

Palkin tukireaktioiden selvittäminen piirtämällä

Eräs tekniikan alan korkeakouluopintojen murheenkryyni on statiikka. On ikävää, että joku joskus meni keksimään koko oppiaineen. Jos nimittäin statiikkaa ei olisi olemassa, pääsisi moni insinööri ja rakennusmestari kiinni tutkintopapereihinsa huomattavasti nykyistä pienemmillä ponnisteluilla.

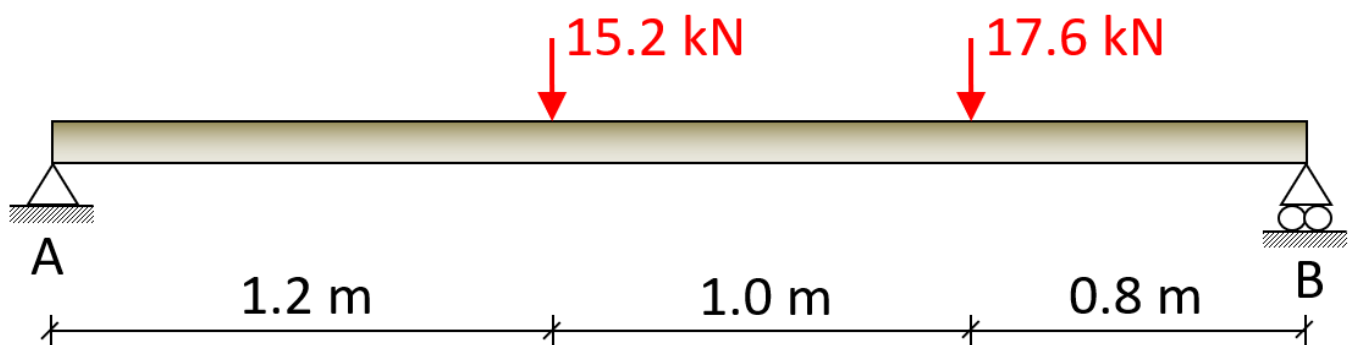
Statiikka koetaan yleensä varsin vaikeaksi oppiaineeksi. Itsellenikin on omalta opiskeluajaltani muistona hylätty suoritus kyseiseltä kurssilta. Se ei suinkaan ollut yllätys eikä se myöskään ollut huutava vääryys. Se oli odotettu ja ansaittu palkinto kevään 1990 ”ponnisteluista” tälle laiskuudessaan rykeneelle nuorelle miehen roikaleelle. Jos saksan kielellä dubattu Kauniit ja rohkeat yhdistettynä Teekkarikylän kämpän sohvalla makoiluun kiinnosti häntä enemmän kuin statiikan luennoilla istuskelu, niin ei kai kukaan voi muuta odottaakaan kuin kauniisti piirrettyä nollaa nimen perässä Teknillisen korkeakoulun tenttitulosten ilmoitustaululla Espoon Otaniemessä noina utuisen kaukaisina vuosikymmeninä?

Ne, jotka eivät osaa mitään, ajautuvat yleensä tässä kovassa maailmassa muiden opettajiksi. Siksi minäkin olen onnistunut työllistymään. Olen opettanut statiikkaa työurani aikana pääasiassa rakennustekniikan opiskelijoille. Sekä rakennusinsinööri- että rakennusmestariopiskelijat ovat kokeneet kanssani lukuisia pettymyksen mutta myös epäonnistumisen hetkiä.

Ensimmäisiä opiskeltavia asioita statiikan kursseilla on palkin tukireaktioiden laskenta. Jos (ja kun) niissä on vaikeuksia, ei tarvitse pelätä jäävänsä vaille lisämurheita siinä vaiheessa, kun kurssilla edetään pidemmälle. Puhumattakaan lujuusopin ynnä lukuisten ns. mitoitusaineiden kursseista, jotka kaikki pohjautuvat statiikan perusteisiin. Tämä aihe on siis varsin kriittinen koko opiskelijan opintopolun kannalta.

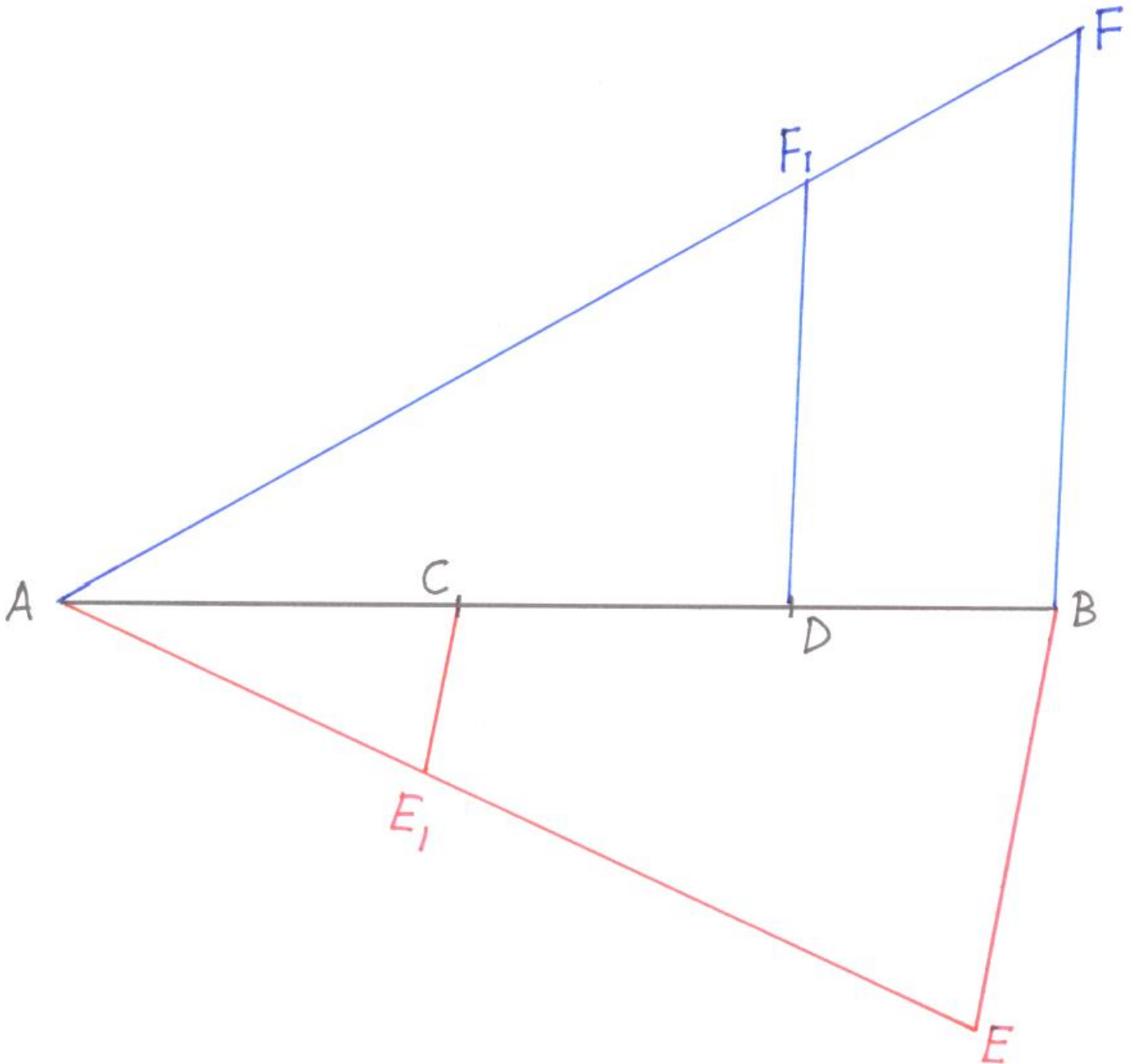
Olisiko mahdollista kehittää menetelmä, jossa koko ikävä tukireaktioiden laskenta voitaisiin ohittaa kokonaan? Johan nyt tokihan! Menetelmää en varmasti ole itse keksinyt, sillä tällä tavoin varmasti ovat lukuisat insinööri-, teknikko- ja mestarisukupolvet toimineet jo ennen aikojen alkua. Se, etten löytänyt esimerkkiä aiheesta mistään lähteistä, johtuu siitä, ettei vastaan tullut sellaisia lähteitä. Siitä en suinkaan vedä johtopäätöksiä, etteikö moisia lähteitä voisi ollakin. Ja varmasti onkin.

Otetaan esimerkki kaksitukisesta, päistään tuetusta palkista. Palkkia ja samalla myös opiskelijaa rasittaa kaksi pistevoimaa kuvan 1 mukaisesti. Käyn läpi esimerkkilaskun perinteisellä, käsin piirtämiseen perustuvalla tavalla. Nykyopiskelija voi halutessaan tehdä vastaavan kätevästi vaikkapa CAD-ohjelmistolla. Itse suoritin AutoCAD-kurssin 1990-luvulla hyödyntämällä opiskelukaverini ahkeruutta suhteessa omaani. Hänen harjoitustyönsä olikin varsin identtinen omai kanssa, mutta siitä en suinkaan syytä yksinomaan häntä. Toistaiseksi en ole joutunut CAD:iä koskaan kenellekään opettamaan, mikä on win/win-tilanne sekä opiskelijan että erityisesti SeAMKin kannalta.



Kuva 1. Kaksitukinen palkki, jolla kuormituksena kaksi pistevoimaa.

Piirretään aluksi suhdeviivaimen avulla mahdollisimman tarkka kuva palkista, johon asetetaan voimien sijaintikohdat mahdollisimman tarkasti oikeaan paikkaan. Esimerkin palkkihan on pituudeltaan tasan 3 metriä. Tämä tietysti saattaa herättää epäilyksiä siitä, että opettaja jälleen esittää itse helpoilla luvuilla yksinkertaisen esimerkin, jolla osoittaa oman osaamisensa. Tämän jälkeen opiskelijoille annetaan huomattavasti vaikeampi tehtävä, jolla voivat osoittaa oman osaamattomuutensa. Tällainen epäily on täysin perusteltu ja itse epäily asia pitää luonnollisesti paikkansa. Tämmöisiä olivat omat opettajani ja yhtään en koe olevani parempi ihminen tässä suhteessa. Enkä muissakaan suhteissa.



Kuva 2. Viivoittimen ja astelevyn avulla piirrettyjä janoja laskennan avuksi.

Olen kuvaan 2 piirtänyt mustalla tussilla janan AB ja siihen pisteet C ja D siten, että väli AC on suhdeviivaimella mittakaavaa 1:200 käytettäessä 1.2 yksikköä, väli CD 1.0 yksikköä ja väli DB 0.8 yksikköä pitkä. Pisteet C ja D kuvaavat siis voimien sijaintipisteitä palkilla.

Seuraavaksi piirsin punaisella tussilla janan AE , jonka pituus on 15.2 cm. Yhdistin lisäksi pisteen E palkin oikeaan päähän B . Itse janan AE suunnalla ei ole mitään merkitystä, kunhan sen pituus vastaa voiman 15.2 kN suuruutta senttimetreinä.

Sitten piirsin astelevyn yhdensuuntaisviivojen avulla janan CE_1 , joka on yhdensuuntainen janan BE kanssa. Tämän jälkeen mittasin kuvasta matkat AE_1 ja E_1E ja tuloksiksi sain 6.05 cm ja 9.15 cm , tässä järjestyksessä. Pyrin siis arvioimaan mitat puolen millimetrin tarkkuudella.

Seuraavaksi piirsin sinisellä tussilla janan AF , jonka pituus on 17.6 cm ja yhdistin pisteen F palkin oikeaan päähän B . Tämä jana AF siis vastaa 17.6 kN suuruista voimaa.

Tämän jälkeen piirsin astelevyn avulla janan DF_1 , joka on yhdensuuntainen janan BF kanssa. Pituusmittaustuloksiksi AF_1 ja F_1F sain 12.9 cm ja 4.7 cm , tässä järjestyksessä.

Niinpä laskemalla yhteen pituusmittaukset AE_1 ja AF_1 , saadaan $6.05\text{ cm} + 12.9\text{ cm} = 18.95\text{ cm}$. Vastaavasti laskemalla yhteen pituusmittaukset E_1E ja F_1F saadaan $9.15\text{ cm} + 4.7\text{ cm} = 13.85\text{ cm}$.

Nämä voidaan suoraan muuntaa kN-yksiköiksi eli piirtämällä arvioitujen tukireaktioiden suuruuksiksi saadaan $A \approx 13.85\text{ kN}$ ja $B \approx 18.95\text{ kN}$.

Mikä saataisiin tulokseksi, jos laskettaisiin tarkasti? Voidaan osoittaa, että tukireaktioiden arvot saataisiin laskukaavalla

$$A = \frac{1.8\text{ m} \cdot 15.2\text{ kN}}{3.0\text{ m}} + \frac{0.8\text{ m} \cdot 17.6\text{ kN}}{3.0\text{ m}} = 13.8133 \dots\text{ kN}$$

$$B = \frac{1.2\text{ m} \cdot 15.2\text{ kN}}{3.0\text{ m}} + \frac{2.2\text{ m} \cdot 17.6\text{ kN}}{3.0\text{ m}} = 18.9866 \dots\text{ kN}$$

Tulosten suhteellinen virhe on tukivoimassa A noin 0.3 % ja tukivoimassa B noin 0.2 %. Käytännön suunnittelutyössä tällaisilla virheillä ei ole merkitystä. Lujuuslaskelmien varmuuskertoimet kompensoivat näin pienten laskuvirheiden vaikutuksen totaalisesti.

Nykypäivänä ei tietenkään enää laskelmia käytännön suunnittelutyössä tehdä käsin laskemalla eikä myöskään käsin piirtämällä, mutta asioiden opiskeluvaiheessa saattaa olla hyödyllistä tehdä jonkin verran tällaisia piirtoharjoituksia. Erikoista tässä piirtomenetelmässä on se, että käytännössä riittävän tarkkaan lopputulokseen päädytään oikeastaan ilman mitään sen monimutkaisempia laskelmia kuin mitä päässä laskien pienellä vaivalla on mahdollista suorittaa. Ainoa laskutoimitus oli lopussa tapahtuva yhteenlasku. Varsinainen "laskenta" korvataan mahdollisimman tarkalla piirtämisellä.

Opiskelijoita kannattaa tässä yhteydessä kannustaa tekemään näitä piirtämiseen perustuvia laskelmia CAD-ohjelmiston avulla. Se on varmasti mielekäs tapa yhdistää piirto-ohjelmiston ja statiikan opiskelua samanaikaisesti. Ehkä joku ystävällinen opiskelija voisi samalla opettaa minullekin CAD-piirtämisen alkeita. Se osaaminen jäi itseltäni valitettavan saavuttamattomalle tasolle omien hurjien opiskeluvuosieni aikana. Tuosta ajasta on jo aikaa eikä vielä ole ollut aikaa tähän asiaan palata. Tunnistan itsessäni vastenmielistä velttoutta, jonka ehkä pyrin kitkemään pois vuoden 2022 aikana. Tai jopa myöhemmin.

Juhani Paananen

Matematiikan lehtori

Seinäjoen ammattikorkeakoulu