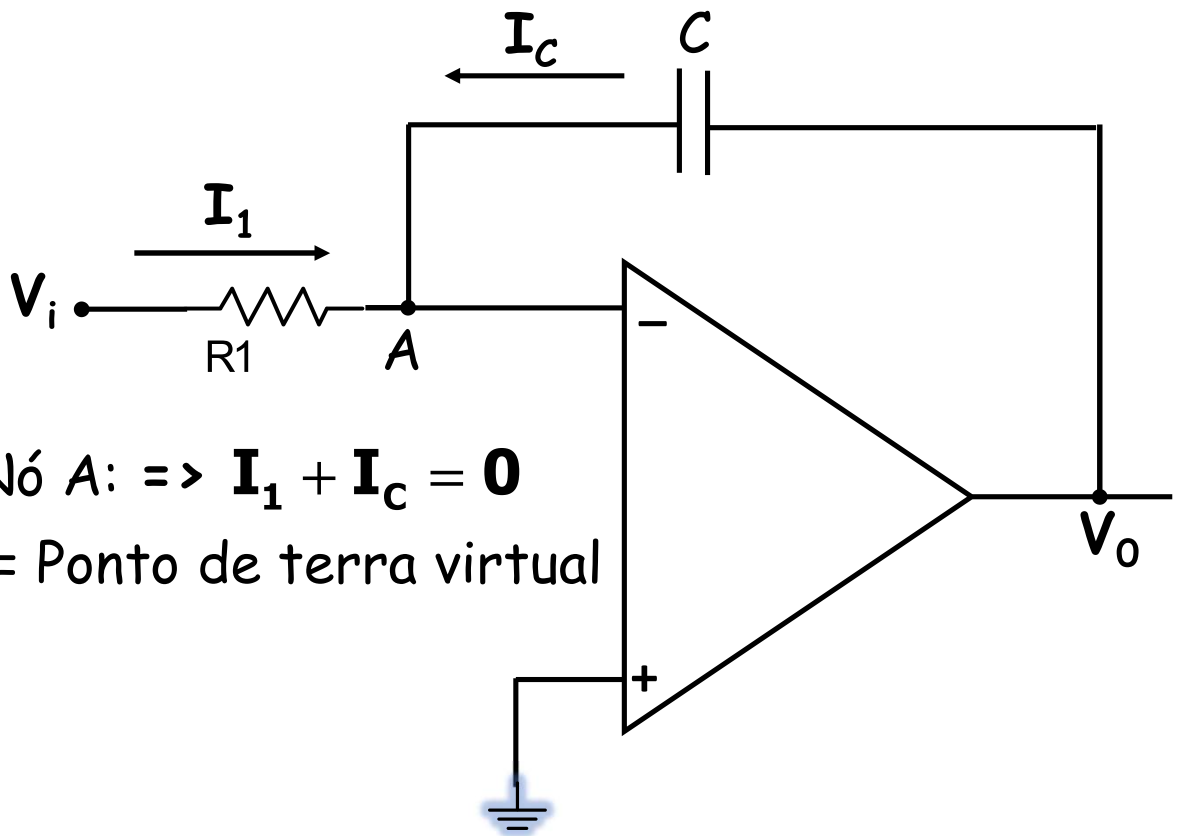
1 – Integrador e diferenciador analógico

1.1 Integrador analógico.



Nó A: => $\mathbf{I_1 + I_C = 0}$

A = Ponto de terra virtual

$$V_i = E_{MAX} \operatorname{sen} \omega t$$

$$\frac{V_i}{R_1} = -C\frac{dV_0(t)}{dt}$$

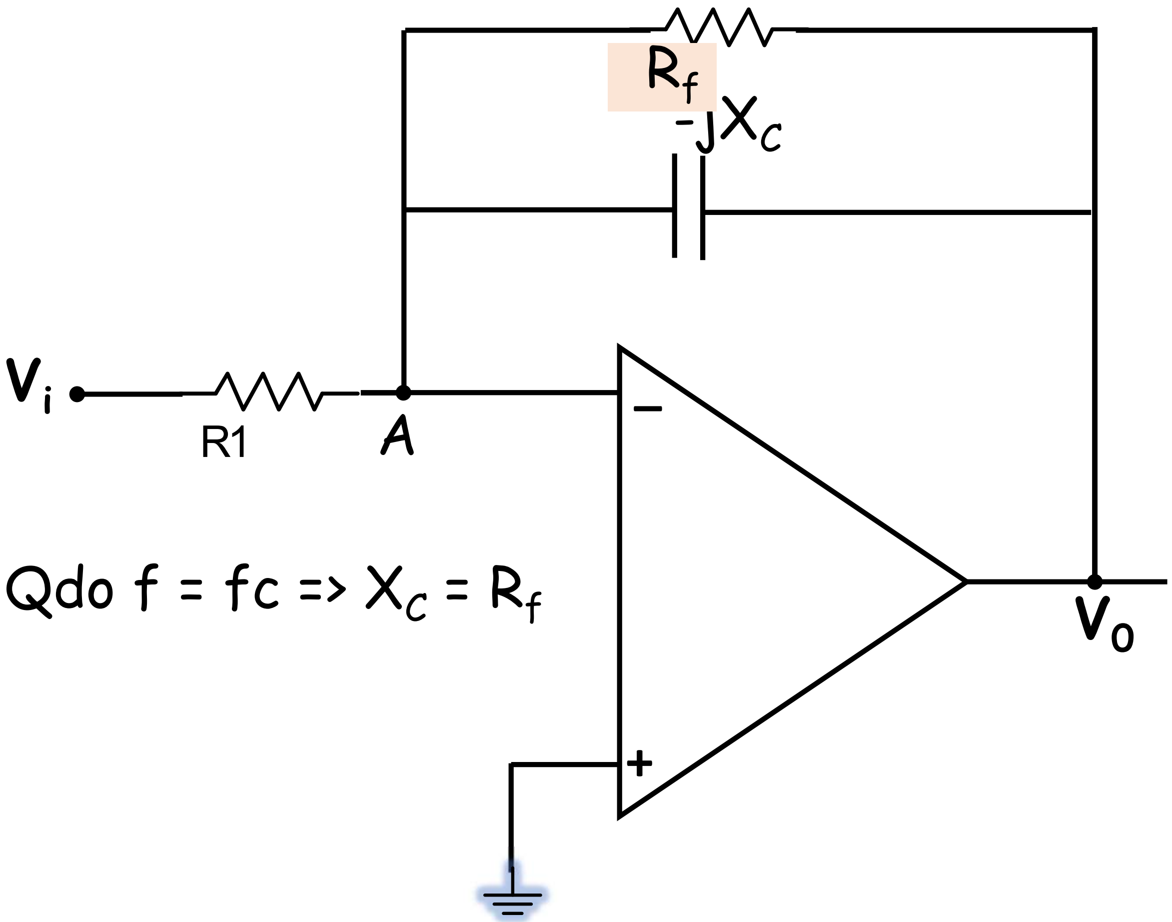
A expressão de saída $V_0(t)$:

$$V_0(t) = -\frac{1}{R_1C}\int V_i(t).dt$$

$$V_0(t) = -\frac{1}{R_1C}\int E_{MAX} \operatorname{sen} \omega t.dt$$

$$V_0 = -\frac{E_{MAX}}{\omega R_1 C}\cos \omega t$$

1.2 Integrador analógico real – Análise AC



Qdo $f = fc \Rightarrow X_C = R_f$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{R_f // -jX_C}{R_1}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{\dfrac{-jX_C R_F}{R_F - jX_C}}{R_1} = \frac{-jX_C R_F}{R_1(R_F - jX_C)}$$

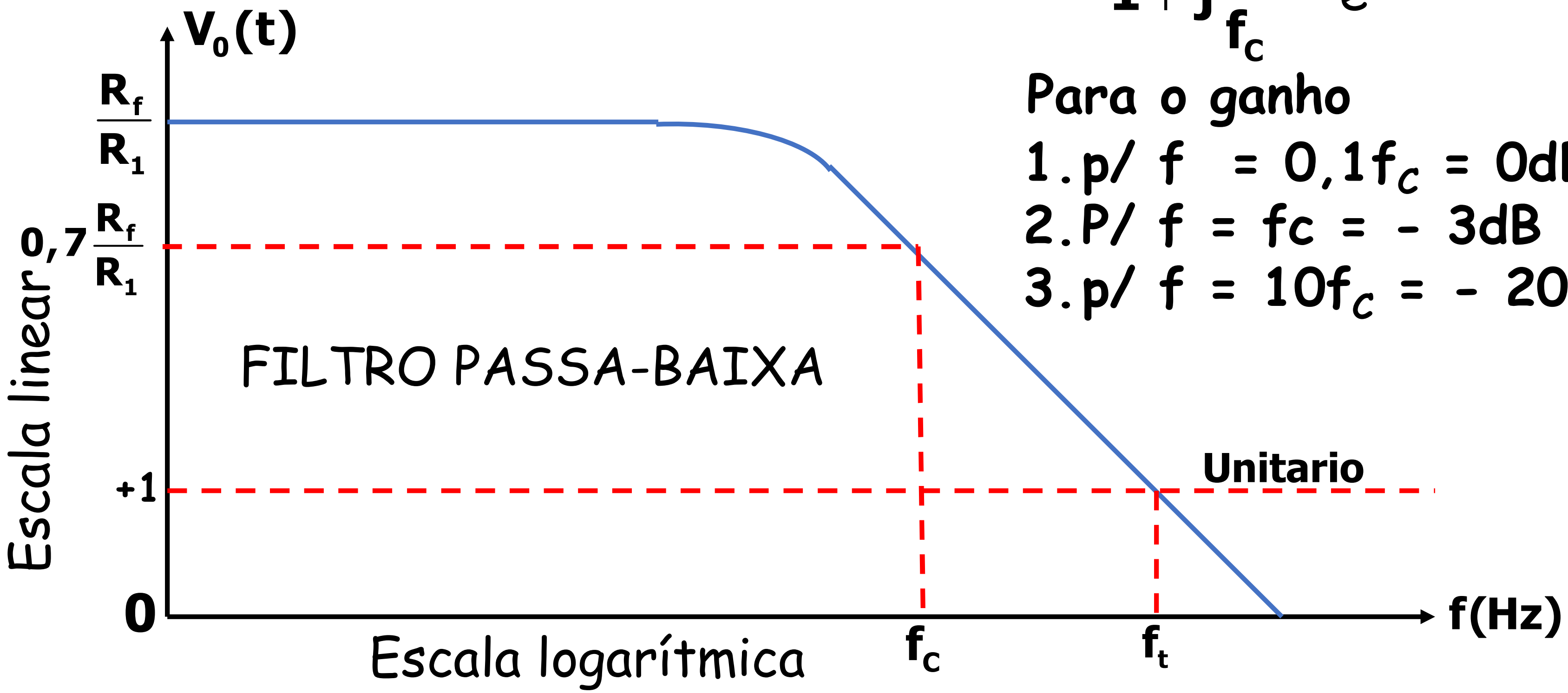
$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{-jX_C \dfrac{R_F}{R_1}}{(R_F - jX_C)} = -\frac{\dfrac{R_F}{R_1}}{1 + \dfrac{R_F}{-jX_C}}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{\dfrac{R_F}{R_1}}{1 + j\dfrac{f}{f_C}}$$

1.3 Integrador analógico real - Análise AC

A função de transferência é: $$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{\frac{R_f}{R_1}}{1 + j\frac{f}{f_C}}$$ e

Em decibéis (dB)



Para o ganho

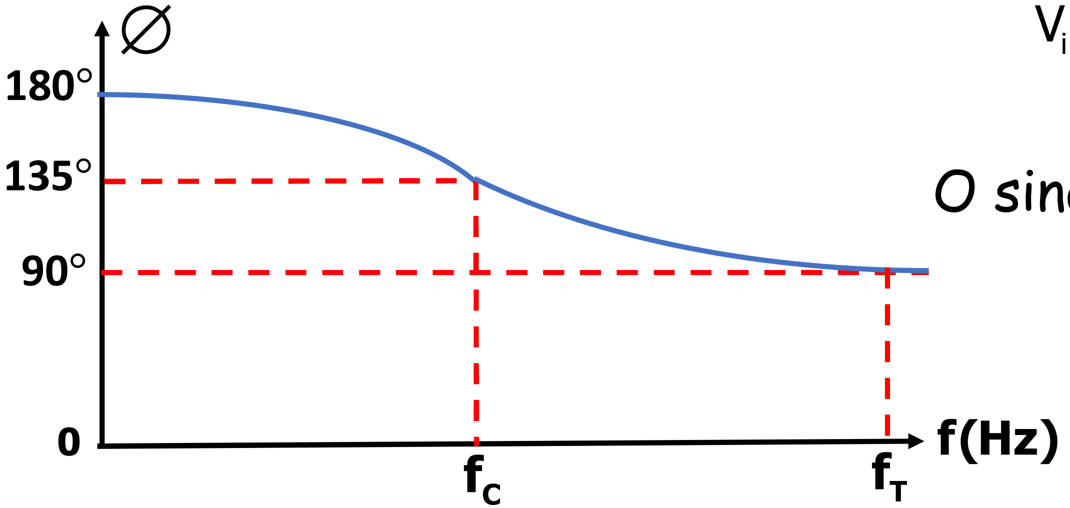
1. p/ $f = 0,1f_C$ = 0dB + 20log R_f/R_1
2. P/ f = fc = - 3dB + 20log R_f/R_1
3. p/ $f = 10f_C$ = - 20dB + 20log R_f/R_1

1.4 Integrador analógico real – Análise AC

A função de transferência é:

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{\frac{R_F}{R_1}}{1 + j\frac{f}{f_C}} \quad e \quad \varnothing = \mathbf{arctg}\left(\frac{f}{f_C}\right)$$

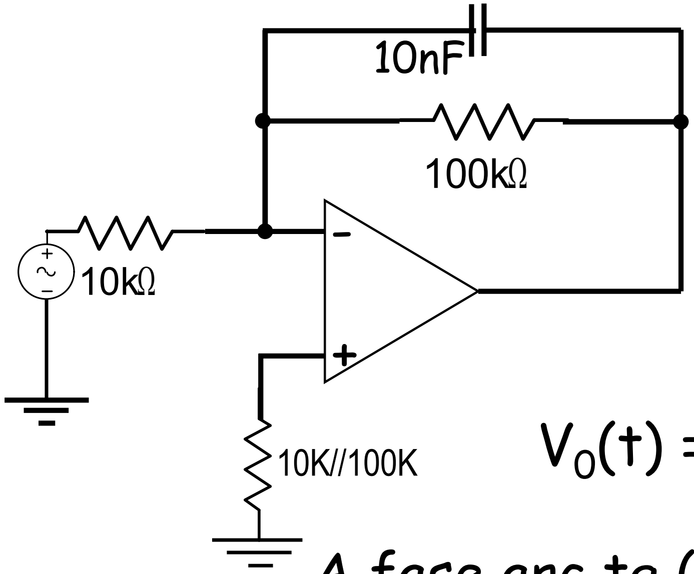
O sinal (-) da expressão -> Defasagem de 180°



Para a fase

1. p/ f = 0,1f_C => ∅ = -5.7° + 180 =174°
2. p/ f = fc => ∅ = - 45° + 180 = 135°
3. p/ f = 10f_C => ∅ = -84° + 180 = 96°

1.5 Exercício: Calcular o ganho de tensão de um integrador e a fase sabendo-se que a frequência de entrada é igual 120Hz. Qual a tensão de saída para um sinal de entrada V (t) = 0,6 sen753,6. Qual a frequência onde o ganho é unitário.



A expressão do ganho: $$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{\frac{R_F}{R_1}}{1 + j\frac{f}{f_C}} = \frac{-\frac{R_F}{R_1}}{\sqrt{1^2 + (\frac{f}{f_C})^2}}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{10}{\sqrt{1^2 + (\frac{120}{159})^2}} = -7,98$$

$$f_C = \frac{1}{2\pi R_F C} = 159Hz$$

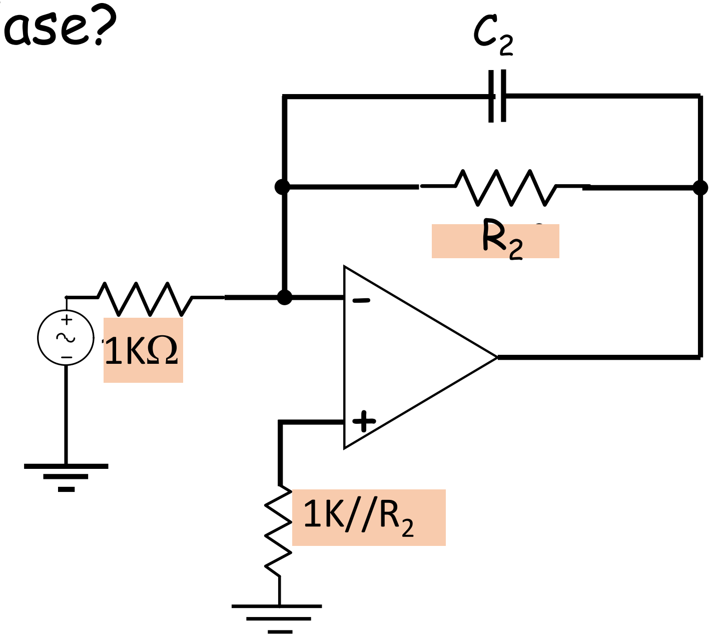
$V_0(t)$ = -7,98 x 0,6 = 4,79V. (120Hz)

A fase arc tg (f/fc) = arc tg(120/159) = 37° e ∅ = 180 – 37 = 143°

A frequência qdo ganho = 1 => f_t = A x f_C = 10 x 159 = 1590Hz.

A fase é ∅ = 180 – 84.2 = 95.7° (Atrasado em relação a entrada)

1.6 Exercício: Projetar um filtro passa-baixa para o circuito a seguir: Qual a função de transferência. Projete o circuito para um ganho CC de 40dB e a frequência de 1KHz. Qual a frequência de ganho unitário. Nessa frequência qual a fase?



A função de transferência: $V_0(t)/V_i(t)$ = ?

$Z_2 = -jXC_2 // R_2$ e $Z_1 = R_1$, e $V_0(t)/V_i(t) = -Z_2/Z_1$

$$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{R_2/R_1}{1 + j\, f/f_c} \qquad f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

Em dB o ganho é expresso 20log A_V = 40dB

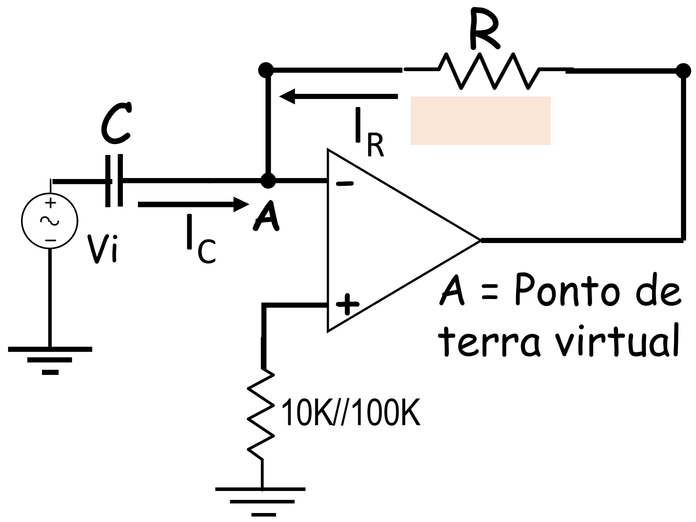
$\log A_V = 2 \Rightarrow A_V = 10^2 = 100 \Rightarrow A_V = -R_2/R_1$ e R_1 = 1K

R_2 = 100.1K = 100K.

Para f_C = 1KHz => C = 1,59nF e a frequência $A_V = 1$ $f_T = A_V \cdot f_C$ = 100.1KHz = 100KHz.

A fase ∅ = 180° (Inversor) – 90° (em f_T) = +90°.

2. Diferenciador analógico

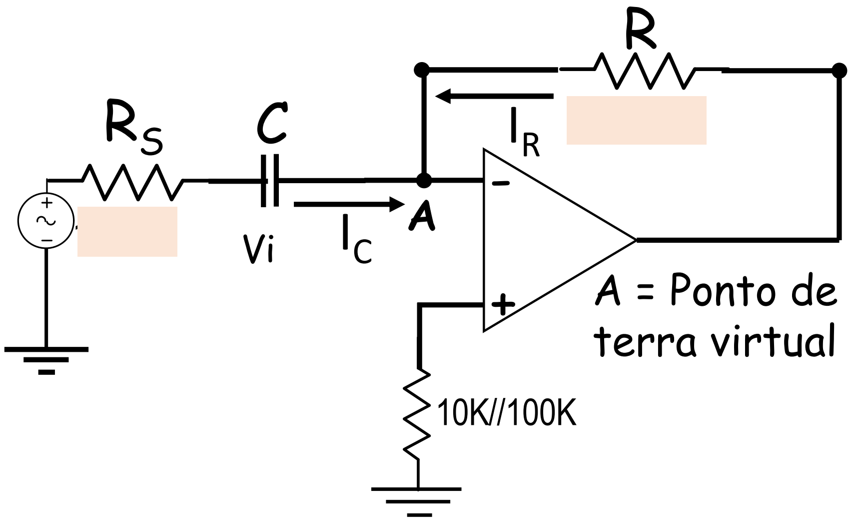


$$V_i = E_{MAX} \text{sen}\,\omega t \text{ e } I_R = -I_C \therefore \frac{V_0(t)}{R} = -C\frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

$$V_0(t) = -RC\frac{dV_{in}(t)}{dt} \therefore V_0(t) = -\omega RCE_{MAX}\cos\omega t$$

Aplicação: Circuito diferenciador, filtro passa-alta e módulo de avanço.

2. Diferenciador real analógico



$$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{\frac{R}{R_S}}{\sqrt{1^2+\left(\frac{f_C}{f}\right)^2}} \quad \therefore \quad \frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{R}{R_S}\left(1^2+\left(\frac{f_C}{f}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

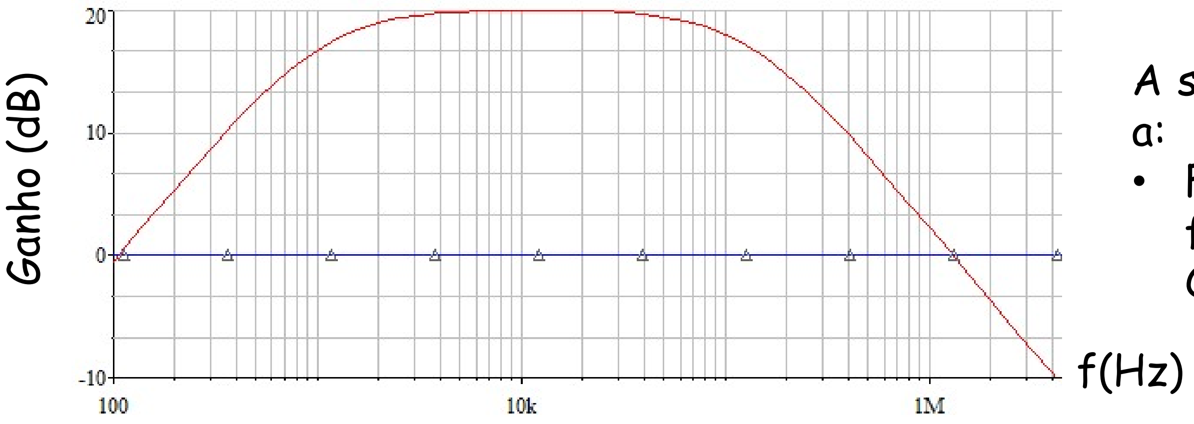
$$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = +20\log\frac{R}{R_S} - 10\log\left(1^2+\left(\frac{f_C}{f}\right)^2\right)$$ e $\varnothing$ = atan f_C/f

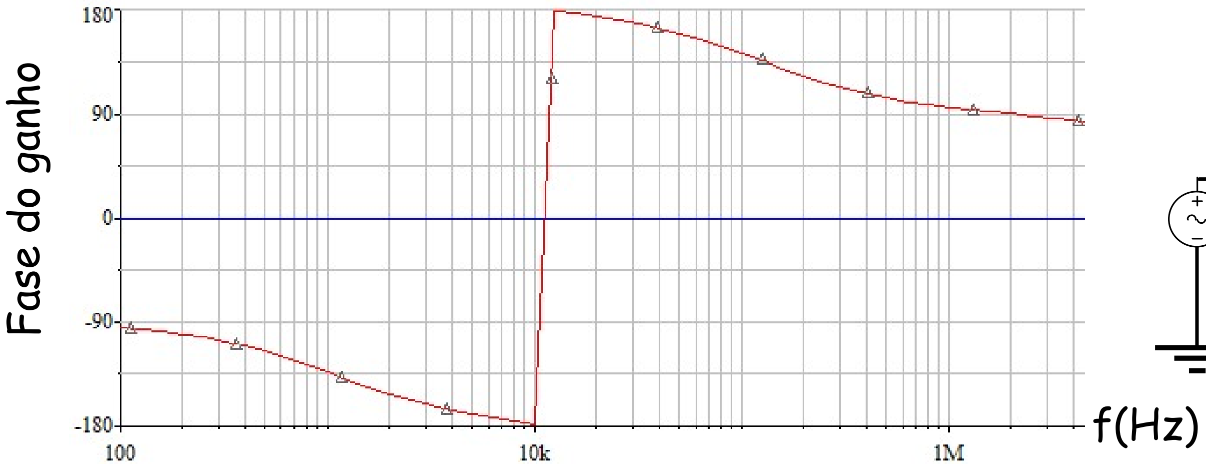
Em dB, o ganho A_V, será:

1. p/ f = $0,1f_C$ => A_V = -20dB + 20log R/R_s
2. p/ f = f_C => A_V = -3dB + 20log R/R_s
3. p/ f = $10f_C$ = A_V = 0dB + 20log R/R_s

A fase do ganho A_V, será:

1. p/ f = $0,1f_C$ => $\varnothing$ = 84 - 180 = -95.7°
2. p/ f = f_C => $\varnothing$ = 45 - 180 = -135°
3. p/ f = $10f_C$ = $\varnothing$ = 5,7 - 180 = -174.3°

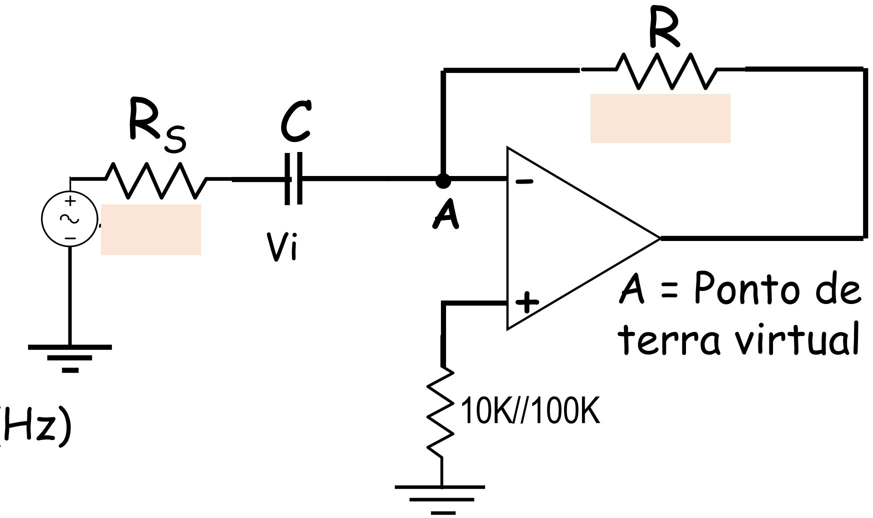




A segunda frequência de corte dp FPA é devido a:

- Frequência de corte do operacional f_β , onde f_β = βftop e f = Frequência de transição do Op. e β = taxa de realimentação do filtro.

$$\beta = \frac{\mathbf{R_S}}{\mathbf{R_S} + \mathbf{R}}$$



2.1 Exercícios de Diferenciador

Calcular no diferenciador, a tensão de saída quando uma aplicação na entrada V_i = sen1.000t. São dados R = 1.5K e R_S = 150Ω e C = 1μF.

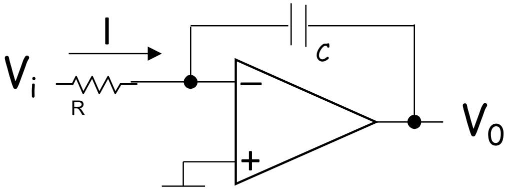
$$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{\frac{R}{R_S}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{f_C}{f}\right)^2}}$$

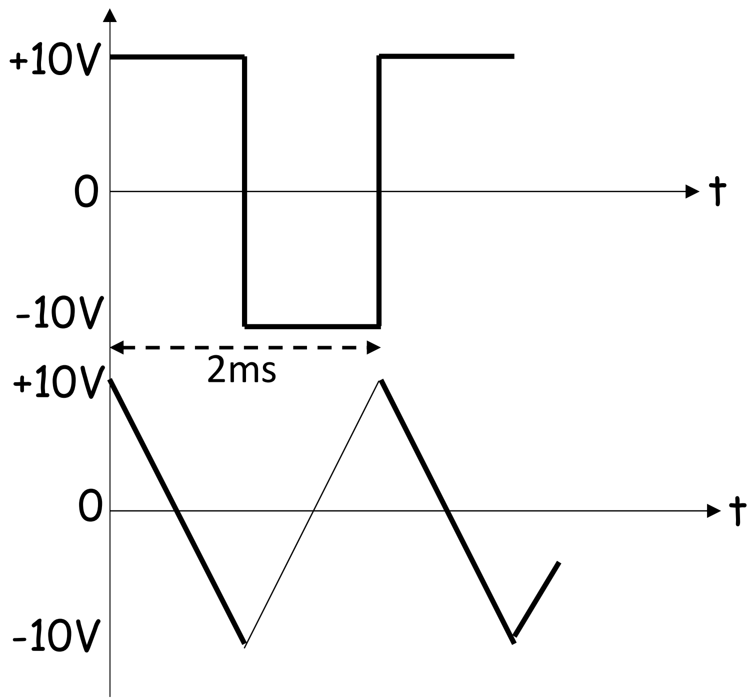
$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 1000/2\pi = 159{,}16\text{Hz}$ $\quad V_0 = -1{,}48\text{V}$

A fase é: ∅ = atan 1061,06/159,16 = 81.47- 180 = -98,53

2.2 Exercícios de Integrador e Diferenciador

1. Aplicando uma onda quadrada num integrador Miller, cuja amplitude pico-a-pico é de 20V e período de 2ms. Calcular o valor da constante de tempo RC, tal que a onda triangular de saída tenha uma tensão de 20V pico-a-pico.





Resolvendo,

I = 10/R em T/2 V_C = 20V.

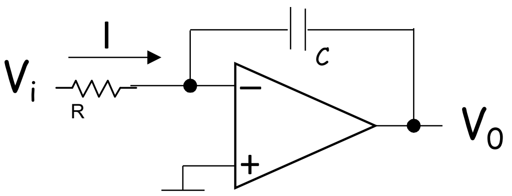
I x t = C x V

10/R x 1ms = C x 20

RC = 10/20 ms e RC = 0,5ms.

2.2 Exercícios de Integrador e Diferenciador

2. Um amplificador operacional ideal, projetar um integrador inversor com uma resistência de entrada de 10K e uma constante de tempo de 1ms. Qual o valor do módulo do ganho e o ângulo de fase desse circuito para 10 rad/s e em 1rad/s. Qual a frequência onde o ganho é unitário?



RC = 1ms => C = 1ms/10K = 0,1μF.

A função de transferência será: $\dfrac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\dfrac{-jX_C}{R} = -\dfrac{1}{j\omega RC} = -\dfrac{1}{j\omega 10^{-3}} = -\dfrac{10^3}{j\omega}$

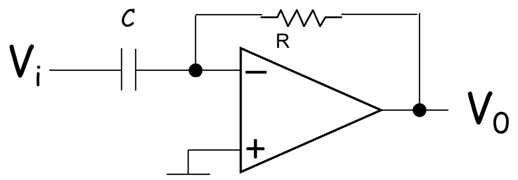
O módulo do ganho será:

$$\left|\frac{V_0(t)}{V_i(t)}\right| = \frac{10^3}{\omega}$$

p/ ω = 10rad/s => A = 100V/V e ∅ = 180 – 90 = 90°
p/ ω = 1rad/s => A = 10V/V e ∅ = 180 – 90 = 90°
p/ ω = 1000rad/s => A = 1V/V -> unitário

2.2 Exercícios de Integrador e Diferenciador

3. Projetar um diferenciador com uma constante de tempo de 10^{-2}s com um capacitor de entrada de 0,01μF. Qual o valor do módulo do ganho e o ângulo de fase desse circuito para 10 rad/s e em 1000 rad/s. Para limite do ganho em 100 foi inserido o resistor R_S Qual o valor do resistor R_S?



$RC = 10ms \Rightarrow R = 10^{-2}/10^{-8} = 1M\Omega$.

$$\frac{V_0(t)}{V_i(t)} = -\frac{R}{-jX_C} = \frac{1}{j1/\omega RC} = -j\omega RC \qquad \left|\frac{V_0(t)}{V_i(t)}\right| = \omega RC = 10^{-2}\omega$$

p/ ω = 10 rad/s, temos: $\left|\frac{V_0(t)}{V_i(t)}\right| = 0{,}1\,V/V$

Inserindo em série com o capacitor o resistor R_S

p/ ω = 1000 rad/s, temos: $\left|\frac{V_0(t)}{V_i(t)}\right| = 10\,V/V$

$A_V = -R/R_S$ e assim $R = 10^6/100 = 10K\Omega$.