Миколаївська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів

[](https://www.google.ru/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwi2q4GHkq7XAhXN_KQKHdioDIUQjRwIBw&url=https://sites.google.com/site/biblkompmod&psig=AOvVaw2TB0p94a2YzkJRAk6VaVRZ&ust=1510201660623123)

***Степенева функція,***

***її властивості та графік***

***Учитель математики***

***Ріпна Н.П.***

2017-2018 н.р.

**Тема уроку: *“Степенева функція, її властивості та графік”***

**Мета уроку.** Сформувати поняття степеневої функції;

Навчити досліджувати властивості функції у випадках, коли показник степеня:

* парне натуральне число;
* непарне натуральне число;
* парне від’ємне число;
* непарне від’ємне число;
* неціле додатне число;
* неціле від’ємне число;
* окремі випадки коли показник степеня 1; 0;

та будувати їх графіки.

Розвивати і вдосконалювати навики побудови графіків основних математичних функцій, логічне мислення, уміння аналізувати, робити висновки.

Виховувати пізнавальний інтерес до предмета, позитивну мотивацію до навчання, увагу, спостережливість, формувати творчу, працелюбну особистість.

**Тип уроку: урок дослідження.**

**Обладнання**. Записи на дошці, презентація, аркуші дослідження властивостей степеневої функції, заготовка кросворду, комп'ютери, програма GeoGebra, мультимедійний проектор, А.Г. Мерзляк підручник «Алгебра і початки аналізу» 2010.

**Хід уроку**

Девіз:

***«Мало мати хороший розум,***

***головне – добре його застосовувати»***

Рене Декарта

**І. Організаційний момент**

Учні записують дату уроку.

Учитель оголошує девіз уроку.

Учитель. Як ви вмієте застосовувати набуті знання покаже опитування. Я читаю запитання, вам треба дати відповідь одним словом. Це слово треба записати у відповідний рядок кросворду.

Заготовку кросворду має кожен учень

10 клас \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
|  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
|  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
|  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
|  |  |  |  | **8** |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  |
|  |  |  |  | **9** |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |

**ІІ. Актуалізація опорних знань**

1. Одна з декартових [координат](http://vseslova.com.ua/word/%D0%9A%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%B8_%28%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82.%29-50657u) точки, яку позначають, переважно, буквою *х.*
2. Функція називається … на деякій множині Х, якщо більшому значенню аргументу з цієї множини відповідає більше значення функції.
3. Функція, графік якої симетричний відносно початку координат називається … .
4. Функція, графік якої симетричний відносно осі ординат називається … .
5. Графіком оберненої пропорційності є … .
6. Правило, за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної з множини Х можна знайти єдине значення залежної змінної, називається … .
7. Один із способів подання функції.
8. Множину всіх значень, яких набуває аргумент, називають областю …
9. Незалежну змінну функції називають … .

Кросворд містить закодоване слово, яке є в назві нашої сьогоднішньої теми. Давайте дізнаємось яке саме.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  |  | 1.а | б | **с** | ц | | и | | с | | а | |  | |  | |  | |  | |  |
| 2.з | р | о | с | **т** | а | | ю | | ч | | а | |  | |  | |  | |  | |  |
|  |  |  | 3.н | **е** | п | | а | | р | | н | | а | |  | |  | |  | |  |
|  |  | 4.г | і | **п** | е | | р | | б | | о | | л | | а | |  | |  | |  |
| 5.з | н | а | ч | **е** | н | | ь | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
|  |  | 6.ф | у | **н** | к | | ц | | і | | я | |  | |  | |  | |  | |  |
| 7.с | л | о | в | **е** | с | | н | | о | |  | |  | |  | |  | |  | |  |
|  |  |  |  | **8.в** | и | | з | | н | | а | | ч | | е | | н | | н | | я |
|  |  |  |  | **9.а** | р | | г | | у | | м | | е | | н | | т |  | |  | |

Оголошення теми й мети уроку . Слайд1,3

**М** – маємо дослідити властивості функції y = xр , де р:

* парне натуральне число;
* непарне натуральне число;
* парне від’ємне число;
* непарне від’ємне число;
* неціле додатне число;
* неціле від’ємне число;
* окремі випадки коли показник степеня 1; 0;

**Е** – ефективно використовувати знання на уроці.

**Т** – творчо підходити до роботи.

**А** – активно співпрацювати.

Мотивація навчання

**ІII. Сприймання і усвідомлення матеріалу про степеневу функцію.**

Давайте пригадаємо, що означає запис: **2k, k ϵ *N;* 2k-1, k ϵ *N*; -(2k), k ϵ *N;* -(2k-1), k ϵ *N.(записано на дошці)***

Слайд 5

Степеневою функцією називається функція виду *у = хp,* де *р —* постійне дійсне число, а *х* (основа) — змінна. З'ясуємо вла­стивості степеневих функцій, побудуємо їхні графіки. Допоможе нам у цьому комп’ютерна програма

Geo-Gebra.

***Ми працюємо у комп’ютерному класі, тому слід пригадати правила поведінки у комп’ютерному класі***

Учні піднімають картинку (Додаток 2) і проговорюють правило.

Учитель. Прошу зайняти свої місця за комп'ютером.

Ми маємо дослідити властивості функції y = xр , де р:

* парне натуральне число;
* непарне натуральне число;
* парне від’ємне число;
* непарне від’ємне число;
* неціле додатне число;
* неціле від’ємне число;
* окремі випадки коли показник степеня 1; 0.

Результати досліджень запишете в таблицю. Додаток 1.

**ФУНКЦІЯ** 

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  № | **р** | **Графік** | **D(y)** | **E(y)** | **Парність**  **(непарність)** | **Монотонність** |
| **11** | **р=2k,**  **k ϵ *N*** |  | **R** | **[0;+∞)** | **парна** | **спадає при**  **х ϵ (-∞;0],**  **зростає при**  **х ϵ [0;+∞)** |
| **22** | **р=2k-1,**  **k ϵ *N*** | **D:\ЯНА\МАТЕМАТИКА\Рисунки Криворучко\3.jpg** | **R** | **R** | **непарна** | **зростає** |
| **33** | **р=-(2k),**  **k ϵ *N*** |  | **x≠0** | **(0;+∞)** | **парна** | **зростає при**  **х ϵ (-∞;0),**  **спадає при**  **х ϵ (0;+∞)** |
| **44** | **р=-(2k-1),**  **k ϵ *N*** | **D:\ЯНА\МАТЕМАТИКА\Рисунки Криворучко\4.jpg** | **x≠0** | **y≠0** | **непарна** | **спадає при**  **х ϵ (-∞;0),**  **х ϵ (0;+∞)** |
| **55** | **0<p<1, р=** |  | **[0;+∞)** | **[0;+∞)** | **ні парна,**  **ні непарна** | **зростає** |
|  | **0<p<1, р =** |  | **(-∞;+∞)** | **(-∞;+∞)** | **непарна** | **зростає** |
| **66** | **p>1,**  **р – неціле, з парним знаменником** |  | **[0;+∞)** | **[0;+∞)** | **ні парна,**  **ні непарна** | **зростає** |
| **77** | **p<0,**  **р – неціле,**  **з парним знаменником** |  | **(0;+∞)** | **(0;+∞)** | **ні парна,**  **ні непарна** | **спадає** |

#### Коментарі вчителя

1. Якщо *р = 2k, k* *Z,* то функція *у =* *х*2k. Якщо *k* = 1, то ця функція має вигляд *у* = *х2.* Згадаємо її основні властивості. Функція *у = х2*:

* визначена для будь-якого дійсного *х;*
* додатна при *х* ≠ 0 і дорівнює 0 при *х =* 0;
* приймає всі невід'ємні значення;
* парна (графік симетричний відносно осі OY);
* спадає, якщо *х* є (-; 0] і зростає, якщо *х* є [0; +). Такі саме властивості має функція *у* = х2k (рис. 69 підручника).

2. Якщо *р* = 1, то функція має вигляд *у* = *х* (графік — пряма, що проходить через початок координат і ділить перший і третій координатний кути пополам).

Якщо *р =* 3, то ця функ­ція має вигляд *у = х*3*.* Функція *у* = *х*3:

* визначена для будь-якого дійсного *х;*
* додатна при *х >* 0, від'ємна при *х* < 0 і дорівнює 0 при *х* = 0;
* зростаюча;
* приймає всі дійсні значення;
* непарна (графік симетричний відносно початку координат), Такі самі властивості має степенева функція *у = х2k*-1, *k* *N* (рис. 71 підручника).

3. Розглянемо функцію *у* =х-2 =. Ця функція визначена при *х ≠* 0 і приймає всі додатні значення. Функція парна (графік симет­ричний відносно осі OY). При *х* < 0 функція зростає, а при *х* > 0 *—* спадає. Такі саме властивості має степенева функція *у = х-2k =*, *k* *N* (рис. 82 підручника).

4. Якщо *р* = – 1, то функція має вигляд *у = х-1* = . Ця функція визначена при *х* ≠ 0. При *х* > 0 функція *у =*  приймає додатні значення, а при *х <* 0 — від'ємні. При *х* > 0 функція *у =*  спадає, і при *х* < 0 *—* спадає.

Такі саме властивості має степенева функція *у* = *х* – (2k – 1) = , *k* ** N (рис.76 підручника).

5-6. Згадаємо властивості функції у = . Отже, функція *у* = :

* визначена при *х >* 0;
* додатна при *х* > О і дорівнює нулю при *х =* 0;
* зростає на всій області визначення;
* приймає всі невід'ємні значення.

Якщо *р —* додатне раціональне число, то степенева функція у = *xp* визначена при *х * 0 і має такі саме властивості, які функція *у* = *.*

**Виконання практичної роботи**

Слайди 6-14

За допомогою програми GeoGebra в одній системі координат учні будують графіки функцій у = xp:

1. р є N, р= 2n; (р=2; 4; 6).

р є N, р= 2n-1; (р=1; 3; 5).

1. р є Z, р < 0; р= -2n; (р=-2; -4; -6).

р є Z, р < 0; р= 2n-1; (р=-1; -3; -5).

1. p>1,р – неціле, з парним знаменником; (р=5/4; 7/6; 3/2).

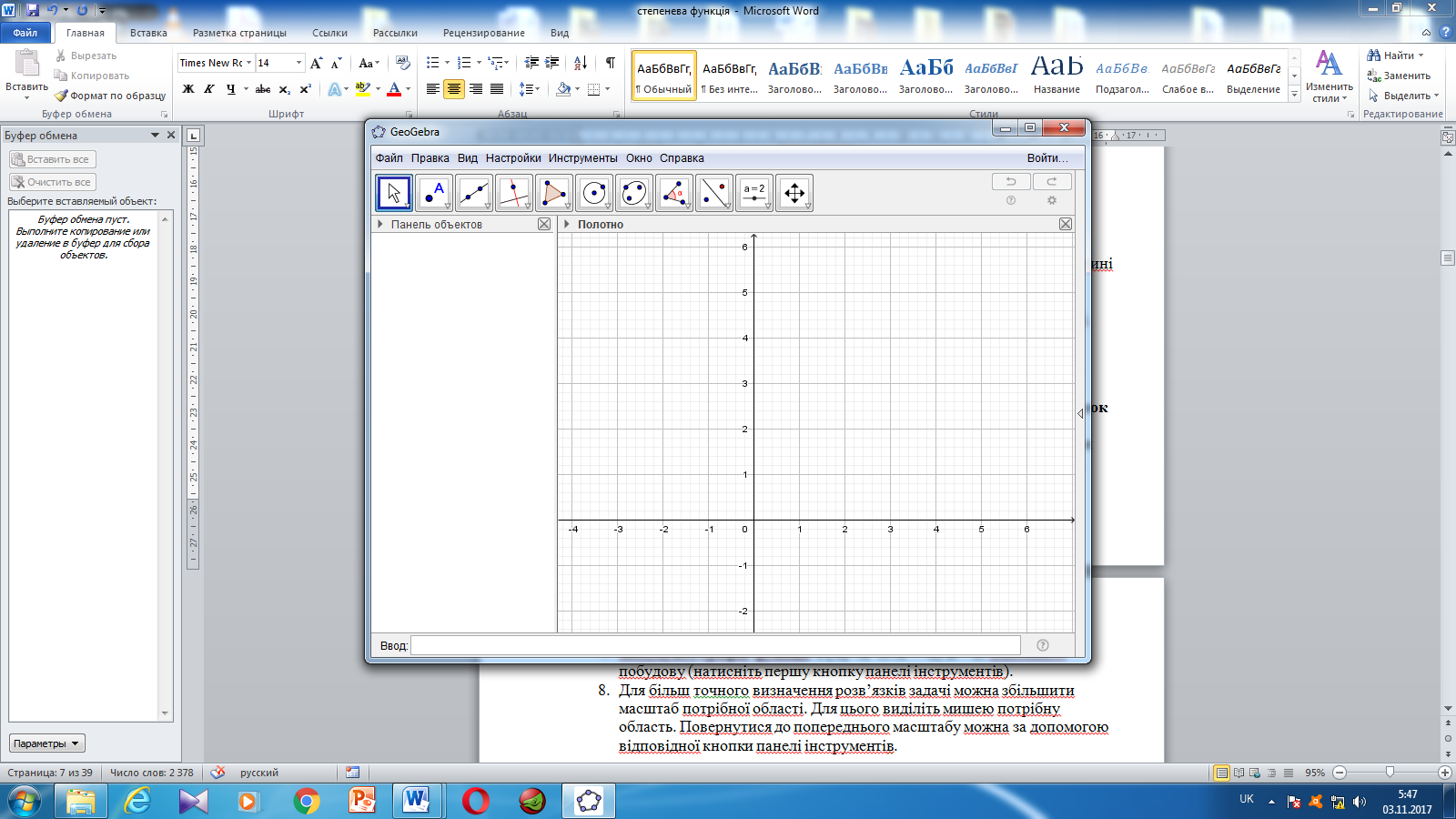
p<0, р – неціле, з парним знаменником; ( р=-11/8; -1/4;-3/2)

Учні узагальнюють властивості для випадків 1, 2, 3 за схемою:

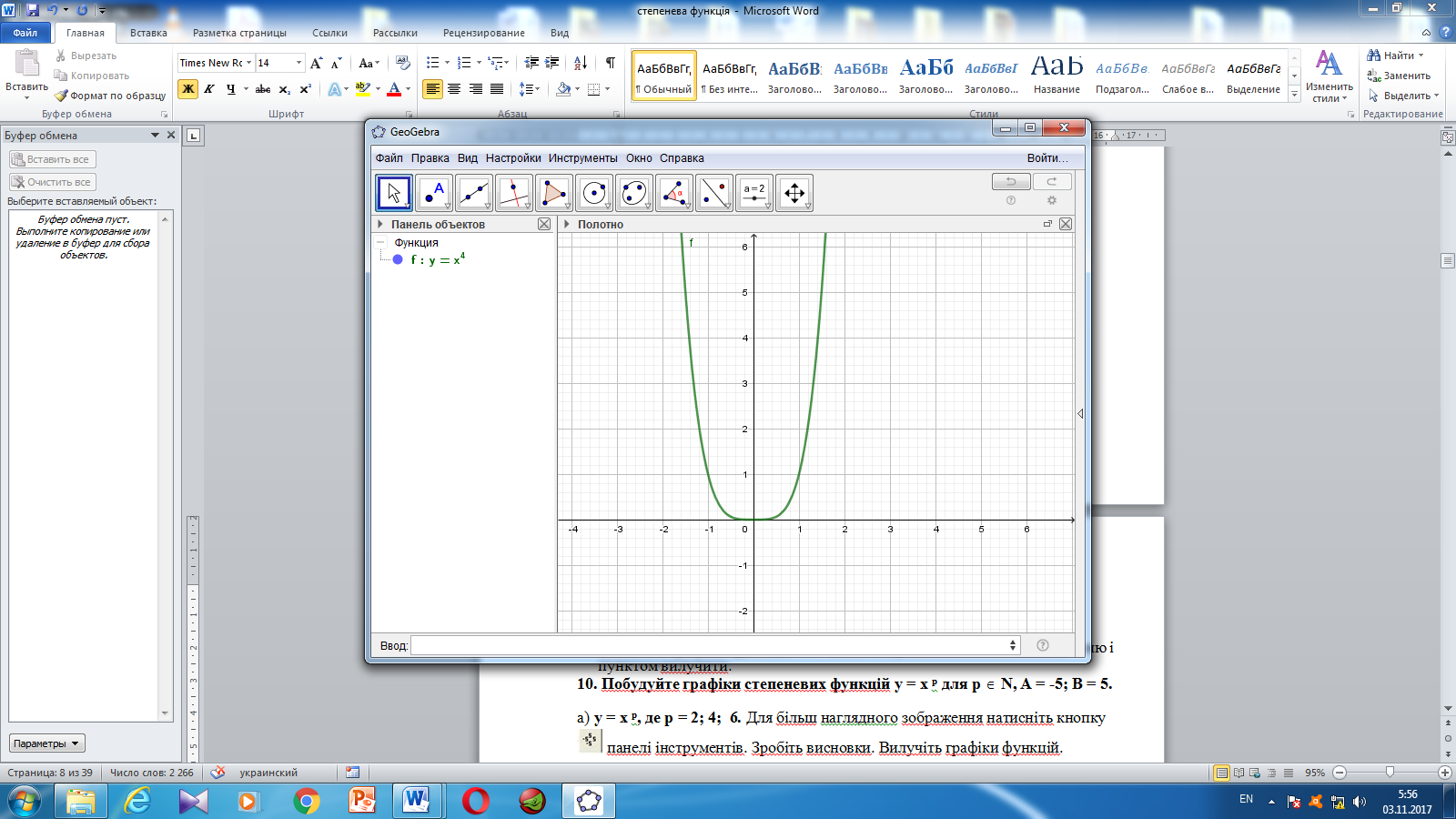
1. Д(у);
2. Е(у);
3. у=0;
4. у>0, y<0;
5. Проміжки зростання і спадання;
6. Парність, непарність функцій;
7. у=хр, р=0. (у=1).
8. у=хр, р=1.(у=х).

Хід роботи

1. Включіть комп’ютер і завантажте програму *(Пуск → Програми →* GeoGebra).



1. **Побудуйте графік функції у = х^4**. У вікні «ввод» введіть задану функцію англійською мовою.



1. **Видаліть графіки функцій.** Для цього скористайтеся контекстним меню і пунктом вилучити.

**4. Побудуйте графіки степеневих функцій у = х р для р  N.**

а) у = х р, де р = 2; 4; 6. Для більш наглядного зображення натисніть кнопку 05 панелі інструментів. Зробіть висновки. Вилучіть графіки функцій.

б) у = х р, де р = 3; 5; 7.

Сформулюйте властивості степеневої функції у = х р, р  N для парних і непарних степенів.

**5. Побудуйте графіки степеневих функцій у = х р для р  Z, р<0,**

а) у = х р, де р = -1; -3; -5. б) у = х р, де р = -2; -4; -6.

Сформулюйте властивості степеневої функції у = х р, р  Z, р<0, для парних і непарних степенів.

1. **Побудуйте графіки степеневих функцій у = х р для р**  **Q,**

p>1,р – неціле, з парним знаменником; (р=5/4; 7/6; 3/2).

p<0, р – неціле, з парним знаменником; ( р=-11/8; -1/4;-3/2)

Сформулюйте властивості степеневої функції у = х р, р  Q.

**IV. Формування первинних умінь**

Слайд 15.

Степенева функція — це знань основа

Про корені, квадрати, степені йде розмова  
Скільки складного допоможе зрозуміти –

Вимагає всіх дітей основам знань навчити.

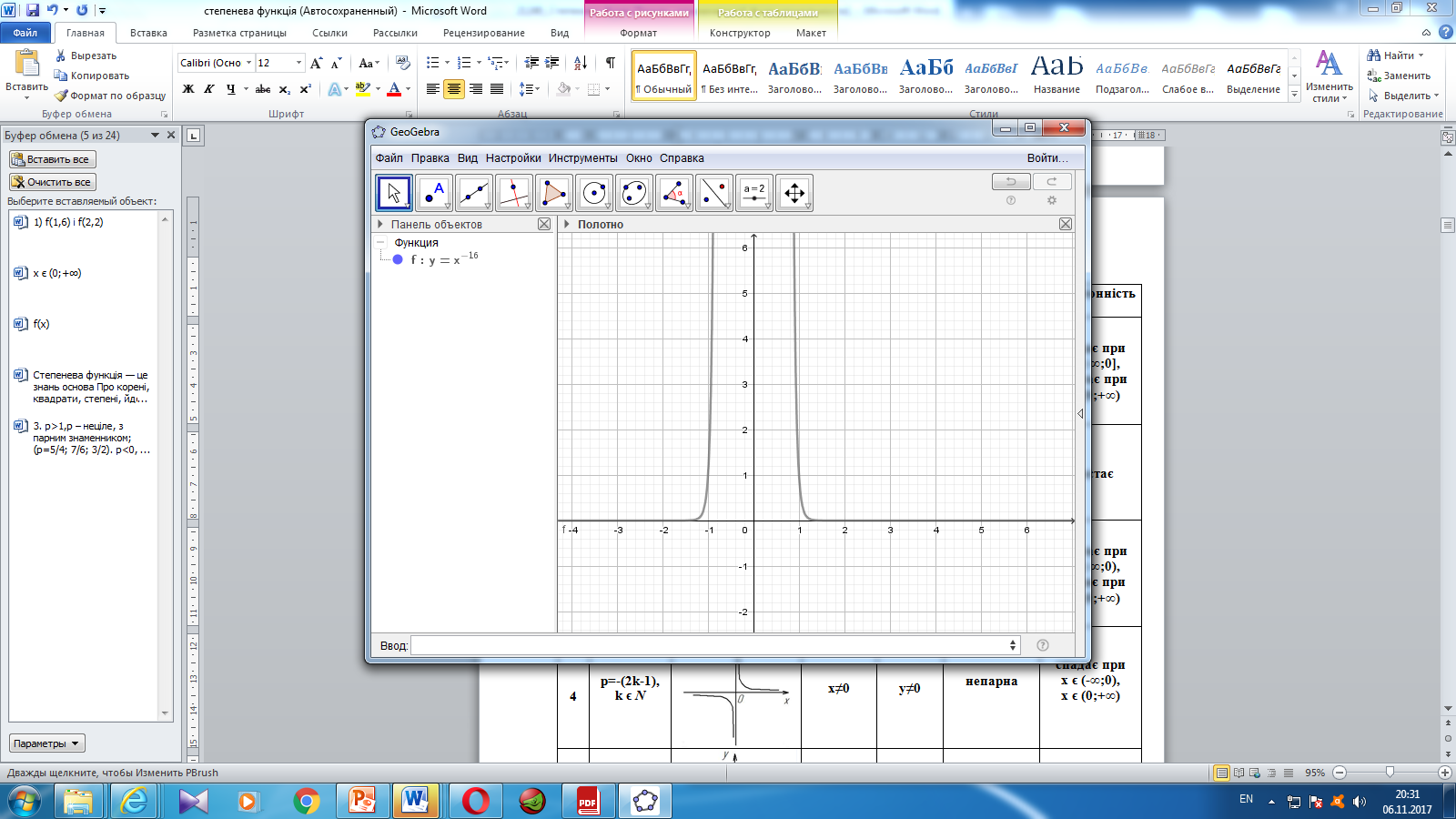
Учитель. Відкрили підручник с.96 №278. Слайд

Функцію задано формулою f(x) = x-16. Порівняти

1. f(1,6) і f(2,2)

Розв'язання. За умовою задачі задано степеневу функцію з від'ємним

Слайд 16-17.



парним показником.

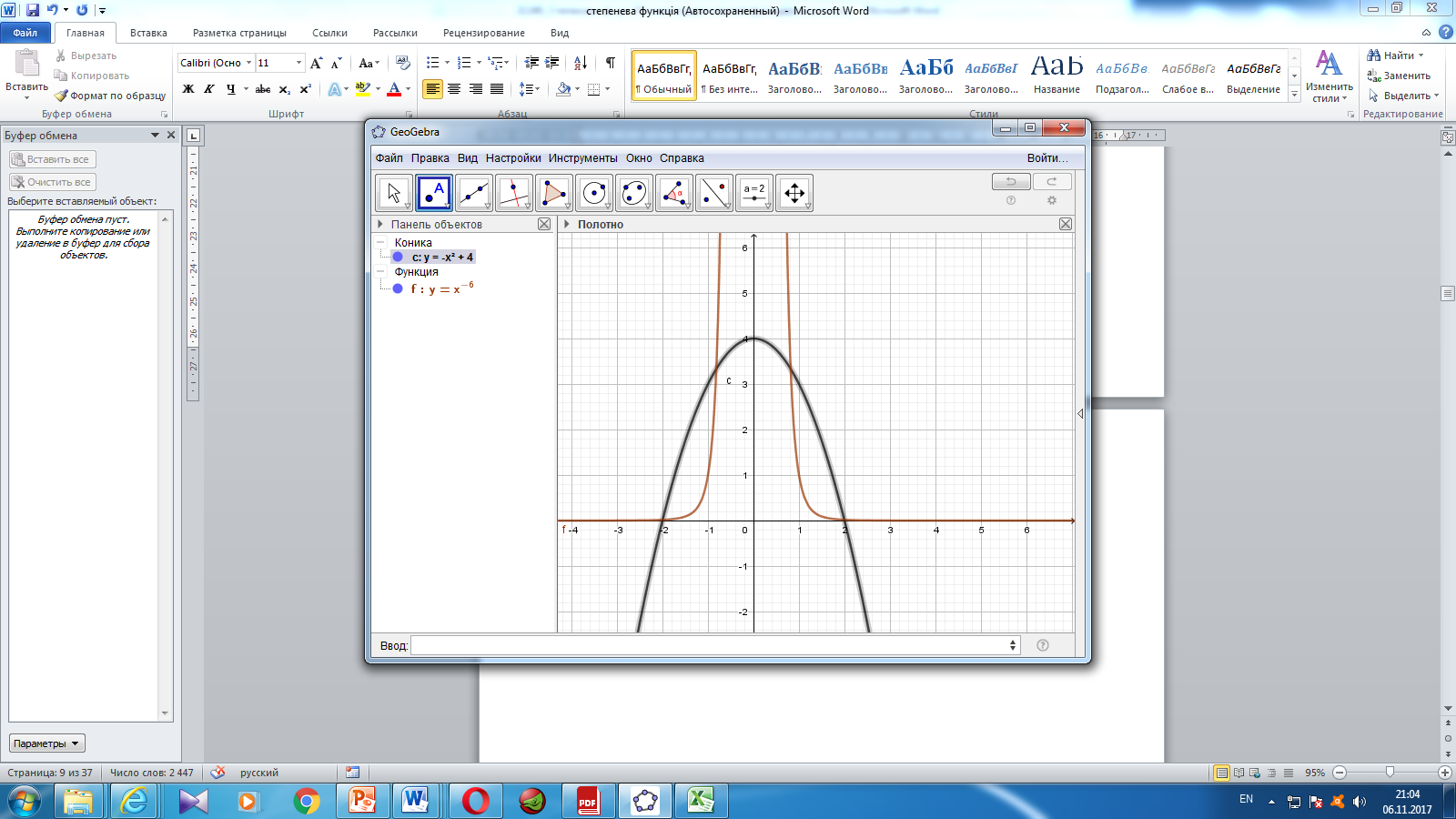
На проміжку  **(0;+∞)** функція спадає, тому f(1,6) > f(2,2);

1. f(-4,5) < f(-3,6); На проміжку  **(-∞;0)** функція зростає, тому f(-4,5) < f(-3,6);
2. f(-3.4) = f(3.4). Задана функція парна.
3. f(-18) < f(3), оскільки f(-18) = f(18), то порівняємо f(18) і f(3). На проміжку  **(0;+∞)** функція спадає, тому f(3) > f(18);
4. Слайд 18.

№289

Установіть графічно кількість розв’язків системи рівнянь:

Розв'язання. Будуємо схематично графіки функцій у=х-6 та у=4-х2.



Відповідь: 4.

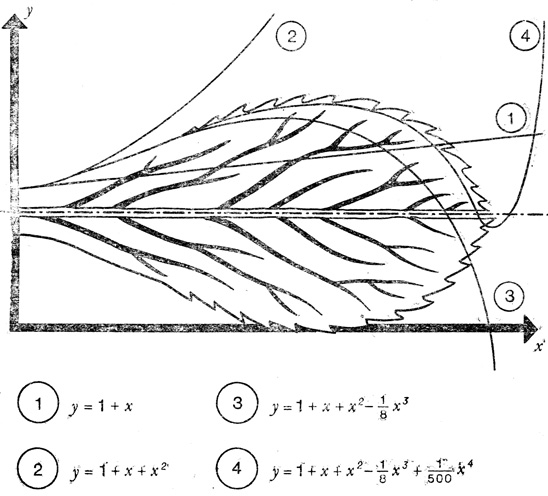
Слайд 19-20.

Учитель. Я хотіла б звернути вашу увагу на такий факт.

Математикам відома така універсальна формула, або, точніше, функція, яка дозволяє математично виразити майже будь-яку криву, - це так званий поліном. Він записується у вигляді ряду, який можна продовжувати як завгодно довго, але математики обмежується лише дійсно необхідним числом членів, бо з кожним новим членом поліном все ускладнюється. Рівняння цього ряду виглядає так:

http://biologylib.ru/books/item/f00/s00/z0000026/pic/000026.jpg

За допомогою полінома ми можемо описати форми будь-яких об'єктів незалежно від їх розмірів, а також порівнювати їх між собою.



**V. Підсумок уроку.**

Слайд 21.

1. Що на уроці було головним?
2. Що на уроці було цікавим?
3. Чому ми сьогодні навчилися?

Оцінювання .

**VI. Домашнє завдання.**

§9, §10, §14 №289(2), №276 пов.400 (1,3)

**Творче завдання**. Презентація. Чи є поняття степеневої функції надбанням тільки математики.

**VIІ.** **Рефлексія.**

Слайд 22.

У себе в зошиті намалюйте смайлик.

- Хто повністю задоволений результатом роботи на уроці, малюйте смайлик, що посміхається.

- Хто допустив неточність – смайлик без посмішки.

- А кому треба ще постаратися й успіх обов’язково прийде – сумний смайлик.

**Додаток1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  № | **р** | **Графік** | | | | **D(y) область визнечення** | **E(y)**  **область значень** | **Парність**  **(непарність)** | **Монотонність** |
|  | **р=0** | **у=х0, у=1** | | | |  |  |  |  |
|  | **р=1** | **у=х1, у=х** | | | |  |  |  |  |
|  | **р=2k,**  **k ϵ *N*** | **у=х2** | **у=х4** | **у=х6** | **у=х2k** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **р= -(2k),**  **k ϵ *N*** | **у=х-2** | **у=х-4** | **у=х-6** | **у=х-2k** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **р=2k+1,**  **k ϵ *N*** | **у=х3** | **у=х5** | **у=х7** | **у=х2k+1** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **р= -(2k+1)**  **k ϵ *N*** | **у=х-3** | **у=х-5** | **у=х-7** | **у=х-(2k+1)** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **0<p<1**  **Знаменник парний, р=** | **у=х1/2** | **у=х1/4** | **у=х1/8** | **у=хp** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **0<p<1**  **Знаменник непарний,**  **р =** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **p>1,**  **р – неціле, з парним знаменни-ком** | **у=х3/2** | **у=х11/6** | **у=х9/4** | **у=хp** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **p<0,**  **р – неціле,**  **з парним знаменником** | **у=х -3/2** | **у=х -5/6** | **у=х -17/4** | **у=хp** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Додаток2**

***Фоторепортаж з уроку***

**

**

**

**

**

**