Universidad Europea	EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2020-2021** **Materia: Matemáticas II**	Modelo Orientativo

Instrucciones Generales y Calificación

Se dispondrá de 90 minutos para la realización del examen. De los ocho problemas propuestos, solo se deberán de escoger un máximo de 4 problemas, teniendo en cuenta que cada uno de los problemas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

Problema 1. Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} a & si \quad x \leq 0 \\ x\ln(x) & si \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Estudiar el valor de a para que la función sea continua en $x = 0$.

b) Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$.

c) Hallar la derivada de

$$\int_1^{x+2} f(t)dt.$$

Problema 2. Sea la función $f(x) = xe^{-2x}$.

a) Hallar las asíntotas de la función.

b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

c) Hallar el área encerrada por la curva $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ y $x = 2$.

Problema 3. Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - ay + 2z = 1 \\ ax - 5y + 3z = 1 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases},$$

donde $a \in \mathbb{R}$, obtener razonadamente:

a) Los valores de a para los que el sistema es compatible determinado.

b) Las soluciones para $a = 2$.

b) Las soluciones para $a = 5$.

Problema 4. Sea I_3 la matriz identidad de orden 3.

a) Hallar todas las matrices A de la forma

$$\begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

de tal forma que $A^2 = I_3$.

b) Obtener una fórmula para calcular A^n, con $n \in \mathbb{N}$, si $a = -1, b = 0$ y $c = -1$.

c) Si B es una matriz cuadrada de orden 3 y A es la matriz del apartado $a)$ con $a \neq -1$ y $c \neq -1$, deducir que B es invertible si se sabe que

$$B = I_3 - BA.$$

Problema 5. Consideremos las siguientes rectas y plano:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} 2x - 2y + 6 = 0 \\ x + z - 1 = 0 \end{cases}, \quad \pi \equiv x + 2my - mz = 0.$$

a) Estudiar la posición relativa de las dos rectas.

b) ¿Cuánto debería valer m para que la recta s sea paralela al plano dado?

c) Escribir la ecuación del plano que contiene a r y al vector perpendicular de r y s.

Problema 6. Consideremos las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 0 \end{cases}, \quad s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}.$$

a) Calcular la posición relativa y distancia entre las rectas.

b) Hallar la ecuación del plano que es perpendicular a la recta s y que tiene al punto $(0, 0, 1)$.

c) Hallar la proyección ortogonal de la recta r sobre el plano $x - y + z + 2 = 0$.

Problema 7. Se sabe que el nivel de colesterol de una persona se puede aproximar mediante una distribución normal de media 110 mg/dL y desviación típica 30 mg/dL.

a) Calcular la probabilidad de que el nivel de colesterol de una persona esté entre 80 y 140 mg/dL.

b) Se escogen 10 personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas tenga un nivel de colesterol por encima de 140 mg/dL?

Problema 8. Dos grandes empresas farmacéuticas, A y B, están en la búsqueda de encontrar una vacuna efectiva para la COVID-19. Hasta ahora, han encontrado dos vacunas. Se sabe que de cada 100 vacunas distribuidas por estas dos empresas, 57 son de la empresa A. Además, han estudiado la efectividad de estas vacunas y se sabe que, si la vacuna es de la empresa A, la efectividad de dicha vacuna es del 95%. Por otro lado, si la vacuna es de la empresa B, la efectividad es del 97%. Se escoge al azar una persona que se ha vacunado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vacuna que se le ha puesto haya sido efectiva?

b) Sabiendo que la vacuna no ha sido efectiva, ¿cuál es la probabilidad de que la vacuna provenga de la empresa A?