**Методична розробка**

**відкритого уроку на тему:**

**Показникова функція в природі,**

**науці і техніці**

Мелітополь, 2012

**Тема:** показникова функція в природі, науці і техніці.

**Мета:** систематизувати і узагальнити знання і уміння учнів з теми „Показникова функція"; розвивати логічне мислення, пам'ять, навички самостійної роботи, уміння аналізувати, спів ставляти; виховувати толерантність, увагу, старанність, відповідальність, культуру математичної мови.

**Тип уроку:** узагальнення та систематизація вивченого матеріалу.

**Обладнання:** комп’ютер, проектор, картки відповідей, комп’ютерні презентації, роздатковий матеріал.

**Міжпредметні зв’язки:** інформатика, фізика, світова література, біологія.

***Людині, яка вивчає алгебру, часто корисніше розв’язати одну і ту саму задачу трьома і більше способами, ніж розв’язати три – чотири різні задачі.***

 ***Розв’язуючи одну задачу різними способами, можна шляхом порівняння з’ясувати, який з них коротший та ефективніший. Так набувається досвід.***

 ***У. Сойєр***

(автор низки популярних книг з математики, серед них найбільшу популярність завоювала «Прелюдія до математики», що витримала багато видань)

**План проведення уроку**

1. Усне опитування.
2. Математичний тест.
3. Звіти творчих груп.
4. Розв’язання прикладних задач.
5. Розв’язання логічних задач.

**Хід уроку.**

1. **Організаційний момент.**
2. **Оголошення теми, мети і задач уроку.**

***І. Усне опитування:***

1. Яка функція називається показниковою?
2. Назвіть область визначення показникової функції.
3. Назвіть область значень показникової функції.
4. Через яку точку проходе графік будь-якої показникової функції?
5. За якої умови показникова функція зростає?
6. За якої умови показникова функція спадає?
7. Яка особливість розміщення графіків функції $y=2^{x} i y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}?$
8. Чи може значення показникової функції бути від’ємним числом?
9. Чи може значення показникової функції бути рівним нулю?
10. Що таке експонента?
11. Яке наближене значення числа е зазвичай використовують?

В картку з оцінками учні, які дали правильні відповіді на запитання, записують відповідну кількість балів (1 або 2).

***ІІ. Математичний тест.***

Викладач: А тепер напишемо тест, для того, щоб з’ясувати наскільки добре ви зрозуміли тему: Показникова функція, її властивості і графік.

**Тест**

**І варіант**

* + - 1. **Укажіть ескіз графіка функції** $y=0,3^{x}$**.**



* + - 1. **Укажіть ескіз графіка функції** $y=3^{x}$**.**



* + - 1. **Яка з функцій є показниковою:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=1^{х}$ | Б) $y=\left(\frac{3}{2}\right)^{x}$ | В) $y=\sqrt[3]{х}$ | Г) $y=х^{-\frac{1}{2}}$ |

* + - 1. **Яка з показникових функцій зростає:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=2,5^{x}$ | Б) $y=\left(\frac{2}{5}\right)^{x}$ | В) $y=0,3^{x}$ | Г) $y=0,07^{x}$ |

* + - 1. **Яка з показникових функцій спадає:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=(\sqrt{5})^{x}$ | Б) $y=\left(\frac{6}{5}\right)^{x}$ | В) $y=3^{x}$ | Г) $y=0,5^{x}$ |

* + - 1. **Знайдіть значення функції** $y=2^{x}$**, якщо х=- 4.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) 16 | Б) -8 | В) $\frac{1}{16}$ | Г) $\frac{1}{8}$ |

* + - 1. **Знайдіть значення функції** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{х}$**, якщо х=- 2.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) 6 | Б) 9 | В) $\frac{1}{9}$ | Г) $-\frac{1}{6}$ |

* + - 1. **Знайдіть область значень функції** $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{x}+1.$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $\left[1;5\right]$ | Б)$\left(\frac{1}{5};1\right)$ | В) $\left(1;\infty \right)$ | Г) $\left(\frac{1}{5};\infty \right)$ |

**ІІ варіант**

1. **Укажіть ескіз графіка функції** $y=0,5^{x}$**.**



1. **Укажіть ескіз графіка функції** $y=5^{x}$**.**



1. **Яка з функцій є показниковою:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=1^{х}$ | Б) $y=х^{-\frac{1}{2}}$ | В) $y=\sqrt[3]{х}$ | Г) $ y=\left(\frac{3}{5}\right)^{x}$ |

1. **Яка з показникових функцій зростає:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=\left(\frac{5}{7}\right)^{x}$ | Б) $y=\left(\frac{5}{2}\right)^{x}$ | В) $y=0,3^{x}$ | Г) $y=0,07^{x}$ |

1. **Яка з показникових функцій спадає:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $y=(\sqrt{2})^{x}$ | Б) $y=\left(\frac{6}{7}\right)^{x}$ | В) $y=3^{x}$ | Г) $y=3,5^{x}$ |

1. **Знайдіть значення функції** $y=3^{x}$**, якщо х=- 2.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) -6 | Б) -9 | В) $\frac{1}{9}$ | Г) $\frac{1}{6}$ |

1. **Знайдіть значення функції** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{х}$**, якщо х=- 3.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) -6 | Б) 8 | В) $\frac{1}{8}$ | Г) $-\frac{1}{6}$ |

1. **Знайдіть область значень функції** $y=\left(\frac{3}{5}\right)^{x}+1.$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А) $\left[1;5\right]$ | Б)$\left(\frac{1}{5};1\right)$ | В) $\left(1;\infty \right)$ | Г) $\left(\frac{1}{5};\infty \right)$ |

Обміняйтеся зошитами. Перевірте розв’язання тесту (правильні відповіді записані на дошці). Навпроти правильної відповіді поставте знак «+», неправильної – знак «-». Порахуйте кількість балів, якщо за правильну відповідь нараховується 0,5 бала. Обміняйтеся зошитами. В бланк відповідей запишіть отриману кількість балів.

***ІІІ. Звіти творчих груп.***

Під час підготовки до уроку клас розподіляється на творчі групи по 4-5 учнів, які працюють над одним змістовим завданням. У кожній творчій групі є лідер, бажано учень з достатнім або високим рівнем знань. Під час виконання завдань лідер організую роботу у своїй творчій групі. На уроці учні виступають коротко, чітко, з необхідними поясненнями; при цьому користуються своїми зошитами, повідомленнями, презентаціями.

1. **Радіоактивний розпад**

У важких елементів за певних умов може відбуватися спонтанний поділ ядер атомів на кілька легших ядер-уламків. Уперше це виявили в ядер атомів Урану $$, які без будь-якого зовнішнього впливу діляться на стійкіші ядра атомів ізотопів, як правило, середньої частини періодичної системи елементів Д. І. Менделєєва. Наприклад, ядро атома Урану може розділитися на два неоднакові уламки — ядра атомів Барію (Z = 56) і Криптону (Z = 36), які розлітаються врізнобіч, маючи значну кінетичну енергію.

Встановлено, що кількість речовини, ядра атомів, які розпадаються, весь час змінюється. Характерною ознакою радіоактивних ізотопів є період піврозпаду Т. Це час, за який кількість ядер атомів радіоактивного ізотопу зменшується вдвічі.

Якщо в початковий момент часу (t= 0) було Nо радіоактивних ядер, то за період піврозпаду Т кількість їх стане вдвічі меншою, ще через такий самий час Т їх уже буде в чотири рази менше і т.д. Тобто за n періодів піврозпаду радіоактивними залишаться лише N ядер:

Цей вираз є законом радіоактивного розпаду.

$N=N\_{0}\frac{1}{2^{n}}=N\_{0}∙2^{- \frac{t}{T}}$.

1. **Закон Мура**

Закон Мура — емпіричне спостереження, спочатку зроблене Гордоном Муром, згідно з яким (у сучасному формулюванні) кількість транзисторів розміщуваних на кристалі інтегральної схеми, подвоюється кожні 24 місяці. Часто цитований інтервал в 18 місяців пов'язаний з прогнозом Давида Хауса з Intel, на думку якого продуктивність процесорів повинна подвоюватися кожні 18 місяців із-за поєднання зростання кількості транзисторів і швидкодії кожного з них.

 У 1965 році року (через шість років після винаходу інтегральної схеми) один із засновників Intel Гордон Мур в процесі підготовки виступу виявив закономірність: поява нових моделей мікросхем спостерігалася опісля приблизно рік після попередників, при цьому кількість транзисторів в них зростала кожного разу приблизно удвічі. Мур прийшов до виводу, що при збереженні цієї тенденції потужність обчислювальних пристроїв за відносно короткий проміжок часу може вирости експоненціально. Це спостереження отримала назва закону Мура.

У 1975 році Гордон Мур вніс до свого закону корективи, згідно з якими подвоєння числа транзисторів відбуватиметься кожні два роки.

 Існує маса схожих тверджень, які характеризують процеси експоненціального зростання, також іменованих «законами Мура». Наприклад, менш відомий «другий закон Мура», введений в 1998 році Юджіном Мейераном, який свідчить, що вартість фабрик по виробництву мікросхем експоненціально зростає з ускладненням виробляємих мікросхем. Так, вартість фабрики, на якій корпорація Intel виробляла мікросхеми динамічної пам'яті ємкістю 1 Кбіт, складала $4 млн., а устаткування по виробництву мікропроцесора Pentium за 0,6-мікрометрової технологією з 5,5 млн. транзисторів обійшлося в $2 млрд.. Вартість же Fab32, заводу по виробництву процесорів на базі 45-нм техпроцесса, склала $3 млрд.

З приводу ефектів, обумовлених законом Мура, в журналі «В світі науки» якось було наведено таке цікаве порівняння: «Якби авіапромисловість в останніх 25 років розвивалася настільки ж нестримно, як промисловість засобів обчислювальної техніки, то зараз літак Boeing 767 коштував би 500 дол. і здійснював обліт земної кулі за 20 хвилин, витрачаючи при цьому п'ять галонів (~18,9 л) палива. Приведені цифри вельми точно відображають зниження вартості, зростання швидкодії і підвищення економічності ЕОМ».

Журнал «В світі науки» (1983 № 08) (російське видання «Scientific American»)

В 2007 року Мур заявив, що закон, очевидно, скоро перестане діяти із-за атомарної природи речовини і обмеження швидкості світла.

1. **Атмосферний тиск**

Атмосферний тиск — тиск, з яким атмосфера Землі діє на земну поверхню і всі предмети, що на ній розташовані.

Атмосферний тиск зменшується з висотою, оскільки він створюється лише шаром атмосфери, що знаходиться вище і навпаки, у глибоких шахтах збільшується. Залежність P(h) описується так званою барометричною формулою.

Нормальним атмосферним тиском називають тиск в 760 мм рт. ст. (101 325 н/м², або 101 325 Па) (на рівні моря географічної широти 45°). Відзначено коливання атмосферного тиску (на рівні моря) у межах 684–809 мм рт.ст. (від 90 000 н/м² до 110 000 н/м²).

Барометри́чна фо́рмула (рос. барометрическая формула; англ. barometric height formula; нім. barometrische Formel) — формула, за якою визначають залежність тиску або густини газу від висоти. Ця залежність зумовлена дією поля тяжіння Землі і тепловим рухом молекул газу (повітря). Припускаючи, що газ є ідеальним газом сталої температури, і вважаючи поле тяжіння Землі однорідним, отримують барометричну формулу такого вигляду:

$p=p\_{0}^{- \frac{mgh}{kT}}$,

де p0 — тиск на нульовому рівні (на рівні вибою в газових свердловинах, біля поверхні Землі або на рівні моря), Па;

p — тиск на висоті h метрів над цією поверхнею, Па;

m — маса молекули (для повітря дорівнює масі молекули азоту), кг;

g — прискорення вільного падіння, м/с2;

k — стала Больцмана, Дж/К;

T — абсолютна температура повітря, К.

Записана барометрична формула є наближеною: при виведенні її не враховано залежності g i T від висоти, відхилення газу від ідеального газу тощо. Нею можна користуватися для визначення атмосферного тиску до висоти 11 км (з поправками на зміну температури). За уточненою барометричною формулою градуюють альтиметри, висотоміри. Зміну тиску нерухомого стовпа газу у свердловині розраховують за уточненою барометричною формулою Лапласа-Бабіне. Змінюється тиск і з висотою. Чим вище місцевість над рівнем моря, тим менший тиск. З підняттям на кожні 10м висоти барометр покаже зниження тиску приблизно на 1 мм і на висоті 200м над рівнем моря шкала барометра показуватиме 740 мм.

Знаючи закономірність зміни атмосферного тиску визначають абсолютні висоти окремих точок на земній поверхні. За зміною атмосферного тиску пілот знає, на якій висоті перебуває літак. З цією метою використовують (альтиметр).

1. **Про приріст деревини**

 Дерево росте так, що кількість деревини збільшується з часом за законом

$M=M\_{0}a^{kt}$,

де М - кількість деревини в даний момент, м3;

М0 - початкова кі­лькість деревини;

t - час (у роках), який відраховують з моменту, коли об'єм деревини був M0;

 *k -* деяка стала.

1. **Легенда про шахи**

Існує легенда (яка швидше за все не відповідає дійсності), нібито людина, яка винайшла шахи, принесла цим таке задоволення своєму султанові, що той пообіцяв виконати будь-яке його прохання. Винахідник попросив, щоб султан поклав на першу клітину шахівниці одне зерно пшениці, на другу — два, на третю — чотири і так далі.

Правитель, що не знався на математиці, швидко погодився, навіть дещо образившись на настільки невисоку оцінку винаходу, і наказав скарбникові підрахувати і видати винахідникові потрібну кількість зерна. Проте, коли через тиждень скарбник все ще не зміг підрахувати, скільки потрібно зерен, правитель запитав, в чому причина такої затримки. Скарбник показав йому розрахунки і сказав, що розплатитися неможливо. Правитель, щоб узяти реванш над винахідником, що намагався його обдурити, велів останньому перерахувати кожне зернятко, щоб не було сумнівів в тому, що він чесно з ним розплатився. Природно, до 64-го подвоєння число зерен стало таким, що у всьому світі не знайшлося б потрібної кількості пшениці, щоб задовольнити це прохання. Кількість зерна приблизно в 1800 разів перевищує світовий об'єм урожаю пшениці за рік - тобто перевищує весь об'єм урожаю пшениці, зібраний за всю історію людства (18 446 744 073 709 551 615 зернин).

1. **Зростання популяції бактерій**

Уявіть собі популяцію, що складається спочатку з однієї бактерії. Через певний час (через декілька годин або хвилин) бактерія ділиться надвоє, тим самим подвоюючи розмір популяції. Через наступний проміжок часу кожна з цих двох бактерій знову розділиться надвоє, і розмір популяції знов подвоюється — тепер буде вже чотири бактерії. Після десяти таких подвоєнь буде вже більше тисячі бактерій, після двадцяти — більше мільйона, і так далі. Якщо з кожним діленням популяція подвоюватиметься, її зростання продовжуватиметься до нескінченнoстi.

Якщо приріст чисельності популяції пропорційний кількості особин, чисельність популяції зростатиме експоненціально. Вираз «експоненціальне зростання» увійшов до нашого лексикону для позначення швидкого, як правило нестримного збільшення. Проте, жодна популяція не може зростати вічно. Рано чи пізно вона просто вичерпає ресурси — простір, енергію, воду, що завгодно. Тому популяції можуть зростати по експоненціальному закону лише деякий час, і рано чи пізно їх зростання повинне сповільнитися.

1. **Історична довідка.**

Термін “показник” для степеня ввів у 1553р. німецький математик (Спочатку монах, а потім - професор) Михайль Штифель (1487-1567). По-німецьки “показник” - Exponent, з латині exponere - “виставляти на показ”; exponens, exponentis “що виставляється на показ”, “той, що показується”. Штифель увів дробові й нульові показники.

Позначення ж ах для натуральних показників увів Рене Декарт (1637), а вільно поводитися з такими самими дробовими й від’ємними показниками почав з 1676 року Ісаак Ньютон. Степені з довільними дійсними показниками, без будь-якого загального означення, розглядали Готфрід Вільгельм Лейбніц та Іоганн Бернуллі. 1679р. Лейбніц увів поняття експоненціальної (показникової) функції для залежності у=ах та експоненціальної кривої для графіка цієї функції. Коротке найменування “експонента” відображено в одному з позначень: а=ехр ах. Через ехр(х) позначається конкретна експонента - з основою а=е=2,71828..., яка введена в багато мов програмування. Число е ввів Леонард Ейлер - швейцарський, німецький і російський математик, що вніс значний внесок в розвиток математики, а також механіки, фізики, астрономії та ряду прикладних наук.

Ейлер - автор більш ніж 800 робіт з математичного аналізу, диференціальної геометрії, теорії чисел, наближених обчислень, небесній механіці, математичній фізиці, оптиці, балістиці, кораблебудування, теорії музики та ін..

Майже півжиття провів у Росії, де вніс істотний внесок у становлення російської науки. У 1726 році він був запрошений працювати в Санкт-Петербург, куди переїхав роком пізніше. З 1731 по 1741, а також з 1766 року був академіком Петербурзької академії наук (у 1741-1766 роках працював в Берліні, залишаючись одночасно почесним членом Петербурзької Академії). Добре знав російську мову і частину своїх творів (особливо підручники) публікував російською. Перші російські академіки-математики (С. К. Котельников) та астрономи (С. Я. Румовский) були учнями Ейлера.

В картку з оцінками учні записують відповідну кількість балів (від 1 до 4).

***IV. Розв’язання прикладних задач.***

**№ 75.** Ентомолог, вивчаючи збитки, завдані нашестям сарани, встановив, що площа (в м2), заражена сараною, змінюється за формулою $S\_{n}=1000∙2^{0,2n}$, де n - кількість тижнів після зараження. Знайдіть:

а) початкову площу зараження;

б) яка площа була заражена через 5 тижнів;

в) яка площа була заражена через 10 тижнів.

***Розв’язання***.

а) n=0, $S\_{n}=1000∙2^{0,2∙0}$=1000 (м2);

б) n=5, $S\_{n}=1000∙2^{0,2∙5}$=2000 (м2);

в) n=10, $S\_{n}=1000∙2^{0,2∙10}$=4000 (м2).

***Відповідь:*** 1000 м2; 2000 м2; 4000 м2.

**№ 76.** Коли CD - програвач вимикають, то сила струму в ньому зменшується за формулою $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{t}$ (A), де I - сила струму в амперах, t - час у секундах. Знайдіть:

а) силу струму в момент вимикання CD - програвача;

б) I(t), якщо t дорівнює: 1с, 2с, 3с, 4с;

в) протягом якого часу сила струму в вимкненому CD - програвачі перевищує 4А. Скористайтеся графіком залежності $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{t}$.

***Розв’язання***.

а) t=0с, $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{0}$=24 (А);

б) t=1с, $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{1}$=6 (А);

t=2с, $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{2}$=1,5 (А);

t=3с, $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{3}$=0,375 (А);

t=4с, $I\left(t\right)=24∙\left(0,25\right)^{4}$=0,09375 (А);

в) t$≈$1,5с.

***Відповідь:*** а) 24 А;

б) 6А; 1,5А; 0,375А; 0,09375А;

в) $≈$1,5с.

1. ***Розв’язання логічних задач.***

**Обчислювальна сторона відіграє в математиці найнезначнішу роль; набагато важливіша сторона логічна.**

 В.П.Єрмаков (доктор чистої математики, заслужений професор Київського університету (1890), член-кореспондент Петербурзької академії наук (1884))

1. На подвір’ї ходять вівці і кури, всього 14 ніг. Скільки було овець і скільки курей, якщо разом було 5 голів? (2 вівці і 3 курки)
2. Двоє грали в шахи 2 години. Скільки годин грав кожен? (2 години)
3. Чотири колеса автомобіля пройшли кожне по 10 км. Яку відстань подолав весь автомобіль? (10 км)
4. П’ятеро братів мають кожен по одній сестрі. Скільки всього дітей у цій родині? (6 дітей)
5. В одній тарілці 3 пари яблук, а в другій на одне більше. Скільки яблук на двох тарілках? (13 яблук)
6. Довжина однієї сторони квадрата 8 см. Знайди довжини решти його сторін.
7. У двох носорогів було два роги. А скільки рогів у двадцяти носорогів? (20)
8. На полиці стоїть 10 книжок. Якою по порядку буде сьома книжка в ряді, якщо рахувати справа наліво? (4)
9. Сьогодні понеділок. Який день тижня буде через 10 днів? (Четвер)
10. Скільки одиниць треба додати до одиниці, щоб вийшло число, записане двома одиницями? (10)
11. Назвіть числа, які не змінюються від перестановки цифр. (11, 22, 33…)
12. У клас зайшов Іван, а за ним Степан, а за ним Марина, за нею Ярина, а за нею Гнат. Скільки всіх хлоп’ят? (3)
13. У якого двоцифрового числа сума цифр дорівнює найменшому натуральному числу? (10)
14. У якого двоцифрового числа сума цифр дорівнює найбільшій цифрі? (18 і 81)
15. Щоб обгородити ділянку квадратної форми, слід вздовж кожної сторони встановити по 4 стовпи, причому по одному – у вершинах квадрата. Скільки всього знадобиться стовпів? (12)
16. На прямій лінії позначено 5 точок. Відстань між кожними двома сусідніми точками 1 см. Яка відстань між крайніми точками? (4 см)

В картку відповідей учні, які розв’язували задачі або дали правильні відповіді на запитання, записують відповідну кількість балів (1 або 2).

Викладач збирає картки відповідей для **виставлення оцінок** за урок в журнал.

**Домашнє завдання:** повторити відомості про показникову функцію, розв’язати задачу № 76(в).

**Підведення підсумків уроку.**

**Література**

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика 11. Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту., К., «Генеза», 2012.
2. Грицаєнко М. П. Математичні диктанти для 6-8 класів, К., «Радянська школа», 1983.
3. ЛеонтьеваМ. Р. Самостоятельныеработы на уроках математики, М., «Просвещение», 1978.
4. Роганін О. М. Алгебра і початки аналізу 10 клас**.** Плани-конспекти уроків, Х., «Світ дитинства», 2002.
5. Роганін О. М. Тест-контроль. Алгебра і початки аналізу + геометрія 11, Х., ФОП Співак Т. К., 2008.
6. Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу. Навчальний посібник, К. , «Техніка», 2000.

Додаток 1

**Картка відповідей**

**Прізвище, ім’я \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Група \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Вид роботи** | **Кількість балів** |
| **1** | Усна відповідь |  |
| **2** | Тест |  |
| **3** | Творче завдання |  |
| **4** | Розв’язування задач |  |
| **Загальна кількість балів** |  |

Додаток 2

**Презентація учнів**

****

****

****

****

****