

Geometria sulla Pseudosfera – Att. 3 per il docente



sul libro: capitolo 10,
par. 10.2

Le geodetiche sulla mappa conforme

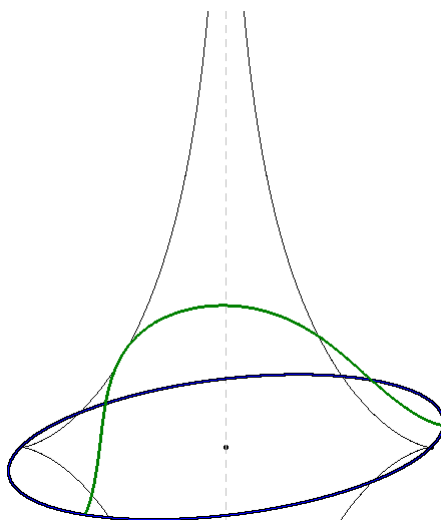
Lavoro di gruppo

Occorrente: modelli in legno di pseudosfera con la griglia formata da paralleli e meridiani – curvimetro – la carta conforme creata nell'attività precedente – riga – squadra – righello morbido da sarto – nastro adesivo di carta – forbici – pennarelli – calcolatrice scientifica

Nella scheda precedente avete creato la mappa conforme della pseudosfera. Avete anche visto che le rette tracciate sulla carta conforme non corrispondono a geodetiche sulla pseudosfera. Occupiamoci ora di un altro problema; a partire da una geodetica sulla pseudosfera, quale curva le corrisponde sulla carta conforme?

Una geodetica sulla pseudosfera e la sua immagine sulla mappa

Con il nastrino individuate una geodetica passante per l'origine della griglia sulla pseudosfera. Fate in modo che la curva sulla pseudosfera termini, senza mai intrecciarsi in un altro punto della base della pseudosfera; fissatela alla superficie della pseudosfera col nastro adesivo.



Individuate una dozzina di punti sulla geodetica e misuratene le coordinate sulla pseudosfera; calcolate quindi la y di questi punti sulla mappa piana. Per fare questo completate la tabella con i vostri dati e con i vostri calcoli (se necessario aggiungete delle righe).

Prima geodetica

PUNTO	X_{ps} (cm)	y_{ps} (cm)	y (cm) $[y=r*\exp(y_{ps}/r)]$
1°	0	0	10
2°			
3°			
4°			
5°			
6°			
7°			
8°			

9°			
10°			
11°		0	10

A titolo di esempio ecco una tabella con i dati presi da noi:

X_{ps} (cm)	y_{ps} (cm)	y (cm) $[y=r*\exp(y_{ps}/r)]$
0.0	0.0	10.00
1.7	2.0	12.21
4.3	4.0	14.91
10.0	6.0	18.22
13.5	6.5	19.15
19.8	6.5	19.15
25.9	6.0	18.22
29.4	5.0	16.48
31.9	4.0	14.91
34.4	2.0	12.21
36.2	0.0	10.00

Adesso riportate i punti (x, y) sul foglio di carta.

- Come si dispongono i punti sul foglio di carta?
- Sono allineati? **No, ovviamente**
- Pensi che formino un arco circonferenza? **Sì**
- Se si disegnatte l'arco e costruite il centro della circonferenza. Dove si trova il centro?
Come fate a determinarlo?

Sotto l'asse x, si tracciano gli assi di due corde e si trova l'intersezione, si può fare più volte per vedere se si trova CIRCA lo stesso centro (essendo l'attività sperimentale, non ci si devono aspettare risultati esatti).

È da notare come non si trova una semicirconferenza, a essa manca una parte in basso.

Proviamo con Excel

Questa parte richiede la conoscenza della geometria analitica della circonferenza e alcune conoscenze sulla regressione e in particolare sulla retta dei minimi quadrati e sul coefficiente di correlazione lineare. Bisogna poi saper interpretare un foglio elettronico. Se si ritiene si può omettere questo paragrafo, oppure l'insegnante può mostrare il foglio elettronico proiettandolo alla classe e descrivendolo.

Per vedere se i dati raccolti ed elaborati determinano veramente una circonferenza possiamo provare a usare un foglio elettronico.

Il foglio elettronico determina facilmente la retta che meglio approssima un insieme di dati, noi invece vogliamo trovare una circonferenza. Ma con un po' di astuzia riusciamo nell'impresa: scegliamo gli assi cartesiani in modo che le circonferenze abbiano centro sull'asse x. In questo modo esse hanno equazione $x^2 + y^2 + ax + c = 0$, se consideriamo come incognita la quantità $z = x^2 + y^2$, abbiamo che $z = -ax - c$.

Si tratta quindi di una retta; con Excel possiamo calcolare la retta dei minimi quadrati (cioè la retta che meglio approssima) e il coefficiente di regressione lineare; esso è un numero che dà un'informazione sulla bontà dell'approssimazione: se esso è vicino a uno possiamo concludere che c'è una correlazione lineare tra x e z.

Costruire il foglio è piuttosto lungo e ve lo risparmiamo! Potete aprire il file [geodetiche_analisi_st.xls](#). Per adesso limitatevi alla prima tabella presente nel file. Cercate di capire come è stata predisposta la tabella: alcune celle contengono delle formule, che cosa rappresentano?

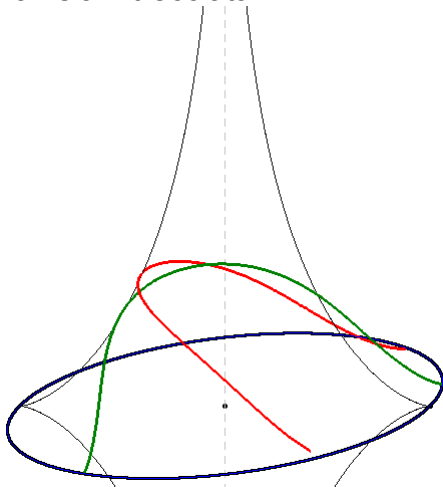
.....

 Dovete completare la prima tabella.
 Salvate il file.

- Scrivete qui le vostre osservazioni. Avete conferma di quanto supponevamo?
 Si spera di sì!!! Si veda il file finale [geodetiche_analisi.xls](#) con i dati presi da noi.

Una seconda geodetica e gli angoli

Tornate sulla pseudosfera e individuate un'altra geodetica, fate in modo che anch'essa non sia intrecciata.



Ripetete la stessa procedura di raccolta ed elaborazione dei dati. Tra i punti che considerate, prendete in esame anche il punto di intersezione.

Seconda geodetica

PUNTO	X_{ps} (cm)	y_{ps} (cm)	y (cm) $[y=r*\exp(y_{ps}/r)]$
1°	0	0	10
2°			
3°			
4°			
5°			
6°			
7°			
8°			
9°			
10°			
11°		0	10

Riportate i dati sulla mappa in cui avete già disegnato l'immagine della prima geodetica.

- Anche in questo caso ottenete un arco di circonferenza? [Sì](#)

Determinatene il centro.

- Che cosa potete dire sulla retta che passa per i due centri? [Si tratta, con buona approssimazione, di una retta parallela ai "paralleli"](#)

- Pensate di poter individuare una geodetica che abbia come immagine una semicirconferenza con centro in questa retta? **No, si trovano sempre degli archi, ma mai una semicirconferenza**

Una conferma con Excel ...

Anche questa parte può essere omessa se si è già saltata l'analogia parte con una sola geodetica.

Aprirete il file di Excel in cui avete raccolto ed elaborato i dati per la prima geodetica.

Completate la seconda tabella.

- Scrivete le vostre osservazioni:

.....

Il semipiano di Poincaré

La carta che avete creato serve come modello della geometria sulla pseudosfera.

Essa è (quasi) il modello del semipiano superiore di Poincaré per la geometria iperbolica.

In questo modello una retta è una semicirconferenza che ha il centro sulla retta che ha generato il semipiano.

Bisogna però osservare che costruendo l'immagine di geodetiche sulla pseudosfera noi non otterremo mai semicirconferenze complete, mancherà sempre la parte più in basso e otterremo così degli archi di circonferenza, ma mai delle semicirconferenze. Inoltre la nostra mappa è solamente una parte del semipiano perché corrisponde a un solo ricoprimento della pseudosfera, il modello di Poincaré è invece tutto il semipiano che corrisponderebbe agli infiniti ricoprimenti conformi della pseudosfera.

CHE COSA SO ORA

PAROLE CHIAVE