Universidad Europea	EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales**	Modelo Orientativo

Instrucciones Generales y Calificación

Se dispondrá de 90 minutos para la realización del examen. De los diez problemas propuestos, solo se deberán de escoger un máximo de 5 problemas, teniendo en cuenta que cada uno de los problemas tiene una puntuación máxima de 2 puntos.

Problema 1. Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & si \quad x \leq 0 \\ ae^x & si \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Estudiar el valor de a para que la función sea continua en toda la recta real.

b) ¿Es f derivable para $a = 1$?

c) Hallar el área de la región del plano limitada por $y = f(x)$, las rectas $x = -1$, $x = 0$ y el eje OX.

Problema 2. Consideremos la siguiente función de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2} & si \quad x \leq 1 \\ x^3 - 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Estudiar las asíntotas de la función.

b) Hallar la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 0$.

Problema 3. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 3 \\ 3x + ay + 2z = 1 \\ ax + 3y - 2z = 1 \end{cases},$$

donde $a \in \mathbb{R}$.

a) Discutir el sistema en función del parámetro real a.

b) Las soluciones para $a = 0$.

Problema 4. Sea I_2 la matriz identidad de orden 2 y $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & a \end{pmatrix}$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Estudiar si existen valores de a, b para que se verifique la igualdad $A^t A = I_2$.

b) Para el caso $a = 0$ y $b = 1$, halla una expresión para el cálculo de A^n, con $n \in \mathbb{N}$.

c) Para $a = 0$ y $b = -1$, probar que $A^t = A^{-1}$.

Problema 5. Una empresa de dulces elabora dos tipos de cajas de bombones al día: A y B. Cada caja de A contiene dos bombones de chocolate negro y uno de chocolate blanco. Cada caja B contiene un bombón de chocolate negro y dos bombones de chocolate blanco. Se sabe que, en un día, la empresa puede disponer de 180 bombones de chocolate negro y de 150 de chocolate blanco y, además, tiene la restricción de que el número de cajas de B tiene que ser, como mucho, el doble del número de cajas de A. Si las cajas A y B las vende a 12 y 10 euros, respectivamente, ¿cuál es el número de cajas que ha de producir para maximizar su ingreso?

Problema 6. Consideremos la siguiente función

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Hallar el valor de esos parámetros sabiendo que:

- La función pasa por el punto $(0, 1)$.
- La función tiene un máximo en $x = 2$ y un mínimo en $x = 0$.
- En el punto $x = -1$, la función tiene un punto de inflexión.

Problema 7. Se sabe que el nivel de colesterol de una persona se puede aproximar mediante una distribución normal de media desconocida μ y desviación típica 30 mg/dL.

a) Si queremos obtener un intervalo de confianza al 95% con un error máximo de 1 mg/dL, ¿cuál debería ser el tamaño de la muestra?

b) Si el nivel de colesterol medio μ, es 118 mg/dL, ¿cuál es la probabilidad de que, con una muestra de 10 personas, el nivel de colesterol supere los 1200 mg/dL?

Problema 8. Dos grandes empresas farmacéuticas, A y B, están en la búsqueda de encontrar una vacuna efectiva para la COVID-19. Hasta ahora, han encontrado dos vacunas. Se sabe que de cada 100 vacunas distribuidas por estas dos empresas, 57 son de la empresa A. Además, han estudiado la efectividad de estas vacunas y se sabe que, si la vacuna es de la empresa A, la efectividad de dicha vacuna es del 95%. Por otro lado, si la vacuna es de la empresa B, la vacuna es efectiva al 97%. Se escoge al azar una persona que se ha vacunado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vacuna que se le ha puesto haya sido efectiva?

b) Sabiendo que la vacuna no ha sido efectiva, ¿cuál es la probabilidad de que la vacuna provenga de la empresa A?

Problema 9. En una cierta clase de instituto de 20 alumnos se hace un estudio sobre los aprobados en matemáticas y física. De entre todos esos estudiantes, 8 estudiantes aprueban matemáticas y física. El 60% aprueba matemáticas y, de los que no aprueban matemáticas, un 50% suspende física. Escogemos un estudiante al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe matemáticas y suspenda física?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe alguna de las dos materias?

c) ¿Son independientes los sucesos de aprobar matemáticas y aprobar física?

Problema 10. Se hace un estudio sobre la altura (en centímetros) de los estudiantes de bachillerato de un determinado centro. Se sabe que la altura sigue una distribución normal con una desviación típica de 4 cm.

a) Se toma una muestra de 10 estudiantes:

$$162 - 178 - 165 - 171 - 170 - 174 - 169 - 168 - 170 - 167.$$

Construir el intervalo de confianza al 90% para la estatura media de los estudiantes de bachillerato a partir de la muestra dada.

b) Si se ha construido un intervalo de confianza cuya longitud es de 2.5 cm con una muestra de 12 alumnos, ¿cuál es el nivel de confianza usado?