**ЗМІСТ**

1. Вступ…………………………………………4
2. Поняття про відсотки (проценти).

Історична довідка ………………………….9

1. Основні типи задач на відсотки…………..18

Запис числа відсотків у вигляді дробу або цілого числа …………...............................19

Знаходження відсотка від числа………….19 Знаходження числа за його відсотком……………………………..……30

Знаходження відсоткового відношення двох чисел....................................................38

Задачі, які можна розв’язати , використовуючи три типи задач на відсотки………………………….… ……..44

Відсоткові зміни…………………………..54

Просте відсоткове зростання …………….64

Складне відсоткове зростання……………71

Задачі на суміші та сплави………………..81

Цікавинки з відсотками………………...…93

Задачі на відсотки, які виносилися на зовнішнє незалежне оцінювання…...……..98

1. Список використаних джерел……………..103

**Вступ**

Те, що я встиг пізнати, *—* чудово. Сподіваюся, таке ж чудове те,

Що мені ще доведеться пізнати.

Сократ

У газетах і по телебаченню, в транспорті і вдома обговорюється підвищення цін, зарплат, пенсій, зниження або підвищення рівня життя і т. п. У наш час майже у всіх областях людської діяльності зустрічаються відсотки. Сьогодні у відсо­тках ми здійснюємо заощадження, інвестування, запозичання, страхування, кредитування, виражаємо вологість повітря, жирність молока, вміст солі в розчині, схожість насіння, вміст металу в руді, цукру в цукрових буряках, створення лікарського препарату, кількість відсутніх/присутніх учнів у класі тощо. По телебаченню, радіо чи в Інтернеті можна часто зустріти інформацію на зразок: у виборах взяли участь 69,3 % виборців, рейтинг пере­можця хіт-параду становить 82 %, банк нарахо­вує 10 % річних, тканина містить 100% бавовни, магазин комп’ютерної техніки запро­понував знижки ціни товару на 15% тощо. Очевидно, що без розу­міння такої інформації в сучасному суспільстві було б важко існувати. Планування сімейного бюджету, вигідного вкладення грошей в банки вимагають уміння виробляти нескладні відсоткові розрахунки. Так само в жито багатьох людей втручається таке банківське явище, як кредит, з якими відсотки вельми тісно пов'язані. Відсотки настільки широко входять в наше життя, вони стають особливою мовою спілкування, яку треба вчити, знати і розуміти.

У програмі та підручниках з математики для за­гальноосвітніх шкіл незначне місце відводиться вивченню теми «Відсотки»: 5клас — у темі «Відсотки. Середнє арифметичне» — знаходження відсотка від числа та числа за значенням його відсотка, 6 клас — у те­мі «Відношення і пропорції» — відсоткове відно­шення двох чисел та відсоткові розрахунки, по­тім у дев’ятому класі в темі «Складні відсотки». Але вміння працювати з відсотками є необхід­ним для кожної людини, завдання такого типу виносяться на ДПА та ЗНО, міжнародних моніторингів TIMSS та PISA.

Тема надає великі можливості для розвитку в учнів розумових здібностей, обчислювальних навичок, активного розумового пошуку способу розв’язання задач, логічних зв’язків між елементами, тобто розвитку розумової діяльності школярів під керівництвом педагога.

Ця тема — одна з найбільш вдалих для реалізації наскрізної лінії «Підприємливість і фінансова грамотність», яка націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичання, страхування, кредитування тощо).

Ця наскрізна лінія пов’язана з розв’язанням практичних завдань щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей складання сімейного бюджету.

Високий рівень фінансової грамотності населення країни робить позитивний вплив як на економіку держави, так і на рівень добробуту її громадян, а саме:

* допомагає заробляти, зберігати, збільшувати та раціонально використовувати ті кошти, що має людина;
* уможливлює раціоналізацію сімейного бюджету та розширення сфер його планування, здатність керувати фінансами протягом життєвого циклу сім’ї;
* сприяє захисту населення від шахрайства, підвищує фінансову безпеку громадян;
* сприяє збільшенню числа сумлінних позичальників, зниженню ризиків, пов’язаних з діяльністю банків.

Під час вивчення даної теми реалізуються ще такі наскрізні лінії ключових компетентностей:

* «Екологічна безпека й сталий розвиток»;
* «Громадянська відповідальність»;
* «Здоров’я і безпека».

Формування наскрізної лінії «Екологічна безпека й сталий розвиток» для учнів основної школи найкраще підійде змістовне наповнення уроків математики, яке сприятиме формуванню загальнолюдських цінностей, що стосується екології, збереження здоров’я та ресурсів. Пропонуються задачі екологічної спрямованості – задачі, в яких міститься інформація про життєдіяльність людини та функціонування оточуючого середовища. Такі задачі відображають реальну ситуацію і містять пізнавальні відомості.

Пропоную для розв’язування задачі краєзнавчого характеру, які допомагають виховувати в учнів бережливе ставлення до природних багатств, повагу до праці і традицій українського народу, любов до власного краю і своєї Батьківщини. Виховний вплив задач краєзнавчого характеру здійснює не сама математика, не її закони і її стиль, а ті дані, які зустрічаються у задачах.

Для мотивації учнів 5 – 9 класів вести здоровий спосіб життя і формувати навколо себе безпечне життєве середовище доцільно використовувати статистичні дані про шкідливі звички та їх вплив на розвиток молодого організму.

**ПОНЯТТЯ ПРО ВІДСОТКИ (ПРОЦЕНТИ). ІСТОРИЧНА ДОВІДКА**

Це універсальна величина, що виникла з практичних потреб.

Відсотки — одне з математичних понять, які часто зустрічаються у повсякденному житті. Відсотки та їх обчислення мають дуже давню історію.

Ідея подання частин цілого в одних і тих самих частках застосовували ще в стародавньо­му Вавилоні, де були поширені шістдесяткові дроби, тобто шістдесяті частини чисел.

До нас дійшли таблиці відсоткових нарахувань Стародавнього Вавилону (Дворіччя), складені майже 3000 років тому.

Відсотки були відомі ще в Індії. Індійські математики обчислювали відсотки, застосову­ючи так зване потрійне правило, тобто корис­туючись пропорцією.

У Стародавньому Римі були поширені гро­шові розрахунки з відсотками. Римляни на­зивали відсотками гроші, які платив боржник кредитору за кожну сотню. Римський сенат установив максимально доступний відсоток, що стягували з боржника.

Досить довго під відсотком (процентом) ро­зуміли прибутки і збитки на кожні 100 крб. Пропонували таке означення: «Процент — це прибуток, одержуваний із кожних ста карбо­ванців капіталу, відданого на певний строк». Застосовували їх лише для грошових розра­хунків.

У різних країнах прагнули законодавчо встановити максимально допустимі відсоткові такси. Так, банк Делоського храму (V і IV ст. до н.е.) встановив норму 10% при звичайних позиках, але у випадках позик для торгівлі, пов’язаних із морськими перевезеннями, ця норма підвищувалася до 20—33%. У Стародавнь­ому Римі в 347 р. до н.е. була визначена такса в 5%, але згодом вона збільшується і становила 12%.

У Європі за часів середньовіччя розши­рилася торгівля, тому особливу увагу поча­ли приділяти вмінню обчислювати відсотки. Тоді доводилося обчислювати не тільки від­сотки, але й відсотки від відсотків (складні відсотки). Часто контори і підприємства для полегшення розрахунків розробляли особливі таблиці обчислення відсотків. Ці таблиці три­мали в таємниці, вони становили комерційний секрет фірми.

У XIII—XVI ст. усі підручники приділяють значну увагу відсотковим обчисленням. Уже в 1494 році ко­ристувалися відсотковими таблицями, які підприємці тримали в секреті.

Уперше ці таблиці опублікував 1584 року Симон Стевін (Фламандський учений, військо­вий інженер, він першим у Європі відкрив де­сяткові дроби).

У 1585 році він видав підручник «Арифметика», в який вклю­чив таблицю для обчис­лення складних відсотків, яку використовува­ли в торговельно-фінансових операціях. 1685 року в Парижі було видано книгу «Керівництво з комерційної арифметики» Матье де ла Порта. У ній ішлося про відсотки, які тоді позначали «сto» (скорочено від сеntо). Однак друкар прийняв «сtо» за дріб і надруку­вав «% ». Так через помилку цей знак увійшов у вжиток.

Формулою для обчислення відсотків І=крі/100 (І *-* інтерес, тобто відсоткові гроші, к — капітал, р *—* про­центна такса, і — час)користуються з 1732 р., а з 1821 р. вона з’являється в шкільних підручниках.

У до­революційних підручниках з математики відсоткам приділяли багато уваги. Вони були основним понят­тям комерційної арифметики і навіть означення від­сотків подавали через грошові розрахунки. Напри­клад, «відсоток» — це прибуток, одержаний із кож­них 100 грн. капіталу, відданого до певного терміну.

Уявіть собі: якщо б хтось із наших далеких предків рівно 1000 років тому вирішив би покласти в банк одну копійку під 5 % прибут­ку, то у XXI столітті ця копійка перетворилася б у велике багатство. Щоб судити про величи­ну цієї суми, уявіть мільярд кульок із чистого золота, кожна величиною із земну кулю. Вар­тість їх є сумою, у яку виросла одна копійка.

Спочатку відсотки використовували тільки для фінансових операцій ( прибутки з капіталу, сплата внесків, касові операції). Але згодом вони знайшли широку сферу застосування. Їх використовують для характеристики виконання виробничих планів, визначення зростання чи зниження продуктивності праці, режиму еконо­мії, собівартості та якості продукції. Сьогодні у відсо­тках ми виражаємо вологість повітря, жирність молока, вміст солі у розчині, схожість насіння, вміст металу в руді, цукру в цукрових буряках, кількість відсутніх/присутніх учнів у класі тощо. По телебаченню, радіо чи в Інтернеті можна часто зустріти інформацію на зразок: у виборах взяли участь 69,3 % виборців, рейтинг пере­можця хіт-параду становить 82 %, банк нарахо­вує 10 % річних, молоко містить 2,5% жиру, тканина містить 100% бавовни, магазин комп’ютерної техніки запро­понував знижки ціни товару на 15% тощо. Очевидно, що без розу­міння такої інформації в сучасному суспільстві було б важко існувати. Тому знання відсотків та загальні навички розв’язування типових задач на відсотки необхідні кожній людині.

Розв’язуючи задачі на відсотки, ми реалізуємо при­кладну спрямованість математики, допомагаємо уч­ням краще орієнтуватися в навколишньому світі.

Відсотки використовуються у шкільних курсах, зокрема в математиці та фізиці — під час обчислення відносної похибки вимірювання, у хімії для обчислення концентрації розчинів.

Ще з молодших класів учням відомо, що відсотком від будь-якої величини — грошо­вої суми, кількості учнів школи і т.д. — називається одна сота її частини. Отже, відсотки — це дроби зі зна­менником 100.

Запис 1% означає 1/100, або 0,01; 5% — це 5/100, або 0,05 і т.д. Слово «процент» походить від латинського pro centum, що означає «від сотні», «зі ста», звідси і дві назви – процент і відсоток. Записи чисел у вигляді відсотків надзви­чайно показові; вони надають наочне уявлення про розглядувану величину.

Відсоток — сота частина деякої величини. У практиці ми досить часто маємо справу із сотими частинами (копій­ка, сантиметр, ар).

Корисно запам’ятати зв’язок між найпростішими значеннями відсотків і відповідними дробами:

ціле — 100% ;

половина — 50 %;

чверть — 25%;

п’ята частина — 20 %;

три чверті — 75%;

дві п’ятих — 40 %

Створення ринкової економіки, утво­рення спільних підприємств, відкриття банків і фірм, випуск акцій та цінних паперів, розвиток орендних, відносин — нині буденні явища. Ринкова система постійно розширюється та вдосконалюється. Важ­ливу роль у ринкових відносинах відіграють ко­мерційні банки, які виконують дві основні функції: зберігають грошові внески й надають кредити. У повсякденному житті відсотки зустріча­ються в банківських операціях (вклади і кре­дити з різною процентною ставкою), під час розпродажу товару в магазинах. У сучасних умовах формування ринкових відносин ви по­винні вміти правильно поводитися з грошима, вибирати банки, де вам будуть запропоновані вклади за більш високими відсотковими став­ками, розуміти, що означають знижки під час розпродажу товарів, тощо.

Тож нині успішне життя важко уявити без математично-економічних знань. Життя вимагає від нас уміння бути діловою людиною. А також у повсякденному житті зустріча­ється багато задач на знаходження відсоткового відношення величин і не тільки грошей.

Набуті знання на уроках математики допомо­жуть вам розв’язувати задачі з хімії, фізики. Завдання ДПА, ЗНО, міжнародних моніторингів TIMSS та PISA також містять задачі на відсотки. Тому наша мета — навчитися розв’язувати задачі на відсотки і вміти застосовувати набуті знання.

Сьогодні на шкільній лінійці було оголошено, що відмінників у наші школі — 5 %. Як це розуміти? Скільки учні нашої школи навчаються на високому рівні на­вчальних досягнень, якщо всього 140 учнів?

**ОСНОВНІ ТИПИ ЗАДАЧ НА ВІДСОТКИ**

Перше знайомство людини з відсотками відбувається в школі: на уроках математики, фізики, хімії, біології, географії. Розв’язання задач практичного змісту дозволяє пересвідчитися в значущості відсотків в різних сфер людської діяльності, побачити широту можливих додатків відсотків, зрозуміти їх роль в сучасному житті.

Уміння виконувати відсоткові розрахунки необхідне кожній людині. Сюжети задач взяті з реального життя і вони демонструють широкий спектр застосування розрахунку відсотків в економічних сферах, тісний взаємозв'язок математики з повсякденним життям.

Для розв’язування задач на відсотки слід уміти записувати будь-яке число у вигляді відсотка і розв’язувати обернену задачу — виражати відоме число відсотків у вигляді дробового чи цілого числа.

Для найпростіших задач на відсотки уведемо таке позначення: х — деяка величина, що приймається за 100 % (ціле), у — її частина, яка виражається числом відсотків р %. Залеж­но від того, що невідоме — х, у чи р, найпро­стіші задачі на відсотки можна розділити на п’ять видів:

1. знаходження відсотка даного числа;
2. знаходження числа за його відсотком;
3. знаходження відсоткового відношення двох чисел;
4. знаходження зміни відсотка за зміною числа;
5. знаходження відсоткового відношення двох чисел за зміною числа.

*Запис числа відсотків у вигляді дробу або цілого числа*

Щоб записати дане число відсотків у вигляді дробу або цілого числа, потрібно дане число відсотків по­ділити на 100 і записати здобуте число без знака %.

а % = а:100 = 0,01а.

Приклад:

1% = 1:100 =0,01;

25% = 25:100 = 0,25;

0,5% = 0,5:100 = 0,005;

132% = 132:100 = 1,32;

104% = 104:100 = 1,04.

Щоб виразити число відсотків у вигляді десяткового дробу, потрібно кому в числі відсотків перенести на два знаки ліворуч і записати здобуте число без знака %.

Задача. Для того щоб бути здоровою людиною, треба харчуватися чотири рази на день. На обід має припадати 40% денної їжі, на сніданок і вечерю по 25%. Який відсоток має припадати на полуденок?

**Знаходження відсотка від числа**

Знаючи, яке число становить 1% , можна знаходити число, яке припадає на декілька відсотків.

Якщо: 1% - b, то: n% - bn.

Задачі, у яких треба знайти, яке число припадає на декілька відсотків, називають задачами на знаходження відсотка від числа.

***Правило знаходження відсотка від числа.***

**Щоб знайти відсоток від числа, треба дане число поділити на 100 і результат помножити на кількість відсотків**.

Наприклад, 40% від 35 кг дорівнюють 35× 0,4 = 14 кг, а 145% від х дорівнюють 1,45х.

Чому дорівнює сота частина метра?

Чому дорівнює сота частина гектара?

Чому дорівнює сота частина століття?

Чому дорівнює сота частина гривні?

**Задачі.**

1. Путівка до санаторію коштує 600 грн. Службовець купує путівку за 30% її вартості. Скільки грошей він має сплатити?

Розв’язання

30% = 0,3;

0,3 × 600 = 180.

За допомогою пропорції:

600 грн. — 100%,

Х грн. — 30%,

600:х = 100:30;

Х = 600×30:100;

Х = 180.

Отже, службовець має сплатити 180 грн.

Відповідь. 180 грн.

2. Ви купуєте електротехніку в магазині в розстрочку (з відстрочкою кінцевого платежу).

А) Чи виплачено всю суму, якщо першого разу сплачено 75% усієї суми, а другого – 25% усієї суми?

Б) Чи виплачено всю суму, якщо першого разу сплачено 75% усієї суми, а другого – 25% залишку?

3. У магазині діє акція на осінню колекцію одягу: знижка 40% Скільки буде коштувати сукня, якщо її початкова ціна становить 938 грн?

3. Дитинча мами кита споживає в день 300 л молока, в якому білки становлять 12 %, жири - 22 %, а молочний цукор - 2 %. Скільки кілограмів жирів, білків і цукру споживає дитинча мами кита за добу?

3. Тваринний і рослинний світ озера Байкал налічує 1800 видів, з яких 75% притаман­ні тільки йому. Обчисліть, скільки видів тварин і рослин характерні тільки для аре­ола озера Байкал?

4. У фірмі «Надія» 60 працівників. Наприкінці місяця премію одержали 15% всіх працівників Скільки осіб одержали премію?

5. Статистика встановила, що серед підлітків-курців юнаків – 60%, дівчат – 40%.

Діти-курці скорочують собі життя на 15%. Визначте, яка тривалість життя нинішніх дітей, які палять, якщо середня тривалість життя в Україні чоловіків 66 років, жінок –75 років?

6. За оцінкою медиків, лише 50-70% учнів-випускників не палять, 30% є курцями. Скільки випускників школи входять до цих відсотків, якщо в цьому році закінчило школу 66 учнів?

7. В багатьох країнах заборонено куріння на робочому місці. Серйозний роботодавець може не прийняти на ро­боту або звільнити курця. Причину цього може пояснити наступний приклад: якщо секретар-машиністка палить, то на аркуші друкованого тексту на 800 знаків у неї буде 4% помилок. Скільки помилок зробить машиністка на цьому аркуші?

8. У кафедральній скарбниці на Вавелі у Кракові (Польща) зберігається золотий хрест часів княжої України, увесь покритий орнаментом. Серед того чарівного орнаменту є самоцвіти і перли. Перлів – 100. Скільки самоцвітів має цей хрест, якщо їх 60% від кількості перлів?

9. Перший в Україні висотний будинок – Держпром – збудовано в Харкові в 1925 – 1929 роках. Скільки дверей він має, якщо кількість дверей становить 25% від загальної кількості 6000 вікон і дверей?

10. Тіло людини містить приблизно 65% води. Маса крові складає 7,5% від загальної маси. Визначте масу води у вашому організмі. Визначте масу крові у вашому організмі.

11. Сьогодні у світі існує 5000 мов та діалектів. Мови, що зникли, становлять 28% від цієї кількості. Скільки мов зникло за час існування людства?

12. Скільки кілограмів солі міститься в 30 кг 5% розчину?

13. Що більше:

а) 15 % від 17 чи 17% від 15;

б) 1,2% від 48 чи 12% від 480;

в) 80% від х чи 40% від 2х;

г) 36% від 2,5у чи 1,5% від 80у?

14. У книжці 250 сторінок. Першого дня Аліна прочитала 20% книжки, а другого – половину решти. Скільки сторінок прочитала Аліна за два дні?

15. Підприємець продав товар за 1386 грн і отримав 10 % прибутку. Яка собівартість товару?

16. Прилад коштував 120 грн. Він подешевшав на 10%. На скільки гривень подешевшав прилад?

17. Територію необхідно обсади­ти деревами. Ви посадили 60 дерев, 15 % із них станов­лять берези, 20 % — липи. Решту становлять дуби і кле­ни. Скільки всього дубів та кленів було посаджено?

18. За рік автомобіль пробігає 10 000 км і на кожні 1 000 км шляху викидає в атмосферу 60 кг шкідливих речовин, які поглинаються рослинами на 70 %. Скільки шкідливих речовин залишається в атмосфері під час експлуатації одного автомобіля?

19. За деяку роботу робітникові нарахували 10350 грн. із них:

13% - прибутковий податок;

2% - відрахування у пенсійний фонд;

1,5% - військовий збір;

1% - відрахування у фонд зайнятості;

1% - профспілковий внесок.

Скільки грошей отримає працівник після всіх відрахувань?

20.До відрахування прибуткового податку 2% заробітної плати працівника фірми «Омега» відраховують у пенсійний фонд. Прибутковий податок установлений у розмірі 13%. Працівнику нараховані 12350 грн. скільки він отримає після вказаних нарахувань?

20. Квиток у цирк коштував 125 грн, через місяць квитки подорожчали на 20%. Яка нова ціна квитка?

21. В акваріумі Тетянки 24 рибки, з них 40% - скалярії. Скільки відсотків усіх рибок в акваріумі становлять скалярії?

22.У перший вулик бджоли принесли за день 2 кг меду, а в другий – на 15% більше. Скільки меду принесли бджоли у два вулики?

23. Ціна на купальник, що дорівнює 280грн, влітку підвищилася на 25 %. У зимовий період вона знизилася на 30% Якою стала ціна купальника взимку?

24.У магазині діє акція: купуючи ранець за 928 грн і пенал за 54 грн, ви отримаєте знижку на набір у розмірі 15%. Скільки грошей можна зекономити?

25. Власник автомобіля «У» вирішив застрахувати своє авто на 90000 грн. Страховий платіж становить 0,3% . Після випадку ДТП страхова компанія визначила розмір збитків у розмірі 10% від застрахованої суми. Визначте страховий платіж і страхове відшкодування?

26. Вітамінізоване молоко містить 4,7% вуглеводів, 01,3% мінеральних речовин і вітамінів, 88% води, а решту складають білки та жири. Скільки білків і жирів міститься в 200 г молока?

27. Різні магазини пропонують свої ціни, акції та умови доставки. Яка пропозиція буде найвигіднішою?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Магазин** | **Ціна мозаїки, м3/грн.** | **Ціна доставки, грн.** | **Акції** |
| «Троянда» | 980 | 180 | Знижка 10% |
| «Ясен» | 830 | 300 | Знижка 5% |
| «Меркурій» | 1050 | 200 | Доставка безкоштовна, знижка 15% |

28. Спортивний костюм у магазині коштував 625 грн. Під час розпродажу його ціна стала на 156,25 грн меншою. Скільки відсотків знижки продавець встановив для спортивного костюма?

29. Бюджет сім’ї у грудні становив 14750 гривень. Сім’я витратила 1475 грн на оплату комунальних послуг, 2655 грн – на купівлю продуктів та 885 грн – на транспорт. Розрахуйте, який відсоток бюджету був використаний?

30. У лісових насадженнях відбувається саморозрідження. Скільки соснових дерев припаде на 1 га через 100 років життя лісу, якщо спочатку було 10000 дерев на 1 га. До 40 років сосни залишилося 25% дерев, а до 100 років – 21% тих дерев, що залишилися до 40-річного віку?

31. На думку фахівців нафта, що потрапила у воду, лише на 55% випаровується і біохімічно розкладається за першу добу. Решта нафти деградує повністю лише за 10 років. У середньому у Світовий океан щорічно надходить 2,3 млн. тонн нафти. Оцініть кількість нафтопродуктів, що накопичуються у Світовому океані за рік?

32. Світовий обсяг виробництва паперу та картону – понад 400 млн м3, близько 164 млн м3 становлять таропакувальні матеріали, 168 млн м3– білі види та санітарно-гігієнічний папір. Знайди обсяги виробництва у відсотках кожного з виду паперів?

33. Частка біоетанолу в бензинах має становити 7%. Скільки біоетанолу міститься за такої вимоги у вироблених 4,5 млн тонн бензину?

34. Оцініть на скільки років вистачить запасів лісових масивів на планеті, якщо на сьогодні щохвилини вирубується 1 га лісу. Площа материків землі становить 15,7 **×**107 км2, а ліси становлять близько 20% їх території. Відповідь округліть.

35. А чи знаєте ви, скільки часу середньо статичний українець, що живе 70 років, приділяє тим чи іншим справам упродовж свого життя? У таблиці наведено відсоток всього життя, що припадає на той чи інший вид діяльності.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вид діяльності** | **Відсоток** | **Роки** |
| Сон | 25,8% |  |
| Робота | 9,6% |  |
| Перегляд телебачення та користування Інтернетом | 8,2% |  |
| Вільний час | 8,2% |  |
| Домашні клопоти | 5,5% |  |
| Споживання їжі | 3,6% |  |
| Здобуття освіти | 3,2% |  |
| Придбання товарів | 2,3% |  |
| Поїздки на роботу | 1,2% |  |
| Інше |  |  |

А) На що українець витрачає найбільше часу? Порівняйте, на що припадає більше часу: на здобуття освіти чи на перегляд телебачення та користування Інтернетом?

Б) Скільки років життя припадає на кожен вид діяльності?

В) Час на який вид діяльності, на вашу думку, краще було б зменшити? А на який збільшити?

Г) Чи можна впливати на вік середньостатичного українця? Що може подовжити вік середньостатичного українця?

Д) Проаналізуйте кожен свій день упродовж тижня. Спробуйте зробити аналогічну таблицю ( вид діяльності, години, відсотки) для себе. Якихось пунктів у вас може не бути, а якісь можуть бути нові.

36. Одна цигарка містить 1,2 мг нікотину. Підчас паління 2 /3 диму потрапляє у повітря. Смертельна доза нікотину становить 40 мг. Обчисліть, скільки нікотину опиниться в повітрі кімнати, у якій курець випалив 10 цигарок. Скільки відсотків смертельної дози буде в повітрі?

**Знаходження числа за його відсотком**

**Щоб знайти число за його відсотком, треба дане число поділити на кількість відсотків і результат помножити на 100.**

Наприклад:

В українському віночку Оксани 20% усіх стрічок – блакитні. Скільки всього стрічок у віночку, якщо блакитних – 5?

Розв’язання

Блакитні стрічки: 5 - 20%

Усі стрічки: ? - 100%

1. 5 : 20 = 0,25 (стрічок) – це 1 %;
2. 0,25× 100 = 25 (стрічок) – це 100%.
3. Відповідь. 25 стрічок.

**Якщо відсоток подати десятковим дробом, то щоб знайти число за його відсотком, достатньо дане число поділити на цей десятковий дріб.**

Наприклад, якщо 5 стрічок – це 20% шуканого числа, тобто його 0,2, то шукане число – це 5 : 0,2 = 25 (стрічок).

**Задачі.**

1. Службовець купив у профспілці путівку до санаторію за 30% від її вар­тості і сплатив при цьому 180 грн. Скільки коштує путівка?

2. Качки можуть летіти на висоті до 800 м, що становить 80% від висоти польоту лелеки і 40 % від висоти польоту ластівки. На якій висоті можуть летіти лелеки і ластівки?

3. 60 м — це 20 % тієї висоти, на якій жай­воронка вже не видно, 48 м — 8 % висоти, з якої ще чути його спів. Знайдіть ці ви­соти.

4. Службовець сплачує 1200 грн , що становить 15% його заробітної плати. Яка заробітна плата у службовця?

5. За контрольну роботу з математики висо­кий бал одержали 8 учнів, що становить 25 % від загальної кількості учнів у класі. Скільки учнів у класі?

5. Під час тушкування м’ясо втрачає 24 % своєї маси. Скільки потрібно взяти сирого м’яса, щоб одержати 19 кг тушкованого?

6. Враховуючи, що під час варін­ня м’ясо втрачає 35 % своєї ваги, для приготування 260 порцій вареного м’яса по 40 г у кожній порції потрібно було взяти х кг сирого м’яса. Знайти х.

7. Морська вода містить 6 % солі. Скільки води треба взяти, щоб дістати 42 кг солі?

8. У Києві 60 мостів, а це 15% від кількості мостів у Венеції. Скільки мостів має місто на воді Венеція?

9. 50 % моїх грошей та ще 25 % моїх грошей, та ще 4 гривні — це і є всі мої гроші. Скільки в мене грошей?

10. Дзвіниця Києво-Печерської лаври має 11 дзвонів. Вага найбільшого Братського дзво­ну становить 34 % від ваги всіх дзвонів, Успенського — 20%, Орла — 11%, Благо­вісного — 3 %, раннього і найстарішого — Балику — по 4 %. Скільки важить кожен із цих дзвонів окремо і скільки разом усі 11, якщо неназвані п’ять дзвонів важать 1 200 пудів?

11. У найбільшому в Україні ландшафтному парку «Веселі Боковеньки», що біля Кропивницького, старий дендропарк займає 15% від загальної площі, лісопарк — 40 %, нові насадження — 10 %. Решту займа­ють дослідні лісові культури. Площа під ставками та луками на 54,3 га менша, ніж під лісопарком. Яка площа всього парку і скільки гектарів відведено під старий ден­дропарк, лісопарк, нові насадження, став­ки та луки й дослідні лісові культури?

12. Кролик з’їдає в день 45 г зерна. Це стано­вить

5 % від його денного корму. Скільки грамів корму з’їдає кролик за день?

13. За рік автомобіль пробігає 10 000 км, і на кожні 1 000 км шляху використовує річну норму кисню для людини. Природа відновлює лише 80 % кисню. Скільки люд­ських норм кисню за рік залишаються невідновленими під час експлуатації одного автомобіля?

14. Щоб одержати 4,4 кг смаженої кави, необхідно взяти х кг сві­жої кави, оскільки під час сма­ження кава втрачає 12 % своєї ваги. Знайти х.

15. У парку росте 96 ялинок, що становить 24% усіх дерев у парку. Скільки дерев росте у парку?

16. Чебурашка, Крокодил Гена та Шапокляк ловили рибу. Чебурашка впіймав 37% від усієї риби, Гена — 25%, а Шапокляк упій­мала решту — 152 рибини. Скільки всього риби впіймали?

17. Аеросани проїхали 140 км, що становить 20% усього шляху. Який весь шлях?

18. Під час транспортування помідорів із фермерського господарства до магазину втрачається 4% їх загальної маси. Скільки потрібно зібрати помідорів, якщо чотири магазини замовили по

384 кг?

19. Із свіжих груш виходить 16% сушених. Скільки потрібно взяти свіжих груш, щоб отримати 48 кг сушених?

20**.** 50% площі поля засіяли пшеницею, 15% — житом, решту поля — вівсом. Яку площу засіяли пшеницею і житом, якщо вівсом засіяли 70 га?

21. 24 % від одного числа дорівнюють 73, а 12 % від другого — 60. Яке число більше і на скільки?

22. У 6 класі високий рівень навчальних досягнень мають 6 учнів, що становить 20 % учнів класу. Скільки учнів навчається у 6 класі?

23. Робітник пофарбував 48 м2 приміщення кухні, що становить 60 %усієї кухні. Скільки йому ще залишилося пофарбувати?

24. У класі троє учнів відсутні, що становить 10 % усіх учнів класу. Скільки учнів у класі?

25. В Україні – найбільший запас марганцевої руди у світі – 2,3 мільярди тонн. Це становить 11% усіх покладів марганцевої руди на планеті. Скільки тонн становить запас усіх покладів марганцевої руди планети?

26. На території України щороку утворюється 17 млн. тонн сміття. І лише 5% з них потрапляє на переробку ( при тому, що вітчизняні сміттєпереробні заводи завантажені максимум на 15 – 20%). Решта потрапляє на звалища. Яка маса сміття щороку потрапляє на звалища?

Для порівняння: шведи переробляють 99% своїх відходів, німці, швейцарці, австрійці – по 97%, японці – 90%.

26. Офіційних сміттєзвалищ в Україні більше 4 тис, стихійних – 35 тис, тоді як у Німеччині ( де населення майже вдвічі більше) їх лише 162. Знайдіть площу сміттєзвалищ в Україні, якщо вони становлять 7% усієї території (603628 км2). Відповідь округліть до цілих. Порівняйте площу сміттєзвалищ в Україні: а) з площею Данії; б) з площею Житомирської області?

27. В Україні щороку переробляється 14000 тонн поліетиленових пляшок і пакетів, що становить 7% того, що щорічно накопичується на її території. Яку масу поліетиленових пляшок і пакетів не переробляють і вона щорічно потрапляє на сміттєзвалища?

Для порівняння: У Німеччині утилізують 70% пластикової тари, а у Швеції – 90%.

28. Сміттєспалювальний завод «Енергія» спалює приблизно 250000 тонн, що становить 25% сміття, що продукується у місті Київ. Скільки сміття за рік утворюється у Києві?

Б) 50% сміття з Києва вивозять на полігон під містом Обухів. Яку масу сміття кияни щороку вивозять на полігон?

У світі налічується близько 2,5 тис сміттєспалювальних заводів. З них 100 – в Японії, 70 – в Німеччині, 4 –в Україні.

29. В Україні 45% території становлять чорноземи. Українська земля найродючіша у світі. Це становить ¼ всіх запасів чорнозему планети. Яка площа планети Земля вкрита чорноземами? Площа України 603628 км2.

30. Одна з учениць школи захворіла. Для лікування їй потрібно 100000 грн. Її батьки таких грошей не мають. Чи можуть допомогти дівчинці учні класу? Учні школи? По скільки грошей мали б внести родини учнів:

а) класу, якщо в класі 32 учні і вони хочуть покрити 20% вартості лікування?

б) школи, якщо в школі 1000 учнів і вони хочуть покрити 50% вартості лікування?

31. Перший рамковий вулик винайдено саме в Україні у 1814 році Петром Прокоповичем. Україна посідає перше місце в Європі з виробництва меду, а також перше місце у світі з виробництва меду на душу населення. Світове виробництво меду Х знаходиться в межах 1,6 млн тонн ≤ Х ≤ 1,7 млн тонн. На Україну припадає близько 6% світового виробництва. Скільки тонн меду виробляє Україна?

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

**Щоб визначити відсоткове відношення двох чисел, треба знайти їх відношення і виразити його у відсот­ках, тобто помножити знайдене відношення на 100 і поставити знак %.**

Частка двох чисел, виражена у відсотках, називається відсотковим відношенням цих чисел.

**Правило 1**

* Знайти відношення чисел (поділити);
* результат записати у відсотках (помножити на 100%).

Наприклад. Скільки відсотків становить число 4 від 10?

4:10 = 0,4;

0,4 × 100% = 40%.

**Правило 2** (за допомогою пропорції)

* Записати умову задачі у вигляді схеми;
* скласти пропорцію (маємо пряму пропорційну залежність) і розв’язати її.

Наприклад.

1.Скільки відсотків становить число 4 від 10?

1. — 100 %,

4— х %,

10 : 100 = 4 : х;

Х = 100×4:10;

Х =40.

Відповідь. 40

2. Путівка до санаторію коштує 600 грн. Службовець сплатив за неї 180 грн. Який відсоток вар­тості путівки він сплатив?

Розв’язання

600 грн. — 100%,

180 грн. — Х%,

600 :100 = 180 : х;

Х = 180×100:600;

Х = 30%.

Відповідь. 30%

**Задачі**

1. Бригада трактористів одержала завдання зорати 875 га землі за тиждень. Але у зв’язку з погодними умовами зорали тільки 595 га. Знайти, на скільки відсотків бригада виконала завдання?

2. У Марічки було 34 грн. За 23,8 грн вона купила подарунок ма­тері. Який відсоток грошей витратила Марічка на подарунок?

3. Слон масою 5 т піднімає вантаж не більше ніж 1,5 т, а мура­ха масою 50 мг піднімає вантаж 500 мг. Скільки відсотків складає маса вантажу щодо маси кож­ної тварини відповідно?

4. Робітник за зміну виготовив 80 деталей, а його учень — 56. На скільки відсотків менше деталей виготовив учень, ніж робітник?

5. Із 32 учнів класу 4 учні через хворобу були відсутні. Скільки відсотків учнів були відсутні? Скільки відсотків учнів були в школі?

6. У хліві, де робили горілку, лежало 160 яєць для інкубації. Як здивува­лись господарі, коли з яєць вивелось 78 курчат, 40 з них швидко загину­ло, а 25 були з вадами. Зародки були отруєні парами спирту і масел.

а) Скільки відсотків курчат вивелося з усіх яєць?

б) Скільки відсотків курчат народилося здоровими?

7. Із 100 посіяних зернин жита зійшло 78. Який відсоток сходження насіння жита?

8. Реконструкція дороги дозволила зменши­ти час поїздки маршрутного таксі з одно­го мікрорайону в інший із 50 хв. до 40 хв. Який відсоток становить час нового марш­руту від часу попереднього?

9. До удосконалення двигуна автомобіль витрачав 12 л палива на 100 км, а тепер 9 л. На скільки відсотків знизили використання палива?

10. Із 80 відвідувачів ресторану 16 осіб були молодші віком за 25 років. Скільки відсотків відвідувачів ресторану складали молоді люди?

11. Дмитро і Петро змагалися зі стрільби. Дмитро зробив 45 пострілів, з яких 36 влучили в ціль, а Петро - 50 пострілів, з яких було 38 влучних. Хто з них влучніший стрілець?

12. Відомо, що 380 кг руди одного виду містить 68,4 кг заліза, а 420 кг руди іншого виду – 96,6 кг заліза. У якій руді, у першій чи другій, вищий відсотковий вміст заліза?

13. Кількість каруселей у парку 15, а гойдалок - 6. Скільки відсотків становлять гойдалки від каруселей?

14. Світловий потік люмінесцентної лампи потужністю 20 Вт приблизно дорівнює світловому потоку лампи розжарювання потужністю 100 Вт На скільки відсотків використання люмінесцентної лампи уможливлює знизити споживання електроенергії без втрати звичного рівня освітленості кімнати?

15. Ціну малини підвищено з 40 грн до 60грн. На скільки відсотків підвищено ціну малини відносно початкової ціни?

16. Ціну малини підвищено з 40 грн до 60грн. На скільки відсотків початкова ціна малини менша від встановленої?

17. Марійці на день народження родичі подарували 550 гривень. Дівчинка витратила деяку суму грошей і в неї залишилося 357,5 грн. Який відсоток грошей витратила Марійка?

18. Один кубічний метр повітря в березовому лісі містить приблизно 450 мікроорганізмів. На скільки відсотків це менше, ніж в операційній палаті , де один кубічний метр повітря містить 500 мікроорганізмів?

19. На кожного жителя нашої планети припадає по 144 а землі, придатної для землеробства, з якої обробляється тільки 36 а. Скільки відсотків землі, придатної для землеробства, ще не обробляється?

20. Найбільшою водною артерією України є Дніпро – третя за величиною (після Волги і Дунаю) річка Європи. Довжина Дніпра становить 2201 км, у межах України – 981 км. Який відсоток довжини річки розташований на території України?

21. Площа Києва дорівнює 847,7 км2, а площа Андорри 468 км2. Який (приблизно) відсоток площі столиці України становить площа держави Андорра?

22. Одна пачка цигарок коштує 23 грн. Людина щодня випалює одну пачку. Який відсоток своєї зарплатні витрачає курець за місяць на цигарки, якщо його зарплата становить 6000 гривень?

23. Середня маса новонародженої дитини 3 кг300 г. Якщо у дитини батько палить, то його маса буде в середньому менша на 110 г, якщо ж палить мати – то менша на 300 г. Дізнайтеся, скільки відсотків маси не набирає новонароджена дитина, якщо: а) палить батько; б) палить мати.

***Задачі, які можна розв’язати, використовуючи три типи задач на відсотки.***

1. На заводі 35% усіх робітників – жінки, а решта – чоловіки, яких на заводі на 252 більше, ніж жінок. Скільки робітників на заводі?

Розв’язання

Чоловіки становлять :

100% - 35% = 65% від загальної кількості робітників.

Чоловіків більше, ніж жінок на

65% - 35% = 30%, що становить 252 чоловіки.

Отже, загальна кількість робітників дорівнює

252×100:30 = 840 чоловік.

Відповідь. 840 чоловік.

2. Вологість свіжих грибів дорівнювала 99%. Коли гриби підсушили, їх вологість знизилась до 98%. Як змінилась маса грибів?

Розв’язання

Для свіжих грибів маємо:

гриби Х кг - 100%,

вода 0,99Х кг – 99%,

суха сировина 0,001Х кг – 1%.

Для підсушених грибів маємо:

Гриби У кг – 100%, вода 0,98У кг – 98%,

Суха сировина 0,01Х кг – 2%.

У = 0,01Х×100:2 = Х:2.

Тому маса грибів зменшилась у 2 рази.

Відповідь. Зменшилась у 2 рази.

3. Антикварний магазин купив два предмети за 225 грн. Продав їх, одержавши 40% прибутку. Скільки коштує магазину кожен предмет, якщо за перший предмет було одержано 25% прибутку, а за другий – 50%.

Розв’язання

Нехай перший предмет купили за Х гривень, тоді другий - за (225 – Х) гривень. Від продажу першого предмета було одержано 25% прибутку. Значить, він проданий за 1,25Х гривень. Другий предмет, за який одержано 50% прибутку, продано за 1,5(225 – Х) гривень. За умовою задачі загальний відсоток прибутку становить 40%. Отже, загальна сума виручки була 1,4×225 = 315 гривень.

Маємо рівняння

1,25Х + 1,5 (225 – Х) = 315,

Розв’язавши рівняння, маємо, що перший предмет куплено за 90 гривень, а другий – за 135 гривень.

Відповідь. 90 гривень і 135 гривень.

4. За один кілограм першого продук­ту і 10 кг другого сплатили 200 грн. Якщо в результаті зміни цін перший продукт подо­рожчає на 15 %, а другий подешевшає на 25 %, то за таку ж кількість цих продуктів сплатять 182 грн. Скільки спочатку коштував перший і другий продукти?

5. Два робітники за зміну разом отримували

1440 грн. Після того, як першому робітникові підвищили заробітну плату на 15 %, а дру­гому — на 25 %, разом за зміну вони стали одержувати 1720 грн. Яку зарплату одержує кожний робітник після підвищення?

6. Бухгалтеру треба підготувати 20 сторінок звіту. Першого дня він підготував 30 % усьо­го звіту, а другого — 25 %. Скільки сторінок йому ще залишилося підготувати?

7. У Румунії чотири дні проживання у готелі коштуватиме на 20% дешевше, ніж у готелі Польщі. В Угорщині проживання коштує в перерахунку на гривні 1050 грн, що на 5% дорожче, ніж у Польщі. Яка вартість у гривнях у кожній країні окремо?

8. За чотири дні яхта капітана Врунгеля «Біда» пройшла всю відстань. Першого дня було пройдено 29 % цієї відстані, друго­го — 36%, третього -21%, а четвертого — решту. Скільки відсотків відстані пройшла яхта четвертого дня?

9. До сплаву масою 600 г, що містить 20 % міді, додали 40 г міді. Яким став відсотковий вміст міді в новому сплаві?

10. Мама на день народження купила 2 кг цукерок, 3 кг яблук, 2,5 кг винограду, 1,5 кг персиків та 1 кг печива. Скільки відсотків цієї покупки становили фрукти?

11. У бібліотеці 35 % усіх книг – підручники, всі інші – художня література, яких на 252 шт більше, ніж підручників. Скільки книг у бібліотеці?

12. Фірма «Мрія» закупила 250 кг мандаринів. Певну частину мандаринів продали за ціною 12 грн за кг, а потім їх ціну підвищили на 25%. Після реалізації всіх мандаринів виручка становила 3600грн. Який відсоток становив прибуток?

13. Абонемент у спортзал коштує на 15% дешевше, ніж абонемент на відвідування басейну. Скільки коштують абонементи, якщо вартість двох абонементів становить 962 гривні?

14. Вам необхідно оплатити банківським переказом суму 7000 гривень. Комісія банку, що розташований біля вашого будинку, становить 1% від суми, а комісія банку, що розташований за 10 км від вашого будинку – 0,1%. Затрати на бензин становлять 8 л на 100 км. Ціна на бензин 28 грн/л. Порахуйте, що є економічно вигідніше?

15. Дерева поглинають вуглекислий газ і виділяють кисень, необхідний для життєдіяльності людини. Дерева працюють як фільтри: вони фільтрують повітря від сажі та пилу. А також є живим шумовим щитом. Ось чому дерева висаджують уздовж доріг. Скільки дерев висаджено вздовж дороги, якщо з одного боку дороги висаджено 33 тополі, а з іншого – 56% усіх дерев, висаджених вздовж дороги?

16. 95% енергії, яку споживає лампа розжарювання, йде на нагрівання навколишнього середовища. Люмінесцентні та світлодіодні лампи не виділяють такої кількості тепла. Люмінесцентні лампи у 5 разів менше нагрівають навколишнє середовище, а світлодіодні – у 10 разів. Який відсоток енергії, що споживає кожна з ламп, іде на освітлення?

17. Найбільшими забруднювачами вод України є електроенергетика, комунальне господарство та сільське господарство. Їх сукупні зливи становлять 79% від усього обсягу зливу в ріки. Відомо, що відсоток зливів електроенергетики перевищує сукупні зливи комунального та сільського господарства – на 26,5%. Який відсоток обсягу усіх зливів дає кожен із зазначених забруднювачів?

18. Початкова чисельність популяції оленя становить 1000 осіб. Оленями живляться вовки. Частина популяції оленів, що вижила до кінця кожного року, збільшує свою чисельність на 40%. Початкова чисельність популяції вовків становить 10 особин; один вовк споживає по 30 оленів щороку; річний приріст популяції вовків становить 10%. У разі відсутності вовків природна смертність оленів від хвороб становить 30%.

А) Розрахуйте, якою буде чисельність оленів через три роки у разі повної відсутності хижаків?

Б) Розрахуйте, якою буде чисельність оленів через три роки з урахуванням впливу на неї вовків?

18. В Україні є пустеля Олешківські піски – найбільша в Європі. Колись це була секретна територія – військовий полігон, на якому відпрацьовували влучність бомбометання. Тепер це «Національний парк» площею 150000 га. На скільки відсотків пустеля Сахара – найбільша пустеля планети, - площею 9065000 км2, більша за Олешківські піски?

19. Дізнайтеся, чи переживає населення України процес старіння (відсоток дітей і підлітків молодше 15 років менше, ніж відсоток людей похилого віку), якщо сума відсотків, що припадає на похилий вік (понад 65 років), дітей і підлітків молодше 15 років, дорівнює 29,2%, а їх добуток – 212,35%. Який відсоток становлять громадяни віком від 15 до 65 років?

20. Серед 7 млрд людей на планеті приблизно 6 млрд мають мобільні телефони, з них 2 млрд мають смартфони. Кожна людина в середньому витрачає на користування телефоном 5 год на добу, що спричиняє додаткове навантаження для очей та збільшення майже вдвічі хворих на короткозорість.

1) Знайдіть відсоток людей на планеті, що:

а) не мають мобільних телефонів;

б) мають смартфони по відношенню до всіх людей планети;

в) мають смартфони по відношенню до тих людей, що мають мобільні телефони.

2) Скільки відсотків часу, вільного від сну, людина витрачає на користування телефоном? (сон триває 8 год).

3) Проведіть експеримент. Упродовж дня фіксуйте час, який ви витрачаєте на користування телефоном. Який відсоток часу на добу ви витрачаєте на телефон?

21. Кількість пішоходів, що загинули внаслідок ДТП, на 17% менше, ніж кількість водіїв чи пасажирів транспорту, що загинули внаслідок ДТП. Скільки відсотків припадає на загиблих пішоходів і скільки на загиблих водіїв чи пасажирів транспорту?

22. За добу серце семирічної дитини перекачує 70% крові від маси крові, яку перекачує серце підлітка 13 – 14 років, і на 4,5 т крові менше, ніж серце дорослої людини. Яку масу крові перекачує серце підлітка за добу?

23. Підлітки 10 – 11 років повинні спати на 1 год більше, ніж підлітки 14 – 15 років. А час для сну підлітків 14 – 15 років становить 90% часу, відведеного на сон для підлітків 10 – 11 років. Які норми часу для сну підлітків 14 – 15 років?

24. Для проведення ремонту в оселі необхідно купити шпалери, що продаються в рулонах.

А) Кімната має форму прямокутника. Одна її сторона на 2 м довша за іншу. Висота кімнати дорівнює 2,5 м. Площа обклеювальної поверхні не перевищує 104 м2. Знайдіть довжину кімнати.

Б) Рулон шпалер має ширину 0,53 м і довжину 10 м. Обчислити кількість рулонів, що слід придбати для обклеювання кімнати.

В) Різні магазини пропонують свої умови покупки шпалер одного виробника. Визначте найвигіднішу пропозицію.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Магазин** | **Вартість рулону, грн** | **Доставка,**  **грн** | **Акції** |
| 1 | «Світ шпалер» | 162 | 200 | 1\* |
| 2 | «Маестро» | 168 | 100 | 2\* |
| 3 | «Рулончик» | 175 | 70 | 3\* |

1\* Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 10% від вартості товару.

2\* Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 15% від вартості товару.

3\* Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 17% від вартості товару.

***Відсоткові зміни***

**Коли кажуть про зростання на 10% або зменшення на 20% вважають, що зміна відбувається порівняно з попередньою вартістю. Відсоткові зміни можна подати у формі збільшення чи зменшення у певну кількість разів:**

**збільшення на 100% означає збільшення вдвічі;**

**збільшення на 500% означає збільшення в 6 разів;**

**збільшення на 50% означає збільшення в 1,5 рази;**

**зменшення на 50% означає зменшення вдвічі;**

**зменшення на 100% означає обнуління початкової вартості.**

1. Якщо число збільшили на 200 %, то воно збільшиться у... рази?
2. На скільки відсотків змінилася ціна това­ру, якщо вона зменшилась у 4 рази?
3. На скільки відсотків зміниться вклад, якщо він потроїться?
4. Капітал зменшився в 4 рази. На скільки відсотків він зменшився?
5. Біржові ціни на акції ВАТ «Нива» зменшилися на 75%. У скільки разів зменшилися ціни?

6.Проаналізуйте цінники на товарах у магазині. Що означає напис на кожному з них? У скільки разів змінилася ціна кожного товару?

1. У магазині розпродаж. Вам потрібно зробити наліпки на цінники із зазначенням відсотка знижки, якщо ціна:

А) Зменшилась у 5 разів;

Б) Зменшилась у 10 разів;

В) Зменшилась у 2,5 раза.

6. За останній рік ціни на продукцію ВАТ «Нива» збільшилися у 2,5 рази. На скільки відсотків збільшилися ціни?

**Задачі**

1. Ціну товару спочатку знизили на 10%, а потім ще раз на 10%. На скільки відсотків знизилась вона після двох переоцінок?

Розв’язання

Нехай початкова ціна товару Х, ціна після першого зниження 0,9Х, ціна після другого зниження Y.

0,9Х – 100%,

Y – 90%,

Y = 0,9Х×90:100 = 0,81Х,

Х – 0,81Х= 0,19Х.

Отже, ціна товару знизилася на 19%.

Відповідь. На 19 %.

2. Ціну товару підвищили на 25%, потім нову ціну на 10% і, нарешті, після перерахунку підняли ціни ще на 12%. На скільки відсотків підняли початкову ціну товару?

Розв’язання

Нехай X — початкова ціна.

1. 0,25Х ( грн) — на скільки підняли ціну товару *( 25%* від X грн).
2. X + 0,25Х = 1,25Х (грн) — ціна товар після першого підвищення.
3. 0,125Х (грн) — на скільки підняли нову ціну товару (10% від 1,25Х грн).
4. 1,25Х + 0,125Х = 1,375Х – стала ціна після другого підвищення.
5. 0,12 × 1,375Х = 0,165Х (грн) – наскільки підняли знову ціну товару (12% від 1,375 грн).
6. 1,375Х + 0,165Х =1,54Х (грн) – стала ціна товару після третього підвищення.
7. 1,54Х - X = 0,54Х (грн) - на скільки гривень підняли початкову ціну.
8. У % : 0,54Х:Х×100% = 54%.

Відповідь. Початкову ціну підняли на 54%.

3. Із молока, жирність якого складає 5%, ви­готовляють сир жирністю 15,5%, при цьому зали­шається сироватка жирністю 0,5%. Скільки сиру вий­де з 1 т молока?

Розв’язання

Маємо задачу на три розчини:

І- сир,

ІІ - сироватка,

ІІІ - молоко.

Складаємо таблицю. Позначимо через Х сир (т).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| І | ІІ | ІІІ |
| Х – 100 | (1 –Х) – 100% | 1т – 100% |
| ? – 15,5% | ? – 0,5% | ? – 5% |
| 0,155Х – жирність сиру | 0,005× (1 – Х) – жирність сироватки | 1×0,05 = 0,05т – жирність молока |

0,005× (1-Х) + 0,155Х=0,05,

0,005 - 0,005Х+0,155Х=0,05,

0,15Х=0,045,

Х=0,3.

Відповідь. З 1 т молока вийде 0,3 т сиру.

4. Свіжі гриби містять 90% води, а сухі – 12%. Скільки сухих грибів вийде з 22 кг свіжих?

Розв’язання

Під час сушіння грибів із них випаровується вода, а маса сухої речовини не змінюється. Вона становить 105 від 22 кг, або 2,2 кг. У сухих грибах на ті ж 2,2 кг припадає 88%. Отже, маса сухих грибів дорівнює частці 2,2 кг : 0,88.

Напишемо це розв’язання «по кроках»:

1. 100% - 90% = 10% - становить суха речовина у свіжих грибах.
2. 10% = 0,1; 22×0,1 = 2,2 (кг) – маса сухої речовини у свіжих грибах.
3. 100% - 12% = 88% - становить суха речовина у сухих грибах.
4. 88% = 0,88

2,2 :0,88 = 2,5 (кг)

Відповідь. Маса сухих грибів дорівнює 2,5 кг.

5. Бджоли, переробляючи квітковий нектар на мед, звільняють його від значної частин води. Дослідження показали, що нектар містить 70 % води, а одержаний із нього мед — 17 %. Яку кількість нектару по­винні переробити бджоли для одержання 1 кг меду?

Розв’язання

1 кг меду містить 17 % води, тобто 0,7х кг. Нехай х кг нектару містить 70 % води, тобто 0,7хкг, тому сам мед стано­вить х-0,7х = 0,3х кг, а 1 кг меду містить 0,17 кг води, тобто чистий мед становить

1 - 0,17 = 0,83 кг; 0,3х = 0,83; х = 0,83:3; х = 0,276.

Відповідь. 276 г.

6. Ціну товару спочатку знизили на 20 %, потім нову ціну знизили ще на 15 % і, наре­шті, після перерахунку провели зниження ще на 10 %. На скільки відсотків знизили почат­кову ціну?

7. Ціна блендера та ціна міксера – однакові. Ціну блендера спершу зменшили на 10%, а потім збільшили на 10%. Ціну міксера спочатку збільшили на 10%, а потім зменшили на 10%. Ціна якого із приладів унаслідок двох переоцінок більша?

8. Протягом січня ціна на яблука зросла на 30%, а протягом лютого – на 20%. На скільки відсотків піднялася ціна за два місяці?

8. Захарій Олександрович зайшов до магазину. Власник магазину попросив допомоги у Захарія Олександровича. Він хоче зна­ти, чи не зміниться ціна товару, якщо її спочатку знизити на 20 %, а потім підвищити на 20 %.

9. Протягом серпня 2019 року ціна на картоплю зросла на 30%, а протягом вересня 2019 року – на 20%. На скільки відсотків підвищилася ціна на картоплю?

10. Магазин отримав книгу за 5 грн. 50 к. Націнка мага­зину складає 20 %. У разі оптової закупівлі магазин зменшує ціну на 5 %. Скільки коштує така книга за оптової закупівлі?

11. У 2017 році частка реалізації морозива фірмою «Веселка» збільшилася з 20% до 25%, а в 2018 році – з 25% до 30%. У якому році зростання було більш значним?

12. Чи не прогадали ви з ананаса­ми? Спочатку ви підвищили ціну на них на 15 %, а потім знизили її на 15 %. Дешевше чи дорожче стали коштувати ананаси?

16. Вартість одиниці товару змен­шилась на 20 %. Тепер за ті самі гроші можна купити на х% товару більше. Знайти х.

17. Фірма «Мрія» за останні 3 роки збільшувала свій товарообіг щорічно на 20%. На скільки відсотків збільшився товарообіг за ці три роки?

18. Зарплату спочатку збільшили на 20%, а потім зменшили на 20%. Як вона змінилася?

19. Зарплату робітникові підвищили спочатку на 10%, а через рік – ще на 20%. На скільки відсотків підвищилася зарплата порівняно з початковою?

20. Ціну товару збільшено на 25%. На скільки відсотків треба її знизити, щоб отримати початкову ціну?

21. Ціну на телефонний апарат піднімали двічі. Після другого підвищення апарат став коштувати у 6 разів більше, ніж до подорожчання. На скільки відсотків збільшили ціну другого разу, якщо відомо, що спочатку її збільшено на 50%?

22. У 1993 році інфляція в країні становила 30% (ціни збільшувалися щомісяця на 30% порівняно з попереднім значенням). На скільки відсотків зросли ціни за 4 місяці?

23.За правилом екологічної піраміди кожний наступний рівень у ланцюгу живлення становить приблизно 10% від попереднього. Ланцюг живлення: рослини заєць вовк. Вовк набрав 1 кг маси. Скільки для цього знадобилось рослинної речовини?

24. За правилом екологічної піраміди кожний наступний рівень у ланцюгу живлення становить приблизно 10% від попереднього. Визначте, скільки рослинності необхідно, щоб прогодувати лисицю масою 34 кг?

25. Вітряна віспа перший день вражає 5% шкіри, а за кожний наступний день вражає на 10% більше, ніж за попередній. Через скільки днів буде вражена вся поверхня шкіри?

26. Ціна продукції за перший рік роботи заводу зросла на р%, а за наступний – на 10% , порівняно з попереднім роком. На скільки відсотків зросла ціна продукції за перший рік, якщо відомо, що за два роки вона зросла всього на 48,59%?

27. Волонтерство – добровільна безкорисна доброчинна діяльність. Серед волонтерів в Україні 80% становить молодь, 72% з яких – жінки. Який відсоток усіх волонтерів становлять молоді жінки?

**ПРОСТЕ ВІДСОТКОВЕ ЗРОСТАННЯ**

*Відомо, що в 1723 році гетьман Полуботок поклав до англійського банку великий капі­тал з України під 4 % річних. У скільки разів збільшився б той капітал до наших днів?*

Відповідь*.* У 74393,5 раз.

Якщо людина не вносить своєчасну плату за що-небудь, то на неї може бути накладений штраф, який на­зивається «пеня». Нехай пеня становить 1% від суми плати за кожен день прострочення. Тоді, наприклад, за 20 днів прострочення сума складе 20% від суми пла­ти, скажімо, зі 100 грн людина повинна буде внести пеню 0,2 ×100=20 грн, а всього 120 грн.

У різних містах і у різних людей плата, розмір пені і час прострочення різні, залежно від ситуації. Тому є сенс скласти загаль­ну формулу плати, яку можна застосувати за будь-яких обставин.

Нехай S — щомісячна плата, пеня становить р% плати за кожний день прострочення, а п - кількість прострочених днів. Суму, яку повинна заплатити лю­дина після п днів прострочення, позначимо Sn. Тоді за п днів пеня складе рп% від S, або 0,01 рпS, а всього до­ведеться заплатити

Sn = (1+0,01рn) × S.

Розглянемо ще одну ситуацію. Банк виплачує вкладникам кожного місяця р% від внесеної суми. То­му, якщо клієнт вніс суму А0, то через п місяців на йо­го рахунку буде (1+0,01рn) × А0 , і ми знову одержуємо, що Аn=(1+0,01рn) × А0. Така ж формула буде виходи­ти і в усіх інших випадках, коли деяка величина збіль­шується на постійну кількість відсотків за кожний фіксований період часу. Ця формула описує багато конкретних ситуацій і називається формулою простого відсоткового зростання.

Аналогічна формула виходить, якщо деяка величи­на зменшується за даний період часу на певну кількість відсотків.

У цьому випадку (1— 0,0Ірn) ×А0.

Ця формула також називається формулою простого відсоткового зростання, хоч задана величина насп­равді зменшується.

Задача 1. Банк виплачує вкладникам кожного міся­ця 2% від внесеної суми. Клієнт зробив вклад у розмірі 500 грн. Яка сума буде на його рахунку через пів року?

Розв’язання

Для розв’язання задачі досить підставити в форму­лу величину ставки р=2, кількості місяців n=6 і початкового вкладу А0=500:

(1+0,01 × 2 × 6) × 500=1,12 ×500=560 (грн).

Відповідь. Через півроку на вкладі буде 560 грн.

2. При якій відсотковій ставці на місяць вклад на суму 1000 грн збільшиться за рік до 1600 грн ?

Розв’язання

Підставимо в формулу простого відсоткового зрос­тання величину початкового вкладу А0=1000, кінцевої суми Аn=1600 і кількості місяців n=12:

1600=(1+0,01 × 12р) × 1000.

Розв’яжемо одержане рівняння і знайдемо невідоме значення р:

1+0,01 × І2р=1,6;

0,01 × 12р=0,6;

12р=60;

р=5.

Відповідь. Відсоткова ставка повинна дорівнювати 5% на місяць.

3. Яким повинен бути початковий вклад, щоб при ставці 4% на місяць він збільшився за 8 місяців до 3,3 тисяч грн?

Розв’язання

Підставимо у формулу простого процентного зрос­тання величину процентної ставки р=4, кількість місяців n=8 і кінцевої суми Аn =3,3:

3,3=(1+0,01×4×8) ×А0.

Ми одержали рівняння з невідомою S. Розв’яжемо це рівняння:

(1+0,01×4×8) × А0=3,3;

1,32 А0=3,3;

А0=2,5.

Відповідь. Початковий вклад повинен дорівнювати 2,5 тис. грн.

4. Новий комп’ютер купили за 8500 грн. Щороку на його амортизацію списується 10%. Скіль­ки він коштуватиме через 4 роки?

Розв’язання

Вислів «списувати на амортизацію» р% на рік озна­чає, що кожного року початкова вартість комп’ютера зменшується на р%. Для розв’язання задачі підстави­мо в формулу простого відсоткового зростання про­цент амортизації комп’ютера р=10, кількість років йо­го використання n=4 і початкову вартість А0 = 8500:

(1 - 0,01 × 10 ×4) × 8500=5100 (грн).

Відповідь. Через 4 роки комп’ютер коштуватиме 5100 грн.

5.Вкладник поклав у банк 900 грн під 12% річних. Яка сума грошей буде на рахунку через рік?

6. Банк нараховує 15 % річних. Скільки потрібно покласти грошей, щоб через рік початкова сума збільшилась на 1200 грн ?

7. Вкладник поклав у банк 2000 грн. а отримав через рік 2160 грн. Під який відсоток річних були покладені гроші?

8. Під який відсоток вигідніше покласти гроші в банк: під 6% річних чи під 0,5% на місяць?

9. Вкладник поклав у банк 1000 грн. За перший рік йому нараховували 4 % річних, а за другий — 5 % річних. Який прибуток зараховано від вкладених грошей за 2 роки?

10. Підприємство поклало в банк 10 700 грн на два різ­ні рахунки. За першим з них банк виплачує 6 % річ­них, а за другим — 8 % річних. Через рік кількість грошей на обох вкладах була однаковою. Скільки грошей було покладено на кожний рахунок?

11. Вкладник поклав у банк 5000 грн на два різні ра­хунки. За першим з них нараховують 10 % річних, а за другим — 8 % річних. Через рік кількість гро­шей на першому рахунку становила на 1140 грн більше від кількості грошей на другому рахунку. Скільки гривень було покладено на кожний раху­нок?

12.Вкладник поклав у банк 1400 грн. Частину гро­шей він поклав під 10 % річних, решту — під 8 % річних. Через рік прибуток від вкладів становив 128 грн. Скільки грошей поклав вкладник під 10% річних, а скільки — під 8 %?

13. Вкладник поклав у банк 9000 грн, одну частину з них він поклав під 10 % річних, решту - під 8 % річних. Через рік прибутки від обох вкладів були однаковими. Скільки грошей було покладено на кожний рахунок?

14.Вкладник поклав у банк 2000 грн. За перший рік йому нарахували певний відсоток річних, а наступного року цей відсоток було збільшено на 2%. Грошовий прибуток за два роки становив 247 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка першого року?

15. Оля вирішує покласти кошти для відпочинку влітку. Яку суму треба покласти на рахунок, щоб на кінець першого року мати 6 000 грн, якщо банк пропонує 20 % річних?

16.Банк пропонує кредит у 10 000 грн на 8 мі­сяців під 6 % річних. Яку суму треба віддати банку через 8 місяців?

**СКЛАДНЕ ВІДСОТКОВЕ ЗРОСТАННЯ**

Ця тема — одна з найбільш вдалих для реалізації підприємницької на­скрізної лінії та навчання фінансової грамотності. Від того, наскільки успішно учні засво­ять тему, залежатиме їхнє вміння приймати відповідальні рішення в майбутньому.

У банках для деяких видів вкладів *(*так званих термінових вкладів, які не можна взяти раніше, ніж, наприклад, через рік)прийнята така система нарахуван­ня грошей: за перший рік перебування внесеної суми на рахунку нараховується, скажімо, 40% від неї. Нап­рикінці року вкладник може зняти з рахунку ці гроші - «відсотки», як їх за звичаєм називають.

Якщо ж він цього не зробив, то вони приєднуються до початкового вкладу, і тому наприкінці наступного року 40% нараховуються банком уже на нову, збільше­ну суму. Інакше кажучи, за такої системи нарахову­ються відсотки на відсотки, або, як їх за звичаєм на­зивають, складні відсотки.

Підрахуємо, скільки грошей отримає вкладник че­рез три роки, якщо він поклав на терміновий рахунок у банк 1000 грн і ні разу не буде брати гроші з рахунку.

40% від 1000 грн. становлять 0,4×1000 = 400 грн, отже, через рік на його рахунку буде 1000+400=1400 (грн).

40% від нової суми 1400 грн становлять

0,4 × 1400=560 грн, отже, через два роки на його рахунку буде 1400+560=1960 (грн).

40% від нової суми 1960 грн становлять

0,4× 1960=784 грн, отже, на його рахунку буде 2744 (грн).

Неважко уявити собі, скільки при такому безпосередньому «лобовому» підрахунку потрібно було б часу для знаходження суми вкладу через 10 років. Проте підрахунок можна вести значно простіше.

Саме через рік сума збільшиться на 40%, тобто складе 140% від початкової, або, інакше кажучи, збільшиться в 1,4 рази. Наступного року нова, вже збільшена сума, також збільшиться на ті самі 40%. Отже, через два роки початкова сума збільшиться в 1,4×,4 = 1,42 рази.

Ще через один рік і ця сума збільшиться 1,4 рази, так що початкова сума збільшиться в 1,4×1,4×1,4 = 1,43 рази. Таким чином отримуємо розв’язання нашої задачі значно простіше:

1,43 × 1000=2,744 × 1000=2744 (грн.) Розв’яжемо тепер цю задачу у загальному вигляді. Нехай банк нараховує р відсотків річних, внесена сума А0 , а сума, яка буде на рахунку через n років, дорівнює Ап грн.

р% від А0 становлять 0,01р А0 грн, і через рік на рахунку виявиться сума:

А1 = А0+0,01р А0=(1+0,01р) А0 ,

тобто, початкова сума збільшиться в 1 + 0,01р разів.

За наступний рік сума А1 збільшиться у стільки ж разів, і тому через два роки на рахунку буде сума:

А2=(1+0,01р) А1=(1+0,01р)(1+0,01р)А0 = (1+0,01р)2 А0

Аналогічно,А3*=(*1+0,01р)3 А0і т.д.

Інакше кажучи, справедлива рівність:

**Ап** =(1+0,01р)п **А0**.

Цю формулу називають формулою складного відсоткового зростання, або просто формулою складних відсотків.

Відмінність простого і складного зростання полягає в тому, що при простому зростанні відсоток кожного разу обчислюють, виходячи з початкового значення величини, а при складному зростанні він обчислюється з попереднього значення.

Інакше кажучи, при простому зростанні 100% - завжди початкова сума, а при складному зростанні 100% — це попереднє значення величини.

Одержану формулу можна застосувати, звичайно, не лише до задач про зростання вкладу, але й до будь-якої ситуації, коли розглядувана величина за кожен за­даний проміжок часу збільшується на певну кількість відсотків, рахуючи від попереднього її значення. При зменшенні величини на певну кількість відсотків, ра­хуючи від попереднього її значення, в формулі, як і для простого зростання, з’являється знак мінус.

Задача 1. Яка сума буде на терміновому вкладі вкладника через 4 роки, якщо банк нараховує 10% річних і внесена сума дорівнює 2000 грн?

Розв’язання

Підставимо в формулу значення процентної ставки р=10, кількість років п=4 і величину початкового вкла­ду А0=2000. Одержимо:

(1+0,01 10)4× 2000=1,4641 × 2000=2928,2 (грн).

Відповідь. Через 4 роки на рахунку буде сума 2928,2 грн.

2. Банк нараховує 20% річних і внесена сума дорівнює 5000 грн. Яка сума буде на рахунку клієнта банку через п’ять років: а) при нарахуванні банком простих відсотків; б) складних відсотків?

Розв’язання

При простому відсотковому зростанні через п’ять років сума складе:

(1+0,01 × 20 × 5) × 5000=10000 (грн).

А при складному:

(1+0,01 × 20)5 ×5000=12441,6 (грн).

Відповідь. При простому відсотку буде сума в 10000 грн, а при складному -12441,6 грн.

2. Бізнесмен перерахував деяку суму в банк під деякий відсоток річних. Через рік він зняв третину від накопиченої за рік суми. Відсоток річних банку на наступний рік був збільшений удвічі, тому ще через рік накопичена сума збільшилася на 68% від початко­вого вкладу. Чому дорівнює початковий відсоток річних?

Розв’язання

1. Нехай бізнесмен перерахував X (грн) під У% річних. Тоді У% від X складає 0,01ХУ.
2. Через рік сума стала (1+0,0IУ) *×*X (грн).
3. Після того, як він зняв третину накопиченої су­ми, залишилося на другий рік

2/3Х*×* (1+0,01У) під2У%.

1. 2У від цієї суми буде2/3Х(1+0,01У) *×*0,02У (грн) нараховані під відсотки*.*
2. Через два роки сума становить:

2/3Х × (1+0,01У)+2/3Х × (1+0,01У) × 0,02У=2/3Х(1+

0,01У)(1+0,02У).

6) За тої умови, що накопичена сума збільшилася на 68% від початкової, складаємо рівняння.

2/3Х× (1+0,01У)(1+0,02У) - Х=0,68Х, Х≠0,

Тому 2/3× (1+0,01У)(1+0,02У) - 1=0,68,

Помножимо обидві частини рівняння на 30000.

Маємо:

2 × (100+У)(100+2У)-30000 = 20400,

4У2 + 600У + 20000 – 30000 – 20400 = 0,

4У2 + 600У – 30400 = 0,

У2 + 150У – 7600 = 0.

Звідки, У1 = - 190, У2 = 40.

У1 не задовольняє умову задачі.

Відповідь. 40% - початковий відсоток річних.

3.Підприємець поклав до банку 200000 грн під 12% річних. Які відсоткові гроші матиме підприємець через 5 років?

4. Початковий внесок в Ощадбанк дорівнює 300 доларів, за рік нараховується 3 %. Знайдіть суму внеску через 10 років.

5. Вкладник поклав у банк 1200 грн на два різних рахунки. На перший рахунок банк нараховує 6 % річних, а на другий — 8 % річних (складні відсотки). Через рік вклад­ник отримав 80 грн відсотків. Скільки гри­вень він поклав на кожний із рахунків?

6. Вкладник поклав у банк 5000 грн. За перший рік йому нараховували 6 % річних, а наступного року цей відсоток був збільшений. Чому дорівнює відсоток річних за другий рік, якщо грошовий прибуток за два роки становить 724 грн?

7. Підприємство поклало в банк 10 700 грн на два різ­ні рахунки. За першим з них банк виплачує 6 % річ­них, а за другим — 8 % річних. Через рік кількість грошей на обох вкладах була однаковою. Скільки грошей було покладено на кожний рахунок?

8. Вкладник поклав у банк 5000 грн на два різні ра­хунки. За першим з них нараховують 10 % річних, а за другим — 8 % річних. Через рік кількість гро­шей на першому рахунку становила на 1140 грн більше від кількості грошей на другому рахунку. Скільки гривень було покладено на кожний раху­нок?

9. Вкладник поклав у банк 2000 грн. За перший рік йому нарахували певний відсоток річних, а на­ступного року цей відсоток було збільшено на

2%. Грошовий прибуток за два роки становив 247 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка першого року?

10. Клієнт має 5000 грн і хоче знайти такий банк, який сплатить йому за один рік 500 грн відсоткових грошей. З якою відсотковою ставкою банк має обрати клієнт?

11. Фермер узяв кредит у банку під деякий відсоток. Наступного року банк підняв відсоток кредиту втричі, тому фермер повернув 2 /3 свого боргу за перший рік. Через два роки борг фермера складав 64% від початкової суми. Скільки відсотків став брати банк за кредит у другому році?

12. Підприємець вніс в банк деяку суму під деякий відсоток річних. Через рік 2 /5 накопиченої суми він пожертвував на розвиток школи. Банк збільшив відсоток річних на 15%, і ще через рік накопичена сума стала більшою за початковий внесок на 13,1%. Який новий відсоток річних?

13. Підприємець узяв у банку кредит у розмірі 100000 гривень під деякий відсоток річних. Через рік цей відсоток було збільшено на 45. На кінець другого року підприємець повернув у банк 148000 грн. На який відсоток річних було надано кредит у перший рік?

14. На перший рахунок покладено 8000 грн під 15% річних, а на другий – 7500 грн під 20% річних. На якому з рахунків через три роки сума буде більшою? Розгляньте різні випадки нарахування відсотків.

15. Вклад у розмірі 50000 гривень було внесено до банку на три місяці. Відсоткова ставка складала 16% річних. Визначте суму нарахованих відсотків за різних практик їх визначення.

16. Клієнт поклав у банк 5000 гривень під певний відсоток річних на два роки. Нарощений капітал склав 5832 гривні. Знайдіть відсоткову ставку банку, якщо нарахування відбуваються за схемою складних відсотків.

17. Банк нарахував вкладнику 60 грн відсоткових. Доклавши 440 грн до загальної суми , вкладник залишив ще на один рік свої збереження у банку. Наприкінці року знову було нараховані відсотки. І тепер вклад разом із відсотками становив 2575 грн. Яку було суму покладено на депозит спочатку?

**ЗАДАЧІ НА СУМІШІ ТА СПЛАВИ**

Для розв’язання задач необхідно пригадати:

1. Що таке розчин?

Розчин *—* однорідна система, що складається з часток розчиненої речовини, роз­чинника та продуктів їхньої взаємодії.

1. Масовою часткою розчиненої речовини на­зивають?

Масовою часткою розчиненої речовини називають співвідношення маси розчиненої речовини до загальною масою.

1. Із чого складається маса розчину?

Маса розчину складається з маси розчинника та маси розчиненої речовини.

1. Концентрацією розчину називається кількість (л чи об’єм) розчиненої речовини, що міститься в певній кількості (масі чи об’єму) розчину або розчинника.

5. Відсотковою концентрацією розчину називається виражене у відсотках відношення маси розчиненої речовини п до маси всього розчину т:

п : т × 100%

6. Проміле — це одна тисячна частина числа, або десята частина відсотка. Позначається так: %0. 1%0= 0,001, 1%0 = 0,1%

7. Проба - це кількість грамів чистого золота (срібла, платини тощо) в одному кілограмі сплаву. Так, то 875 проби — це сплав, 1000 г якого містить 875 г чистого золота.

У задачах на змішування (сплави) звичайно йдеться про маси тх,т2, ..., їх відсоткові концентрації (проби) рх ,р2,..., а також про масу т і концентрацію (пробу) утвореної суміші (сплаву) р. У цьому випадку завжди правильним вважається співвідношення:

т1 р1 + т2 р2 =( т1 + т2  ) р2

Задачі.

1. Змішали 30%-й розчин соляної і з 10%-м і дістали 600г 15%-го розчину. Скільки грамів кожного розчину було взято?

Розв’язання

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Розчин** | **Маса розчину, г** | **% уміст речовии, %** | **Маса чистої речовини, г** |
| І | х | 30 | 0,3х |
| ІІ | 600-х | 10 | 0,1(600-х) |
| ІІІ | 600 | 15 | 0,15*×*600 |

Складемо рівняння:

0,3х+0,1(600-х) =0,15*×* 600,

0,2х = 30, х =150;

1. 600 - 150 = 450.

Відповідь.150 г 30%-го розчину і 450 г 10%-го розчину.

2. Морська вода вміщує 5 % солі за масою. Скільки прісної води треба додати до 30 кг морської води, щоб концентрація солі становила 1,5 %?

Розв’язання

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Маса розчину, г | Відсотковий уміст речовини (солі), % | Маса чистої речовини (солі), кг |
| Було | 30 | 5 | 0,05*×*30 |
| Додали | х | 0 | 0*×*х |
| Стало | 30 + х | 1,5 | 0,015*×* (30 + х) |

Складемо рівняння:

0,05*×*30+0 = 0,015*×* (30 + х),

1,5=0,45+0,015х,

0,015х =1,05, х = 70.

Відповідь.70 кг.

3. Шматок сплаву міді й цинку масою 36 кг містить 45 % міді. Яку масу міді треба додати до цього шматка, щоб утворений новий сплав містив 60 % міді?

Розв’язання

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сплав | Маса сплаву, кг | Відсотковий уміст речови­ни (міді), % | Маса чистої речовини (міді), кг |
| І | 36 | 45 | 0,45*×*36 |
| II | х | 100 | 1*×*х |
| III | 36 + х | 60 | 0,6(36+ х) |

Складемо рівняння:

0,45×36 + х = 0,6(36 + х),

16,2 + х = 21,6 +0,6х,

0,4х = 5,4,

х = 13,5

Відповідь.13,5 кг.

4. У колбі було 200 кг 80%-го спирту. Провізор відлив з колби деяку кількість цього спирту, а потім долив до неї стільки ж води, щоб одержати 60% спирт. Скільки грамів води додав провізор?

Розв’язання

Нехай з колби було взято х грамів 80% спирту, а потім долито таку ж кількість води. Тоді «чистого» спирту в цих х грамах було 0,8х. Тому в колбі залишилось 0,8(200-х) грамів «чистого» спирту. Звідки відсоткова концентрація спирту, після доливання грамів води, дорівнює

(200*×* 0,8-0,8х) : 200,

що за умовами задачі становить 60 %.

Дістаємо рівняння:

(200*×* 0,8-0,8х) : 200 *×*100 = 60,

Звідки знаходимо:

х = 50.

Оскільки маса х взятого 80%-го спирту дорівнювала масі долитої води, провізор долив 50 г води.

Відповідь.50 г.

5. Під час змішування 20%-го і 45%-го розчину калію перманганату КМпО4 отримують 50 г 30%-го розчину КМпО4. Скільки грам кожного розчину взяли?

Розв’язання

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Розчин** | **% склад** | **Маса розчину, г** | **Маса речовини, г** |
| І | 20%=0,2 | х | 0,2х |
| ІІ | 45%=0,45 | 50 – х | 0,45(50-х) |
| Отриманий розчин | 30%=0,3 | 50 | 0,3×50 |

Складемо рівняння:

0,2х + 0,45(50 – х) = 0,3×50,

0,2х + 22,5 – 0,45х = 15,

х = 30.

30 г – 20% розчину, 50 г – 30 г = 20 г – 45% розчину.

Відповідь. 30 г 20% розчину, 20 г 45% розчину.

6. Старовинна цікава задача. У деякого купця була у продажу олія: одна ціною 10 грн за відро, а друга – 6 грн за відро. Захотілося йому зробити із цих двох, змішавши, одну олію ціною 7 грн за відро. Які частини цих двох олій необхідно взяти, щоб одержати відро олії вартістю 7 грн?

Розв’язання

Старовинний спосіб розв’язання задачі.

Одне під одним пишуться вартості наявних олій, ліворуч від них і приблизно посередині – вартість олії, яка повинна вийти після змішування. Сполучивши написані числа рисочками, дістанемо таку картину:

6

7

10

Меншу ціну віднімемо від ціни суміші і результат поставимо праворуч від більшої ціни. Потім від більшої ціни віднімемо ціну суміші, а те, що дістанемо, напишемо праворуч від меншої ціни. Вийде така картина:

6

3

7

1

10

З неї робимо висновок, що дешевої олії треба взяти втричі більше, ніж дорогої, тобто для отримання одного відра олії ціною 7 грн треба взяти дорогої олії 1/4 відра, а дешевої 3/4 відра.

6. У яких пропорціях треба змішати розчин 50% і розчин 70% кислоти, щоб одержати розчин 65% кислоти ?

Розв’язання

Для розв’язку зробимо таку схему:

50 5

65

70 15

Зліва пишемо потрібну нам концентрацію 65%, потім одна під одною пишемо концентрації наявних розчинів — 50% і 70%, і, нарешті, запишемо хрест-навхрест відповідні різниці

65 - 50=15 і 70 - 65=5. Тепер можемо зробити висновок, що для одержання 65% кислоти потрібно взяти розчини 50% і 70% кислоти у відношенні 5:15 або 1:3.

Відповідь. У відношенні 1:3.

7. Сплавили 300 г золота 560-ї проби з 100 г золота 720-ї проби. Якої проби дістали сплав?

8. Сплавили 75 г золота 560-ї проби зі злитком золота невідомої проби й дістали 450 г золота 760-ї проби. Знайти пробу другого злитка.

9. Сплав міді з сріблом містить срібла на 1845 г більше, ніж міді. Якби до нього додали деяку  
кількість чистого срібла, що за масою дорівнює

1/3 маси чистого срібла, яке міститься у заданому

сплаві, то утворився б новий сплав з умістом  
срібла 83,5 %. Яка маса сплаву і який початковий  
відсотковий уміст у ньому срібла?

10. Маємо 500 кг руди, яка містить деяку кількість заліза. Після виділення з руди 200 кг домішок, які містять у середньому 12,5 % заліза, у руді вміст заліза підвищився на 20 %. Яка кількість заліза залишилась у руді?

11. Два сплави складаються з цинку, міді й олова. Відомо, що перший сплав вміщує 40 % олова, а другий 26 % міді. Відсотковий уміст цинку в першому і другому сплавах однаковий. Сплавивши 150 кг першого сплаву і 250 кг другого, дістали новий сплав, що містить цинку 30 %. Скільки олова вміщує новий сплав?

12. Маємо два сплави золота і срібла. В одному  
сплаві кількість цих металів відноситься як 1: 2, а  
у другому — як 2 : 3. Скільки грамів треба взяти

кожного сплаву, щоб дістати 19 г сплаву, в якому

золото і срібло були б у співвідношенні 7:12?

13. З баку, наповненого спиртом, відлили частину спирту та долили до попереднього об’єму водою, потім з баку відлили стільки ж літрів суміші, скільки першого разу відлили спирту, після чого в баку залишилось 49 л чистого спирту. Скільки літрів відлили з баку першого і другого разу, якщо в баку містилось 64 л?

14. У посудині було 12 л соляної кислоти. Частину кислоти відлили в посудину долили водою.

Скільки рідини відливали кожного разу, якщо в посудині виявився 25%-й розчин кислоти?

15. З посудини, наповненої кислотою, вилили декілька літрів і долили водою; потім знов вилили стільки ж літрів суміші. Тоді в посудині залиши­лось 24 л чистої кислоти. Місткість посудини 54 л.

Скільки кислоти вилили першого та другого разу?

16. Якщо змішати 8 і 2 кг розчинів сірчаної кислоти різної концентрації, то дістанемо 12%-й розчин кислоти. За умови змішування двох однакових мас тих самих розчинів дістаємо 15%-й розчин. Визначити початкову концентрацію кожного розчину.

17. Маємо 1 000 г 16% розчину йоду в спирті. Скільки грамів спир­ту треба долити в цей розчин, щоб отримати 10% розчин йоду?

18. За кулінарним рецептом маринад має міс­тити 1% розчин оцтової кисло­ти. У домогосподарки є 2 л 3% розчину цієї кислоти. Скільки літрів води потрібно долити до цих двох літрів, щоб одержати розчин потрібної концентрації?

19. У першому бідоні було молоко, масова част­ка жиру якого становила 3 %, а в друго­му — вершки, жирністю 18 %. Скільки треба взяти молока і скільки вершків, щоб одержати 10 л молока з масовою часткою жиру 6 %?

20. Розчин глини масою 100 г містить 90% води. Скільки води треба випарувати, щоб концентрація води склала 80%?

21. Є 90 г 80% оцтової есенції. Яку найбільшу кількість 9% столового оцту з неї можна отримати?

22. Скільки прісної води потрібно додати до 4 кг морської води, щоб зменшити вміст солі в ній в 2,5 раза ?

23. Індійський чай дорожчий від грузинського в 5/4 раза. В яких пропорціях потрібно змішати індійський чай з грузинським, щоб дістати чай, який дорожчий за грузинський у 6/5 раза?

**«Цікавинки з відсотками»**

Незвичайне усихання

Розрізаний кавун містив 99% води. Після його усихання вода стала складати 98%. Поміркуйте, у скільки разів усох кавун.

Розв’язання:

Спочатку суха речовина складала 1% загальної маси, а після усихання — 2%. Це означає, що доля сухої речовини в кавуні збільшилася вдвічі, зменшив свою вагу і сам кавун.

Сушка грибів

Свіжі гриби містять 90% води. Визначте, у скільки разів усохнуть гриби, якщо у стільки ж разів у них зменшується вміст води.

Розв’язання.

Позначаємо через X шукану кількість води, у скільки усохнуть гриби. Тоді із а кг свіжих грибів вийде а/х кг сухих грибів, в яких місткість води складає 90/х%. Кількість сухої речовини в грибах складає 10% свіжих грибів і (100—90/х) *×* а/х сухих грибів.

Маємо рівність:

0,1а=( 1—0,9/х)×а/х.

Розв’язуючи приходимо до:

(х—9) (х— 1 )=0

х=1 не підходить (воно не задає ніякого усихання).

Відповідь. Гриби усохнуть у 9 разів.

Статистична задача

В одному місті Канади 70% жителів знають фран­цузьку мову і 80% — англійську. Скільки процентів жителів цього міста знають обидві мови?

Розв’язання.

Обидві мови знають 50% жителів, тому що з 80% тих, що знають англійську мову 30% не знають фран­цузької.

(Зауваження: мається на увазі, що кожен житель знає хоч одну з цих двох мов).

Поштова задача

Щоб переказати гроші поштою з відправника зніма­ють 2% від суми, що переказують. Яку найбільшу су­му грошей можна переказати, маючи 100 гривень?

Розв’язання.

Нехай х — шукана сума грошей. Тоді повинна вико­нуватись нерівність:

х+0,01х<100.

Тоді:

х< 100:1,02=98,039.

Тобто, маючи 100 гривень, максимум, що можна переказати — це 98 гривень 3 копійки.

Зведення будинку

На місці розваленого будинку, від якого залишила­ся цілою тільки одна стіна, вирішили побудувати но­вий. Довжина збереженої стіни 12 м. Площа нового будинку повинна дорівнювати 112 м?

Господарчі умови роботи такі:

1. ремонт погонного метра стіни коштує 25% від вартості нової кладки;
2. розбір погонного метра старої стіни і кладка но­вої стіни коштує 50% від того, скільки коштує побудо­ва погонного метра стіни з нового матеріалу.

Як при таких умовах найвигідніше використати збе­режену стіну?

Розв’язання.

Нехай від старої стіни зберігають х метрів, а зали­шок (12-х) м розбирають, щоб з утвореного матеріалу побудувати заново частину стіни нового будинку. Як­що вартість кладки погонного метру стіни з нового матеріалу дорівнює а, то ремонт хметрів старої стіни буде коштувати 0,25ах; побудова (12-х) м стіни буде коштувати 0,5а(12—х); іншої частини цієї стіни —

а *×* [у - (12 - х)]=а *×* (у + х - 12);

третя стіна — ах*,* четверта — ау.

Вся робота обійдеться в:

0,25ах+0,5а(12—х)+а(у+х12)+ах+ау=0,25а(7х+8у)-6а.

Цей вираз досягає мінімуму тоді, коли сума 7х+8у.

Площа дорівнює ху=112.

7х×8у=56×112.

При постійному добутку сума 7х+8у досягає мінімального значення тоді, коли: 7х = 8у, у = 7/8х.

Підставимо це значення *у* у рівняння ху = 112,

Х =11,3

Довжина старої стіни 12 м,тоді розбирати потрібно тільки 0,7 м цієї стіни.

*Літературна задача*

У романі М.Є. Салтикова-Щедріна «Пани Головльови» читаємо: «Сьома година вечора. Порфирій Володимирович встиг уже виспатися після обіду і сидить у себе в кабінеті, списуючи числовими викладами аркуші паперу. Цього разу його цікавить питання скільки було б у нього грошей, якби матуся Орина Петрівна подаровані йому при народжені дідусем Петром Івановичем на зубок сто карбованців асигнаціями не привласнила собі, а поклала у ломбард на ім’я малолітнього Порфирія? Виходить, однак, небагато: вісімсот карбованців». У романі немає жодної вказівки на вік одіозного героя тоді, коли він робив підрахунок. Допускаючи, що Порфирію на момент розрахунку було 50 років, і зробивши припущення, що він робив розрахунки правильно, визначити скільки відсотків річних сплачував того часу ломбард ?

**Задачі на відсотки, які виносилися на зовнішнє незалежне оцінювання.**

1. Маємо два водно-сольових розчини. Концентрація солі в першому розчині становить 0,25, а в другому – 0,4. На скільки більше треба взяти кілограмів одного розчину, ніж другого, щоб отримати розчин масою 50 кілограмів, концентрація солі в якому – 0,24. (ЗНО. 2008 р.)

2. Під час закладання нового парку 25% його площі відвели під посадку кленів, 50% площі, що залишилася, - під посадку дубів, а решту під газони. Вказати, на якій із діаграм правильно показано розподіл посадок (ЗНО. 2008 р.).

3.Молоко містить 3% білків. Скільки всього білків ( у г) міститься в 600 г молока? (ЗНО. 2010Р.).

4. За видачу свідоцтва про права на спадщину стягується державне мито в розмірі 0,5% від вартості майна, що успадковується. Скільки державного мита повинен сплатити спадкоємиць, якщо вартість майна, що успадковується, становить 32000 грн ? (ЗНО. 2010Р.).

5. Журнал коштував 25 грн. Через два місяці цей самий журнал став коштувати 21 грн. На скільки відсотків знизилася ціна журналу? (ЗНО. 2011 р.).

6. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку? (ЗНО. 2013 р.).

7. Початкова вартість сукні становила 144 грн. Унаслідок уцінення вартість цієї сукні було зменшено на 20%.

Обчисліть вартість сукні після уцінення (у грн.).

Скільки відсотків становить початкова вартість сукні від її вартості після уцінення? (ЗНО. 2014 р.).

8. У магазині в продажу є лише музичні диски, диски з науково-популярними фільмами та диски з художніми фільмами. Кількість дисків з науково-популярними фільмами в п’ять разів більша за кількість дисків з художніми фільмами. Загальна кількість дисків у цьому магазині дорівнює 208.

Скільки відсотків становить кількість дисків із художніми фільмами від загальної кількості всіх дисків у магазина?

Визначте кількість дисків із науково-популярними фільмами в цьому магазині? (ЗНО. 2015 р.).

9. Для поповнення рахунку телефону Андрій уніс певну суму грошей до платіжного термінала. З цієї суми утримано комісійний платіж у розмірі 2 грн 40 коп, що становить 3% від суми, унесеної до терміналу. У результаті рахунок телефону поповнено на решту внесеної суми. Яку суму грошей ( у гривнях) Андрій уніс до платіжного терміналу? (ЗНО. 2017 р.).

10. У таблиці наведено тарифи на доставку вантажу за маршрутом N службою кур’єрської доставки. Будь-яку кількість вантажів можна об’єднувати в один, маса якого дорівнює сумі мас об’єднаних вантажів. Жодних додаткових платежів за об’єднання вантажів чи доставку вантажу, окрім указаних у таблиці, немає.

|  |  |
| --- | --- |
| Маса вантажу, кг | Вартість доставки вантажу, грн. |
| До 50 кг | 100 |
| 51 – 75 | 110 |
| 76 – 100 | 205 |
| 101 – 150 | 310 |

За яку найменшу суму грошей Р ( у грн.) можна доставити цією службою за маршрутом N три вантажі, маси яких становлять 31кг, 36 кг та 40 кг?

Скільки відсотків становить Р від загальної суми грошей за доставку цих трьох вантажів, якщо кожен з них відправляти окремо? (ЗНО. 2019 р.).

**Список використаних джерел .**

1. Васильєва Д.В. Василюк Н.І. Збірник задач з математики. – Київ, Видавничий дім «Освіта»,2017
2. Капіносов А., Гаук М., Кондратьєва М. Дидактичні матеріали для тематичних атестацій з математики, 5 клас. - Тернопіль: підручники і посібники, 2001
3. Математика 5 – 9 класи . Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів., затверджена Наказом МОН України від 07.06.2017 № 804
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.Я. Алгебра: Підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Х.: Гімназія,2017.
5. Олехнік С.М., Нестеренко Ю.В., Потапов М. К. «Старовинні цікаві задачі». М.: Наука,1988
6. Перельман Я.І. «Цікава алгебра. Цікава геометрія». К.: Техніка,1973
7. Слепкань З.І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з алгебри . - Х.: Гімназія,2004.
8. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Бочко О.П., Коломієць О.М., Сердюк З.О. Математика: Підручник для 5 класу загальноосвітніх навчальних закладів. - Київ, Видавничий дім «Освіта», 2018
9. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. Математика 6 клас: Підручник для 6 класу загальноосвітніх навчальних закладів. - Київ, Видавничий дім «Освіта», 2014
10. Черватюк О.Г., Шиманська Г.Д. Елементи цікавої математики на уроках математики. Посібник для вчителів. – К.: Радянська школа,1968
11. Шаригін І.Ф. Факультативний курс. Математика. Розв’язування задач, - М: Просвищение,1989