

 <b>Universidad Europea</b>	<b>EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO</b> <b>Curso 2021-2022</b> <b>MATERIA: Matemáticas II</b>	<b>Modelo Orientativo</b>
<b>INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</b> Se dispondrá de 90 minutos para la realización del examen. De los ocho problemas propuestos, se deben elegir un máximo de 4, teniendo en cuenta que la puntuación de cada uno es de 2.5 puntos.		

**Problema 1.** Consideremos la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-2} - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x - 2 + e) - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- ¿Es la función derivable en  $x = 2$ ?
- ¿Tiene la función extremos relativos en el intervalo  $(2, +\infty)$ ?
- Calcular  $\int_1^2 f(x) dx$ .

**Problema 2.** Sea la función  $f(x) = x^2 \ln(x)$ .

- Hallar las asíntotas de la función.
- Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- Hallar el área encerrada por la curva  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 3.** Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = -3 \\ 3x + -y - z = a \end{cases},$$

donde  $a \in \mathbb{R}$ , obtener razonadamente:

- Los valores de  $a$  para los que el sistema es compatible indeterminado.
- Las soluciones para  $a = -2$ .

**Problema 4.** Supongamos que tenemos dos matrices cuadradas de orden 3,  $A$  y  $B$ , de las que se sabe lo siguiente:

$$A^2 = A - I, \quad 3B^4 = B,$$

siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.

- ¿Es la matriz  $A$  invertible?
- Hallar los posibles valores del determinante de la matriz  $B$ .
- El valor de  $B^3$ , sabiendo que la matriz  $B$  tiene inversa.

**Problema 5.** Consideremos la siguiente recta y plano:

$$r \equiv \begin{cases} -3y - 3z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}, \quad \pi \equiv 2x + 2y + mz = n.$$

- a) Hallar los valores de  $m$  y  $n$  para los que la recta y el plano se cortan en un punto.
- b) Hallar los valores de  $m$  y  $n$  para los que la recta está contenida en el plano.
- c) Hallar los valores de  $m$  y  $n$  para los que la recta y el plano no se cortan.

**Problema 6.** Consideremos la siguiente recta y plano:

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-2}, \quad \pi \equiv 3x - y + az = 0.$$

- a) Hallar el punto de intersección entre la recta y el plano cuando  $a = 1$ .
- b) La distancia entre la recta y el plano cuando  $a = 2$ .
- c) La posición relativa entre la recta y el plano en función de  $a$ .

**Problema 7.** Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de los que se sabe que son independientes y, además:

$$P(A) = 0.2, \quad P(B|A) = 0.1.$$

- a) Calcular la probabilidad de que ocurra alguno de los sucesos.
- b) Calcular la probabilidad de que ocurra solo uno de ellos.

**Problema 8.** Los típicos exámenes de selectividad de matemáticas siempre han tenido dos opciones: la A y la B. El 70% de los estudiantes, escogen la opción A. Además, se sabe que el porcentaje de aprobados de los estudiantes que escogen la opción A es del 48%, mientras que el porcentaje de aprobados de los estudiantes que escogen la opción B es del 51%. Se escoge un estudiante al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado el examen de matemáticas?
- b) Sabiendo que el estudiante ha suspendido el examen, ¿cuál es la probabilidad que haya escogido la opción A?