



## Descrizione

### ❑ **Prerequisiti:**

- aver acquisito il concetto di geodetica con l'attività della scheda 0.
- disporre della terminologia minima relativa alla sfera (*centro, raggio, poli, meridiani, paralleli, circonferenza massima*)

### ❑ **Obiettivi :**

- tracciare vie diritte sulla superficie di una sfera
- scoprire che, **localmente**, il tratto di geodetica tra due punti è la via più breve
- scoprire che, da un punto di vista estrinseco, le geodetiche sulla sfera sono le sue circonferenze massime

### ❑ **Tempi :** 1 ora

### ❑ **Materiali / strumenti:**

- sfere o palloni; palloni-mappamondo;
- strisce di carta, nastri graduati da sarto, elastici, automobiline senza sterzo
- pennarelli ad acqua
- Copie della scheda SFERA 1 per lo studente, traccia di lavoro che serve anche come supporto per gli appunti

### ❑ **Modalità di lavoro degli studenti:**

lavoro di gruppo / discussione guidata dall'insegnante

### ❑ **Modalità di lavoro dei docenti:**

- gli insegnanti lasciano gli studenti liberi di applicare alla superficie delle sfere quanto appreso sulla geodetica nella SCHEDA 0, e suggeriscono, se necessario, l'uso degli elastici: fili elastici, annodati ad anello, consentono di scoprire che le geodetiche sulla sfera sono le circonferenze massime, unica configurazione di equilibrio.
- la compilazione delle schede da parte dei singoli gruppi è preparatoria a una fase di confronto generale dei risultati.

### ❑ **Modalità di effettuazione del monitoraggio:**

in base alle disponibilità si possono effettuare filmati, osservare il lavoro di gruppo appuntandosi le osservazioni più significative e/o raccogliere le schede compilate dai singoli gruppi. In ogni caso si dovrebbe cercare di osservare:

- ✓ come le attività e gli strumenti utilizzati riescano a mediare la costruzione dei concetti
- ✓ con quali gesti e quale linguaggio avviene la comunicazione all'interno dei gruppi e durante le discussioni

<b>A. La geodetica sulla sfera</b>		<b>Risultati attesi</b>
Presi due punti <i>A</i> e <i>B</i> qualsiasi su di una sfera, tracciare il tratto di geodetica che li congiunge; come misurarne la lunghezza?	<i>Lo scopo è trasferire in un contesto nuovo il problema della misura, pur conservando la stessa unità di misura adottata nel piano.</i>	<i>Gli studenti si costruiscono o si procurano un righello morbido (quello del sarto) o misurano sul righello rigido l'arco rettificato con un cordino.</i>
È possibile congiungere gli stessi due punti con un altro tratto di geodetica?	<i>Facendo osservare che due punti (non antipodali) di una geodetica determinano su di essa due distinti segmenti, si pongono le basi per scoprire in futuro che sulla geodetica della sfera non è possibile stabilire un ordinamento dei punti.</i>	<i>Esiste un secondo segmento di geodetica che congiunge i due punti.</i>
Congiungere gli stessi due punti con altre possibili linee: qual è, fra tutte le vie tracciate, la più corta? Tendendo un elastico tra i due punti e pizzicandolo, cosa si può osservare quando lo si rilascia?	<i>Si vuol scoprire che, localmente (ovvero per due punti sufficientemente vicini), la geodetica coincide con la via più breve.</i>  <i>L'elastico teso tra due punti riassume una stessa posizione se tirato e poi rilasciato: perché?</i>	<i>Uno dei due segmenti di geodetica tracciati è la via più breve.</i>  <i>La posizione recuperata dall'elastico corrisponde alla situazione di minimo dell'energia elastica.</i>
<b>Proprietà metrica</b> della geodetica : è, localmente, la via più breve. Ovvero tra due punti di una sfera c'è una via più breve ed è necessariamente un tratto della geodetica che passa per essi.		
Continuando a muoversi lungo una geodetica, dove si va?	<i>E' importante qui far rispondere gli studenti mettendo in parallelo piano e sfera.</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>sul piano → all'infinito</i></li> <li>▪ <i>sulla sfera → si ritorna al punto di partenza avendo percorso una circonferenza massima = un equatore = un meridiano</i></li> <li>▪ <i>sulla sfera la geodetica è una linea chiusa e limitata</i></li> </ul>
<b>Proprietà geometrica della geodetica sulla sfera</b> : è un cerchio massimo		
Che caratteristiche deve avere una circonferenza tracciata sulla sfera per essere definita massima?	<i>Invitare gli studenti a riflettere sulle ragioni per cui la definizione di cerchio massimo è necessariamente estrinseca.</i>	<i>Circonferenza avente centro e raggio coincidenti con il centro e il raggio della sfera.</i>
Con il materiale a disposizione come si potrebbe verificare che la geodetica è una circonferenza massima?	<i>Si può suggerire di utilizzare un elastico chiuso: si mantiene in equilibrio solo se appoggiato lungo una circonferenza massima.</i>	<i>Poiché l'elastico resta in equilibrio solo su di un equatore:</i>  <i>Geodetica → via dell'elastico → circonferenza massima.</i>
<b>B. Ritorno al problema del punto A della SCHEDA 0</b>		
Alla luce del concetto di geodetica, come tracciare le rotte aeree sul mappamondo?	<i>Recupero del problema stimolo iniziale.</i> <i>Ruotare la sfera osservando la situazione dal punto di vista del luogo di partenza, assunto come "polo".</i>	<i>Le rotte aeree più diritte, e quindi più brevi, corrono lungo le geodetiche, ovvero lungo i meridiani, NON lungo i paralleli. Ogni punto, ruotando la sfera, può essere considerato un polo, ovvero un punto dal quale ci si può spostare lungo un meridiano.</i>

C'è un solo modo di congiungere due località con una geodetica?	<i>Si ripropone sul mappamondo lo stesso quesito posto in generale sulla sfera: ovviamente le rotte aeree scelgono, dei due, il segmento di geodetica più breve.</i>	<i>Dati due punti non antipodali sono due i segmenti di geodetica di cui essi sono gli estremi.</i>
Giri del mondo in partenza da Napoli.	<i>La progettazione dei giri sul mappamondo porta a scoprire che per ogni punto passano infinite circonferenze massime. E che per due punti (qualsiasi) ne passa una sola.</i>	<i>Nessun giro del mondo in partenza da Napoli potrà passare più di un'altra volta per il suo stesso parallelo: se dunque si vuol passare per Chicago non si potrà includere il Giappone. Così come non si potranno includere le Hawaii che non si trovano sull'unica circonferenza massima passante per i due punti dati.</i>

## COMMENTI E INDICAZIONI PER L'INSEGNANTE

**Punto A La geodetica sulla sfera.** Per questa attività bisogna fornire agli studenti delle sfere (ottime le sfere di Lénart, corredate di utili strumenti, bene i globi dei lampioni da giardino; bene anche i palloni purché lisci, che hanno però l'inconveniente di avere in genere dei disegni sulla superficie).

**Le proprietà metriche.** Per effettuare le misure necessarie a verificare le proprietà metriche della geodetica bisogna procurarsi nastri graduati, tipo sarto (vanno bene quelli di carta presenti in ben note esposizioni di arredi per la casa). La “prova elastico” è assai interessante: l'elastico, se teso tra due punti della superficie, ritorna, dopo essere stato allungato pizzicandolo in un punto intermedio, lungo la geodetica, perché è la sua posizione di minimo allungamento, quindi la posizione di minimo dell'energia elastica.

**Le proprietà geometriche.** Chi cammina sulla sfera si accorge che la sua retta è una linea chiusa perché a un certo punto si ritrova nella posizione di partenza. Chi guarda dalla situazione 3D si rende conto che la geodetica sulla sfera è una circonferenza massima.

La “prova elastico” consiste in questo caso nel legare un tratto di elastico ad anello per circondare con esso la sfera: l'unica posizione di, instabile, equilibrio è proprio quella che coincide con una circonferenza massima perché in tale posizione le forze di richiamo elastiche sono punto per punto contemporaneamente perpendicolari alla circonferenza e alla superficie (una possibile definizione di geodetica è infatti la seguente: è quella linea, sulla superficie, per la quale in ogni punto la perpendicolare (retta sulla quale giace il centro del cerchio osculatore) coincide con la perpendicolare alla superficie in quel punto).

### Punto B

Si ritorna sul mappamondo e ora gli studenti si rendono conto che i paralleli, non essendo circonferenze massime, non sono vie diritte e non sono i percorsi più brevi. I quesiti sulla progettazione di viaggi intorno al mondo hanno lo scopo di avvicinare gli studenti alle domande: quante geodetiche per un punto? Quante per due punti?