



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

## 9. Otimizações e Tradeoffs – Custo x Benefício

### 9.1 Minimização do tamanho de uma lógica de dois níveis com termos irrelevantes no mapa Karnaugh.

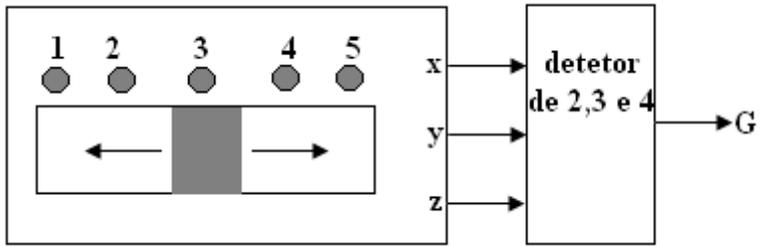
Minimizar o mapa K a seguir.

ab	00	01	11	10
c 0	0	0	x	1
1	0	1	x	1

$$F = ab + bc$$

Exemplo: Combinações de entrada irrelevante em exemplo de chave deslizante.

Considere uma chave deslizante, mostrada a seguir, as quais tem cinco posições, com três saídas codificadas em binário sendo x,y e z as quais indicam a posição em binário. As variáveis xyz podem assumir os valores em binário {001,010,011,100,101}. Os outros valores em binário de xyz, não são possíveis, são eles {000,110 e 111}. Deseja-se construir uma lógica combinacional com as entradas xyz, a qual fornecerá uma saída ALTO se a chave estiver nas posições 2,3 ou 4, correspondendo aos valores binários 010,011 e 100 de xyz.



Pede-se:

- A tabela da verdade do detetor de 2,3 e 4.
- A expressão booleana da saída G na forma canônica.
- Minimização da expressão booleana de G na forma disjuntiva.
- Minimização da expressão booleana de G na forma conjuntiva.
- A expressão de G em termos de portas NE.
- A expressão de G em termos de portas NOU.

a) A tabela da verdade

x	y	z	G
0	0	0	X
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	X
1	1	1	X

c) Minimização da expressão booleana de G, na forma disjuntiva.

xy	00	01	11	10
z 0	X	1	X	1
1	0	1	X	0

$$G = \bar{Z} + Y$$

d) Minimização da expressão booleana de G, na forma conjuntiva.

$$G = \bar{Z} + Y$$

e) A expressão de G em termos de portas NE.

$$G = \overline{\overline{YZ}}$$

f) A expressão de G em termos de portas NOU.

$$G = \overline{\overline{\overline{Z} + Y}}$$

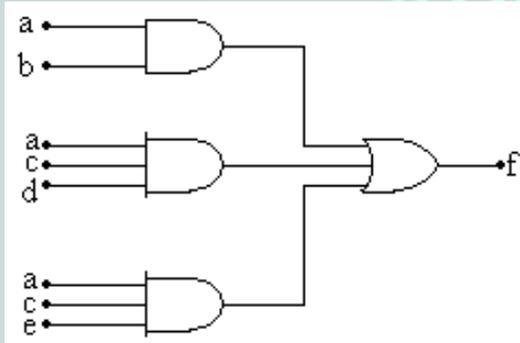
9.2 Otimização da lógica de múltiplos níveis – tradeoffs de desempenho e tamanho.

Vamos sacrificar a velocidade em razão da diminuição do tamanho da lógica necessária que poderá ser de 3, 4 ou mais níveis.

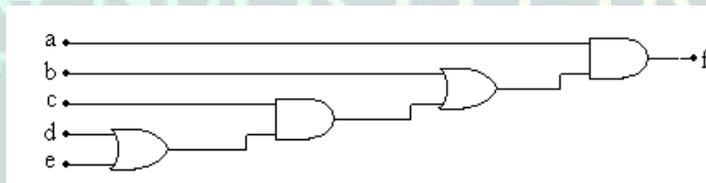
Exemplo:  $f = ab + acd + ace$

$f = ab + ac(d + e) = a[b + c(d + e)]$ .

1.



2.



Obs.: Dois transistores por entrada e um atraso por porta lógica.

Custo x benefício

1. 11 entradas x 2 = 22 trans.
2. 08 entradas x 2 = 16 trans.

Velocidade

1. Dois atrasos
2. Quatro atrasos



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas

Curso de Eletrônica/Aula 9

## EXERCÍCIOS DE MINIMIZAÇÃO – FORMAS DISJUNTIVA E CONJUNTIVA.

Exemplo: Dada a equação booleana a seguir, pede-se:

- Tabela da verdade.
- Simplificação por Karnaugh na forma disjuntiva.
- Simplificação por Karnaugh na forma conjuntiva.
- Implementação com portas NE.
- Implementação com portas NOU.

$$F = \overline{A}BD + \overline{B}\overline{D} + \overline{B}C + AC + ABD + B\overline{C}\overline{D}$$

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	1	0	1	1
01	0	1	1	1
11	1	1	0	1
10	1	0	0	1

$$b) F = \overline{B}\overline{D} + \overline{B}C + AC + ABD$$

$$c) F = (A + B + C + \overline{D})(A + \overline{B} + D)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

$$d) F = \overline{\overline{BD + BC + AC + ABD}}$$

$$F = \overline{(\overline{BD})(\overline{BC})(\overline{AC})(\overline{ABD})}$$

$$e) F = (A + B + C + \overline{D})(A + \overline{B} + D)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

$$F = \overline{\overline{(A + B + C + \overline{D}) + (A + \overline{B} + D) + (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})}}$$

a) Tabela da verdade

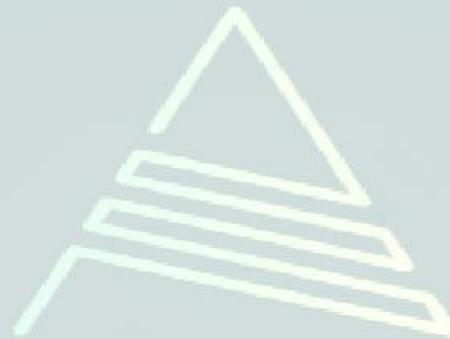
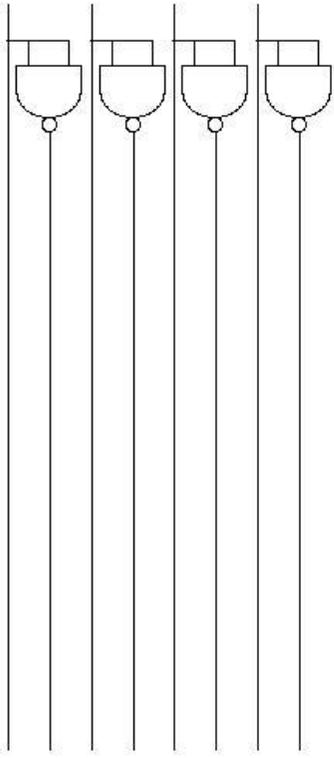
A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*

**Circuito:**

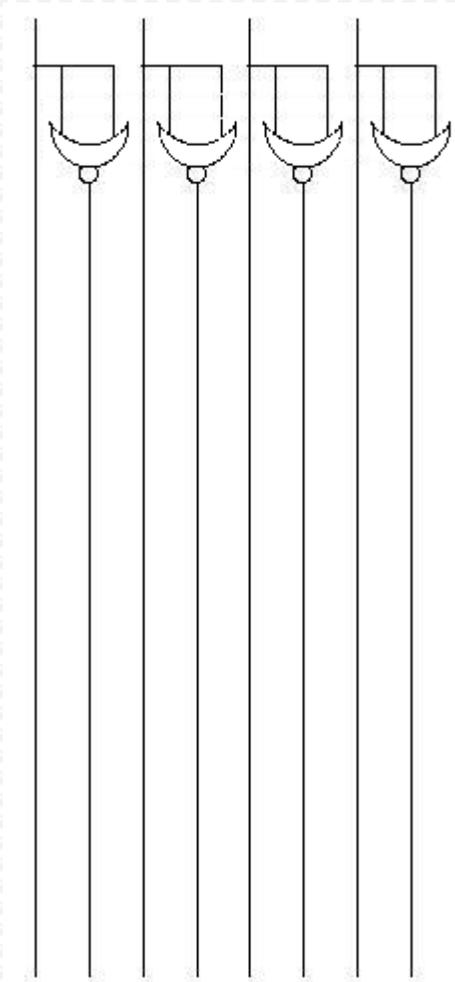


APRENDER ELETRÔNICA  
"MISSÃO POSSÍVEL"



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*





# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

Exemplo: Dada a equação booleana a seguir, pede-se:

- Tabela da verdade.
- Simplificação por Karnaugh na forma disjuntiva.
- Simplificação por Karnaugh na forma conjuntiva.
- Implementação com portas NE.
- Implementação com portas NOU.

$$F = (A + B' + C + D') (A' + B + C') (B + C' + D') (A + B + C' + D)$$

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	1	1	1	1
01	1	0	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

a)  $F = \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AC} + BC$

b)  $F = (B + \overline{C})(A + \overline{B} + C + \overline{D})$

d)  $F = \overline{(\overline{BC})} \overline{(\overline{CD})} \overline{(\overline{AC})} \overline{(\overline{BC})}$

e)  $F = \overline{(\overline{B + C})} + \overline{(\overline{A + B + C + D})}$

a) Tabela da verdade

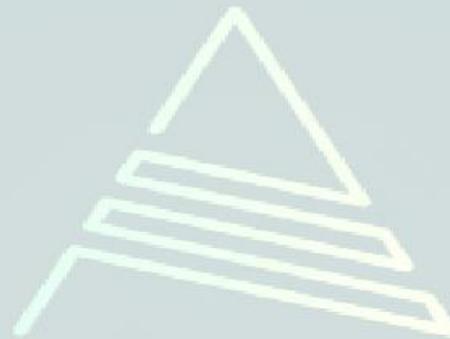
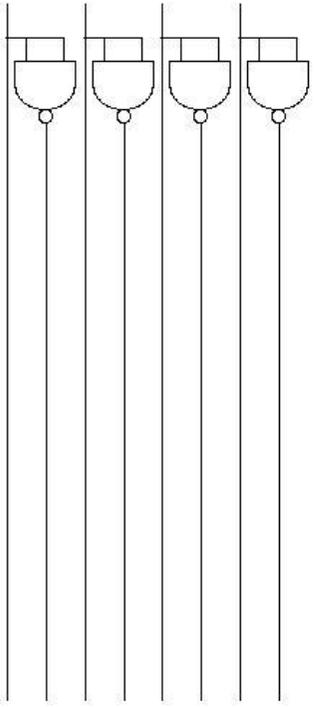
A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*

**Circuito:**

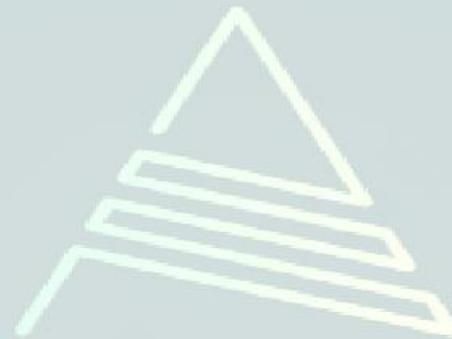
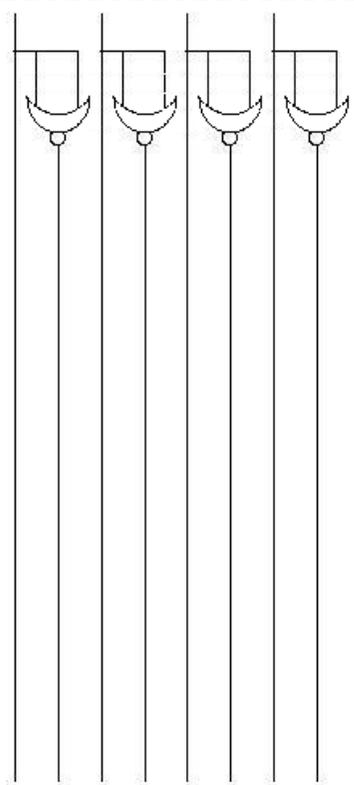


APRENDER ELETRÔNICA  
"MISSÃO POSSÍVEL"



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*



APRENDER ELETRÔNICA  
"MISSÃO POSSÍVEL"



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas

Curso de Eletrônica/Aula 9

Exemplo: Dada a equação booleana a seguir, pede-se:

- a) Tabela da verdade.
- b) Simplificação por Karnaugh na forma disjuntiva.
- c) Simplificação por Karnaugh na forma conjuntiva.
- d) Implementação com portas NE.
- e) Implementação com portas NOU.

$$F = (A' + D') \cdot (B' + C' + D) \cdot (A' + B' + C) + BCD' + AB'D' + AD$$

a) Tabela da verdade

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	1	1	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

- a)  $F = \overline{A} + \overline{B} + C + D$
- b)  $F = \overline{A} + \overline{B} + C + D$
- c)  $F = \overline{(ABCD)}$
- d)  $F = \overline{(\overline{A} + \overline{B} + C + D)}$

a) Tabela da verdade.

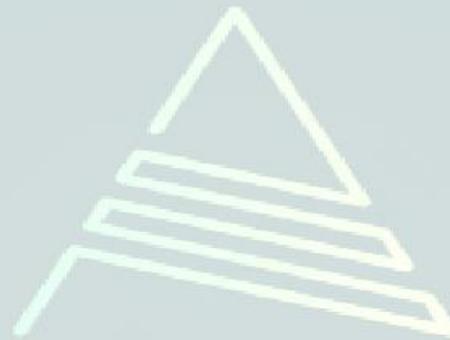
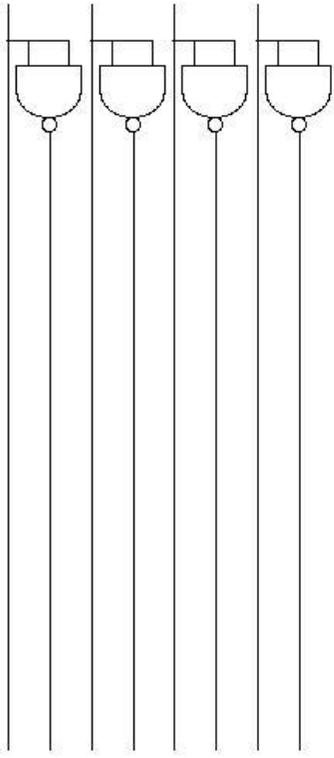
A	B	C	D	F <sub>D</sub>	F <sub>C</sub>	F
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*

**Circuito :**

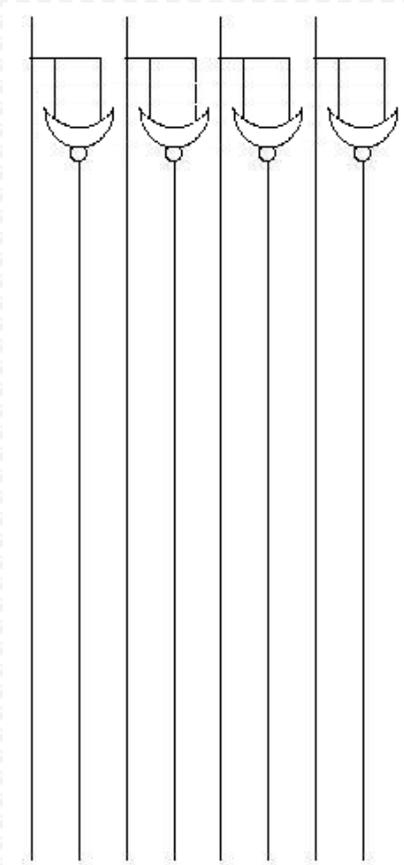


APRENDER ELETRÔNICA  
"MISSÃO POSSÍVEL"



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*





# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

Exemplo: Dada a equação booleana a seguir, pede-se:

- Tabela da verdade.
- Simplificação por Karnaugh na forma disjuntiva.
- Simplificação por Karnaugh na forma conjuntiva.
- Implementação com portas NE.
- Implementação com portas NOU.

$$F = (A \oplus B) \cdot (B' + D) \cdot (C' + D') + A'BCD + AC'D + AB'D'$$

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	0	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	0	0
10	0	0	0	1

a)  $F = \overline{A}BD + A\overline{C}D + A\overline{B}D$

b)  $F = (A+B)(A+D)(B+D)(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})$

c)  $F = \overline{\overline{A}BD} \cdot \overline{\overline{A}CD} \cdot \overline{\overline{A}BD}$

d)  $F = \overline{\overline{(A+B)}} + \overline{\overline{(A+D)}} + \overline{\overline{(B+D)}} + \overline{\overline{(A+C+D)}}$

a) Tabela da verdade

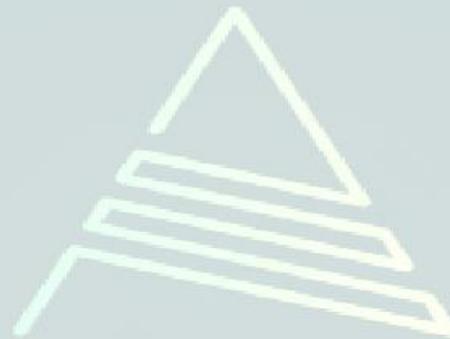
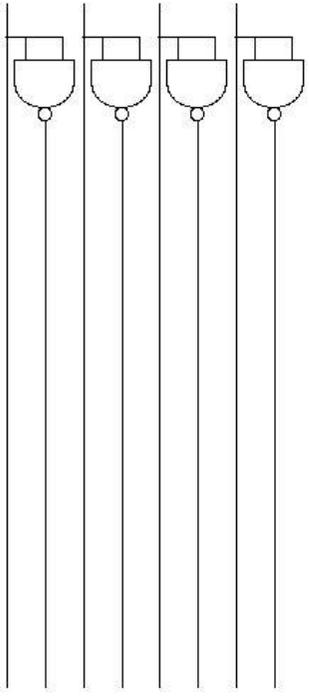
A	B	C	D	F <sub>D</sub>	F <sub>C</sub>	F
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*

**Circuito :**

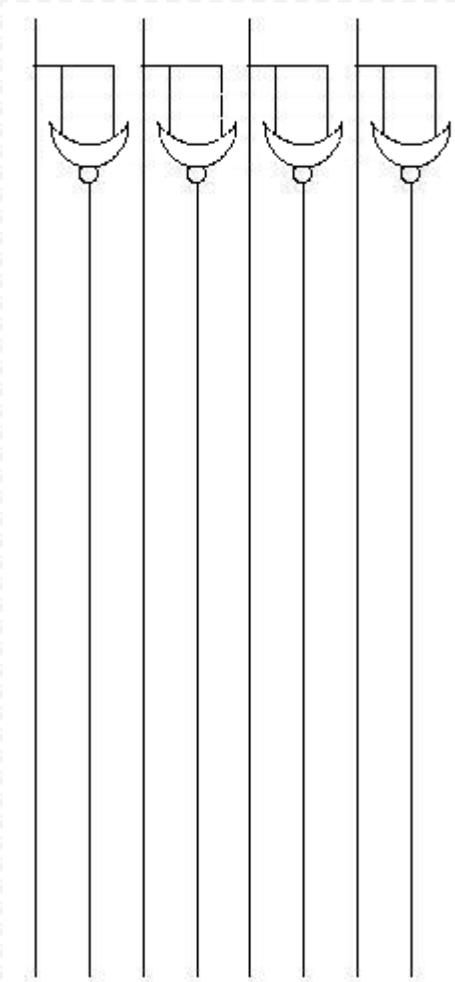


**APRENDER ELETRÔNICA**  
"MISSÃO POSSÍVEL"



# *ELETRÔNICA A DISTÂNCIA*

*Prof. Luís Caldas*  
*Curso de Eletrônica/Aula 9*





# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas

Curso de Eletrônica/Aula 9

## EXERCÍCIOS DE MINIMIZAÇÃO – FORMAS DISJUNTIVA E CONJUNTIVA – CONDIÇÕES DE IRRELEVÂNCIAS, PORTAS NE E NOU.

Dada a tabela da verdade a seguir, pede-se:

- a) Simplificação por Karnaugh na forma disjuntiva.
- b) Simplificação por Karnaugh na forma conjuntiva.
- c) Implementação com portas NE.
- d) Implementação com portas NOU.

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	X	1	1	1
01	X	1	1	0
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

a)  $F = \overline{A}BC + B\overline{C} + \overline{C}D$

b)  $F = (\overline{B}+C+D)(\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{C})$

c)  $F = \overline{\overline{A}BC} \overline{\overline{B}C} \overline{\overline{C}D}$

d)  $F = \overline{\overline{\overline{B}+C+D}} + \overline{\overline{\overline{B}+C}} + \overline{\overline{\overline{A}+C}}$

a) Tabela da verdade

A	B	C	D	F
0	0	0	0	X
0	0	0	1	X
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

2.  $F = (B + C + D') \cdot (A + B' + C') \cdot (B' + C + D')$

a) Tabela da verdade

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	1	1	1	1
01	0	1	0	0
11	1	0	1	0
10	1	0	1	1

- a)  $F = \overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C + A\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C + ABC$   
 b)  $F = (B+C+D)(A+B+C)(\overline{A}+C+D)(\overline{A}+B+D)$   
 c)  $F = (\overline{C}\overline{D})(\overline{A}\overline{B}C)(A\overline{D})(\overline{A}\overline{B}C)(ABC)$   
 d)  $F = (\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}) + (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}) + (\overline{A}+C+D) + (\overline{A}+B+D)$



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

3.  $F = (A + C' + D) \cdot (B' + C' + D') \cdot (A' + B + C') + BCD' + AB'D'$

a) Tabela da verdade

A	B	C	D	F <sub>D</sub>	F <sub>C</sub>	F
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	1	1	1	1
01	1	1	0	0
11	1	0	1	0
10	1	1	0	1

a)  $F = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BD} + ABCD + \overline{CD}$

b)  $F = (A+B+C+D)(\overline{A+B+C+D})(\overline{A+B+D})(\overline{A+C+D})$

c)  $F = (\overline{\overline{AB}})(\overline{\overline{AC}})(\overline{\overline{BD}})(\overline{\overline{ABCD}})(\overline{\overline{CD}})$

d)  $F = (\overline{\overline{A+B+C+D}}) + (\overline{\overline{A+B+C+D}}) + (\overline{\overline{A+B+D}}) + (\overline{\overline{A+C+D}})$



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas  
Curso de Eletrônica/Aula 9

4.  $F = (A \oplus B).(A' + B' + D) . (B' + D') + A'BCD + AC'D$

a) Tabela da verdade

A	B	C	D	F <sub>D</sub>	F <sub>C</sub>	F
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

Mapa de Karnaugh

AB	00	01	11	10
CD 00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	0	1
10	0	0	0	0

a)  $F = \overline{A}BCD + A\overline{C}D + A\overline{B}D$

b)  $F = (D)(A+C)$

d)  $F = \overline{\overline{A}BCD} \overline{\overline{A}C\overline{D}} \overline{\overline{A}B\overline{D}}$

e)  $F = \overline{(D)} + \overline{(A+C)}$



# ELETRÔNICA A DISTÂNCIA

Prof. Luís Caldas

Curso de Eletrônica/Aula 9

**Exemplo: Construir um circuito lógico capaz de gerar uma saída F ALTO sempre que os números X e Y de entrada forem iguais. Sendo X e Y 2 números de 2 bits cada. Pede-se:**

- A tabela da verdade
- A expressão F simplificada por Karnaugh na forma disjuntiva.
- Implementação de F em termos de blocos exclusivos.

$$X = X_1X_0 \text{ e } Y = Y_1Y_0$$

X	X <sub>1</sub>	X <sub>0</sub>	Y	Y <sub>1</sub>	Y <sub>0</sub>	F	X	X <sub>1</sub>	X <sub>0</sub>	Y	Y <sub>1</sub>	Y <sub>0</sub>	F
0	0	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	2	1	0	1	0	1	0
0	0	0	2	1	0	0	2	1	0	2	1	0	1
0	0	0	3	1	1	0	2	1	0	3	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	3	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	3	1	1	1	0	1	0
1	0	1	2	1	0	0	3	1	1	2	1	0	0
1	0	1	3	1	1	0	3	1	1	3	1	1	1

b) Mapa de Karnaugh

X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	00	01	11	10
Y <sub>1</sub> Y <sub>0</sub> 00	1			
01		1		
11			1	
10				1

$$F = \overline{X_1} \overline{X_0} \overline{Y_1} \overline{Y_0} + \overline{X_1} \overline{X_0} \overline{Y_1} Y_0 + \overline{X_1} X_0 \overline{Y_1} \overline{Y_0} + \overline{X_1} X_0 \overline{Y_1} Y_0$$

$$F = (X_1 \oplus Y_1)(X_0 \oplus Y_0)$$