

## Juhani Paananen: Päättele loogisesti tai loikoile päättäväisesti!

Olen toiminut lukuvuoden 2020-21 ”Vetovoimaa tekniikkaan”-hankkeessa matematiikan alan asiantuntijaroolissa päätehtävänäni tuottaa loogisia päättelytehtäviä tulevien tekniikan opiskelijoiden tarpeisiin. Nämä päättelytehtävät on perinteisesti nähty tärkeiksi osaamispotentialin mittariksi jo opiskelijavalintatilanteessa, sillä tekniikan alan valintakoetehtävissä on ollut vuosikymmenien ajan tapana esiintyä muutama looginen päättelytehtävä matematiikan, fysiikan ja kemian tehtävien ohella.

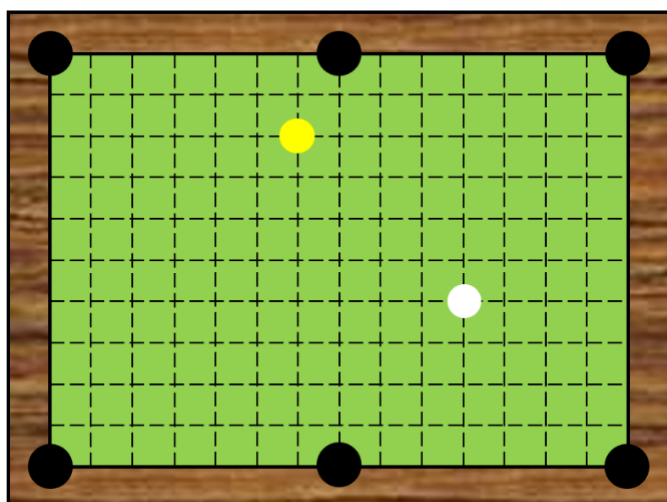
Tähän artikkeliini olen koonnut joitakin tehtävätyyppejä, joita tämän hankkeen yhteydessä olen laatinut. Tehtävät eivät ole hirvittävän hankalia. Niiden päällimmäinen tarkoitus on rohkaista kokeilemaan ja testaamaan omia päättelytaitojaan. Kaikista tehtävätyypeistä on mahdollista rakentaa myös monimutkaisempia pähkinöitä pohdittavaksi. Mahdollisesti palaan aiheeseen myöhemmissä julkaisuissa.

Jätän tehtävien oikeat vastaukset ilmoittamatta lähinnä siksi, että tiedän monien haluavan itse yrittää ratkaista tehtävät. Otan kuitenkin mielelläni vastaan tehtävien ratkaisuja ja kommentteja ja toiveitakin ja vinkkejä mahdollisista lisätehtävistä. Voit lähettää niitä minulle sähköpostiosoitteeseen [juhani.paananen@seamk.fi](mailto:juhani.paananen@seamk.fi). Ongelman 11 oikein ratkaisseiden kesken arvotaan lisäksi pieni palkinto. Kannattaa osallistua!

**Ongelma 1** on biljardin pelaamiseen liittyvä tehtävä. Tehtävä ei ole lainkaan vaikea eikä todellakaan vaadi mitään varsinaisia fysiikan tai matematiikan opintoja taustakseen. Täytyy vain hahmottaa, ehkä arkikokemuksen kautta, kuinka pallo käyttäytyy esteeseen törmätessään. Biljardin tai koronan<sup>1</sup> pelaajille tämä asia on varsin tuttua.

Moni lähtee tällaista tehtävää ratkomaan väärästä suunnasta. Kuinka sinä sen ratkaiset?

Tehtävä kuuluu näin: *Harjoittelet aikasi kuluksi biljardilyöntejä. Sinun pitäisi saada keltainen pallo ylhäällä keskellä olevaan mustaan pussiin. Mihin pöydän vallin (eli seinän) pisteeseen Sinun on valkoinen pallo tähdättävä, jotta tämä valleista useaan kertaan kimmottuaan osuisi lopulta keltaiseen palloon ja pukkaisi tämän pussiin?*



<sup>1</sup> kerrankin vuonna 2021 näkee sanan ”korona” jossakin muussa kuin pandemiayhteydessä. Jos haluaa myös kuulla, kannattaa teksti lukea ääneen tai kuunnella se luettuna.

**Ongelma 2** liittyy kuukausiin. Kuukauden nimen perässä esiintyvä luku on tietyllä logiikalla muodostettu. Näitä vastaavia tehtäviä nykyisin esiintyy some-maailman pyörteissä kaiken aikaa keräten satoja tai tuhansia ”tykkäyksiä”, kun ihmiset niitä ratkovat ja saavat onnistumisen ja oivaltamisen kokemuksia<sup>2</sup>. Tätä probleemaa ei kannata tämän enempää avata. Sen ratkaisun saattaa oivaltaa hyvinkin nopeasti.

Tehtävä kuuluu näin:

*Jos* TAMMIKUU = 818  
 HELMIKUU = 8216  
 MAALISKUU = 9327  
 ELOKUU = 6848  
*niin* KESÄKUU = ?

**Ongelma 3** on työaikaongelma. Tällaiset tehtävät ovat suorastaan petollisen yksinkertaisia<sup>3</sup>. Tässä tarvitaan laskemista, mutta ei mitään kovin monimutkaista. Saatkko tehtävän ratkaistua<sup>4</sup>?

*Työnjohtaja K.O. Mentelija pohdiskelee seuraavaa pulmaa. Jos Arne ja Bertta tekevät erään työvaiheen yksinään, kuluu Arnelta siihen 15 minuuttia ja Bertalta 10 minuuttia. Kuinka kauan aikaa menisi, jos he työskentelisivät yhdessä? Osaatko auttaa K.O. Mentelijaa hänen kiperässä probleemassaan? Voit olettaa, että taukoja ei pidetä ja yhdessä työskenneltäessä kumpikin on edelleen yhtä tehokas kuin yksinään.*

**Ongelma 4** on ns. kenken-ruudukko. Tässä tehtävässä

5x5-kokoinen ruudukko pitää täyttää numeroilla 1 – 5 siten, että ne esiintyvät jokaisella vaaka- ja pystyriivillä ainoastaan yhden kerran. Lisäksi yhtenäisellä reunaviivalla rajatuilla osa-alueilla olevien lukujen summa täytyy olla alueen kulmaan pienellä merkitty luku.

Tehtävä vaatii pientä yhteen- ja vähennyslaskua, mutta se on hyvin helposti ratkottavissa.

3	6		9	
7			16	
6	11	4		
		7		
		5		1

<sup>2</sup> tai saavat epäonnistumisen ja pettymyksen kokemuksia ja usein ”tykkäyksellä” pyritäänkin peittämään se tosiasia, ettei tehtävää todellisuudessa itse kyetty ratkaisemaan. Eihän tämä häpeä ole, mutta ei sitä kaikkien tarvitse silti tietää.

<sup>3</sup> jopa niin yksinkertaisia, että suurella todennäköisyydellä sellaisen tehtävän ratkaisee aluksi väärin.

<sup>4</sup> Kyllä saat. Kun saat tehtävän ratkaistua, kerro ratkaisumenetelmäsi myös minulle. Olen kiinnostunut tietämään, kuinka tällaisia tehtäviä yleensä ratkotaan. Olen matemaatikko, joten minulta itseltäni puuttuu terve järki kokonaan.

**Ongelma 5** on ns. kakuro-ruudukko. Siinä tarvitaan yhteen- ja vähennyslaskutaitoja.

Kakuro-tehtävässä on täytettävä tyhjät ruudut käyttäen lukuja 1 - 9 siten, että kullakin vaaka- ja pystyrivillä sama luku voi esiintyä vain kerran. Vaaka- ja pystyriveillä olevien lukujen summa tulee myös olla ruudukossa mainitun suuruinen. Esimerkiksi ylimmän vaakarivin lukujen summa tulee olla 13. Millainen on ratkaisusi?

	18	17	9
13			
8			
23			

**Ongelma 6** on numerokäärme. Tämä on oikeastaan vain hauska numeroiden sijoittelutehtävä. Jonkin verran vaatii etukäteispohdintaa ja miettimistä, mutta ratkaisu syntyy hiljalleen ikään kuin itsestään. Tällaisia kumminkin tekee mieluummin kuin kotitöitä, vaikka niitäkin toki kovin mielellään tekee.

Kuvan ruudukkoon on sijoitettava luvut 1, 2, 3, ..., 120 ja 121 siten, että ne seuraavat toisiaan järjestyksessä peräkkäin vaakasuorassa tai pystysuorassa suunnassa, mutta eivät vinossa suunnassa.

109				113		115				119
			103		85		81			
	99		93				77		71	
97										67
	43								65	
41										11
	39		49				57		15	
			29		23		1			
33				27		21				7

**Ongelma 7** on tunnusluvun selvittämistä. Kyseessä on oikeastaan klassisen Mastermind-lautapelin sovellus<sup>5</sup>.

Tehtävänäsi on selvittää nelinumeroinen tunnusluku. Tässä tunnusluvussa jokainen numero on väliltä 0...9 siten, että sama numero ei esiinny kuin korkeintaan kerran. Tunnusluvun selvittäminen tapahtuu arvaamalla tunnuslukua kerta toisensa jälkeen niin kauan, kunnes annettujen vihjeiden avulla tunnusluku selviää. Mikä etsitty tunnusluku on? Esimerkiksi ensimmäisellä rivillä tehdyssä arvauksessa 1560 oli kaksi oikeaa numeroa, mutta ne olivat väärissä paikoissa. Lisäksi siinä oli kaksi väärää numeroa.

ARVAUS				Oikeita numeroita oikeissa paikoissa	Oikeita numeroita väärissä paikoissa	Väriä numeroita
1	5	6	0	0	2	2
3	1	6	0	1	0	3
0	9	7	6	0	1	3
0	9	1	6	0	1	3
9	6	0	8	0	0	4
2	5	0	6	0	1	3
2	5	3	1	0	2	2
4	5	7	9	0	3	1
9	0	5	7	1	1	2
0	5	6	4	0	2	2
7	2	9	6	0	1	3
7	3	0	6	0	1	3
9	0	3	4	0	1	3
2	8	4	6	1	0	3
3	2	4	9	1	0	3
0	9	4	8	1	0	3
0	3	1	8	0	1	3
1	7	8	2	0	2	2
6	7	3	5	0	2	2

**Ongelma 8** on sanallinen päättelytehtävä. Se on monella tavalla harmillinen tehtävä ja herättää kysymyksen: Miksi näin? Kuinka voikaan joku ajatella asioista noin vaikeasti?

Seinäjoen ammattikorkeakoulun opiskelijakahvila Tsumpissa kokoontuu höyryävän kahvin ja suissansa sulavien leivonnaisten ääressä joukko opiskelijoita. Heistä tiedetään seuraavaa:

- 7 heistä ei opiskele insinööriksi
- 8 heistä ei opiskele rakennusmestariksi
- 9 heistä ei opiskele tradenomiksi

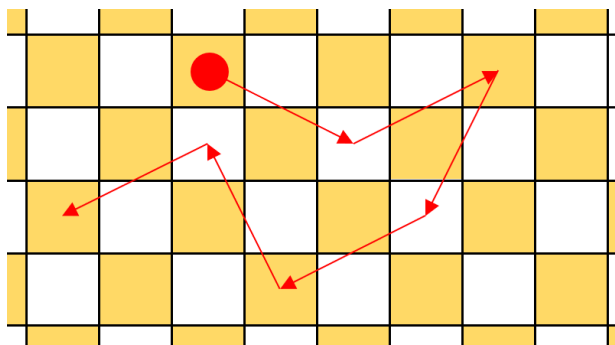
Kuinka moni kahvilla istuvista opiskelee insinööriksi, kuinka moni rakennusmestariksi ja kuinka moni tradenomiksi?

<sup>5</sup> Itketimme isosiskoni kanssa toisiamme tällä lautapelillä muinaisella 1970-luvulla. ”Riita pitkstä itkusta”-sananparsi osoitti pätevyytensä lukuisia kertoja. En ole – suoraan sanoen – uskaltanut edes kokeilla tämän pelin pelaamista enää vuosikymmeniin. Trauma saattaa olla jo poistunut, mutta en halua ottaa riskiä asian varmistamiseksi.

**Ongelma 9** on oikeastaan lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu puettuna jonkin verran myyvämpään formaattiin. Näitä tämänkaltaisia tehtäviä pomppii vastaan sosiaalisen median syövereissä, halusi sitä tai ei. Yllättävän monet haluavat.

$$\begin{aligned}
 \text{Pig} + \text{Monkey} + \text{Chicken} &= 8 \\
 \text{Pig} + \text{Pig} + \text{Chicken} &= 6 \\
 \text{Monkey} + \text{Chicken} + \text{Chicken} &= 11 \\
 \text{Pig} + \text{Monkey} + \text{Monkey} &= ?
 \end{aligned}$$

**Ongelma 10** liittyy shakkipelin ratsun liikkeisiin. Kuten ehkä tiedätkin, shakkipelissä ratsu liikkuu "L-kirjaimen tyyliin" eli ratsu siirtyy kaksi ruutua vaaka- tai pystysuunnassa ja sen jälkeen yhden ruudun sivulle. Alla on esitetty esimerkkejä ratsun mahdollisista liikkeistä, kun se lähtee punaisesta ympyrästä liikkeelle.



Alla näet kuvan 5x5-kokoisesta shakkiruudukosta, joka on täytetty kirjaimilla. Nämä kirjaimet muodostavat yksinkertaisen 25 kirjainta pitkän viestin (ilman sanavälejä), joka pitää sisällään monelle pohjalaiselle tärkeän asian. Tämän viestin voit lukea, kun aloitat sopivasta ruudusta ja etenet shakkihevosen tavoin siten, että käyt jokaisessa ruudussa täsmälleen yhden kerran. Mikä tämä viesti on?

S	A	L	A	S
L	O	I	S	E
K	O	L	E	I
H	I	P	R	A
N	A	J	S	P

**Ongelma 11** on hieman monimutkaisempi päättelytehtävä. Saat vihjeitä, joiden perusteella Sinun pitäisi ratkaista pulma. Voit käyttää apunasi tehtävän alapuolella olevaa ruudukkoa.

Neljä opiskelijaa, Anne, Marita, Paula ja Riikka ovat aloittamassa opiskelunsa Seinäjoen ammattikorkeakoulussa. He ovat löytäneet asunnon Seinäjoelta ja päättävät kukin käydä vielä loppukesän aikana testaamassa uuden kotipaikkakuntansa harrastusmahdollisuuksia. Sinun tehtäväsi on nyt päätellä kunkin opiskelijan harrastus, kotipaikkakunta ja se kalenteriviikko, jolloin he kävivät uutta harrastustaan kokeilemassa ensimmäisen kerran. Saat käyttöösi seuraavat seitsemän vihjetä:

1. Rovaniemeltä kotoisin oleva opiskelija kävi testaamassa omaa lajiaan viikkoa aiemmin kuin se opiskelija, joka harrasti padelia.
2. Riikka kävi testaamassa omaa lajiaan viikkoa myöhemmin kuin opiskelija, joka harrasti showtanssia.
3. Opiskelija, joka pitää showtanssista, joko kävi kokeilemassa sitä viikolla 31 tai on kotoisin Helsingistä.
4. Marita on kotoisin Turusta.
5. Helsingistä kotoisin oleva opiskelija joko on Riikka tai kävi kokeilemassa ratsastusta.
6. Anne ja Turusta kotoisin oleva keskustelivat keskenään ja selvisi, että toinen heistä kävi kokeilemassa showtanssia ja toinen testasi omaa lajiaan viikolla 34.
7. Marita kokeili omaa lajiaan viikkoa myöhemmin kuin Rovaniemeltä kotoisin ollut opiskelija testasi omaansa.

		HARRASTUS				KOTIPAIKKA				VIIKKO			
		jokimelonta	padel	ratsastus	showtanssi	Helsinki	Pelkosenniemi	Rovaniemi	Turku	31	32	33	34
NIMI	Anne												
	Marita												
	Paula												
	Riikka												
VIIKKO	31												
	32												
	33												
	34												
KOTIPAIKKA	Helsinki												
	Pelkosenniemi												
	Rovaniemi												
	Turku												

Koska ongelma 11 on sen verran haastava, niin tarjolla on pieni palkinto. Mikäli lähetät oikean vastauksen viimeistään 30.9.2021 mennessä sähköpostiosoitteeseen [juhani.paananen@seamk.fi](mailto:juhani.paananen@seamk.fi), niin pääset osallistumaan arvontaan, jossa palkintona on pullakahvit Seinäjoen Framilla sijaitsevassa opiskelijakahvila Tsumpissa<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> palkinto on hyvä, sillä suosittelen kyseistä kahvilaa lämpimästi, vaikka et voittaisikaan arvonnassa. Todennäköisesti tapaat minut siellä joka tapauksessa.

## **Pohdintaa**

Loogiset päättelytehtävät ovat mukavaa ajanvietettä. Niiden ratkaiseminen vaatii kuitenkin jonkin verran sitkeyttä, keskittymistä ja tehtävään paneutumista. Virheitä tekee aika usein ja vähintään yhtä usein toteaa ajautuneensa ratkaisussaan täydelliseen umpikujaan. Silloin ei auta muu kuin aloittaa ratkaiseminen kokonaan alusta ja ehkä kokeilla toisenlaista lähestymistapaa. Nämä loogisten päättelytehtävien ”ominaisuudet” ovatkin varmasti eräs merkittävä syy siihen, miksi tällaiset tehtävätyypit ovat perinteisesti kuuluneet valintakokeiden tehtävärepertuaariin. Sitkeys ja yritteliäisyys palkitaan yleensä, ennemmin tai myöhemmin, onnistumisella. Per aspera ad astra – vaikeuksien kautta tähtiin. Se on tie, joka meidän monen on elämässämme usein kuljettava, oli se oma valintamme tai sitten ei.