Gradiente de Pressão Vertical em Fluido Compressível sob Aceleração e Campo Magnetoaerodinâmico: Formulação Teórica, Investigação Experimental e Modelagem Computacional

Natã Fernandes

23 de abril de 2026

Resumo

Este trabalho apresenta uma formulação unificada para descrever o gradiente de pressão vertical em fluidos compressíveis submetidos simultaneamente à aceleração mecânica e a gradientes magnéticos espaciais não uniformes. O modelo integra equações de Navier-Stokes compressíveis, força de Kelvin magnetoaerodinâmica, dinâmica de corpo acelerado, validação experimental em escala de bancada e extrapolação computacional para regime macroscópico. O objetivo é investigar a possibilidade de controle aerodinâmico por estado sólido através da manipulação direta do gradiente de pressão em fluidos paramagnéticos.

1 Introdução

Métodos tradicionais de propulsão de fluidos dependem de rotores, compressores mecânicos e sistemas de compressão tangencial.

Este estudo investiga uma abordagem alternativa baseada em gradientes magnetoaerodinâmicos capazes de modificar diretamente a distribuição de pressão no fluido.

O mecanismo central consiste na introdução da Força de Kelvin em um fluido compressível.

2 Equação da Continuidade

A conservação de massa é descrita por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \tag{1}$$

onde:

- ρ é a densidade do fluido
- $\vec{v}$ é o vetor velocidade

3 Equação de Navier-Stokes Magnetoaerodinâmica

A equação completa da quantidade de movimento é dada por:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \vec{v}) + \rho \vec{g} + \frac{\chi_m}{2\mu_0} \nabla |\mathbf{B}|^2 \tag{2}$$

onde:

- P é a pressão
- μ é viscosidade dinâmica
- λ viscosidade volumétrica
- χ_m susceptibilidade magnética
- μ_0 permeabilidade do vácuo

4 Força de Kelvin

O termo magnetoaerodinâmico é:

$$\vec{F}_K = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \nabla |\mathbf{B}|^2 \tag{3}$$

Esse termo representa a força de corpo induzida por gradientes magnéticos.

5 Gradiente de Pressão Vertical

Extraindo a componente vertical:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \nabla^2 w + (\lambda + \mu)\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot \vec{v}) - \rho g + \frac{\chi_m}{2\mu_0}\frac{\partial |\mathbf{B}|^2}{\partial z} \tag{4}$$

Essa equação governa o gradiente vertical total.

6 Acoplamento com Corpo Acelerado

Considere um corpo com posição:

$$Z_b(t) \tag{5}$$

Velocidade:

$$V_b(t) = \frac{dZ_b}{dt} \tag{6}$$

Aceleração:

$$a_b(t) = \frac{d^2 Z_b}{dt^2} \tag{7}$$

Condição de contorno:

$$w(x, y, Z_b(t), t) = V_b(t) \tag{8}$$

7 Modelo Simplificado

Assumindo termos dominantes:

$$\frac{\partial P}{\partial z} \approx -\rho a_b - \rho g + \Gamma(t) \tag{9}$$

onde:

$$\Gamma(t) = \frac{\chi_m}{2\mu_0}\frac{\partial |\mathbf{B}|^2}{\partial z} \tag{10}$$

8 Acoplamento com Aceleração Desejada

Define-se:

$$\Gamma(t) = ka_b \tag{11}$$

onde k representa fator de intensidade.

9 Dinâmica do Corpo

Para aceleração constante:

$$z_b(t) = \frac{1}{2}a_b t^2 \tag{12}$$

Extremo inferior:

$$z_{inf}(t) = z_b(t) \tag{13}$$

Extremo superior:

$$z_{sup}(t) = z_b(t) + L \tag{14}$$

10 Integração Numérica da Pressão

A pressão é obtida por:

$$P(z_{i+1}) = P(z_i) + \Gamma(t)\Delta z \tag{15}$$

Essa equação conecta o gradiente magnético ao campo de pressão.

11 Modelo Experimental em Escala de Bancada

Foi utilizado:

- cilindro de celulose
- diâmetro interno de 50 mm
- comprimento de 300 mm
- campo gerado por bobinas de cobre

12 Arquitetura do Estator

Estágio 1:

$$N_1 = 100 \tag{16}$$

Estágio 2:

$$N_2 = 200 \tag{17}$$

Estágio 3:

$$N_3 = 400 \tag{18}$$

Total:

$$N_{tot} = 700 \tag{19}$$

13 Campo Magnético do Solenoide

$$B = \mu_0 n I \tag{20}$$

onde:

$$n = \frac{N}{L} \tag{21}$$

O gradiente é:

$$\frac{\partial B^2}{\partial z} > 0 \tag{22}$$

14 Sistema Térmico

Convecção inicial gerada por fontes térmicas:

$$\Delta\rho(T) < 0 \tag{23}$$

Produzindo empuxo convectivo inicial.

15 Equação de Bernoulli

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = constante \tag{24}$$

A aceleração do fluxo reduz pressão local.

16 Análise Elétrica

Resistência medida:

$$R = 5.8\Omega \tag{25}$$

Para 24V:

$$I = \frac{24}{5.8} \approx 4.14A \tag{26}$$

Para 12V:

$$I = \frac{12}{5.8} \approx 2.06A \tag{27}$$

Potência:

$$P = VI \approx 24.7W \tag{28}$$

17 Resultados Experimentais

Observou-se:

- confinamento laminar
- sucção axial
- entrainment de ar frio
- retroalimentação acústica
- aceleração do fluxo

18 Modelagem Computacional

Pressão diferencial:

$$\Delta P = -3.46 Pa \tag{29}$$

Empuxo:

$$F = -6.8 \times 10^{-3} N \tag{30}$$

Velocidade transversal:

$$v_{trans} < 0.23 m/s \tag{31}$$

19 Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \tag{32}$$

Utilizado para caracterizar regime laminar/turbulento.

20 Eficiência Energética

$$\eta = \frac{Fv}{P_{eletrica}} \tag{33}$$

21 Limitações do Modelo

- ausência de magnetização significativa do ar
- baixa susceptibilidade paramagnética
- perdas térmicas
- turbulência residual

22 Conclusão

O modelo matemático e experimental sugere que gradientes magnetoaerodinâmicos podem modificar fluxos compressíveis e gerar controle aerodinâmico sem rotores mecânicos.

Embora os empuxos observados ainda sejam pequenos, os resultados fornecem base para investigação futura em sistemas magnetoaerodinâmicos de estado sólido.