

## Geometria sulla Pseudosfera – Att. 1 per il docente



sul libro: capitolo 7,  
par. 7.3

### E se camminassi sulla superficie di una pseudosfera

.....

Lavoro di gruppo

**Occorrente:** modelli in legno di pseudosfera – spago – striscioline di carta – righello – righello morbido da sarto – elastici – nastro adesivo di carta (da tappezziere) – forbici – pennarelli

Come si fa ad andare diritti sulla pseudosfera? Che traiettoria si segue?

In questa attività usate un modello concreto di pseudosfera. In realtà si tratta di “mezza pseudosfera”, in questo modo è possibile appoggiarla al piano del tavolo ed è più facile maneggiarla. La pseudosfera sarebbe poi infinita, il nostro modello è, per ovvie ragioni ..., finito.

Segnate due punti A e B sulla superficie della pseudosfera esaminando varie posizioni (potete utilizzare il nastro adesivo di carta in modo da scriverci sopra con la matita senza rovinare la pseudosfera).

Considerate tutte le posizioni possibili di A e di B, in particolare il caso in cui essi sono:

- sulla stessa generatrice (cioè sulla stessa trattrice)
- alla stessa quota
- in posizione qualsiasi

- Come si fa ad ‘andare diritti’ da A a B in ciascuno dei casi sopra indicati? Spiegate quale procedimento utilizzate, con il materiale che avete a disposizione, per individuare il percorso ‘diritto’ (cioè la geodetica sulla pseudosfera).

*Il metodo migliore è utilizzare i nastri di carta, facendoli aderire alla superficie*

.....  
.....  
.....  
.....

- I percorsi ‘diritti’ che uniscono il punto A e il punto B nelle varie situazioni, seguono linee a voi già note?

.....  
.....

*Come nel cono, i paralleli non sono “diritti”, lo sono i “meridiani” che sono trattrici, in genere le geodetiche non sono curve note.*

- Le geodetiche sulla sfera sono linee chiuse, sul cilindro sono eliche e sul cono delle cravatte che a volte si annodano e a volte no; come sono fatte le “rette” (cioè le linee dritte) sulla pseudosfera? A quale dei casi precedenti si avvicinano di più?

*Alle cravatte del cono*

.....

- Come fate operativamente a misurare la lunghezza di un tratto di geodetica?

.....

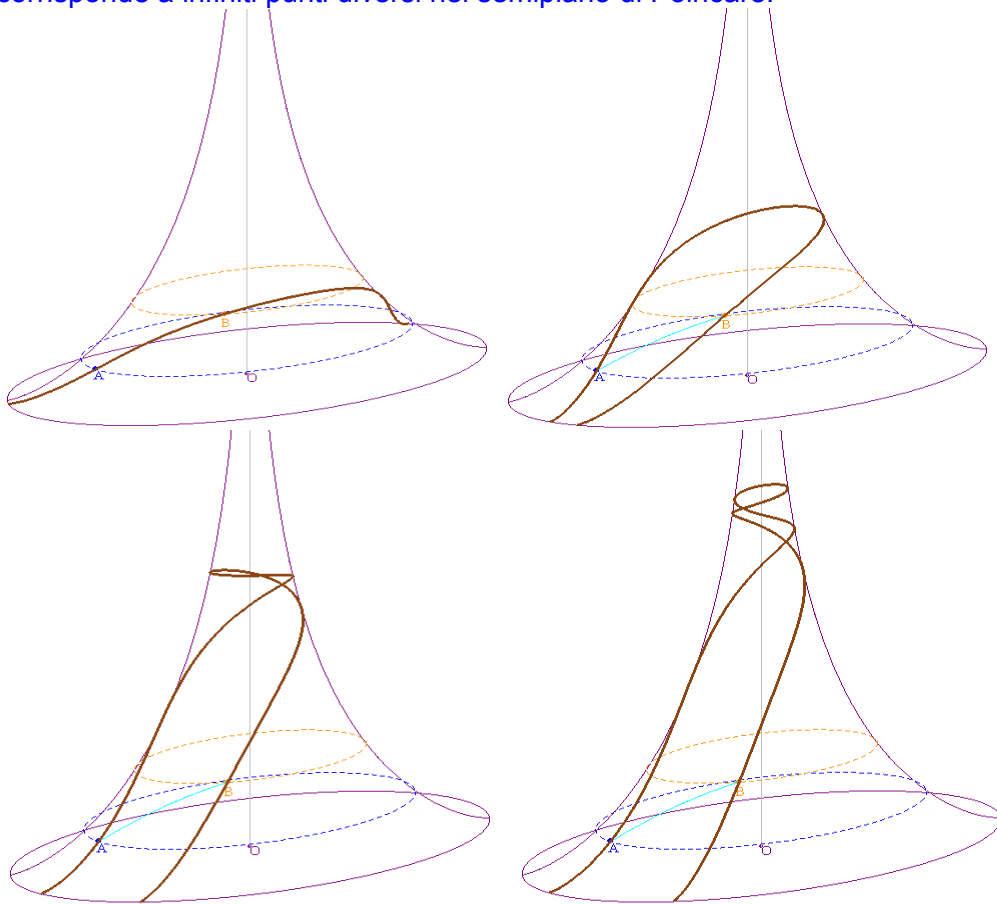
*Ci si aspetta l’uso del ‘righello morbido’ oppure la misura del nastrino di carta che viene prima fatto aderire alla superficie della pseudosfera e poi messo in piano e misurato.*

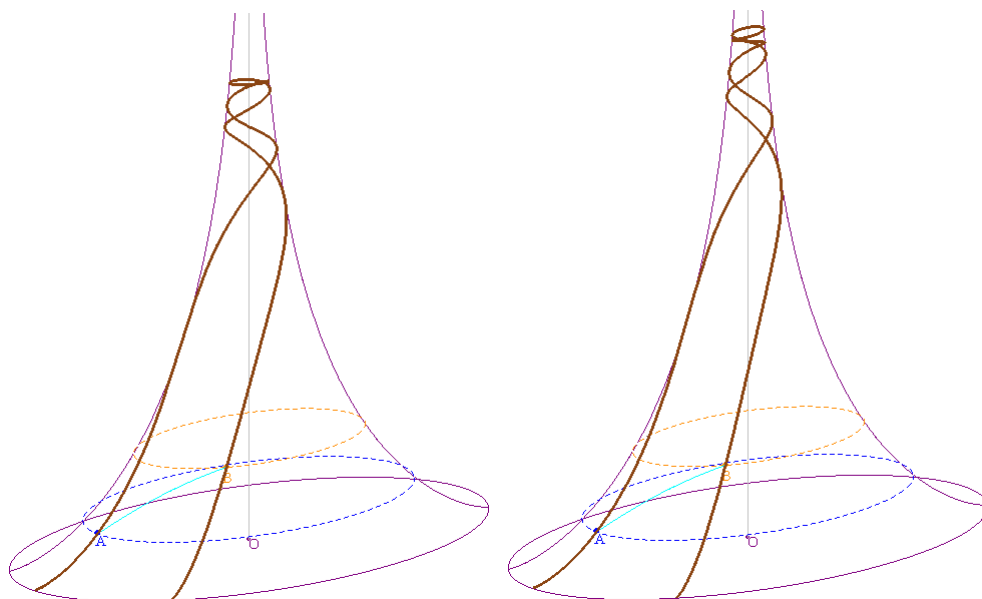
- Che relazione c'è tra la lunghezza della geodetica tra due punti e la lunghezza di ogni altra linea passante per essi?

- C'è un'unica geodetica che unisce due punti su una pseudosfera? Giustifica la risposta.

Gli studenti scriveranno che trovano molte (infinite) geodetiche (vedi disegni) che uniscono due punti sulla pseudosfera, tra queste ne esiste una sola tale che il cammino tra i due punti è il più breve.

La mappa conforme (che costruiremo nelle schede successive) tra la pseudosfera e parte del semipiano di Poincaré mostrerà che, come sul cono e sul cilindro, la molteplicità delle geodetiche passanti per due punti è conseguenza degli infiniti ricoprimenti. Infatti un punto sulla pseudosfera corrisponde a infiniti punti diversi nel semipiano di Poincaré.





## CONCLUSIONI

CHE COSA SO ORA

PAROLE CHIAVE