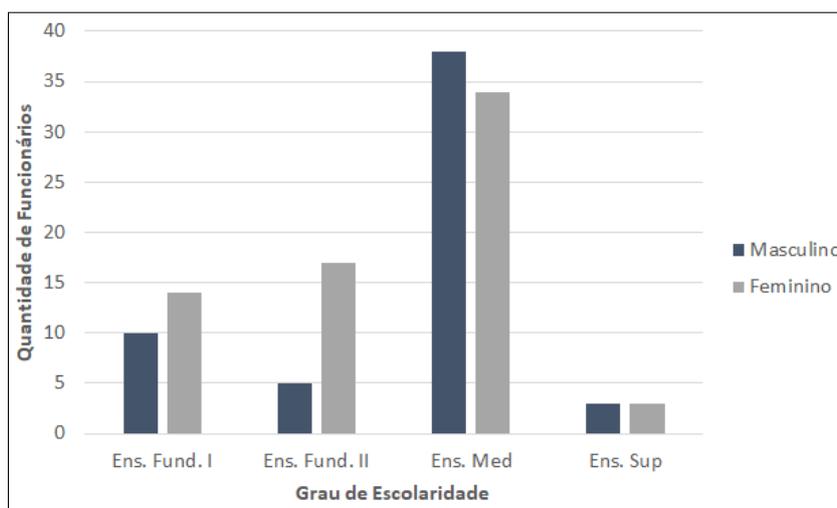


Figura 4.5: Gráfico comparativo ilustrativo - Dados fictícios.

(f) **Gráfico de Distribuição de Frequências - Histograma:** O histograma é a representação gráfica de um conjunto de dados tabelado em classes. É construído elevando-se retângulos sobre os intervalos de classe, de tal forma que as áreas dos retângulos sejam proporcionais às frequências das classes (Figura 4.6):

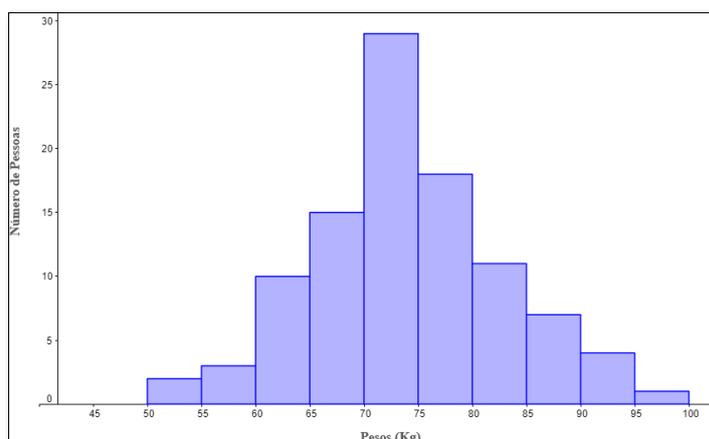


Figura 4.6: Histograma de uma distribuição de frequências ilustrativo - Dados fictícios.

(g) **Boxplot:** O gráfico *boxplot* é uma análise gráfica que utiliza cinco medidas estatísticas (valor mínimo, valor máximo, mediana, primeiro e terceiro quartis) de uma variável quantitativa. Este conjunto de medidas oferece a ideia da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes. A posição central é dada pela mediana e a dispersão pelo desvio interquartil $dq = Q_3 - Q_2$. As posições relativas de Q_1 , Q_2 e Q_3 dão uma noção da assimetria da distribuição. Os comprimentos das caudas são dados pelas linhas que vão do retângulo aos valores atípicos representados por "*" (Figura 4.7):

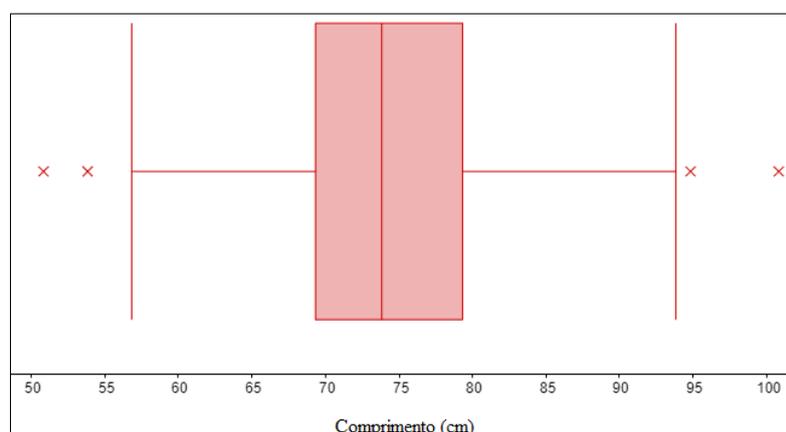


Figura 4.7: Boxplot ilustrativo - Dados fictícios.

(h) **Diagrama de Ramos e Folhas:** é um dispositivo para apresentação de dados quantitativos em um formato gráfico, semelhante a um histograma, que ajuda a visualizar a forma de uma distribuição. Os números à esquerda da linha vertical são denominados ramos e os da direita, folhas (Figura 4.8):

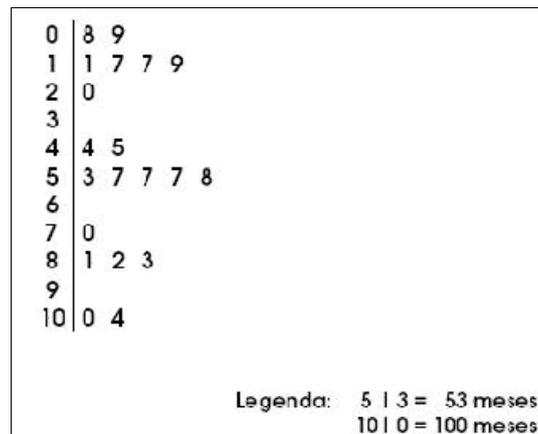


Figura 4.8: Diagrama de ramos e folhas ilustrativo - Dados fictícios.

(i) **Diagrama Quantil Normal (QQ-plot):** é um dispositivo gráfico exploratório utilizado para verificar a validade de um pressuposto de distribuição normal para um conjunto de dados. Se os dados de fato se ajustarem, adequarem a uma distribuição normal, os pontos deste gráfico estarão distribuídos e bem próximos a uma linha reta (Figura 4.9).

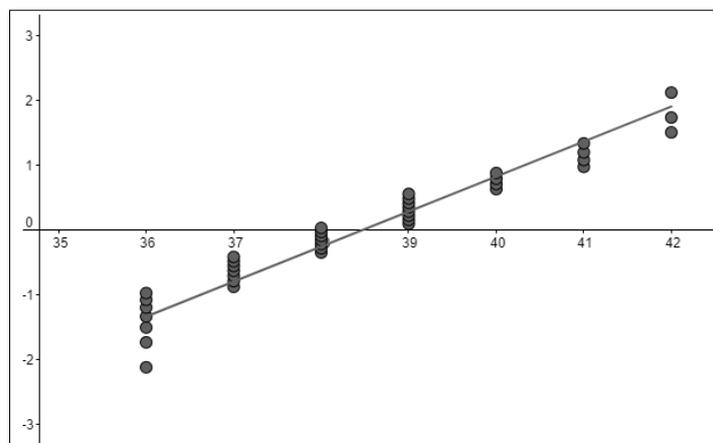


Figura 4.9: Diagrama quantil normal ilustrativo - Dados fictícios.

Nas próximas seções serão apresentados os procedimentos para a obtenção de alguns destes gráficos no GeoGebra Clássico 6. Para cada tipo de gráfico apresentado será criada uma planilha específica e listas conforme os procedimentos apresentados no capítulos anteriores.

4.1 Gráfico de Setores

Também conhecido com gráfico de pizza, serve para estatísticas e percentuais (porcentagens), mais especificamente para visualizar dados de variáveis classificadas como quantitativas. As partes, quando somadas, devem resultar no todo (100%). É viável para série de dados com valores positivos e diferentes de zero.

Para exemplificar a construção de um gráfico de setores, iremos criar uma planilha com os dados apresentados na Figura 4.10 e que será gravada como "Cap4Plan1".

	A	B	C	D
1	GRAU DE INSTRUÇÃO	FREQUÊNCIA		
2	FUNDAMENTAL	12		
3	MÉDIO	18		
4	SUPERIOR	6		
5				
6				
7				

Figura 4.10: Tabela para gráfico de setores.

Nessa mesma planilha, selecione as células que contenham valores (dados) na coluna B e crie uma lista. Essa lista irá aparecer na Janela de Álgebra, nomeada como "l1".

No campo Entrada da Janela de Álgebra digite "soma", selecione a primeira opção "Soma(Lista)" e no lugar de "lista" digite "l1", a lista criada anteriormente e tecele "ENTER".

Ainda na Janela de Álgebra irá aparecer a soma selecionada, representada por "a", conforme aparece na Figura 4.11.

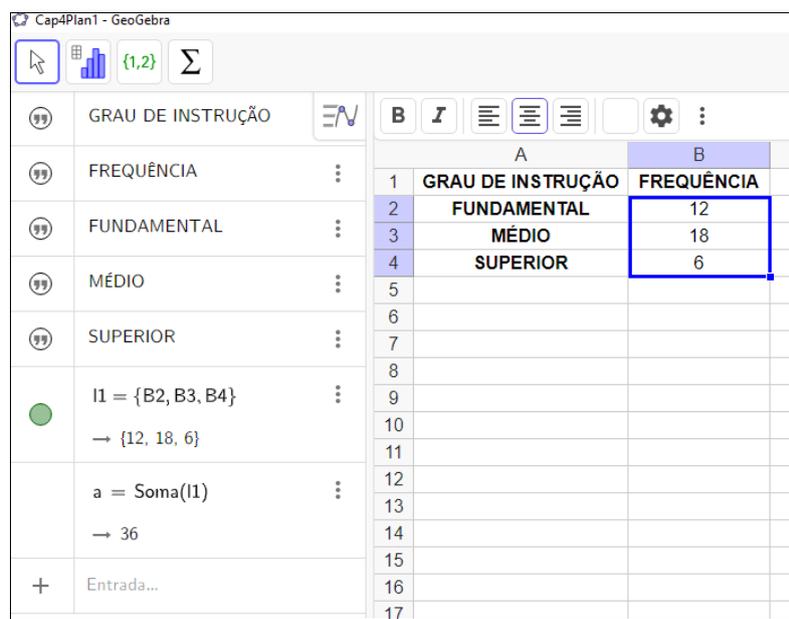


Figura 4.11: Lista e soma dos dados da planilha Cap4Plan1.

Nas colunas C e D, serão acrescentados outros dados para a confecção do gráfico de setores. Na coluna C, célula C1, digite "Percentual Relativo" e, na célula C2, digite " $=B2/a$ " e tecle "ENTER". Repita o mesmo procedimento na célula C3 digitando " $=B3/a$ " e na célula C4 digitando " $=B4/a$ ". Automaticamente, a planilha será atualizada com o percentual relativo para cada categoria de grau de instrução, conforme aparece na Figura 4.12.

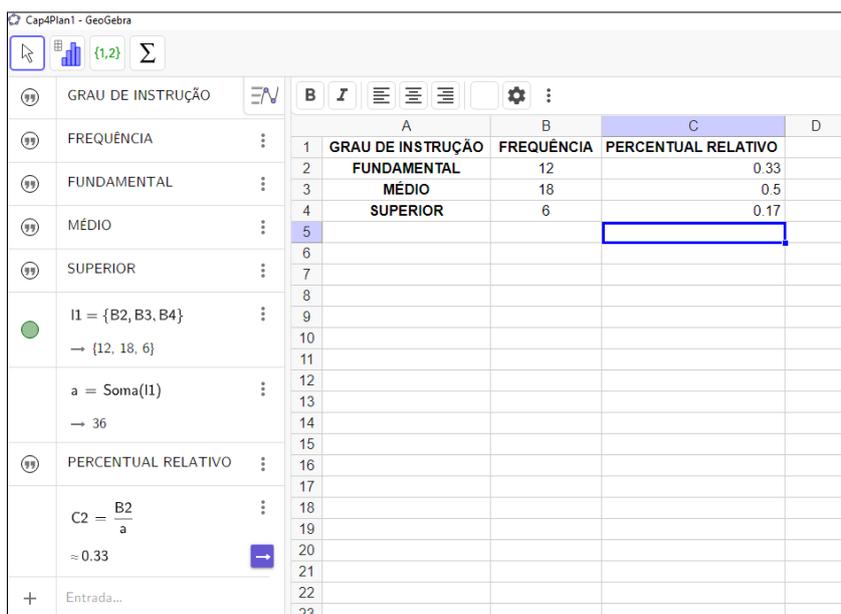


Figura 4.12: Percentual relativo dos dados da planilha Cap4Plan1.

Na coluna D, célula D1, digite "Ângulo Relativo" e, na célula D2, digite " $=C2*360^\circ$ " e tecle "ENTER". Repita o mesmo procedimento na célula D3 digitando " $=C3*360^\circ$ " e na célula D4 digitando " $=C4*360^\circ$ ". Da mesma forma, a planilha será atualizada com os resultados (ângulos), conforme Figura 4.13.

	A	B	C	D
1	GRAU DE INSTRUÇÃO	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL RELATIVO	ÂNGULO RELATIVO
2	FUNDAMENTAL	12	0.33	120°
3	MÉDIO	18	0.5	180°
4	SUPERIOR	6	0.17	60°
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				

Figura 4.13: Ângulos relativos dos dados da planilha Cap4Plan1.

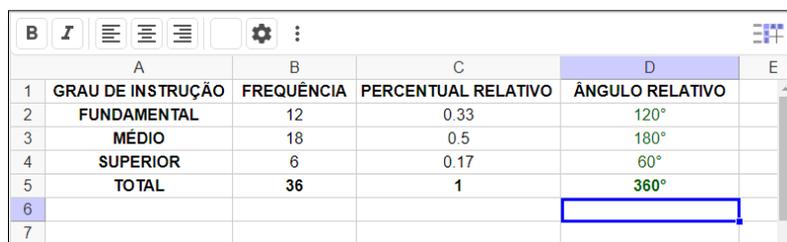
Nessa mesma planilha, selecione as células que contenham valores (dados) na coluna C e crie uma lista. Essa lista irá aparecer na Janela de Álgebra, nomeada como "I2" (observa-se que a numeração pode ser diferente). Selecione as células que contenham valores (dados) na coluna D e crie uma lista que na Janela de Álgebra será nomeada como "I3".

A fim de confirmar que todas as medidas calculadas estão corretas ou que não faltam informações, vamos completar a planilha com as somas de cada coluna que apresentam valores:

- Na célula A5 digite "TOTAL" e tecle "ENTER";
- Na célula B5 digite " $=soma(I1)$ " e tecle "ENTER";
- Na célula C5 digite " $=soma(I2)$ " e tecle "ENTER";
- Na célula D5 digite " $=soma(I3)$ " e tecle "ENTER".

Após realizar estes procedimentos, na linha com o título "TOTAL", serão apresentadas as somas dos valores de cada coluna. Se os dados e cálculos estiverem

todos corretos, no total referente ao PERCENTUAL RELATIVO deverá aparecer 1 e no total referente ao ÂNGULO RELATIVO deverá aparecer 360°, conforme a Figura 4.14.



	A	B	C	D	E
1	GRAU DE INSTRUÇÃO	FREQÜÊNCIA	PERCENTUAL RELATIVO	ÂNGULO RELATIVO	
2	FUNDAMENTAL	12	0.33	120°	
3	MÉDIO	18	0.5	180°	
4	SUPERIOR	6	0.17	60°	
5	TOTAL	36	1	360°	
6					
7					

Figura 4.14: Totais das colunas dos dados da planilha Cap4Plan1.

Para centralizar, justificar os dados à direita em cada célula ou apresentar dados de uma célula em negrito, utiliza-se a barra de ferramentas



, situada logo acima da planilha.

Agora que preparamos os dados na planilha, vamos à construção do Gráfico de Setores. No campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "setor" após o sinal "+". Escolha a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor do parâmetro)". No lugar de "cônica" coloque uma equação para representar a circunferência do gráfico de setor, como por exemplo a equação $x^2+y^2=4$. Depois, substitua o primeiro valor do parâmetro por "0" (zero graus) e substitua o segundo parâmetro por D2, onde aparece o primeiro ângulo relativo. A tela obtida após estes procedimentos deve ser semelhante à Figura 4.15.

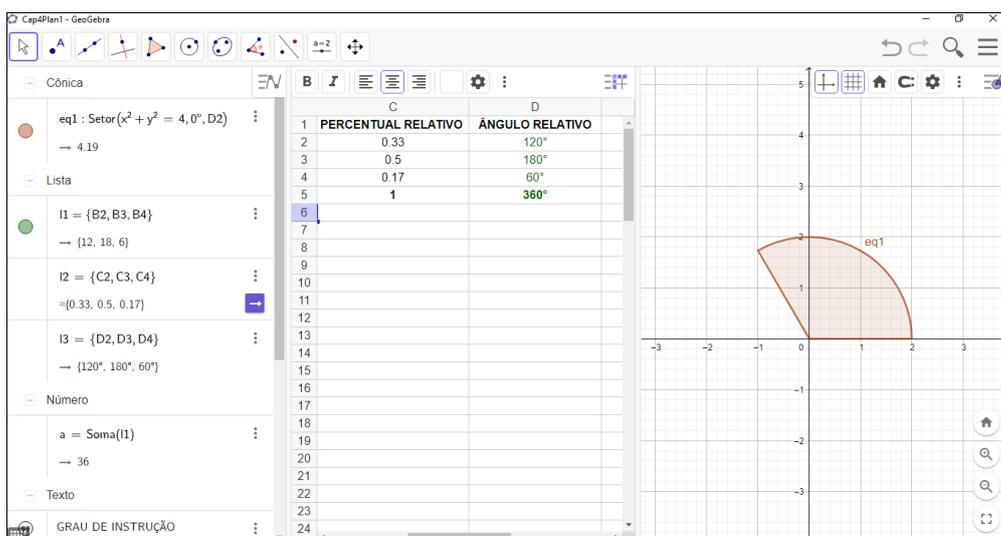


Figura 4.15: Setor 1 da planilha Cap4Plan1.

Em seguida, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "setor" após o sinal "+". Escolha novamente a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor do parâmetro)". No lugar de "cônica" coloque a mesma equação para representar a circunferência do gráfico de setor, " $x^2+y^2=4$ ". Depois, substitua o primeiro valor do parâmetro por "120°" (120 graus), o qual indica onde inicia o segundo setor (o mesmo valor onde terminou o setor anterior) e substitua o segundo parâmetro por "300°", onde termina o segundo setor ($300^\circ = 120^\circ + 180^\circ$, ou seja, a soma dos dois primeiros ângulos). A Figura 4.16 mostra o resultado.

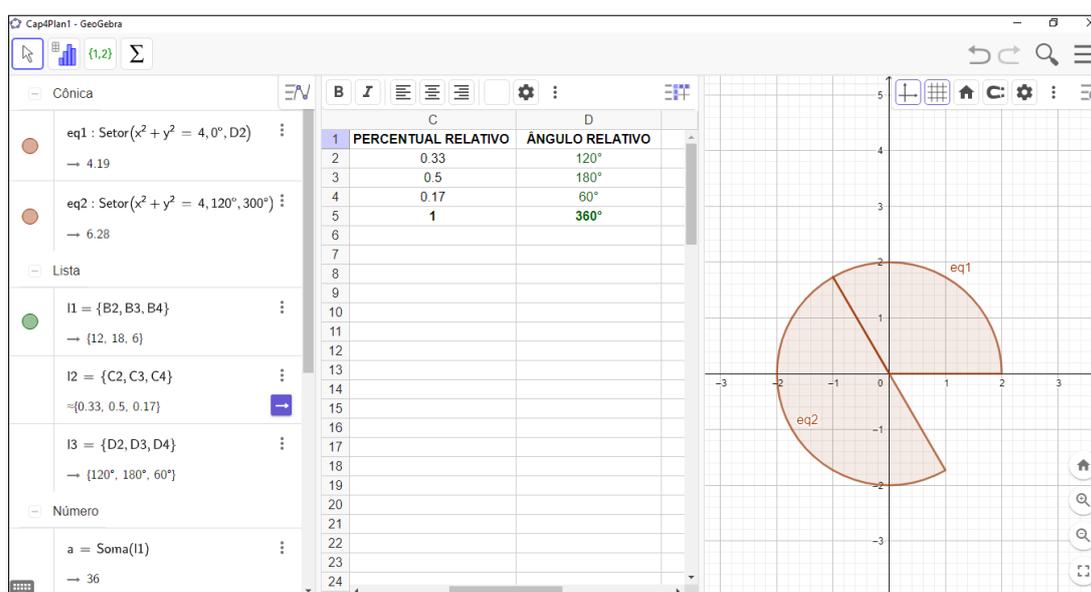


Figura 4.16: Setor 1 e 2 da planilha Cap4Plan1.

Finalmente, para acrescentar o terceiro e último setor, no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "setor" após o sinal "+". Escolha novamente a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor do parâmetro)". No lugar de "cônica" coloque a mesma equação para representar a circunferência do gráfico de setor, " $x^2+y^2=4$ ". Depois, substitua o primeiro valor do parâmetro por " 300° ", o qual indica onde inicia o terceiro setor (o mesmo valor onde terminou o setor anterior) e substitua o segundo parâmetro por " 360° ", onde termina o terceiro setor ($360^\circ = 120^\circ + 180^\circ + 60^\circ$, ou seja, a soma dos três ângulos). O resultado segue como na Figura 4.17.

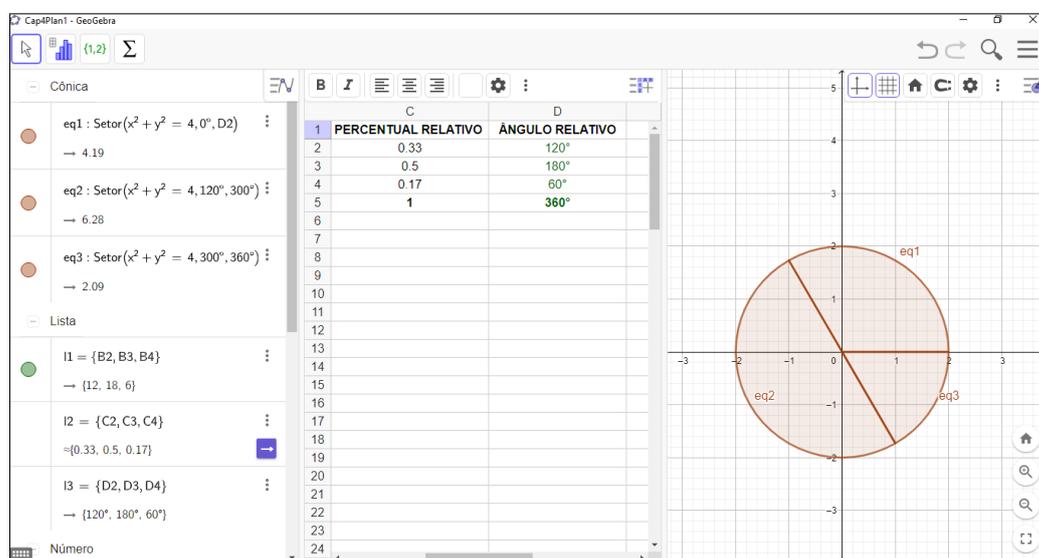


Figura 4.17: Setor 1, 2 e 3 da planilha Cap4Plan1.

Há uma outra forma de construir o gráfico de setores. Após a criação da planilha Cap4Plan1, na Figura 4.14, execute os seguintes procedimentos:

- No campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "setor" após o sinal "+". Escolha a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor do parâmetro)". No lugar de "cônica" coloque uma equação para representar a circunferência do gráfico de setores, como por exemplo a equação " $x^2+y^2=4$ ". Depois, substitua o primeiro valor do parâmetro por " 0° ", e substitua o segundo parâmetro por "Elemento(l3,1)", em que "l3" é a lista com os ângulos relativos criada anteriormente e "1" é a posição do ângulo nessa lista. Assim estaremos criando o primeiro setor com o primeiro ângulo relativo da tabela, conforme a Figura 4.18.

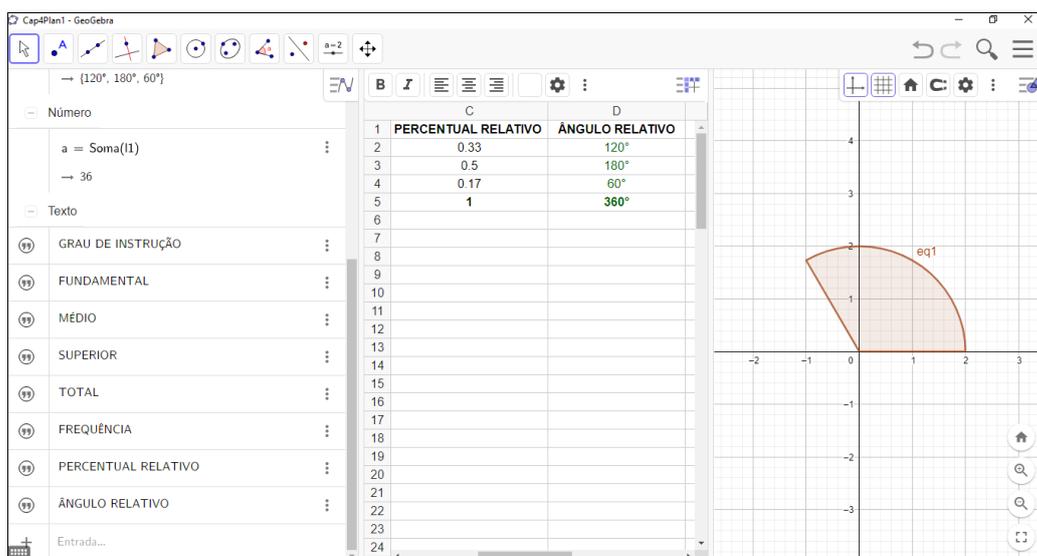


Figura 4.18: Setor 1 da planilha Cap4Plan1.

- Novamente no campo Entrada da Janela de Álgebra, digite "setor" após o sinal "+". Escolha a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor do parâmetro)". No lugar de "cônica" digite " $x^2+y^2=4$ ", substitua o primeiro valor do parâmetro por " $0^\circ + \text{Elemento}(I3,1)$ " e o segundo parâmetro por " $\text{Elemento}(I3,1) + \text{Elemento}(I3,2)$ ". Criamos, assim, o segundo setor com o segundo ângulo relativo da tabela (ver Figura 4.19).

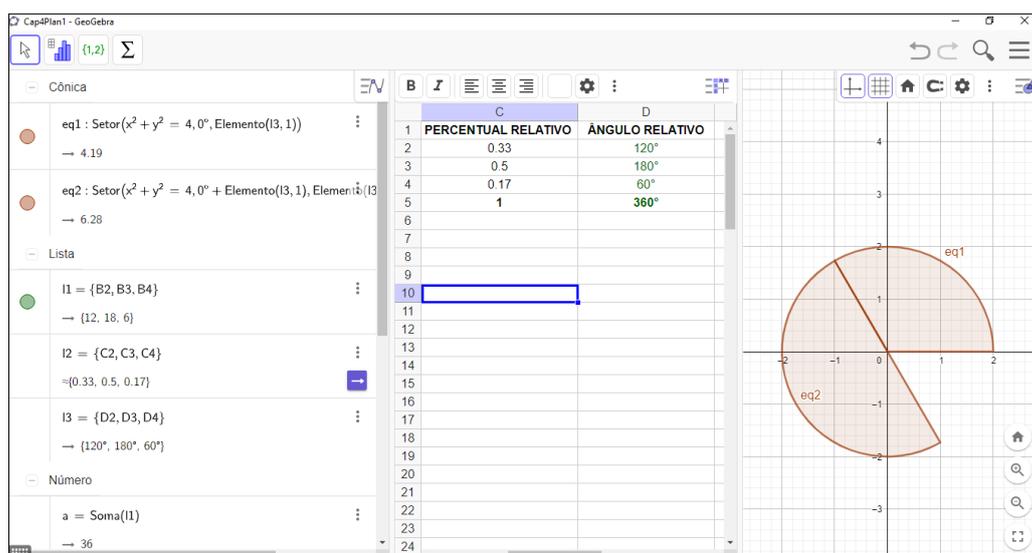


Figura 4.19: Setor 1 e 2 da planilha Cap4Plan1.

- Por último, no campo Entrada da Janela de Álgebra digitamos novamente "setor" após o sinal "+" e escolhemos a opção "setor(cônica, valor do parâmetro, valor

do parâmetro)". No lugar de "cônica" digitamos a equação " $x^2+y^2=4$ " e depois substituímos o primeiro valor do parâmetro por "Elemento(I3,1)+Elemento(I3,2)" e o segundo parâmetro por "Elemento(I3,1)+Elemento(I3,2)+Elemento(I3,3)", criando o terceiro setor com o terceiro ângulo relativo da tabela (ver Figura 4.20).

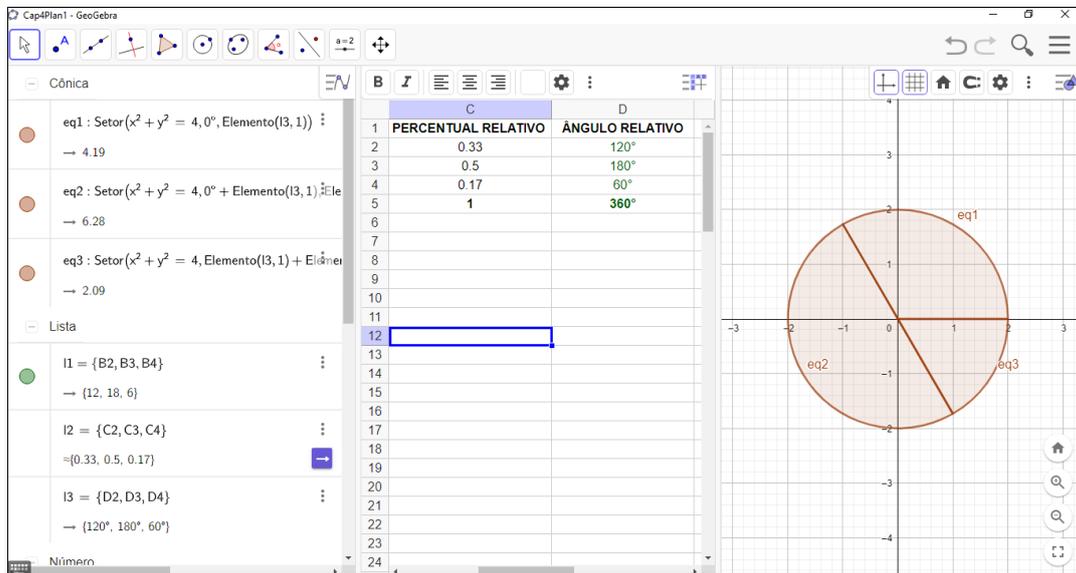


Figura 4.20: Setor 1, 2 e 3 da planilha Cap4Plan1.

Agora vamos melhorar as informações transmitidas nesse gráfico de setores:

- Clique em qualquer lugar na Janela de Visualização do Gráfico. Assim,



teremos disponível a barra de ferramentas para fazer alterações no gráfico, situada no canto superior esquerdo da tela;

- Altere as cores de cada um dos setores do gráfico clicando com o botão direito do mouse sobre cada um dos setores. Depois, clique em <Configurações> e, em seguida, clique em cor. Escolha a cor de preferência e coloque transparência 100. Repita o procedimento para cada um dos setores, conforme a Figura 4.21.

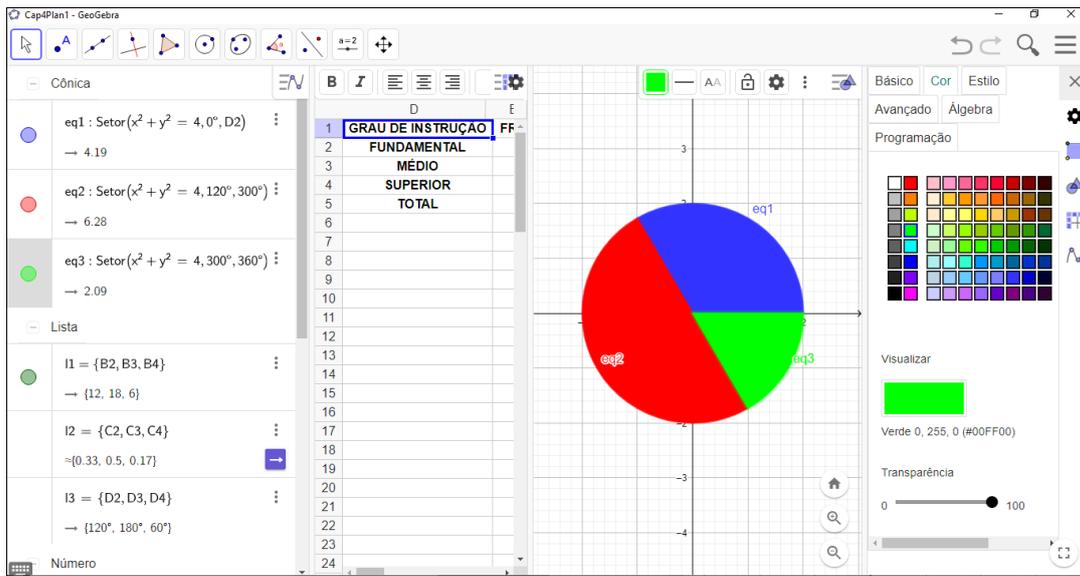


Figura 4.21: Gráfico de setor com cores da planilha Cap4Plan1.

- Cada um dos setores foi rotulado como "eq1", "eq2" e "eq3", respectivamente, e aparecem na Janela de Álgebra. Para ocultar estes rótulos, clique com o segundo botão do mouse sobre o círculo que antecede cada setor (eq1, eq2 e eq3) e desmarque a seleção "Exibir rótulos", conforme a Figura 4.22.

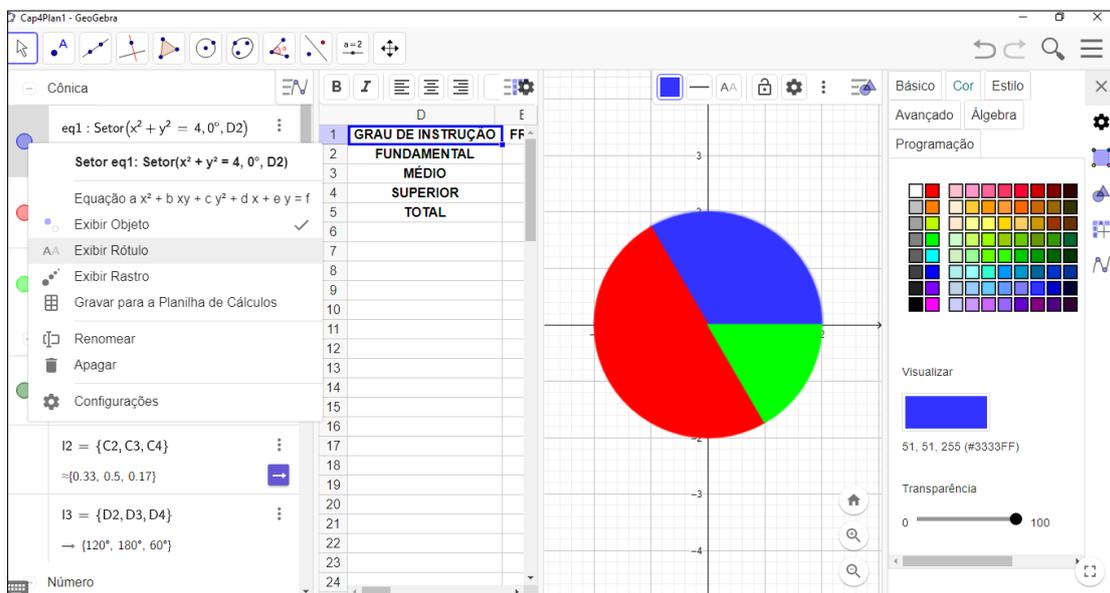


Figura 4.22: Gráfico de setor sem rótulos da planilha.

- Identifique o que cada um dos setores representa. Para tanto, clique no ícone da barra de ferramentas (décimo ícone da barra de ferramentas) e, em seguida, clique no ícone

ABC Texto

para inserir texto no gráfico. Na sequência, clique sobre cada setor digitando o que ele representa, conforme aparece na Planilha (Figura 4.23). E, por fim, dê um título para o gráfico.

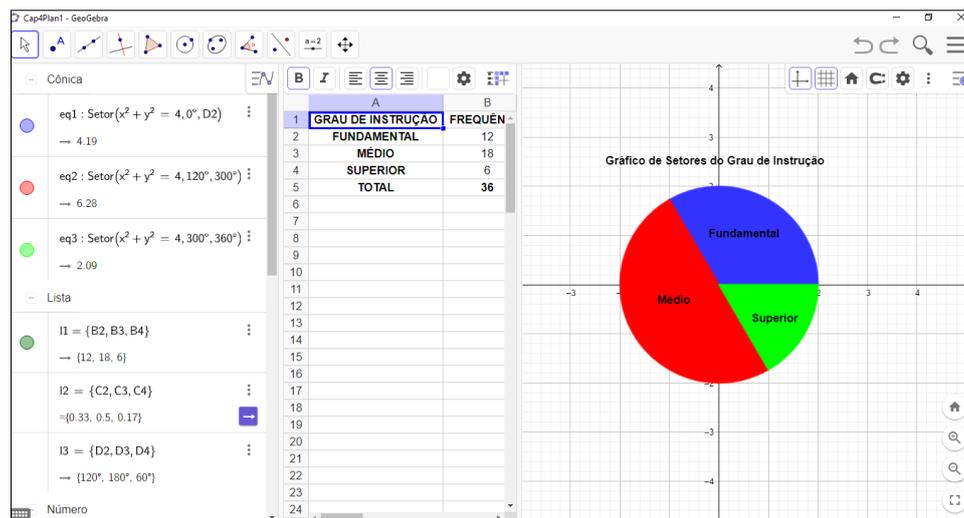


Figura 4.23: Gráfico de Setor com Identificação da planilha Cap4Plan1.

- Para mostrar as frequências absolutas de cada setor no gráfico, clique



ABC Texto

novamente nos ícones e , como no item anterior. Na sequência, clique próximo ao primeiro setor e, na nova janela, clique em "Avançado". Na



sequência, clique no ícone , clique em C2 (célula que contém a frequência absoluta do grau de instrução Fundamental) e em "OK". Refaça o mesmo procedimento para os outros setores, conforme a Figura 4.24. O mesmo procedimento deve ser realizado para inserir os percentuais relativos de cada grau de instrução, lembrando de criar uma nova coluna na planilha com as taxas percentuais da cada grau de instrução. Para tal, na coluna E, célula E2, deveria ser digitado " $=C2*100$ " e inserir um texto com o resultado dessa operação seguido do símbolo "%".

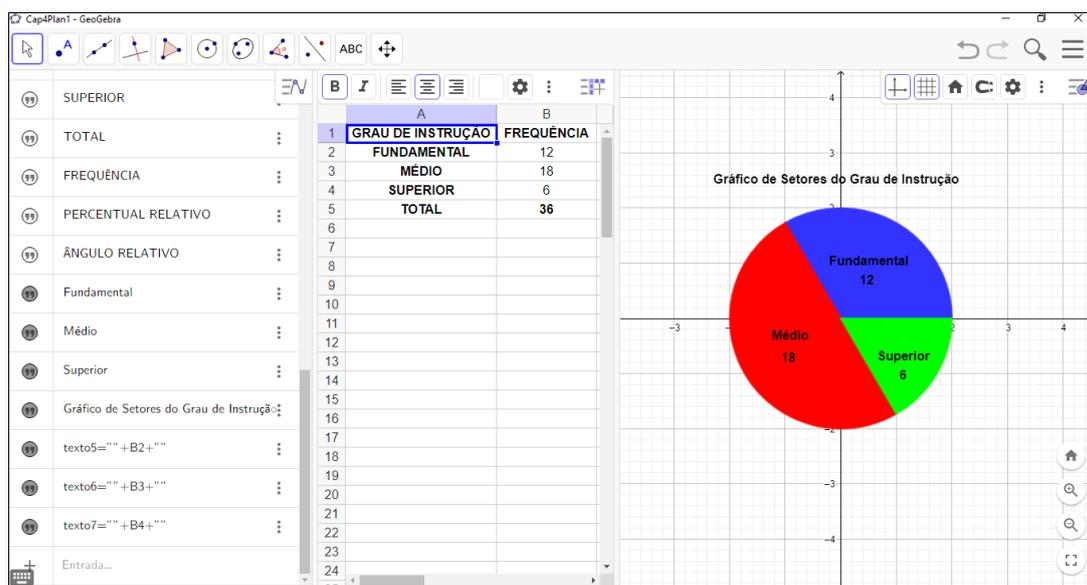


Figura 4.24: Gráfico de Setor com Identificação e Frequências da planilha Cap4Plan1.

Após essa etapa, podemos explorar mais ferramentas no GeoGebra Clássico 6, com o objetivo de exportar essa imagem para o computador:

- Clique sobre a região do gráfico, na janela de Visualização;

- Na barra de ferramentas situada logo acima do gráfico, clique em  para ocultar os eixos x e y do gráfico;

- Na mesma barra de ferramentas, clique em  e, em seguida, clique em  "Sem malha" para ocultar a malha do gráfico. Agora o gráfico deve ter a seguinte aparência, conforme Figura 4.25.

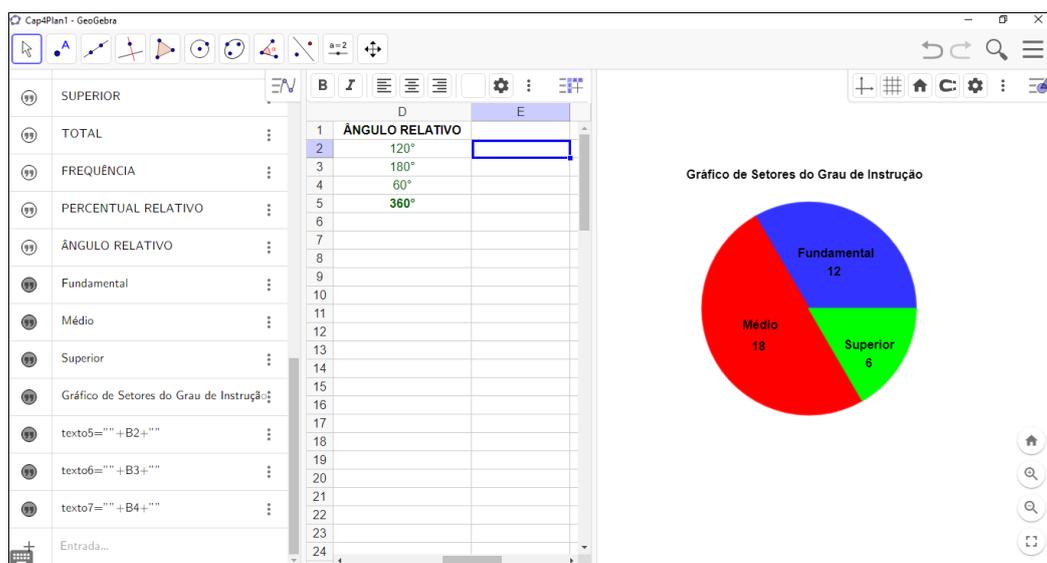


Figura 4.25: Gráfico de Setor sem os eixos e sem a malha da planilha Cap4Plan1.



- Clique no ícone  Menu e, em seguida, clique em "Exportar Imagem";
- Na nova janela que será aberta, clique em DOWNLOAD. Pronto! Sua imagem será salva na pasta "Downloads" do seu computador. É possível abrir essa imagem em qualquer aplicativo de edição de imagens e fazer as alterações que acharem necessárias.



4.2 Histograma e outros gráficos

4.2.1 Histograma

Para construir um Histograma, inicialmente iremos criar uma nova planilha, nomeada "Cap4Plan2": Inicie o GeoGebra, clique sobre o botão  e deixe marcado "Janela da Álgebra" e "Planilha". Após criar essa planilha, na coluna A, na célula A1, digite "DADOS" e, a partir da célula A2, digite os seguintes valores:

36	37	38	39	40	41	42	36	37	38
39	39	40	41	42	36	37	38	39	36
37	38	39	40	41	42	36	37	38	39
39	40	41	36	37	38	39	36	37	38

Caso não consiga digitar todos os dados na planilha, escreva os dados acima numa planilha do programa Microsoft Excel, copie-os e depois cole-os na planilha.

Nessa mesma planilha, selecione as células que contenham valores (CLASSES) na coluna A, clique com o botão direito do mouse sobre a seleção, clique em "+ Criar" e, na sequência, clique em "Lista". Essa lista irá aparecer na Janela de Álgebra, nomeada como "l1". No campo "Entrada" da Janela de Álgebra, clique com o botão direito do mouse sobre o círculo que antecede a lista "l1" e selecione "renomear". Atribua o nome "DB" para essa lista.

Após estes procedimentos, a planilha ficará semelhante à Figura 4.26, onde são apresentados os primeiros dados da planilha Cap4Plan2.

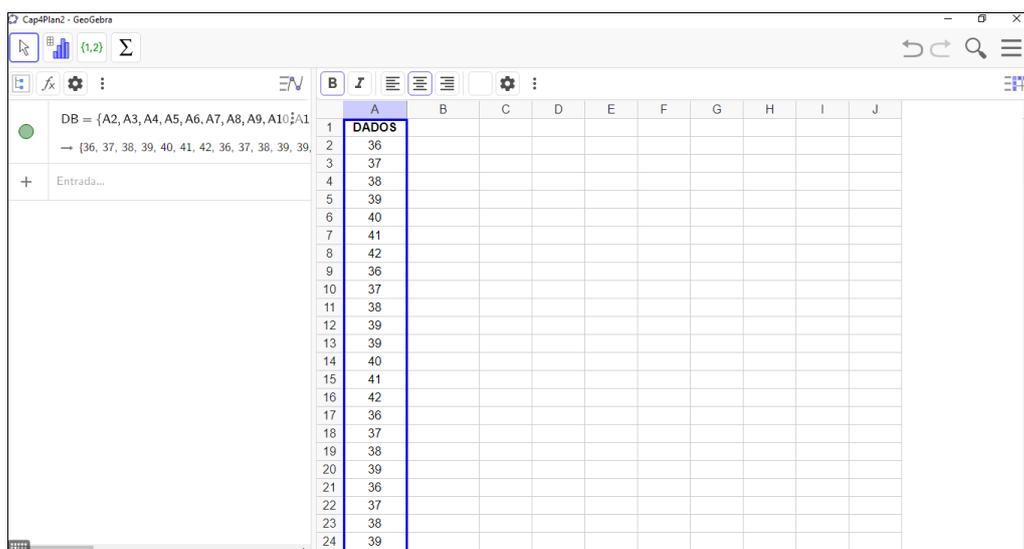


Figura 4.26: Cap4Plan2 no GeoGebra Clássico 6.

Agora iremos iniciar a construção do nosso Histograma. Novamente, selecione todas as células da coluna A da planilha que contenham valores. Em seguida, clique



sobre o ícone **Análise Univariada** na barra de ferramentas situada logo acima da Janela de Visualização. Clique sobre o mesmo ícone que aparece na listagem. Após estes procedimentos, irá aparecer um Histograma dos dados selecionados, conforme a Figura 4.27.

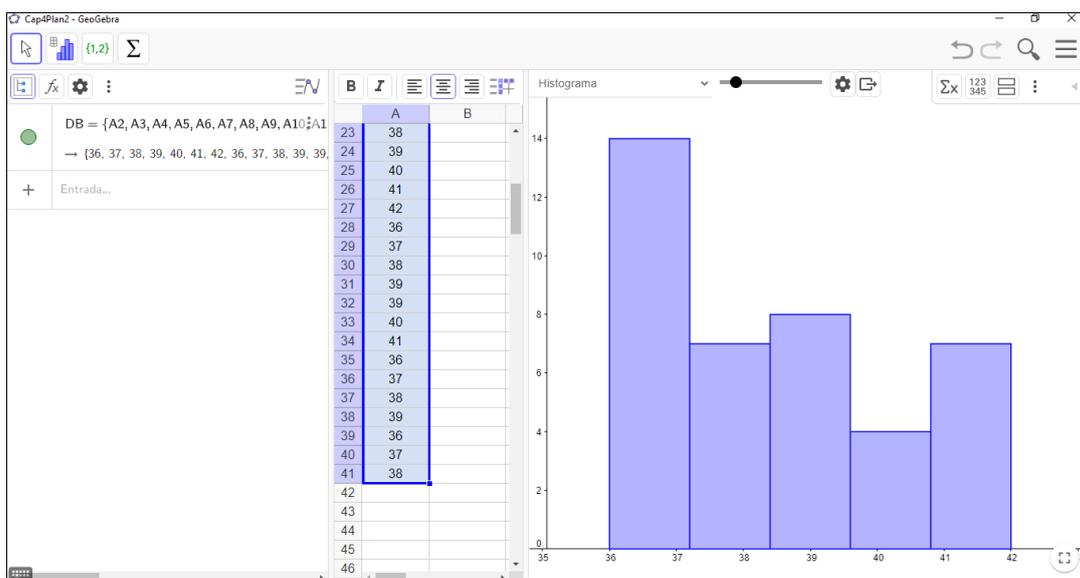


Figura 4.27: Histograma da planilha Cap4Plan2.

Agora vamos ajustar os limites de cada intervalo apresentado no Histograma. Na barra de ferramentas situada logo acima do Histograma, clique sobre o ícone



Exibir Estatísticas. Na tabela que aparece na tela, podemos identificar o valor mínimo dos dados igual a 36 e o valor máximo igual a 42. Vamos ajustar os limites dos intervalos de classes para estes valores.



Clique novamente sobre o ícone Exibir Estatísticas para que a tabela não apareça mais na tela. Na sequência, na mesma barra de ferramentas, clique sobre o ícone Opções. Nas opções de "Exibir", selecione "Tabela de Freqüências", além de deixar selecionado "Histograma". Dessa forma, aparece uma tabela com os intervalos de classe para os dados selecionados e suas respectivas frequências. Ainda nas opções do Histograma, clique sobre "Definir Classes Manualmente". Na tela, logo acima do gráfico do Histograma, podemos identificar as opções "Início" e "Largura". No espaço reservado ao Início, digite "36" e no espaço reservado à Largura, digite "2". Clique



novamente sobre o ícone Opções para ocultar a listagem de opções. Após estes comandos, a tela deve ficar semelhante à figura 4.28.

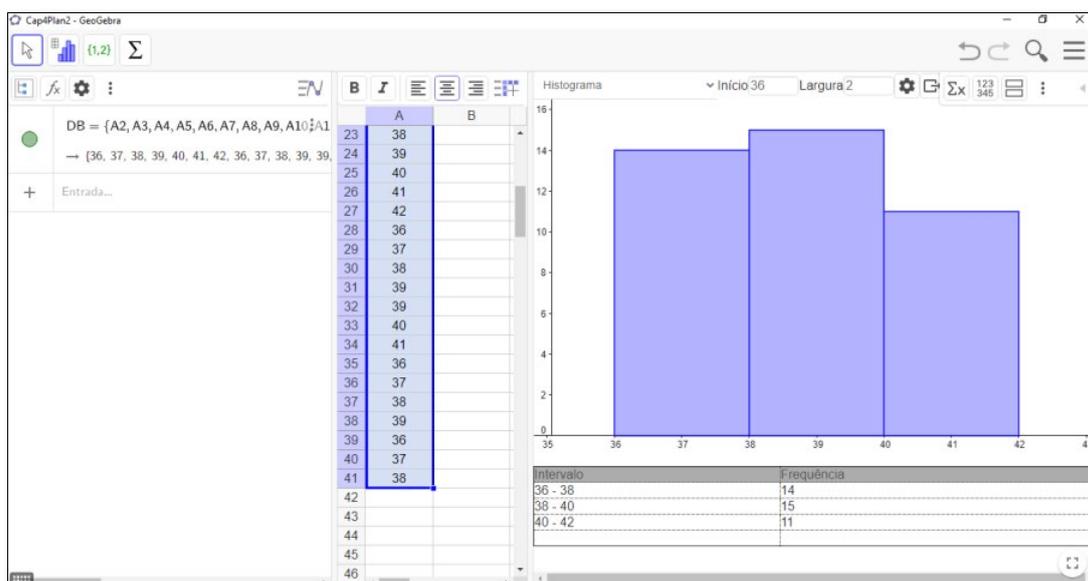


Figura 4.28: Histograma ajustado da planilha Cap4Plan2 no GeoGebra Clássico 6.

Ainda podemos obter o Histograma com as frequências relativas (densidade) para cada intervalo de classe. Para tal, na barra de ferramentas, clique sobre o ícone



Opções.

Nas opções de "Acumulada", selecione "Relativa". Clique novamente sobre o



ícone Opções para ocultar essa janela, e a tela com o novo Histograma (perceba que a tabela também foi alterada para apresentar as frequências relativas) deve ficar semelhante à Figura 4.29.

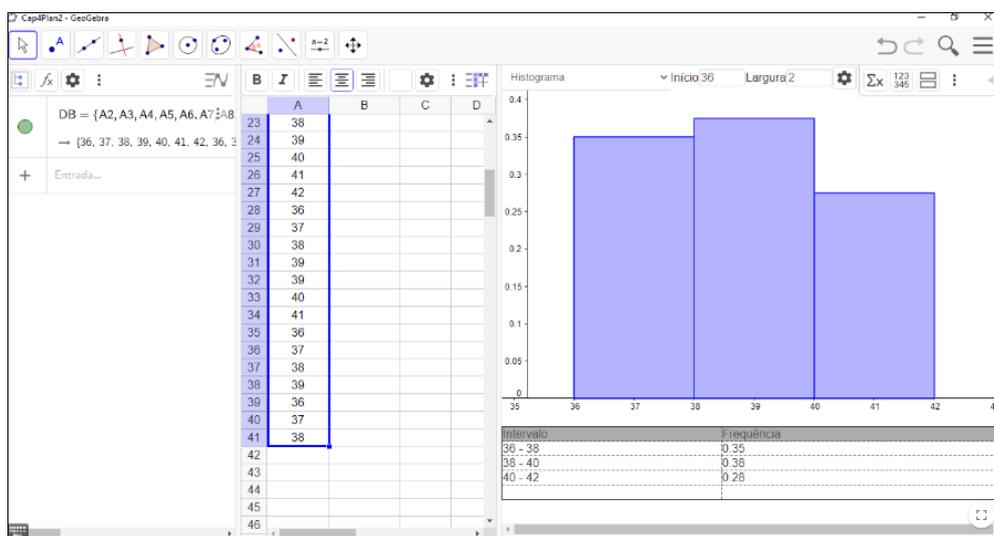


Figura 4.29: Histograma com densidades da planilha Cap4Plan2.

OBSERVAÇÃO: Lembre-se de GRAVAR (salvar) sua planilha a cada alteração realizada!

Agora que construímos o histograma e realizamos alguns ajustes, vamos construir outros tipos de gráficos, para os mesmos dados da planilha Cap4Plan2.

4.2.2 Gráficos de barras verticais

A partir do último procedimento realizado para a construção do histograma, vamos construir um gráfico de barras verticais. Na mesma tela da Figura 4.28, aparece escrito "Histograma" logo acima do gráfico. Clique na seta à direita de onde aparece escrito "Histograma" e será aberta uma listagem, onde clicamos sobre "Gráfico de Barras". Dessa forma, será apresentado o gráfico de barras verticais referente aos dados da planilha Cap4Plan2 e também uma tabela com as frequências absolutas de cada valor do conjunto de dados, conforme a Figura 4.30.

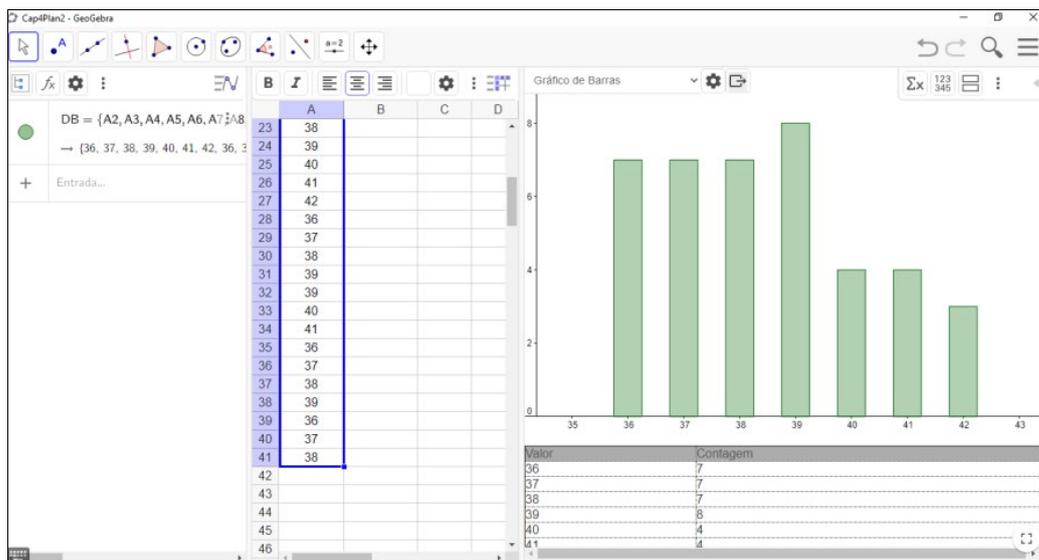


Figura 4.30: Gráfico de barras verticais da planilha Cap4Plan2.

4.2.3 Boxplot

Após a criação do gráfico de barras verticais, iremos construir o *boxplot*. Na mesma tela da Figura 4.30, clique na seta à direita de onde aparece escrito "Gráfico de Barras", logo acima do gráfico. Será aberta uma lista, onde deve-se clicar sobre "BoxPlot". Dessa forma, será apresentado o *boxplot* referente aos dados da planilha Cap4Plan2 e também uma tabela com as frequências absolutas. Caso precise analisar os quartis, média, valores máximos e mínimos dos dados nesse *boxplot*, na barra de

ferramentas situada logo acima do *boxplot*, clique sobre o ícone  Exibir Estatísticas. O resultado com a inclusão dessas informações aparece na Figura 4.31.

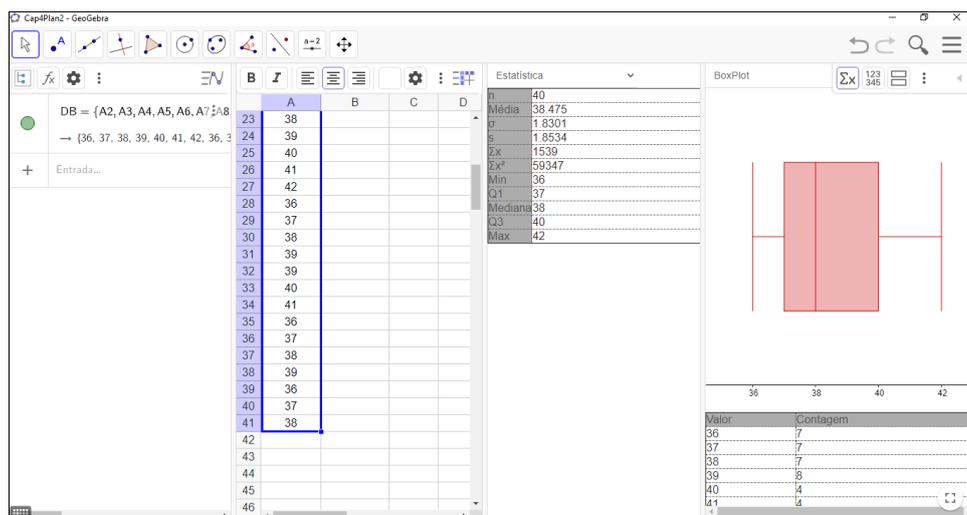


Figura 4.31: Diagrama de Pontos da planilha Cap4Plan2.

4.2.4 Diagrama de pontos

Após a criação do *boxplot*, iremos construir o Diagrama de Pontos. Na mesma tela da Figura 4.31, clique na seta à direita de onde aparece escrito "BoxPlot", logo acima do gráfico. Será aberta uma lista, onde deve-se clicar sobre "Diagrama de Pontos". Dessa forma, será apresentado o Diagrama de Pontos referente aos dados da planilha Cap4Plan2 e também uma tabela com as frequências absolutas, conforme Figura 4.32.

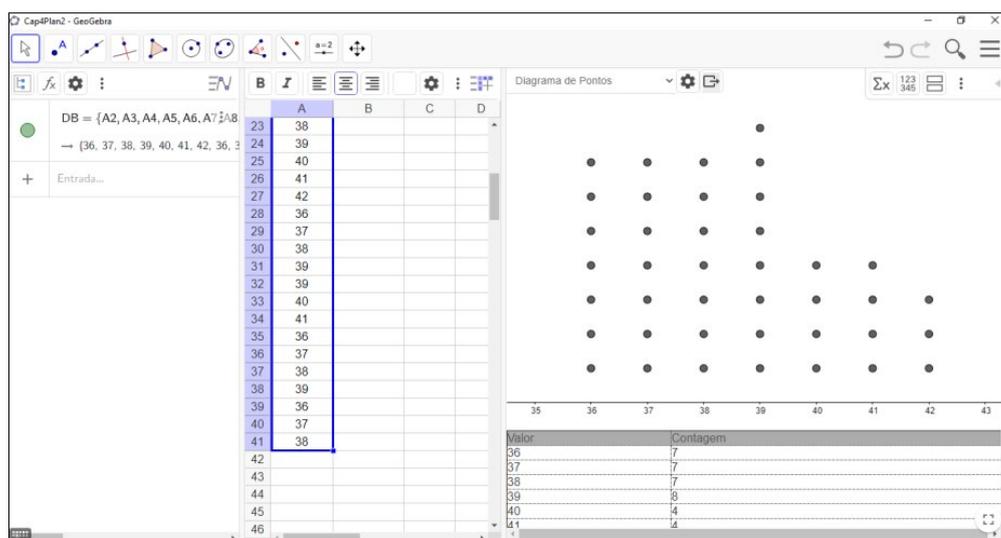


Figura 4.32: Diagrama de pontos da planilha Cap4Plan2.



A construção de cada um destes gráficos e suas possíveis interpretações dependem da análise estatística que o usuário deseja fazer sobre um conjunto de dados de seu interesse.

Referências

GEOGEBRA. Disponível em: <<https://www.geogebra.org>>. Acesso em: 04 de out. de 2022.

_____. **O que é o GeoGebra?** Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>>. Acesso em: 09 mar. 2022.

H. J. BORTOLOSSI. O uso do software gratuito geogebra no ensino e na aprendizagem de estatística e probabilidade. **Vidya**, Revista Eletrônica, 36(2), 2016.

M. HOHENWARTER, D. JARVIS, and Z. LAVICZA. Linking geometry, algebra, and mathematics teachers: Geogebra software and the establishment of the international geogebra institute. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, 16: 83–87, 01 2009.

WOLFF, M. E.; DA SILVA, D. P. **O software GoeGebra no ensino de matemática**. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unicentro_mat_artigo_maria_eliza_wolff.pdf>. Acesso em 09/03/22. ISBN 978-85-8015-076-6.



AUTORES

Wilhian Alexander Ferreira Lima

Professor do Ensino Médio e Fundamental desde 1995 e acadêmico do curso de Estatística Universidade Estadual de Maringá. Possui graduação em Matemática (1995) e mestrado Profissional em Matemática (2015) pela Universidade Estadual de Maringá. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Ensino de Matemática, em Estatística Aplicada, Gestão Educacional e EaD e em Tecnologias Educacionais.

Ana Beatriz Tozzo Martins

Professora Departamento de Estatística da Universidade Estadual de Maringá desde 1993. Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (1988), especialização em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (1990), mestrado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (1992), doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia pela Universidade Federal do Paraná (2010).



AUTORES

Adriana Strieder Philippsen

Professora Departamento de Estatística da Universidade Estadual de Maringá desde 2020. Possui graduação em Matemática (2004) e especialização em Estatística Aplicada (2006) pela Universidade Estadual de Maringá e mestrado em Ciências (2011) pela Universidade de São Paulo - área de concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, campus de São Carlos - SP. Tem experiência na área de Estatística, com ênfase em Ensino de Estatística e Séries Temporais.

Walkiria Maria de Oliveira Macerau

Professora Assistente TIDE do Departamento de Estatística da Universidade Estadual de Maringá desde 2021 e doutoranda do Programa Interinstitucional de Pós Graduação em Estatística da UFSCar e USP de São Carlos - SP. Possui Mestrado em Estatística pela UFSCar - Universidade Federal de São Carlos - SP (2012), Bacharelado em Estatística pela UEM - Universidade Estadual de Maringá - PR (2009), Especialização em Estatística Aplicada Computacional pela UEM - Universidade Estadual de Maringá - PR (2004) e Licenciatura Plena em Matemática pela UEM - Universidade Estadual de Maringá - PR (1999).

www.editorapublicar.com.br
contato@editorapublicar.com.br
@epublicar
facebook.com.br/epublicar

**Wilhian Alexander Ferreira Lima
Ana Beatriz Tozzo Martins
Adriana Strieder Philippsen
Walkiria Maria de Oliveira Macerau**

Estatística utilizando o

GEOGEBRA



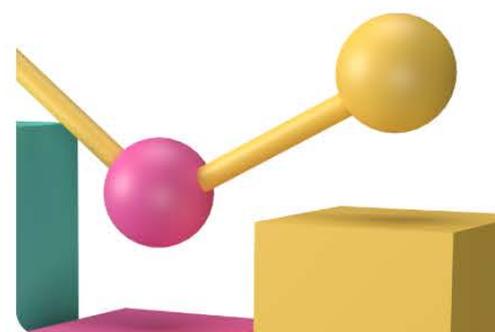
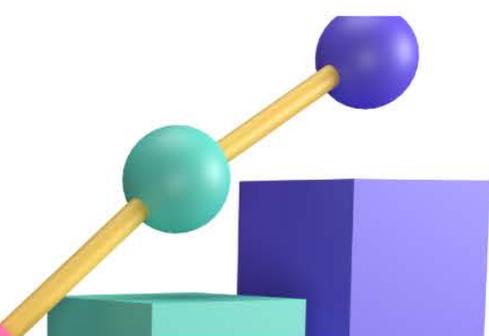
2022

www.editorapublicar.com.br
contato@editorapublicar.com.br
@epublicar
facebook.com.br/epublicar

Wilhian Alexander Ferreira Lima
Ana Beatriz Tozzo Martins
Adriana Strieder Philippsen
Walkiria Maria de Oliveira Macerau

Estatística utilizando o

GEOGEBRA



2022