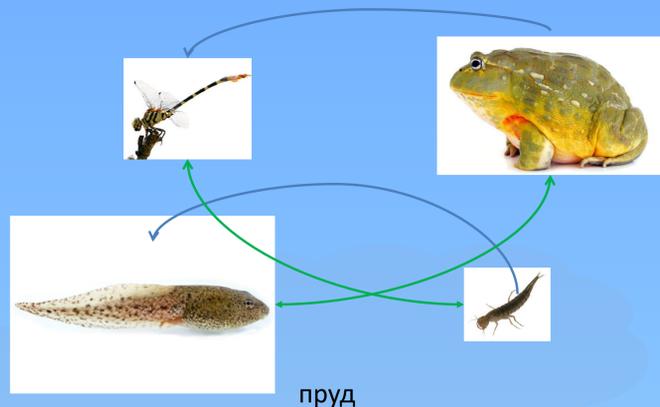


Разработка и исследование математической модели озерного биоценоза

Миронов И, Холина Т, Котова Т, Крюков М, Глазова Е, Андрианов Р.

Лаборатория Количественной Биологии
Школа молекулярной и теоретической биологии

Введение



Существуют общеизвестные математические модели, описывающие взаимодействия «хищник-жертва» [1,3]. Настоящая работа посвящена разработке модели, затрагивающей аспекты смены экологических ниш в процессе онтогенеза. Так, в анализируемой системе рассмотрены трофические взаимодействия «стрекоз» и «лягушек», когда взрослые лягушки охотились на стрекоз, а нимфы стрекоз питались головастиками.

Методы

При создании модели использовались элементы традиционных моделей популяционной динамики. Емкость среды описывалась логистическим членом уравнения Ферхюльста [2], убыль жертв учтена в соответствии с моделью Розенцвайга-Макартура [3], естественная убыль взрослых особей взята из уравнения Лотки-Вольтерра. Наряду с этим в исследуемой модели присутствуют оригинальные элементы, описывающие индивидуальные свойства системы.



«Сытый метаморфоз»

«Сытый нерест»

Смерть от голода

$$\frac{dO}{dt} = \frac{M_o \cdot JO \cdot JR}{JR + A_{jr}} - \frac{O^2}{K_o} - A_o \cdot R \cdot \frac{O}{O + A_o} - O \cdot M_{or}O$$

$$\frac{dJO}{dt} = O \cdot B_{jo} - \frac{JO^2}{K_{jo}} - \frac{M_o \cdot JO \cdot JR}{JR + A_{jr}} - S_{jo} \cdot JO \cdot \left(1 - \frac{JR}{JR + A_{jr}}\right)$$

$$\frac{dJR}{dt} = B_{jr} \cdot R \cdot \frac{O}{O + A_o} - \frac{JR^2}{K_{jr}} - \frac{A_{jr} \cdot JO \cdot JR}{JR + A_{jr}} - M_r \cdot JR$$

$$\frac{dR}{dt} = M_r \cdot JR - \frac{R^2}{K_r} - S_r \cdot R \cdot \left(1 - \frac{O}{O + A_o}\right) - M_{or}R \cdot R$$

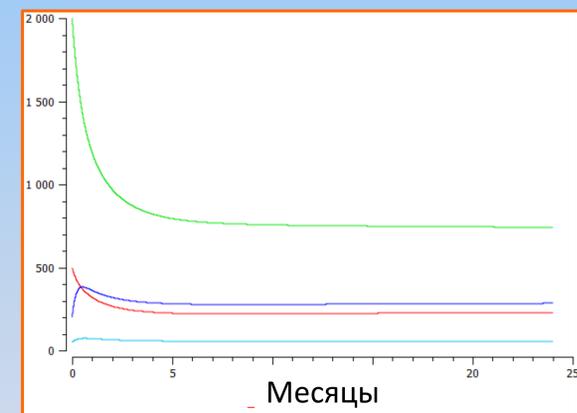
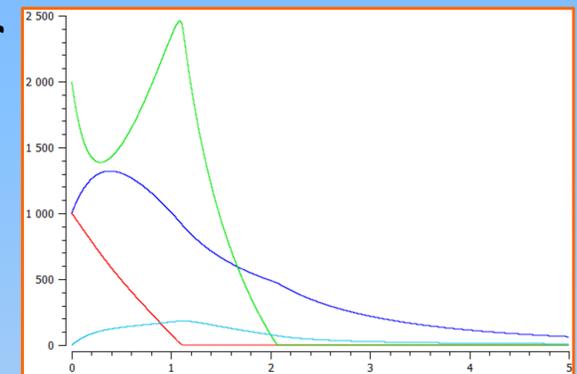
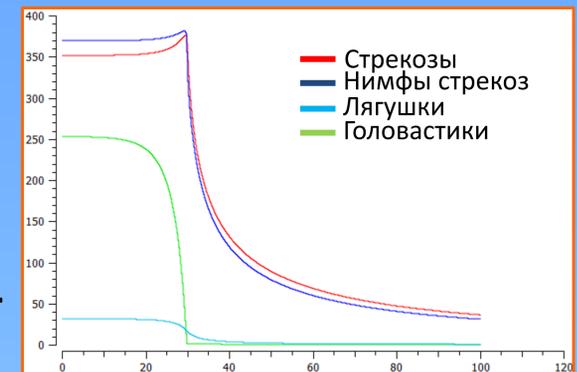
O – стрекозы
JO – личинки стрекоз
JR - головастики
R – лягушки

M_o, M_r – коэффициенты взросления (переход личинок и головастиков в стрекоз и лягушек)
 A_{jr}, A_o – количество головастиков и стрекоз, съедаемых в 1 времени
 K_o, K_{jo}, K_{jr}, K_r – емкость среды для разных популяций
 $M_{or}O, M_{or}R$ – смертность стрекоз и лягушек
 B_{jo}, B_{jr} – рождение личинок и головастиков
 S_{jo}, S_r – смерть личинок и лягушек от голода

Ссылки

- 1 – Volterra V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. Nature, 1926.
- 2 - Verhulst P. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. Correspondance mathématique et physique, 1838. V 10 pp113-121.
- 3 - Rosenzweig M., MacArthur R. Graphical representation and stability conditions of predator-prey interactions. American Naturalist, 1963.

Численность популяции



Выводы

- Была разработана математическая модель биологической системы, описывающая трофические взаимодействия двух видов на различных стадиях развития.
- Разработаны оригинальные элементы уравнений, задающие параметры метаморфоза и гибели от голода.
- Модель характеризуется различными режимами функционирования, зависящими от констант взаимодействий и начальной численности популяций.