

TERÄSRAKENTEIDEN VÄÄNTÖMITOITUKSESTA

JOHDANTO

Yleisessä, kolmiulotteisessa, sauvarakenteen kuormitustapauksessa (x,y,z)-koordinaatiston kunkin akselin suhteen vaikuttaa oma momenttisuurensa. x-akseli on tässä esityksessä sauvan pituussuuntainen akseli. Kaksi muuta akselia: y ja z ovat poikkileikkaustasoon liittyvät akselit. x-akselin suhteen vaikuttavaa momenttia nimitetään vääntömomentiksi. y- ja z-akseleitten suhteen vaikuttavia momenteja nimitetään taivutusmomenteiksi. Tässä artikkelissa käsitellään vääntömomentin aiheuttamien jännitysten määrittämistä teräsrakenteiden yhteydessä. Teräsrakenteiden eurokoodi sallii vääntömitoitusta helpottavia yksinkertaistuksia, joita tässä artikkelissa myös tarkastellaan. (Suomen Standardisoimisliitto, 2005)

VÄÄNTÖTEHTÄVIEN LUOKITTELU

Vääntötehtävät luokitellaan kolmeen eri tyyppiin riippuen parametrin

$$kL = \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}} L \quad (1)$$

arvosta, missä L on sauvan pituus, EI_w on sauvan käyritysmisjäykkyys ja GI_t on sauvan vääntöjäykkyys. Vääntötehtävien eri tyypit ovat lähteen (Ongelin & Valkonen, 2010) mukaan

- vapaa vääntö ($kL > 15$)
- estetty vääntö ($kL \leq 0,7$)
- yhdistetty vääntö ($0,7 < kL \leq 15$)

Vapaassa väännössä vääntömomentti aiheuttaa poikkileikkaukseen ainoastaan leikkausjännityksiä. Estetyssä väännössä poikkipinnan käyristyminen on estetty, jolloin vääntömomentti aiheuttaa leikkausjännitysten lisäksi myös sauvan x-akselin suuntaisia normaalijännityksiä. Yhdistetyn väännön tapauksessa poikkileikkaukseen tulee vääntömomentista sekä leikkaus- että normaalijännityksiä.

EUROKOODIN SALLIMAT YKSINKERTAISTUKSET

Teräsrakenteiden eurokoodi sallii yksinkertaistaa mitoitusta niin, että avointen poikkileikkausten (esim. valssatut ja hitsatut I-profiilit) tapauksessa voidaan vapaan väännön osuus jättää huomioonottamatta. Vastaavasti suljetuilla poikkileikkauksilla (esim. rakenneputket ja hitsatut kotelopoikkileikkaukset) voidaan estetyyn väännön osuus jättää huomioonottamatta. Tällöin laskennallisesti vaativampaa yhdistetyn väännön tehtävyyttä ei tarvita lainkaan.

Vapaan väännön tehtävä

Vapaan väännön tapauksessa väännön differentiaaliyhtälö on

$$-GI_t\varphi'' = m \quad (2)$$

missä φ on vääntökulma (kulma x-akselin suhteen) ja m on jakaantunut vääntömomenttikuorma, jonka avulla, kärkisulkufunktioita käyttämällä, voidaan ottaa huomioon myös pistemäinen vääntömomenttikuorma. φ'' on vääntökulman toinen derivaatta muuttujan x suhteen. Ottamalla huomioon vääntötehtävän tukiehdot (2 kpl) differentiaaliyhtälöä (2) ratkaistaessa, saadaan vääntökulman jakauma sauvalle selvitettyä. Tämän jälkeen sauvan (vapaan väännön) vääntömomentti saadaan laskettua yhtälöstä

$$M_t = GI_t\varphi' \quad (3)$$

ja edelleen leikkausjännitys yhtälöstä

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} \quad (4)$$

missä W_t on sauvan vääntövastus. Huom! Vapaan väännön tehtävä on väännön suhteen luonteeltaan staattisesti määrätty, joten vääntömomentin M_t jakauman määrittäminen voidaan tehdä vaihtoehtoisesti sauvan tasapainotarkastelulla.

Estetyn väännön tehtävä

Estetyn väännön tapauksessa väännön differentiaaliyhtälö on

$$EI_w\varphi'''' = m \quad (5)$$

Ottamalla huomioon vääntötehtävän tukiehdot (4 kpl) differentiaaliyhtälöä (5) ratkaistaessa, saadaan vääntökulman jakauma sauvalle selvitettyä. Tämän jälkeen sauvan (estetyn väännön) vääntömomentti saadaan yhtälöstä

$$M_w = B' = -EI_w\varphi'''' \quad (6)$$

ja edelleen leikkausjännitys yhtälöstä

$$\tau_w = \frac{M_w S_w}{I_w t} \quad (7)$$

missä S_w on sektoriaalinen staattinen momentti ja I_w käyritysmisjähyysmomentti sekä t profiilin seinämän paksuus. Normaalijännitys saadaan lausekkeesta

$$\sigma_w = \frac{B}{I_w} \omega \quad (8)$$

missä ns. bimomentti on $B = -EI_w\varphi''$ ja ω on poikkileikkauksen ns. sektoriaalinen koordinaatti.

Huom! Estetyn väännön tehtävä on väännön suhteen luonteeltaan staattisesti määräämätön, joten vääntömomentin M_w ja bimomentin B jakauman määrittäminen ei onnistu tasapainotarkastelulla kuten vapaan väännön tehtävän tapauksessa. Estetyn väännön differentiaaliyhtälö on analoginen staattisesti määräämättömän palkkitehtävän differentiaaliyhtälön $EIv'''' = q$ kanssa, missä v on taipuma ja q on jakaantunut poikittainen kuorma. Tätä analogiaa kannattaa tietenkin hyödyntää.

LOPPUPÄÄTELMÄT

Vääntötehtävät luokitellaan kolmeen eri tyyppiin, joista laskennallisesti vaativin on yhdistetyn väännön tehtävä. Teräsrakenteiden eurokoodi sallii yksinkertaistaa vääntökuormitetun sauvan mitoitusnäkökulmasta niin, että avointen poikkileikkausten tapauksessa mitoitus voidaan tehdä estetyn väännön mukaisesti ja suljettujen poikkileikkausten tapauksessa vapaan väännön mukaisesti. Estetyn väännön tapaus on analoginen taivutetun palkkitehtävän kanssa, joten tätä analogiaa kannattaa hyödyntää koska taivutetulle palkkitehtävälle löytyy runsaasti valmiita laskentakaavoja.

LÄHTEET

Suomen Standardisoimisliitto (SFS). (2005). Eurokoodi 3: Teräsrakenteiden suunnittelu: Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt.

Ongelin, P., & Valkonen, I. (2010). Hitsatut profiilit EN 1993 – Käsikirja. Rautaruukki.

Martti Perälä, TkL, lehtori
SeAMK Tekniikka