**РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ІРРАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

10 клас

**Тема уроку:** Розв’язування ірраціональних рівнянь.

**Мета уроку:** *навчальна:* удосконалювати навички розв’язування ірраціональних рівнянь;

*розвивальна:* розвивати способи і прийоми мислення, індивідуальні здібності учнів, розвивати логічне мислення, пам’ять, навички колективної та групової роботи;

*виховна:* виховувати відповідальність, працьовитість, наполегливість, культуру усного та писемного мовлення, охайність, уміння об’єктивного оцінювати свої результати та результати інших.

***Хід уроку***

**І. Організаційний момент.**

Учні об’єднуються у групи по шість учнів. Кожна група обирає учні-консультанта.

**ІІ. Перевірка домашнього завдання.**

Наявність виконаного домашнього завдання перевіряють консультанти груп, а правильність виконання — перевіряється кожним учнем індивідуально, шляхом звіряння з відповідями, які записані на дошці.

**ІІІ. Оголошення теми, мети та завдань уроку.**

**IV. Актуалізація опорних знань. Інтерактивна гра «Мікрофон».**

Учні по черзі відповідають на теоретичні питання, які ставить учитель.

1. Які рівняння називають ірраціональними?

2. Які ви знаєте способи розв’язування рівнянь?

3. Що означає ‛розв’язати рівняння’?

4. Яке рівняння одержимо, якщо піднести обидві частини рівняння до парного степеня?

5. Яке рівняння одержимо, якщо піднести обидві частини рівняння до непарного степеня?

6. Поясніть, чому для розв’язування рівнянь $\sqrt[5]{x^{2}}+3\sqrt[5]{x}-4=0$, $\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}-2=0$ зручно використати заміну змінної. Укажіть заміну для кожного рівня.

**V. Застосування знань, умінь, навичок.**

Далі продовжується робота за методом «Акваріума».

І група займає місце в «Акваріумі» (відокремлене місце в центрі класу). Члени групи, висловлюючись по черзі, читають умову вголос, обговорюють хід розв’язування рівняння.

«Зовнішнє коло» слухає, не втручаючись у роботу групи, лише піднімає сигнальні картки у разі виявлення помилки.

Після усного обговорення члени групи по черзі записують розв’язання рівняння на дошці. Решта учнів також записують розв’язання рівнянь в зошит.

«Зовнішнє коло» оцінює роботу групи в цілому і кожного члена, зокрема, відзначає найактивніших або ж робить зауваження тим, хто припускався помилок.

Тоді ІІ група займає місце в «Акваріумі», і робота продовжується.

Завдання для груп:

*Розв’язати рівняння*

**І група**

$\sqrt{5x-2}+2x+1=0$;

$\sqrt{5x-2}=-2x-1$;

ОДЗ: $\left\{\begin{array}{c}5x-2\geq 0,\\-2x-1\geq 0;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}5x\geq 2,\\2x\leq -1;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x\geq \frac{2}{5},\\x\leq -\frac{1}{2};\end{array}\right.$ $⇒ ∅$.

Відповідь: розв’язків немає.

**ІІ група**

$\sqrt{x+1}+\sqrt{x+3}=8$;

ОДЗ: $\left\{\begin{array}{c}x+1\geq 0,\\x+3\geq 0;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x\geq -1,\\x\geq -3;\end{array}\right.$ $⇒ x\geq -1$.

$\sqrt{x+3}=8-\sqrt{x+1}$; $\uparrow ^{2}$

$x+3=64-16\sqrt{x+1}+x+1$;

$16\sqrt{x+1}=62$;

$8\sqrt{x+1}=31$; $\uparrow ^{2}$

$64\left(x+1\right)=961$;

$64x=961-64$;

$64x=897$;

$x=\frac{897}{64}$;

$x=14\frac{1}{64}$.

Відповідь: $x=14\frac{1}{64}$.

**ІІІ група**

$\sqrt{x+13}-4=\sqrt{3+2x-x^{2}}$;

$\left\{\begin{array}{c}x+13\geq 0,\\\sqrt{x+13}-4\geq 0,\\3+2x-x^{2}\geq 0;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x\geq -13,\\\sqrt{x+13}\geq 4,\\x^{2}-2x-3\leq 0;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x\geq -13,\\x+13\geq 16,\\(x-3)(x+1)\leq 0;\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}x\geq -13,\\x\geq 3,\\-1\leq x\geq 3;\end{array}\right.$ $⇒ x=3$.

Перевірка:

$\sqrt{3+13}-4=\sqrt{3+2∙3-3^{2}}$;

$\sqrt{16}-4=\sqrt{9-9}$;

$4-4=0$;

$0=0$.

Отже, $x=3$ — корінь рівняння.

Відповідь: 3.

Якщо розв’язувати це рівняння стандартним способом (піднести праву і ліву частини рівняння до квадрата), то одержимо рівняння четвертого степеня.

**ІV група**

$\sqrt{x-2}+\sqrt{2x+13}=7$; $\uparrow ^{2}$

$x-2+2\sqrt{\left(x-2\right)\left(2x+13\right)}+2x+13=49$;

$2\sqrt{(x-2)(2x+13)}=38-3x$; $\uparrow ^{2}$

$4\left(2x^{2}+13x-4x-26\right)=1444-228x+9x^{2}$;

$8x^{2}+36x-10=1444-228x+9x^{2}$;

$-x^{2}+264x-1548=0$;

$x^{2}-264x+1548=0$;

$D=k^{2}-ac=132^{2}-1548=17424=15876$;

$\sqrt{D}=126$;

$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{x\_{1}=-k+\sqrt{D}=132+126=258}{x\_{2}=-k+\sqrt{D}=132-126=6}\right.$$

Перевірка:

$x=258$, $\sqrt{258-2}+\sqrt{2∙258+13}\ne 7$;

$\sqrt{256}+\sqrt{516+13}\ne 7$;

$16+\sqrt{529}\ne 7$;

$16+23\ne 7$;

$$39\ne 7$$

$x=258$ не є коренем рівняння.

$x=6$, $\sqrt{6-2}+\sqrt{2∙6+13}=7$;

$\sqrt{4}+\sqrt{25}=7$;

$2+5=7$;

$7=7$.

Відповідь: 6.

**V група**

$\sqrt{x^{2}+2x-2}+\sqrt{x^{2}+7x-4}=3$;

$\sqrt{x^{2}+2x-2}=3-\sqrt{x^{2}+7x-4}$; $\uparrow ^{2}$

$x^{2}+2x-2=9-6\sqrt{x^{2}+7x-4}+x^{2}+7x-4$;

$6\sqrt{x^{2}+7x-4}=5x+7$; $\uparrow ^{2}$ (\*)

$36\left(x^{2}+7x-4\right)=25x^{2}+70x+49$;

$36x^{2}-25x^{2}+252x-70x-144-49=0$;

$11x^{2}+182x-192=0$

$D=k^{2}-ac=91^{2}+11∙193=8281+2123=10404$

$\sqrt{D}=102$;

$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{x\_{1}=\frac{-k+\sqrt{D}}{a}=\frac{-91+102}{11}=\frac{11}{11}=1}{x\_{2}=\frac{-k-\sqrt{D}}{a}=\frac{-91-102}{11}=-\frac{193}{11}=-17\frac{6}{11}}\right.$$

Перевірка:

$x=1$; $\sqrt{1+2-2}+\sqrt{1+7-4}=3$;

$\sqrt{1}+\sqrt{4}=3$;

$1+2=3$;

$3=3$.

Відповідь: 3.

Отже, $x\_{1}=1$ — корінь рівняння. Якщо аналогічно перевіряти чи є число — $ 17\frac{6}{11}$ коренем рівняння, то це приведе до громіздких обчислень. Тому перевіримо чи буде це число коренем рівняння (\*).

При $x=-17\frac{6}{11}$ права частина рівняння (\*) додатна, а ліва — від’ємна, тому $x=-17\frac{6}{11}$ не є коренем рівняння (\*).

Оскільки (\*) рівняння — наслідок, то $x=-17\frac{6}{11}$ сторонній корінь даного рівняння.

Відповідь: 1.

**VІ група**

$\sqrt[3]{7-x}=\sqrt{x+3}-2$.

Заміна: $\sqrt[3]{7-x}=a$; $7-x=a^{3}$

$\sqrt{x+3}-2=b$, $b\geq 0$; $x+3=b^{2}$

Тоді, $a=b-2$, $a^{3}+b^{3}=10$.

$\left\{\begin{array}{c}a=b-2;\\a^{3}+b^{3}=10;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}b=a+2;\\a^{3}+(a+2)^{2}=10;\end{array}\right.$

$a^{3}+a^{2}+4a-6=0$;

$a=1$,

$1+1+4-6=0$;

$6-6=0$.

Отже, $a=1$ — корінь рівняння, тоді

$a^{2}\left(a-1\right)+2a\left(a-1\right)+6\left(a-1\right)=0$;

$\left(a-1\right)\left(a^{2}+2a+6\right)=0$;

$a\_{1}=1$,

$a^{2}+2a+6=0$;

$D=k^{2}-ac=1-6=-5<0$, розв’язків немає.

Отже, $a=1$; $b=3$.

Зворотня змінна:

$\left\{\begin{array}{c}7-x=1;\\x+3=9;\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}x=6;\\x=6.\end{array}\right.$

Відповідь: $x=6$.

**VІ. Підведення підсумків. Оцінювання діяльності учнів.**

Прийом «Рефлексія».

Учні відповідають на питання:

• Що на уроці ви дізналися нового?

• Що на уроці було цікавим

• Чого ви навчилися?

• Чим поповнили свої знання?

Виставлення оцінок за урок.

**VII. Домашнє завдання**

§ 10 ст. 193 № 3(1, 4), № 5(1, 2), № 6(1, 2) [Алгебра і початки аналізу: підручн. Для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: профільн. рівень / Є.П. Нелін. — Х.: Гімназія, 2010. — 416 с.].

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Алгебра і початки аналізу. 10 кл.: Збірник задач і контрольних робіт / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, Ю.М. Рабінович, М.С. Якір. — Х.: Гімназія, 2010. — 144 с.

2. Алгебра і початки аналізу: підручн. Для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: профільн. рівень / Є.П. Нелін. — Х.: Гімназія, 2010. — 416 с.

3. Інтерактивні технології на уроках математики / Уклад. І.С. Маркова. — Х.: Вид. група «Основа», 2009. — 126 с.

4. Пометун О. Енциклопедія інтерактивного навчання. — К.: А.С.К., 2007. — 144 с.

5. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. Посібник / О.І. Пометун, Л.В. Пироженко; За ред. О.І. Пометун. — К.: А.С.К., 2005. — 192 с.