Дисципліна: Математика

*Теорія ймовірностей – це не що інше,*

*як здоровий глузд, підкріплений*

*обчисленнями.*

*Маркіз де Лаплас*

**ТЕМА: ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМБІНАТОРИКИ, ЙМОВІРНІСТЬ СУМИ ТА ДОБУТКУ ПОДІЙ**

***Вид заняття:*** практична робота

Мета заняття.

**Навчальна.** Навчитись розв’язувати задачі на обчислення ймовірності подій із застосуванням формул комбінаторики. Узагальнення та систематизація знань з теми “Основні поняття ймовірності”

**Виховна**. Розвивати кругозір, обчислювальні навички, вміння аналізувати умову задачі, робити висновки; виховувати у студентів логіку та раціональний підхід при виборі методу розв’язування задач.

**Розвиваюча.** Розвивати у студентів продуктивне мислення в процесі обчислення ймовірності подій; показати на прикладах застосування основних положень теорії ймовірностей, згубний вплив азартних ігор в сучасному світі.

Міжпредметні зв’язки:

*Забезпечувані:*

Біологія. Задачі з генетики

Економіка. Розрахункові задачі

Забезпечення заняття:

1. Література:

О.М.Роганін Плани-конспекти уроків (1-8 (13-20) уроки) (X.: Світ дитинства, 2002. До підручника М.І.Шкіль, З.І.Слєпкань,

1. Наочні посібники: презентація до практичної роботи
2. Роздаткові матеріали: опорний конспект “Основні формули комбінаторики” , завдання для самостійної роботи
3. Обчислювальні засоби: калькулятор

***Компетенції***  навчальна, інформаційна, стимулювально-мотиваційна.

**Функції:**

***Теоретична*** - Знати: поняття події, види подій, простір елементарних подій; поняття перестановки, розміщення, комбінації; класичне поняття ймовірності подій сума і добуток подій.

***Практична*** - Вміти: обчислювати ймовірність подій за допомогою комбінаторики

**Хід заняття.**

1. **Організаційна частина *(метод –*** *психолого-педагогічної підтримки* ***)***
   1. Перевірка присутності студентів, відповіді на питання студентів.
   2. Мобілізація студентів до праці, активізація уваги, створення робочої атмосфери, встановлення психолого-педагогічного контакту з групою.
2. **Перевірка домашнього завдання*.****( Перевірка виконання домашніх вправ)*

Студенти на дошці наводять розв’язування вправ домашнього завдання. Вибірково перевіряється виконання вправ в зошитах.

***Задача №1.*** В урні лежать 2 чорних, 3 червоних, 9 зелених, 6 синіх кульок. З неї навмання виймають одну кульку. Яка ймо­вірність того, що вона не чорна?

***Розв'язання***

Нехай подія А — «поява не чорної кульки», А1 — «поява чорної кульки», A2 — «поява червоної кульки», А3 — «поява зеленої кульки», А4 — «поява синьої кульки». Тоді А = A2 + А3 + А4, причому A2, A3, А4 — несумісні, Ρ(Α2) = , P(A3) = , Ρ(Α4) = . За теоремою ймовірності суми несумісних подій дістанемо:

Р(А) = Ρ(Α2) + Ρ(Α3) + P(A4) =++==.

Відповідь: ·

***Задача 2.*** Прилад складається із трьох вузлів, кожен з яких може вийти із ладу незалежно один від одного. Якщо не працює один із вузлів, то прилад також не працює. Ймовірність безвідмовної роботи протягом доби першого вузла – 0,95, другого – 0,9, третього – 0,85. Знайти ймовірність того, що протягом доби прилад працюватиме безвідмовно.

***Розв’язання.***

Нехай подія *А1*- перший вузол справний, подія *А2* – другий вузол справний, *А3* – третій вузо справний, подія *А* – протягом доби прилад працює безвідмовно. Оскільки прилад працює безвідмовно тільки тоді, коли справні всі вузли, то *А =А1 А2 А3*. За умовою події незалежні. Отже,

*Р(А)=Р(А1 А2 А3)= Р(А1) Р(А2) Р(А3)=0,950,90,85=0,72675*

1. **Підготовка до виконання практичної роботи**
   1. ***Повідомлення теми, мети та завдань заняття****(****метод -*** *інструктування)*

***Тема заняття.*** Обчислення ймовірності за допомогою комбінаторики, ймовірність суми та добутку подій

***Мета заняття.*** Навчитись розв’язувати задачі на обчислення ймовірності подій із застосуванням формул комбінаторики.

* 1. ***Вступний інструктаж***

***3.2.1. Мотивація навчально – пізнавальної діяльності студентів***

*(****методи*** *– бесіда, ілюстрація, переконання, історико - довідниковий)*

Сьогодні ми маємо можливість попрацювати над вдосконаленням вмінь та навичок розв’язувати задачі на обчислення імовірності подій за допомогою комбінаторики.

Як я вже вам розповідала, теорія ймовірностей виникла для того щоб описати з математичної точки зору азартні ігри. Необхідність в цьому виникла в XVII столітті, коли азартні ігри набули широкої популярності в суспільстві. Досліджуючи прогнозування виграшу в азартних іграх, Блез Паскаль і П'єр Ферма відкрили перші ймовірнісні закономірності, що виникають при киданні костей .

Вважають, що вперше Паскаль зайнявся теорією ймовірностей під впливом питань, поставлених перед ним одним з придворних французького двору Шевальє де Мере (1607-1648), що був азартним гравцем, але гра, теж була для нього приводом для досить глибоких роздумів.

Справжню наукову основу теорії ймовірностей заклав великий математик Якоб Бернуллі (1654-1705).

В 1855 році у віці 78 років В Гьоттенгені помер Карл Фрідріх Гаус, його дослідження досі служать основою для оцінки ризиків. Його слава на стільки була велика, що коли у 1807 році Наполеон підійшов з військами до Гьоттенгену, то віддав наказ бережно віднестись до міста, оскільки в ньому живе славетний математик. Працюючи з геодезичними вимірюваннями кривизни земної поверхні, Гаус помітив, що при збільшенні числа замірів, вони починають групуватись навколо певного середнього значення. Як ми знаємо середні значення використовуються в багатьох галузях наук:

* визначення середньої температури сезону
* середнього курсу валюти на ринку
* середня тривалість життя людини тощо.

Гаусовські методи визначення середніх значень на стільки відомі, що ми навіть не замислюємось над їх походженням.

Теорія ймовірностей є серйозним інструментом прогнозування, але не слід забувати, що все залежить від якості інформації, на основі якої оцінюється ймовірність.

***3.2.2.Реалізація міжпредметних зв’язків*** *(****метод*** *– переконання)*

В біології за допомогою ймовірності вивчається мінливість. Для опису дискретних величин у тих випадках, коли мається обмежене число альтернативних спостережень (наприклад, таких, як число дітей - альбіносів у родині даного складу), може виявитися придатним біноміальний розподіл.

Розподіл числа радіоактивних часток, що випускаються за даний проміжок часу деякою великою масою радіоактивної речовини, числа дорожньо-транспортних випадків, що відбуваються за даний проміжок часу за певних умов, чи числа лейкоцитів, що спостерігаються в одному квадраті гемоцитометру, найкраще описується законом Пуассона.

Застосування розподілів ймовірностей - аж ніяк не новий спосіб опису біологічної мінливості. Кетле, що працював спочатку в області астрономії і метеорології, був, очевидно, першим, хто застосував нормальний розподіл для опису біологічного матеріалу (він увів його при вивченні розподілу людей по росту, про що вже говорилося вище). Пізніше Фрэнсис Гальтон широко застосовував криву нормального розподілу при статистичному дослідженні спадковості, і вона зіграла фундаментальну роль у глибокій роботі Карла Пирсона з питань біометрії, написаної наприкінці минулого століття. З тих пір різні типи розподілів почали застосовувати в найрізноманітніших областях біології - у молекулярній біології, таксономії, екології, генетику, психології і т.д.

Досліди Грегора Менделя з рослинними гібридами показав необхідність дослідів з великою кількістю об’єктів для усунення випадкових відхилень. На основі цих дослідів він відкрив закони спадковості. В цьому йому допомогло знання теорії ймовірностей.

При використанні сучасних математичних і статистичних методів і обчислювальної техніки метод побудови математичних моделей може бути розвитий до такого ступеня, що з'явиться можливість зробити для біології те, що математична фізика зробила для фізики.

Калькулятори, що стали в останні роки повсюдно доступними, безсумнівне благо, що, однак, має і негативні сторони. Чи всі розуміють, скільки цифр потрібно залишати при множенні і розподілі на калькуляторі, якщо він показує їх вісім чи навіть дванадцять? І майже всі вважають, що залишати їх потрібно якнайбільше. Насправді це не так. Нагадаємо головне правило округлення: якщо роблять чи множення розподіл, то в результаті залишають стільки цифр, скільки їх містить найменш точна з обмірюваних величин, і звичайно зберігають ще одну запасну цифру.

* Якщо не знати, як правильно округлити результат, на якій цифрі зупинитися, то де гарантія, що ви не відрізаєте і вірні цифри, погіршивши необхідну точність?
* Допустимо, ви зберегли зайві, незначні цифри, а результат потрібно збільшити в дуже велике число раз. Тоді випадковий результат з надлишком чи недостачею приведе до великої помилки, якої можна було б уникнути (така ситуація типова для астрономічних задач).
* Якщо в якісь документи (опису, звіти, протоколи іспитів) потраплять незначні цифри, неможливо буде в точності відтворити вихідні величини.

Всі ці проблеми також можна вирішити за допомогою обчислень теорії ймовірностей.

***3.2.3.Прикладне спрямування теми****(****метод*** *– постановка проблеми, переконання)*

Досить гостро в наш час стоїть питання спокуси для молодих людей швидко виграти великі гроші в якійсь із азартних ігор: лотерея, казино, гральні автомати. Наскільки реально виграти великі гроші в таких іграх?

В наведених іграх здається організатор гри не має впливу на ситуацію і все залежить лише від Вас. Адже, в лотереї власне Ви закреслюєте числа, в рулетці Ви обираєте колір і число тощо. І багато людей досить серйозно ставляться до можливості виграти , наприклад в лотерею, купують їх досить багато, іноді витрачаючи значні кошти. Але, як часто може випасти те чи інше число? Відповідь на це питання може дати теорія ймовірностей. І сьогодні ми вирахуємо Ваші шанси в одній із азартних ігор. Можливо ви переглянете своє ставлення до таких ігор і зможете підказати іншим.

***3.2.4.*** ***Актуалізація опорних знань студентів****. (****метод*** *– фронтальна бесіда, тренувальні вправи)*

*1. Первісне поняття теорії ймовірностей.*

*2. Що таке подія?*

*3. Які бувають події?*

*4. Означення ймовірності випадкової події А*

*5. Властивості ймовірності неможливої, випадкової та вірогідної подій.*

*6. Сума подій, її позначення та геометричний зміст.*

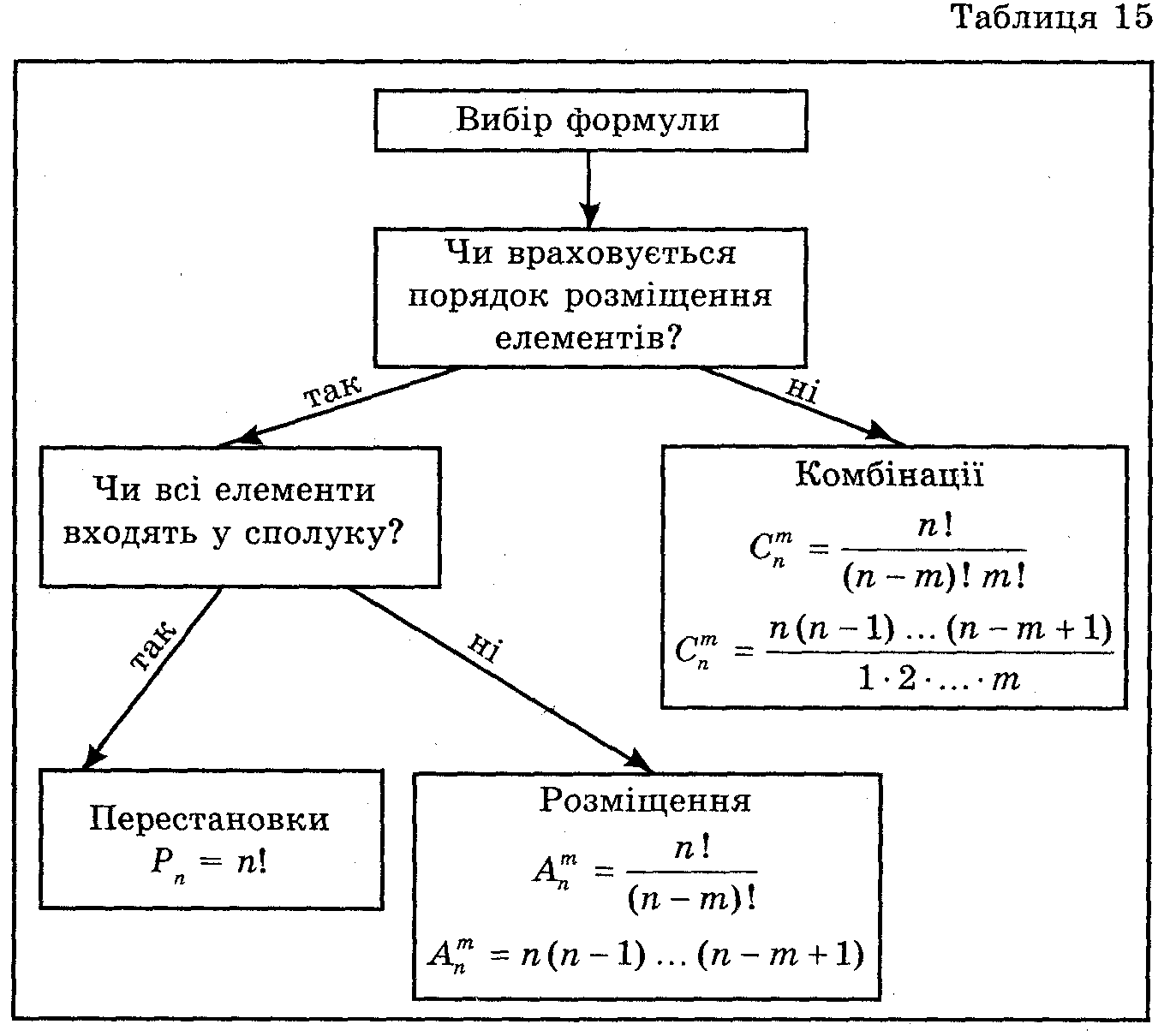
*7. Добуток подій, його позначення та геометричний зміст.*

*8. Подія протилежна до А.*

***4.* Відпрацювання умінь.** *(****методи*** *– робота студентів згідно з інструкцією для практичної роботи, бесіда, колективне розв’язування вправ, інструктаж щодо виконання завдань )*

***4.1***. ***Поточний інструктаж і контроль за виконанням роботи.****(****метод*** *– керований практикум)*

Безпосередній підрахунок ймовірностей подій значно спро­щується, якщо використовувати формули комбінаторики. Пра­вильність розв'язання задачі залежить від уміння визначити вид сполуки, що утворюються сукупністю подій, про які йдеться мова в умові задачі. Згадаємо алгоритм визначення виду сполуки



Розглянемо приклади розв'язування задач.

***Задача №1.*** В урні лежать 20 кульок, з яких 12 білих, решта — чорні. З урни навмання виймають дві кульки. Яка ймовірність того, що вони білі?

***Розв’язання***

Ймовірність випадкової події обчислюється за формулою:

Р(А) = , де

А — подія,

Р(А) — ймовірність події;

*n —* загальна кількість подій простору елементарних подій;

*т —* число подій, які сприяють події А.

В нашому випадку загальна кількість елементарних подій випробування (вий­нято дві кульки) дорівнює числу способів, якими можна вийня­ти 2 кульки із 20, тобто числу комбінацій із 20 елементів по 2:

Підрахуємо кількість елементарних подій, які сприя­ють події «вийнято дві білих кульки». Ця кількість дорівнює числу способів, якими можна вийняти 2 кульки із 12 білих, тобто числу комбінацій із 12 елементів по 2:

Отже, .

***Задача №2.*** Гральний кубик підкидають двічі. Знайдіть ймовірність того, що:

а) у сумі випаде 6 очок;

б) у сумі випаде 7 очок;

в) за два кидки випаде однакова кількість очок;

г) за два кидки випаде різна кількість очок

***Розв’язання***

Як і в попередній задачі, ймовірність випадкової події обчислюється за формулою:

Р(А) = , де

А — подія,

Р(А) — ймовірність події;

*n —* загальна кількість подій простору елементарних подій;

*т —* число подій, які сприяють події А.

а) сума очок на гранях буде дорівнювати ***6*** у випадках:

|  |  |
| --- | --- |
| *I кидок* | *II кидок* |
| ***1*** | ***5*** |
| ***2*** | ***4*** |
| ***3*** | ***3*** |
| ***4*** | ***2*** |
| ***5*** | ***1*** |

Тобто можливо 5 варіантів, а це означає, що *т=5*

Отже*,*

б*)* у сумі випаде 7 очок, якщо:

|  |  |
| --- | --- |
| *I кидок* | *II кидок* |
| ***1*** | ***6*** |
| ***2*** | ***5*** |
| ***3*** | ***4*** |
| ***4*** | ***3*** |
| ***5*** | ***2*** |
| ***6*** | ***1*** |

Тобто можливо 6 варіантів, а це означає, що *т=6*

*,* як і в попередньому разі.

Отже*,*

в) за два кидки випаде однакова кількість очок, якщо:

|  |  |
| --- | --- |
| *I кидок* | *II кидок* |
| ***1*** | ***1*** |
| ***2*** | ***2*** |
| ***3*** | ***3*** |
| ***4*** | ***4*** |
| ***5*** | ***5*** |
| ***6*** | ***6*** |

Тобто можливо 6 варіантів, а це означає, що *т=6*

*,* як і в попередніх випадках.

Отже*,*

г) А= “За два кидки випаде різна кількість очок” – є подія протилежна до події “За два кидки випаде однакова кількість очок”, події А і є несумісними. Отже, сума їх ймовірностей дорівнює одиниці.

Оскільки в попередньому пункті знайдено ,

то .

***Задача №3.*** Кожний з двох учнів вибирає навмання один з трьох можли­вих способів дістатися до школи: трамваєм, автобусом або пішки. Позначимо випадкові події:

A1 — «перший учень поїде до школи трамваєм»;

В1 — «перший учень поїде до школи автобусом»;

С1 — «перший учень піде до школи пішки»;

A2 *—* «другий учень поїде до школи трамваєм»;

В2 *—* «другий учень поїде до школи автобусом»;

C2 — «другий учень піде до школи пішки».

Виразити через позначені випадкові події наступні випадкові події:

а) *D —* «перший учень дістанеться до школи не автобусом»;

б) *Е —* «другий учень дістанеться до школи або трамваєм, або пішки»;

в) *F —* «обидва учні дістануться до школи пішки»;

г) *G —* «перший учень дістанеться до школи трамваєм, а дру­гий не піде пішки»;

д) *Η —* «або перший, або другий з учнів дістануться до школи автобусом».

***Розв’язання***

а) *D —* «перший учень дістанеться до школи не автобусом», тобто він поїде або трамваєм або піде пішки

***D=***

б) *Е —* «другий учень дістанеться до школи або трамваєм, або пішки»

***Е==***

в) *F —* «обидва учні дістануться до школи пішки»

г) *G —* «перший учень дістанеться до школи трамваєм, а дру­гий не піде пішки»

д) *Η —* «або перший, або другий з учнів дістануться до школи автобусом»

***Задача №4.*** Два мисливці стріляють одночасно і незалежно один від од­ного в ціль. Постріл вважається успішним, якщо в ціль влу­чив хоч би один мисливець. Обчисліть ймовірність того, що постріл буде успішним, якщо ймовірності влучення в ціль для мисливців дорівнюють відповідно 0,8 і 0,75.

***Розв’язання***

Випадки влучив в ціль і промахнувся складають повну групу несумісних подій, тому сума їх ймовірностей дорівнює одиниці.

Тоді для першого *влучив - 0,8, промахнувся – 0,2*

Для другого *влучив – 0,75, промахнувся -0,25*

Отже, можемо скласти схему:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *I мисливець* | *в* | *в* | *п* | *п* |
| *II мисливець* | *в* | *п* | *в* | *п* |

Ймовірність того, що постріл буде успішним, означає, що влучив або перший, або другий, або обидва.

Тобто:

***4.2. Заключний інструктаж***

***Задача .*** При грі в «Спортлото» на спеціальній картці відмічається 6 номерів із 49. Під час тиражу визначаються 6 виграшних номерів. Яка ймовірність вгадати рівно 3 виграшних номера?

***Розв’язання***

Ймовірність випадкової події обчислюється за формулою:

Р(А) = , де

А — подія – вгадування рівно трьох чисел,

Р(А) — ймовірність події;

*n —* загальна кількість подій простору елементарних подій;

*т —* число подій, які сприяють події А.

Р(А)=0,0176504…

***Відповідь:*** Р(А)=0,0176504…

Звичайно вгадування трьох чисел із шести потрібних в лотереї не дає Вам права на виграш, але вже зрозуміло, що для того щоб вгадати всі шість чисел, необхідно неабияку удачу.

Вираховується ймовірність дуже просто Р(А)=, тобто лише одна із майже 14 мільйонів комбінацій є вірною.

**5. Оцінка знань і вмінь, яких студенти набули під час виконання роботи.***(****метод –*** *письмове опитування по варіантах)*

Викладач пояснює зміст практичної роботи, ставить перед студентами завдання.

**Варіант 1**

1. В скриньці лежать 10 однакових за формою кульок: 3 білих, 2 чорних і 5 червоних. Яка ймовірність того, що навмання взята кулька: а) червона; б) не червона? (3 бали)

2. В скриньці 5 білих і 7 чорних кульок. З неї вийняли дві куль­ки. Яка ймовірність того, що вони будуть білими? (3 бали)

3. Два стрільця незалежно один від одного стріляють у ціль. Ймовірність попадання в ціль першого стрільця дорівнює 0,8, а другого — 0,7. Яка ймовірність того, що один стрілець про­махнеться, а другий — попаде в ціль? (3 *бали)*

4. 75 % продукції, що виготовляє завод, є продукцією вищого сорту. Яка ймовірність того, що із 6 навмання взятих виробів 3 вироби будуть виробами вищого ґатунку? (3 *бали)*

*Відповіді:*

**В-1**.**1.** а) 0,5; б) 0,5. **2.** . **3.** 0,38. **4.** 0,1318.



**Варіант 2**

1. В скриньці лежать 10 однакових за формою кульок: 2 білих, 5 зелених, 3 червоних. Яка ймовірність того, що навмання взята кулька: а) зелена; б) не зелена? (3 *бали)*

2. В скриньці 6 білих і 8 чорних кульок. З неї вийняли дві куль­ки. Яка ймовірність того, що вони будуть чорними? (3 *бали)*

3. Два станка працюють незалежно один від одного. Ймовірність безперебійної роботи протягом години для першого станка становить 0,75, а для другого — 0,8. Яка ймовірність того, що протягом години будуть збої в роботі тільки одного станка? (3 *бали)*

4. Ймовірність появи нестандартної деталі дорівнює 0,02. Чому дорівнює ймовірність того, що із 5 навмання взятих деталей, дві деталі будуть нестандартними? (3 *бали)*

*Відповіді:*

**Β-2.** **1.** a) 0,5; б) 0,5. **2.** . **3.** 0,35. **4.** 0,0038.

**Варіант 3**

1. В скриньці лежать 10 однакових за формою кульок: 3 білих, 2 чорних і 5 зелених. Яка ймовірність того, що навмання взята кулька: а) біла; б) не чорна? (3 *бали)*

2. Із 30 кавунів 20 кавунів спілих. Вибирається два кавуна. Яка ймовірність того, що вибрані кавуни спілі? (3 *бали)*

3. Два стрільця виконали по одному пострілу. Ймовірність влу­чення в ціль першим стрільцем дорівнює 0,7, а другим — 0,6. Знайти ймовірність того, що принаймні один із стрільців попав у ціль. (3 *бали)*

4. В магазині є 11 покупців. Ймовірність здійснення покупки кожним із них дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що 7 із них здійснять покупку? (3 *бали)*

*Відповіді:*

**B-3.** **1.** a) 0,3; б) 0,8. **2.** · **3.** 0,88. **4.** 0,00002165.

**Варіант 4**

1. В скриньці лежать 10 однакових за формою кульок: 3 білих, 2 червоних і 5 зелених. Яка ймовірність того, що навмання взята кулька: а) червона; б) не біла? (3 *бали)*

2. В партії із 10 деталей 8 стандартних. Знайти ймовірність того, що серед навмання вибраних 2 деталей вони будуть стандарт­ними. (3 *бали)*

3. Ймовірність влучення в ціль першим стрільцем при одному пострілі дорівнює 0,8, а другим стрільцем — 0,6. Знайти ймовірність того, що лише один із стрільців влучить у ціль. (3 *бали)*

4. Вироби містять 5 % браку. Знайдіть ймовірність того, що се­ред п'яти виробів будуть два бракованих. (3 *бали)*

*Відповіді:*

**B-4.** **1.** a) 0,2; б) 0,7. **2.** . **3.** 0,44. **4.** .

**6. Підведення підсумків заняття. *(метод*** *- рефлексія****)***

Підводяться підсумки виконаної на занятті роботи, викладач відмічає роботу студентів, коментує одержані на занятті оцінки.

Продовжити речення:

1. Сьогодні я узнала…

2. Було цікаво…

3. Було важко…

4. Я зрозумів, що…

5. Тепер я можу…

6. Я навчилась…

7. У мене вийшло…

8. Я змогла….

9. Мене здивувало…

10. Урок дав мені для життя…

**7.Домашнє завдання.** § 8, п. 76, 77; контрольні запитання № **3,** 4

Повторити все про рівняння.

***Задача 1.*** З 10 лотерейних білетів два виграшних. Знайдіть ймовірність того, що серед узятих будь-яких п'яти білетів: а) один ви­грашний; б) принаймні один виграшний?

*Відповіді:* a) ; б) .

***Задача 2.*** Набираючи номер телефону, абонент забув дві останні цифри і, пам'ятаючи лише, що ці цифри різні, набрав їх навмання. Яка ймовірність того, що номер набрано правильно?

*Відповідь*: .

Додаток 1

**ПРАКТИЧНА РОБОТА №25**

**Тема Обчислення ймовірності за допомогою комбінаторики, ймовірності суми та добутку подій**

***Мета роботи:*** навчитись розв’язувати задачі на застосування основних формул комбінаторики

***Наочне забезпечення та обладнання:***

* 1. Інструкційні картки;
  2. Приклади задач;
  3. Роздаткові матеріали: опорні конспекти “Основні формули комбінаторики”
  4. Обчислювальні засоби: калькулятор.

***Теоретичні відомості про застосування комбінаторики. Методичні вказівки до виконання роботи.***

Відношення числа подій, які сприяють події А, до загальної кількості подій простору елементарних подій називається *ймо­вірністю випадкової події А* і позначається Р(А).

Р(А) = , де

А — подія,

Р(А) — ймовірність події;

*n —* загальна кількість подій простору елементарних подій;

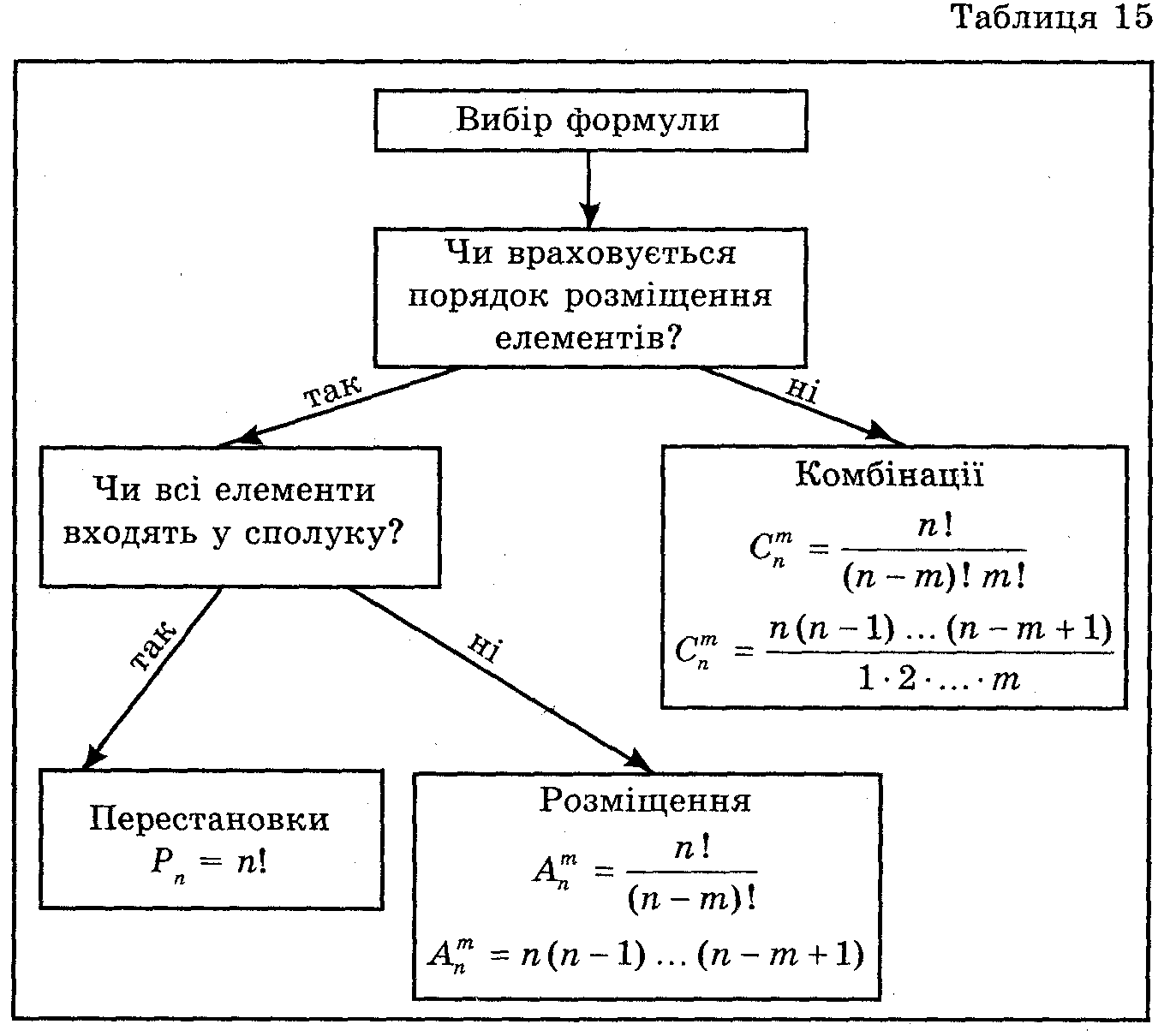
*т —* число подій, які сприяють події А.

Ймо­вірність вірогідної події дорівнює 1. Ймовірність неможливої події дорівнює 0.

Безпосередній підрахунок ймовірностей подій значно спро­щується, якщо використовувати формули комбінаторики. Пра­вильність розв'язання задачі залежить від уміння визначити вид сполуки, що утворюються сукупністю подій, про які йдеться мова в умові задачі. Згадаємо алгоритм визначення виду сполуки (таб­лиця 15).

Нагадаємо, що:

* перестановки відрізняються одна від одної порядком розта­шування елементів;
* розміщення відрізняються або вибором елементів, або поряд­ком їх розташування;
* комбінації відрізняються тільки вибором елементів (порядок розміщення елементів не враховується).



Задача №1. В урні лежать 20 кульок, з яких 12 білих, решта — чорні. З урни навмання виймають дві кульки. Яка ймовірність того, що вони білі?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Задача №2. Гральний кубик підкидають двічі. Знайдіть ймовірність того, що:

а) у сумі випаде 6 очок;

б) у сумі випаде 7 очок;

в) за два кидки випаде однакова кількість очок;

г) за два кидки випаде різна кількість очок

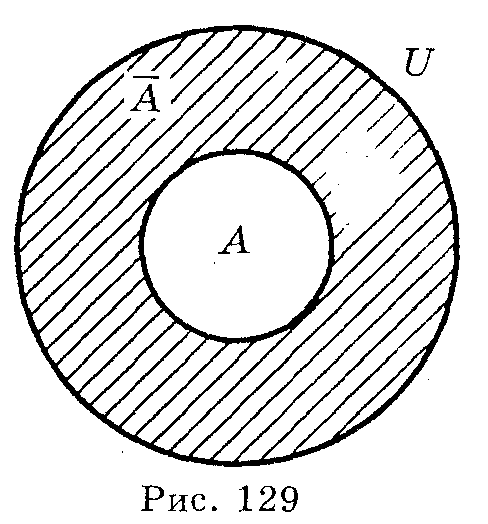
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

***Теоретичні відомості про дії над подіями. Методичні вказівки до виконання вправ.***

*Сумою подій А* і *В* називається подія С, що полягає в здійсненні під час одиничного випробування або події А, або події *В,* або обох подій одночасно.

***Приклад.*** Якщо подія А — «влучення в ціль з першого пост­рілу», подія *В —* «влучення в ціль з другого пострілу», то подія С = А + *В —* «влучення в ціль».

Подія  називається протилежною до події А, якщо вона відбу­вається тоді і тільки тоді, коли подія А не відбувається. Чи­тається — «не А».



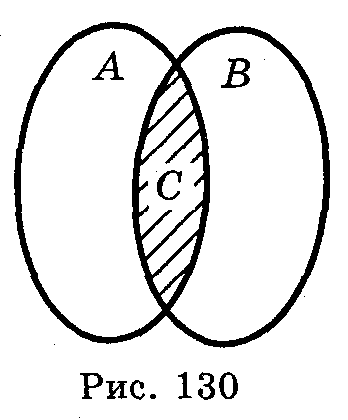
***Приклад.*** Якщо подія А — «попадання в ціль при пострілі», то подія  — «промах при пострілі».

Для будь-якої події А мають місце рів­ності:

А + *U* = *U;* А + А = А; *A +* *=U;* А +  = А.

*Добутком подій* А і В називається подія С, що полягає в здійс­ненні обох подій А і *В* під час одиничного випробування.

Добуток двох подій *А і В* позначають так: С = А · *В* або С = *АВ,* або С = АВ.

Графічно добуток двох подій, як і двох множин, зображається так, як на рисунку 2:

Для будь-якої події А і повної групи несумі­сних подій *U* мають місце рівності:

А·А =А; А· =, А ·  = ; А · *U* = А.

*Приклад.* Якщо подія А — «перший стрілець влучив у ціль»,

*Рис2*

подія *В —* «другий стрілець влучив у ціль», тоді подія *С =А·В —* «в ціль влучили обидва учасники».

Задача №3. Кожний з двох учнів вибирає навмання один з трьох можли­вих способів дістатися до школи: трамваєм, автобусом або пішки. Позначимо випадкові події:

A1 — «перший учень поїде до школи трамваєм»;

В1 — «перший учень поїде до школи автобусом»;

С1 — «перший учень піде до школи пішки»;

A2 *—* «другий учень поїде до школи трамваєм»;

В2 *—* «другий учень поїде до школи автобусом»;

C2 — «другий учень піде до школи пішки».

Виразити через позначені випадкові події наступні випадкові події:

а) *D —* «перший учень дістанеться до школи не автобусом»;

б) *Е —* «другий учень дістанеться до школи або трамваєм, або пішки»;

в) *F —* «обидва учні дістануться до школи пішки»;

г) *G —* «перший учень дістанеться до школи трамваєм, а дру­гий не піде пішки»;

д) *Η —* «або перший, або другий з учнів дістануться до школи автобусом».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Задача №4. Два мисливці стріляють одночасно і незалежно один від од­ного в ціль. Постріл вважається успішним, якщо в ціль влу­чив хоч би один мисливець. Обчисліть ймовірність того, що постріл буде успішним, якщо ймовірності влучення в ціль для мисливців дорівнюють відповідно 0,8 і 0,75.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

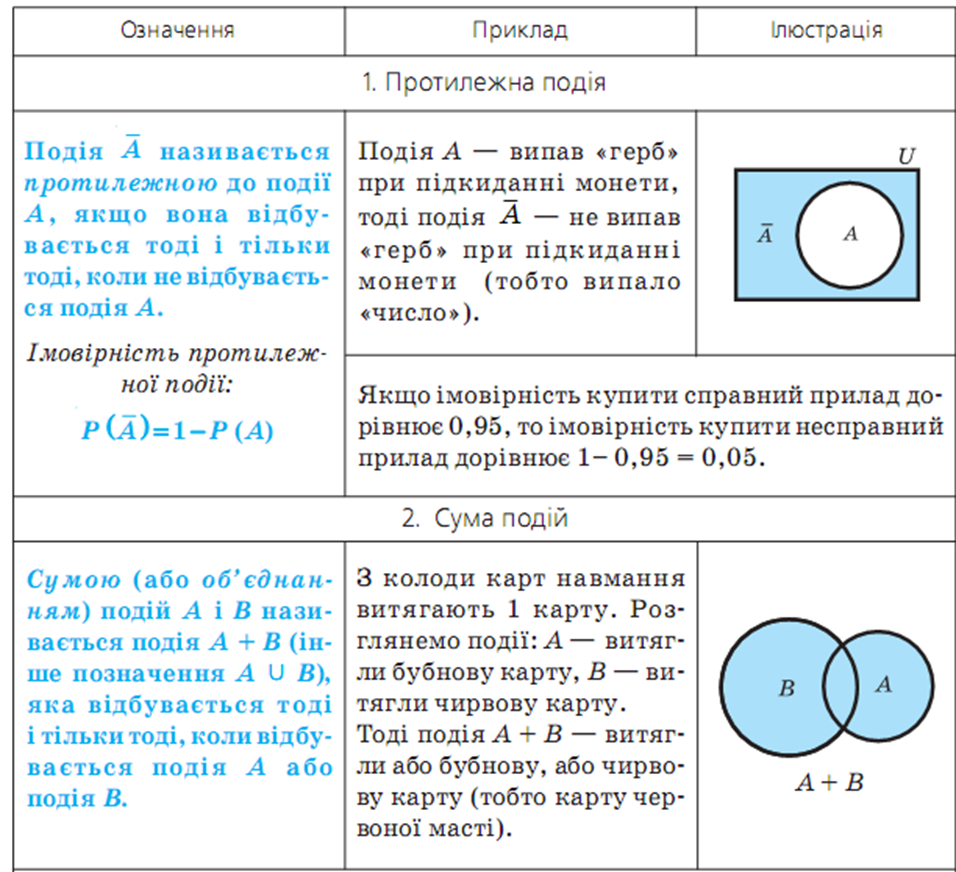
**Питання для самоконтролю знань і вмінь**

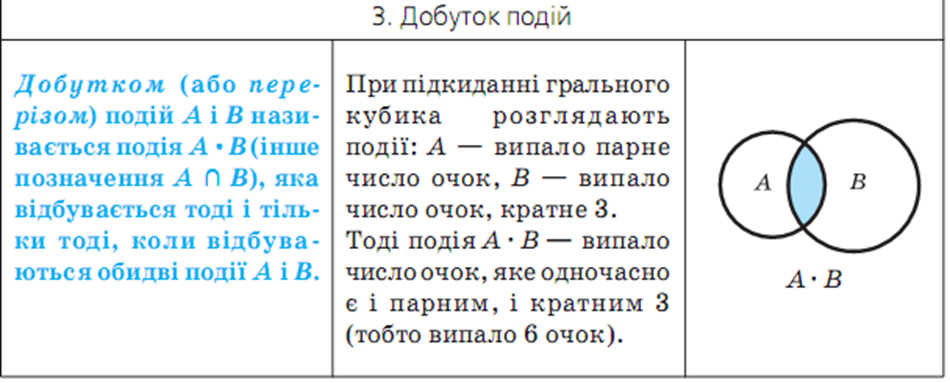
1. Що таке ймовірність подій?
2. Яка подія називається вірогідною?
3. Яка подія називається неможливою?
4. Що називається сумою подій?
5. Що таке добуток подій?
6. Які події називаються незалежними?

Перевірив викладач \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Оцінка \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Дата\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Додаток 2

**ОПЕРАЦІЇ НАД ПОДІЯМИ**





Додаток 3

**ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ПОДІЙ**

