はじめに

本書は，**3段階の学習で共通テスト数学Ⅰ・Aの基礎力養成から本格的な対策ができる自習書**です。

ここで共通テストの重要性を細かく説明する必要はないでしょうが，国公立大受験生にとっては共通テストで多少失敗しても二次試験で挽回することはまったく不可能というわけではありません。その場合，いわゆる「二次力」で勝負ということになります。しかし，特に難易度の高い大学で，二次試験で挽回できるほどの点をとるのは至極困難です。また，国公立大学文系学部や私立大学では，共通テストである程度点がとれれば合格を確保できるところも多くあります。時代は，**共通テストの成否が合否を決める**ようになってきているのです。

共通テストでは以下の項目を意識した出題がされます。

・数学的な問題解決の過程を重視する。
・事象の数量等に着目して数学的な問題を見いだすこと。
・目的に応じて数・式，図，表，グラフなどを活用し，数学的に処理する。
・解決過程を振り返り，得られた結果を意味付けしたり，活用したりする。
・日常の事象，数学のよさを実感できる題材，定理等を導くような題材を扱う。

したがって，共通テストで正解するためには，共通テスト専用の「質と量」を兼ね備えたトレーニングが非常に重要です。

そこで本書は，レベルを3段階に分け，共通テストの問題を解くために必要な**教科書に載っている基本事項，公式等をしっかり理解し，計算力をつける** STAGE 1，教科書から少し踏み出した**応用的な問題を解くための解法を理解し，その使い方をマスターする** STAGE 2，上記で触れた新たに**共通テストで出題が予想される問題に慣れるための総合演習問題**を設け，共通テスト対策初心者の皆さんにとって，**「とりあえずはこれだけで十分」**という内容にしています。そして，取り組みやすさを重視したため，本書は参考書形式としています。「私は基礎力は十分です。満点を目指して，もっと本試験レベルの問題に力を注ぎたい！」という皆さんには，姉妹編の**『実戦編』**をお薦めします。詳しくは次の利用法をお読みください。

末尾となりますが，本書の発行にあたりましては駿台文庫の加藤達也氏，林拓実氏に大変お世話になりました。紙面をお借りして御礼申し上げます。

吉川浩之
榎　明夫

sample

本書の特長と利用法

本書の特長

1　1か月間で共通テスト数学Ⅰ・Aを基礎から攻略

本文は69テーマからなりますので，1日3テーマ分の例題(6題程度)を進めれば，約1か月で共通テスト数学Ⅰ・Aの基礎力と応用力の養成ができます。

2　基本事項と実戦的な解法パターンが身につく

共通テストでは，教科書や一般的な参考書や問題集には載っていないような問題が出題されているとは言っても，そのような問題を解くためにも，まずは**基本事項をしっかり理解した上で解法パターンを「体に覚えこませてしまう」ことが重要**です。本書は，レベル別に以下の2つのSTAGEと総合演習問題とに内容を分けました(目次も参照してください)ので，**レベルにあわせて解法パターンを身につけられます**。

STAGE 1　基本的な解法パターンのまとめと**例題・類題**です。

STAGE 2　応用的な解法パターンのまとめと**例題・類題**です。

総合演習問題　**本試験レベルの問題**です。本番で満点を目指すにはここまで取り組んでおきましょう。全部で7題あります。

3　STAGE 1・STAGE 2の完成で，共通テストで合格点が確実

STAGE 1・STAGE 2の類題まで完全にこなせば，通常の入試で合格点とされる**6割は確実で，8割も十分可能でしょう。**

例題・類題は各110題，計220題あります。例題と類題は互いにリンクしていますので，**例題の後は，すぐに同じ問題番号の類題で力試し**できます！

4　やる気が持続する！

本書に掲載した問題のすべてに，**目標解答時間**と**配点を明示**しました。「どのくらいの時間で解くべき問題か」「これを解いたら本番では何点ぐらいだろうか」がわかりますので，勉強の励みにしてください。

利用法の一例

共通テストでは，数学Ⅰからは全分野が，数学Aからは「場合の数と確率」「図形の性質」の2つの分野が出題範囲になっていますので，収録されているすべての分野を学習して下さい。以下に本書を利用して学習する具体例を紹介します。

sample

Ⅰ　教科書はなんとかわかるけど，その後どうしたらいいのだろう？

①　目次を参照して，**STAGE 1** の内容のうち，自分の苦手なところや出来そうなところから始めてみましょう。

②　**STAGE 1** は，**左ページが基本事項のまとめ，右ページがその例題**となっています。左ページをよく読み，「なんとなくわかったな」と思ったら，すぐに右の例題に取り組んでください。このとき，「例題はあとでもいいか」と後回しにしてはいけません。**知識が抜けないうちに問題にあたること**が数学の基礎力をつけるには大変重要なことなのです。

③　問題には，「３分・６点」などと記されています。**時間は，実際の共通テストでかけてよい時間の目安**です。いきなり時間内ではできないと思いますが，**共通テストで許容される制限時間はこの程度**なのです。**点数は**，実際の共通テストで予想される **100 点満点中のウエイト**です。

④　１つのセクションで **STAGE 1** の内容が理解できたかなと思えたら，**STAGE 1 類題**に挑戦してください。例題の番号と類題の番号が同じであれば内容はほぼ同じです。**類題が自力でできるようになれば，本番で６割の得点が十分可能となります。**

⑤　次は **STAGE 2** です。勉強の要領は **STAGE 1** と同様ですが，レベル的に**最低２回は繰り返し学習**してほしいところです。この類題までを自力で出来るようになれば，**本番で８割の得点も十分可能です。**

Ⅱ　基礎力はあると思うので，どんどん腕試しをしたい

⑥　①〜⑤によって基礎力をアップさせた人，また，「もう基礎力は十分だ」という自信がある人は，**総合演習問題**に取り組んでください。

⑦　**総合演習問題**は，共通テスト本番で出題されるレベル・分量を予想した問題です。そのため，制限時間・配点とも例題・類題に比べて長く・多くなっています。１問１問，本番の共通テストに取り組むつもりで解いてください。

⑧　**総合演習問題**までこなしたけれど物足りない人，「満点を目指すんだ！」という人には姉妹編の『**実戦編**』をお薦めします。『実戦編』の問題は本書の**総合演習問題**レベルで，すべてオリジナルですので歯応え十分かと思います。

以上，いろいろと書きましたが，とにかく必要なのは「ガンバルゾ！」と思っているいまのやる気を持続させることです。どうか頑張ってやり遂げてください！

sample

■目　次■

§１　数と式（数学Ⅰ）

STAGE 1
1　式の展開…… 8
2　因数分解…… 10
3　無理数の計算…… 12
4　１次不等式…… 14
STAGE 1　類　題 …… 16
STAGE 2
5　絶対値の計算…… 20
6　不等式の解についての条件
…… 22
STAGE 2　類　題 …… 24

§２　集合と命題（数学Ⅰ）

STAGE 1
7　集　合…… 26
8　命　題…… 28
9　必要条件と十分条件…… 30
10　有理数・無理数…… 32
STAGE 1　類　題 …… 34
STAGE 2
11　無理数であることの証明… 38
STAGE 2　類　題 …… 40

§３　２次関数（数学Ⅰ）

STAGE 1
12　２次関数のグラフ…… 42
13　グラフの移動…… 44
14　２次関数の最大・最小…… 46
15　２次方程式…… 48
16　２次方程式の実数解の個数
…… 50
17　グラフと x 軸の関係 …… 52
18　２次不等式…… 54
STAGE 1　類　題 …… 56
STAGE 2
19　グラフと係数の符号…… 62
20　x 軸から切り取る線分の長さ
…… 64
21　２次方程式の解の条件…… 66
22　最大・最小…… 68
23　最大・最小の応用…… 70
STAGE 2　類　題 …… 72

§４　図形と計量（数学Ⅰ）

STAGE 1
24　三角比…… 76
25　三角比の性質…… 78
26　正弦定理…… 80
27　余弦定理…… 82
28　面　積…… 84
29　現象事象への応用…… 86
STAGE 1　類　題 …… 88
STAGE 2
30　三角形の解法Ⅰ…… 94
31　三角形の解法Ⅱ…… 96
32　円と三角形…… 98
33　内接円…… 100
34　空間図形の解法…… 102
STAGE 2　類　題 …… 104

sample

§5　データの分析（数学 I）

STAGE 1

35　代表値…… 106
36　四分位数と箱ひげ図…… 108
37　外れ値と箱ひげ図…… 110
38　分散と標準偏差…… 112
39　散布図と相関係数…… 114
40　変量の変換…… 116
STAGE 1　類　題 …… 118

STAGE 2

41　ヒストグラムと箱ひげ図… 124
42　データの相関…… 126
43　正誤問題…… 128
44　仮説検定…… 130
STAGE 2　類　題 …… 132

§6　場合の数と確率（数学 A）

STAGE 1

45　場合の数…… 136
46　順　列…… 138
47　組合せ…… 140
48　場合の数の応用…… 142
49　サイコロの確率…… 144
50　取り出しの確率…… 146
51　反復試行の確率…… 148
52　条件付き確率と乗法定理… 150
53　期待値…… 152
STAGE 1　類　題 …… 154

STAGE 2

54　取り出すときの確率の応用
…… 160
55　表の活用…… 162
56　取り出すときの確率，条件付き確率
…… 164
57　点の移動の確率…… 166
STAGE 2　類　題 …… 168

§7　図形の性質（数学 A）

58　三角形の内心，外心，重心
…… 170
59　メネラウスの定理，チェバの定理
…… 172
60　円に内接する四角形…… 174
61　円と直線…… 176
62　方べきの定理…… 178
63　空間図形…… 180
STAGE 1　類　題 …… 182

STAGE 2

64　線分の比…… 186
65　円の性質…… 188
66　内接円…… 190
67　２つの円の位置関係…… 192
68　２つの円と線分の長さ…… 194
69　立体の体積…… 196
STAGE 2　類　題 …… 198

総合演習問題
…… 202

巻末：三角比の表

類題・総合演習問題の解答・解説は別冊です。

sample

STAGE 1　1　式の展開

■ 1　展開公式 ■

(1)　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(2)　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
(3)　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
(4)　$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$
(5)　$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(1)(2)は 2 文字 2 次式，(3)(4)は x の 2 次式，(5)は 3 文字 2 次式。

■ 2　展開の工夫 ■

(1)　計算の順序を考える

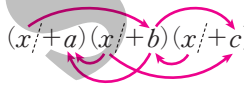
$(a+1)^2(a-1)^2=\{(a+1)(a-1)\}^2$
$(a+2)(a^2+4)(a-2)=\{(a+2)(a-2)\}(a^2+4)$　など

(2)　置き換えをする

$(a+b+1)(a+b-2)=(A+1)(A-2)$
(共通な項 $a+b$ を A とおく)

(3)　分配法則を利用する

$(x+a)(x+b)(x+c)$ を展開したときの x の係数は



より　$bc+ac+ab$

(1)　$(a+b)(a-b)$ を先に計算する。

sample

例題 1　2 分・4 点

次の式を展開せよ。

(1)　$(2x-7y)(4x+3y)=$ ア x^2- イウ $xy-$ エオ y^2

(2)　$(3x+y-2z)^2=$ カ x^2+y^2+ キ z^2+ ク $xy-$ ケ $yz-$ コサ zx

解答

(1)　(左辺)$=8x^2-22xy-21y^2$　← 公式(4)

(2)　(左辺)$=(3x)^2+y^2+(-2z)^2+2\cdot 3x\cdot y+2\cdot y\cdot(-2z)+2\cdot(-2z)\cdot(3x)$　← 公式(5)

$=9x^2+y^2+4z^2+6xy-4yz-12zx$

例題 2　3 分・6 点

次の式を展開せよ。

(1)　$(2x-3)^2(2x+3)^2=$ アイ x^4- ウエ x^2+ オカ

(2)　$(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)=x^4+$ キ x^3- ク x^2- ケコ $x+$ サシ

(3)　$(2x^2-x+5)(4x^2+3x-1)$ を展開したときの x^2 の係数は スセ である。

解答

(1)　(左辺)$=\{(2x-3)(2x+3)\}^2=(4x^2-9)^2$　← $A^2B^2=(AB)^2$

$=16x^4-72x^2+81$

(2)　(左辺)$=(x-1)(x+3)(x-2)(x+4)$　← $-1+3=-2+4=2$ に注目。

$=(x^2+2x-3)(x^2+2x-8)$

$=(A-3)(A-8)$　← $x^2+2x=A$ とおく。

$=A^2-11A+24$

$=(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24$

$=x^4+4x^3-7x^2-22x+24$

(3)　与式を展開したときの x^2 の項は　← x^2 の項だけを計算する。

$(2x^2-x+5)(4x^2+3x-1)$

を計算して

$2x^2\cdot(-1)+(-x)\cdot(3x)+5\cdot 4x^2=15x^2$

sample

STAGE 1　類　題

類題　1　（2分・4点）

次の式を展開せよ。

(1)　$(3a+2b)(5a-4b)=$ アイ a^2- ウ $ab-$ エ b^2

(2)　$(2a-3b+c)^2=$ オ a^2+ カ b^2+c^2- キク $ab-$ ケ $bc+$ コ ca

類題　2　（3分・6点）

次の式を展開せよ。

(1)　$(2a+1)^2(2a-1)^2(4a^2+1)^2=$ アイウ a^8- エオ a^4+ カ

(2)　$(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)=a^4+$ キク a^3+ ケコ a^2+ サシ $a+$ スセ

(3)　$(x^2+ax-3)(2x^2-4x-1)$ を展開したときの x^2 の係数が5であるとき $a=$ ソタ である。

sample

類題　3　（3分・6点）

次の式を因数分解せよ。

(1)　$2x^2-28xy-144y^2=$ ア $(x+$ イ $y)(x-$ ウエ $y)$

(2)　$8x^2-2xy-15y^2=($ オ $x-$ カ $y)($ キ $x+$ ク $y)$

(3)　$x^4-3x^2-4=(x-$ ケ $)(x+$ コ $)(x^2+$ サ $)$

類題　4　（3分・6点）

次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)-144=(x+$ ア $)^2(x-$ イ $)(x+$ ウ $)$

(2)　$2x^3-3x^2y-8x+12y=(x-$ エ $)(x+$ オ $)($ カ $x-$ キ $y)$

(3)　$2x^2-8xy+6y^2+5x+y-12$

$=(x-$ ク $y+$ ケ $)($ コ $x-$ サ $y-$ シ $)$

sample

類題の答

類題 1

アイ, ウ, エ　15, 2, 8　　オ, カ, キク, ケ, コ　4, 9, 12, 6, 4

(1)　(左辺)$=\mathbf{15}a^2-\mathbf{2}ab-\mathbf{8}b^2$　　⬅ 公式(4)

(2)　(左辺)$=(2a)^2+(-3b)^2+c^2+2\cdot(2a)(-3b)+2(-3b)\cdot c+2\cdot c\cdot(2a)$　　⬅ 公式(5)

$=\mathbf{4}a^2+\mathbf{9}b^2+c^2-\mathbf{12}ab-\mathbf{6}bc+\mathbf{4}ca$

類題 2

アイウ, エオ, カ　256, 32, 1

キク, ケコ, サシ, スセ　10, 35, 50, 24　　ソタ　−3

(1)　(左辺)$=\{(2a-1)(2a+1)(4a^2+1)\}^2$　　⬅ $A^2B^2C^2=(ABC)^2$

$=\{(4a^2-1)(4a^2+1)\}^2$

$=(16a^4-1)^2$

$=\mathbf{256}a^8-\mathbf{32}a^4+\mathbf{1}$

(2)　(左辺)$=(a+1)(a+4)(a+2)(a+3)$

$=(a^2+5a+4)(a^2+5a+6)$

$=(A+4)(A+6)$　　⬅ $a^2+5a=A$ とおく。

$=A^2+10A+24$

$=(a^2+5a)^2+10(a^2+5a)+24$

$=a^4+\mathbf{10}a^3+\mathbf{35}a^2+\mathbf{50}a+\mathbf{24}$

(3)　与式を展開したときの x^2 の項は

$(x^2+ax-3)(2x^2-4x-1)$

を計算して

$x^2\cdot(-1)+ax\cdot(-4x)+(-3)(2x^2)=(-4a-7)x^2$　　⬅ x^2の項のみを考える。

であるから

$-4a-7=5$　　$\therefore$　$a=\mathbf{-3}$

類題 3

ア, イ, ウエ　2, 4, 18　　オ, カ, キ, ク　2, 3, 4, 5

ケ, コ, サ　2, 2, 1

(1)　(左辺)$=2(x^2-14xy-72y^2)$　　⬅ まず 2 でくくる。

sample

$=\mathbf{2}(x+4y)(x-\mathbf{18}y)$

(2)　(左辺)$=(\mathbf{2}x-\mathbf{3}y)(\mathbf{4}x+\mathbf{5}y)$　← 2×-3, $4\times+5$

(3)　(左辺)$=(x^2-4)(x^2+1)$

$=(x-\mathbf{2})(x+\mathbf{2})(x^2+\mathbf{1})$

類題　4

ア, イ, ウ　1, 4, 6　　エ, オ, カ, キ　2, 2, 2, 3

ク, ケ, コ, サ, シ　3, 4, 2, 2, 3

(1)　(左辺)$=(x-2)(x+4)(x-3)(x+5)-144$

$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-15)-144$

$=(A-8)(A-15)-144$　← $x^2+2x=A$ とおく。

$=A^2-23A-24$

$=(A+1)(A-24)$

$=(x^2+2x+1)(x^2+2x-24)$

$=(x+\mathbf{1})^2(x-\mathbf{4})(x+\mathbf{6})$

(2)　(左辺)$=2x^3-8x-(3x^2-12)y$　← y で整理する。

$=2x(x^2-4)-3(x^2-4)y$

$=(x^2-4)(2x-3y)$

$=(x-\mathbf{2})(x+\mathbf{2})(\mathbf{2}x-\mathbf{3}y)$

(3)　(左辺)$=2x^2+(-8y+5)x+6y^2+y-12$　← x で整理する。

$=2x^2+(-8y+5)x+(3y-4)(2y+3)$

$=\{x-(3y-4)\}\{2x-(2y+3)\}$　← たすきがけ $1\times-(3y-4)$, $2\times-(2y+3)$

$=(x-\mathbf{3}y+\mathbf{4})(\mathbf{2}x-\mathbf{2}y-\mathbf{3})$

類題　5

ア　5　　イ　1　　ウエ　23　　$\sqrt{\text{オカ}}$　$\sqrt{13}$　　キク　11

ケコサ　119

(1)　$a=\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}=\dfrac{7-2\sqrt{21}+3}{7-3}=\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}$

同様にして，$b=\dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$ であるから　← $b=\dfrac{1}{a}$

$a+b=\mathbf{5}$，$ab=\mathbf{1}$

であり

sample