**Аналіз типових помилок та корекція знань під час вивчення многочленів.**

Діти шкільного віку тримають у своїй пам'яті багато різних деталізованих математичних відомостей: формул, властивостей математичних операцій. Тому вони дуже швидко забувають теоретичні знання, плутають та перекручують формули і правила, що й призводить до різних помилок. Завдання вчителя – не тільки застерігати учнів від помилок, а й використовувати помилки в навчальному процесі. Для кожного виду завдань характерні свої помилки. Помилки можуть бути грубі, не грубі і недоліки.

 Грубими називають помилки, що свідчать про неусвідомлене засвоєння означень, незнання найважливіших правил, алгоритмів, формул.

Не грубими слід вважати, наприклад, помилки в обчисленнях допущені внаслідок неуважності.

До недоліків належать записи відповідей у вигляді, що допускають спрощення.

Ефективність роботи вчителя математики залежить від того, наскільки своєчасно він буде виявляти помилки та недоліки в знаннях учнів і як оперативно вживатимуться заходи для їх подолання.[16; c.22]

Проблема полягає в тому, що вчителі не достатньо уваги надають помилкам, які виникають при вивченні многочленів. Ще одна проблема – майже всі уроки класичного типу, недостатньо нестандартних уроків.

Серед грубих помилок можна виділити наступні типи:

**1.** Помилки при винесенні спільного множника за дужки.

Під час пояснення нового матеріалу потрібно наголосити, що винесення спільного множника за дужки – задача з багатьма розв'язками. Але найраціональніше кожну змінну, що міститься у всіх членах многочлена, виносити за дужки з найменшим показником степеня, з тих, що вона має в даному многочлені. За коефіцієнт спільного множника беруть найбільший за модулем спільний дільник усіх коефіцієнтів многочлена (у випадку, якщо всі коефіцієнти – цілі числа). Ці теоретичні твердження ілюструються відповідними прикладами.

При вивченні цієї теми необхідно звернути увагу на типові помилки, яких припускаються учні, виносячи спільний множник за дужки:

* втрачають одиницю в тому члені многочлена, який дорівнює за модулем множнику, що виносять за дужки:

2х2 – 3х2 – х = х(2х2 – 3х)

* помиляються при обчислені показників степеня у членів, які залишають у дужках після перетворення:

а6 – а2 = а2 (а3 – 1)

* неправильно виносять числовий множника за дужки:

2а +4в = 4 (2а +в), або 4 – 2а = 4 (2 – а ).[10]

Виконавши обернену дію, можна впевнитися в помилкових перетвореннях.

Запис кожного члена многочлена у вигляді добутку двох множників, з яких один спільний, значно полегшує формування відповідного вміння і попереджує поширені помилки, які при цьому допускаються учнями.

Практика доводить доцільність формулювання спеціального правила

відшу­кання спільного множника членів многочлена. Для цього потрібно:

а)знайти найбільший спільний дільник всіх коефіцієнтів членів;

б)помножити його на степені змінних з найменшим показником, з яким вони входять до всіх членів многочлена.

**2.** Труднощі при групуванні членів многочлена.

Відомо, що розкладання многочленів на множники способом групування ґрунтується на попередньому способі. Основна трудність для учнів – вдало згрупувати члени многочлена. Однозначних рекомендацій щодо ознаки групування, крім, звичайно, наявності спільного множника, дати не можна. Відповідні навички в учнів формуються у процесі розв’язування вправ. Слід враховувати, що діюча програма і підручник не передбачають розгляду складних випадків розкладання на множники способом групування.

1. Помилки при застосуванні формул скороченого множення:
* застосування формул квадрата суми та різниці;
* застосування формул різниці квадратів;

 Певні труднощі відчувають учні при застосуванні формул квадрата суми та різниці до перетворення виразів ( - n +4)2, ( -z – 2)2 та подібних їм. Пояснюється це тим, що для такого застосування необхідно здійснити попередньо підготовчу роботу – подати вирази (подумки чи письмово),що стоять у дужках, як суму чи різницю. Корисно розглянути різні варіанти виконання таких вправ з наступним визначенням найраціональнішого способу:

( - р+2)2 =(- р)2 +2( - р)2 +22 = р2 – 4р +4;

( - р +2)2 = (2 – р)2 = 4 – 4р +4.

Поширеною помилкою при перетворенні квадрата суми чи різниці двох виразів у многочлен є записи : (а+в)2 = а2 + в2, (а – в)2 = а2  - в2. На їх хибність треба спеціально відразу звернути увагу учнів, застерігши від їх використання. Корисно також встановити, у якому випадку записані рівності є тотожностями.[13; c.105]

При розкладанні многочленів на множники з використанням тотожності різниці квадратів а2 – в2 = (а – в)(а +в) основна трудність для учнів становить подання даного двочлена у вигляді різниці квадратів. Справді, коли мова йде про запис виразів к2 – n2,(3в)2 – (2а)2, (а+р)2 – к2 у вигляді добутку, утруднень майже не виникає. Складності починаються при виконанні аналогічного перетворення, наприклад двочлена 0,04в2 – 9а6. Справа в тому, що в цьому випадку фактично треба розв’язати два завдання:

* подати вираз 0,04в2 – 9а6 у вигляді різниці квадратів;
* розкласти утворений двочлен на множники.

Зазвичай, у підручнику, і на практиці про перше перетворення не говорять, а безпосередньо починають з другого, розглядаючи двочлен 0,04в2 – 9а6 як різницю квадратів, неправомірно приписуючи йому, таким чином, назву виразу, до якого треба спочатку звести даний. Між тим, потрібен досить тривалий час для того, щоб учні навчилися вільно виконувати зазначене перетворення усно; ігнорування цієї особливості не сприяє успішному формуванню відповідного уміння.

Зазначених труднощів можна уникнути, дотримуючись такої послідовності вправ:

* розкладання на множники виразів, що є різницею квадратів:

х2 – у2; (2р)2 – n2; (0,1а)2 – (2в)2; (х+у)2 – к2 та інші.

Застосування цього виду перетворень до обчислень значень виразів, доведення тверджень, розв’язування рівнянь:

* розкладіть на множники вирази, які можна подати у вигляді різниці квадратів, що включають такі завдання:
	+ - * запишіть у вигляді квадрата одночлена вирази: 16; в4; 4а2; а2в2; 36*п*;
* розкладіть з використанням попередніх результатів на множники вирази: в4 – 16; 4а2 – в4; а2в2 -25а4в2;
* розкладіть на множники вирази: 16в4 – 9; 0,04а2 – с2; а4 – 1;

(3х +2)2 – 25х2;

При розгляді вправ останньої серії на перших порах доцільне письмове подання учнями даних виразів у вигляді різниці квадратів; згодом ця операція може виконуватися усно.[13; c.108]

**4.** Помилки при розкритті дужок.

Досить часто учні порушують правило розкриття дужок. Багато учнів забуває, що в дробовому виразі, записаному за допомогою риски, остання замінює собою дужки. Все це призводить до помилкових записів виду:

а)(5х-1) – (-1+3х)= 5х-1-1+3х =8х-2

б)1 –$ \frac{а^{2}+в^{2}}{2ав}=\frac{2ав-а^{2}+в^{2}}{2ав}$

Для роз’яснення таких помилок можна використати числові приклади:

а) (500-1) – (-1+300) = 499-299 = 200

б)(500-1) – (-1+300) ≠800 - 2≠200

Для усунення помилок Г.М. Возняк та Я.С. Галана пропонують спеціальні методи корекції знань. [7 ;c.27]

Таблиця 2.3

Методи корекції знань

|  |
| --- |
| Метод аналогії |
| Допущені помилки | Допоміжні вправи для усунення помилки |
| 7а+3а=10а2 | 7 км+3 км=10 км |
| 5а – 2а=3 | 5 грн-2 грн=3 грн |
| 9х –х=9 | 9 кг – 1 кг=8 кг |
| а7 – а4=а3 | 5 м3 -2м2=… |
| (2n+3n)2 =4n+6n+9n | (х+у)2 = х2+2ху+у2 |
| m2(a+b) –n2(a+b) = (a+b)(m2 – n2)(a+b) | m2k-n2k = k(m2 – n2), k = a+b |
| Метод використання числових обчислень |
| а2+(-а)2 = 0 | 42+(-4)2 = 16+16 =32 |
| а –(-в+с) = а+в+с | 100-87=100-(80+7)=100-(90-3)==100 – (-3+90) |
| Докладний послідовний запис без пропуску окремих операцій тотожних перетворень |
| (х+у)2 = х2+у2 | а2=а∙а, (х+у)2 =(х+у)(х+у) =х2+ху+ух+у2=х2+2ху+у2 |
| (х-у)2 =х2-у2 | (х-у)2=(х-у)(х-у)=х2-ху-ух+у2=х2-2ху+у2 |
| (2х+3у)(4а+5в)=8ах+15ву | а(х+у)=ах+ау; а=с+к, (с+к)(х+у)=(с+к)∙х+(с+к)∙у =сх+су+кх+ку |
| 2n+4n = 6n | 2n+4n = 2n+(22)n=2n+(2n)2 =2n(1+2n) |
| Метод контрольного прикладу |
| 2а+3в =5ав | 2 грн +3м =5 грн∙м-? |
| 13а+7а=20а2 | 13 грн+7 грн =20(грн.)2-? |
| 7а+2-3в=9а-3в | 7 кг+2-3км=9кг-3км -? |

Важливим у роботі над помилками є аналіз контрольної роботи. Можна запропонувати різні підходи до його проведення.[16; c. 25]

1.Учням, які добре впоралися з контрольною роботою, пропонуються індивідуальні завдання. Інші працюють з учителем. Учитель пояснює розв'язування вправ, у яких допущені помилки, ставить кілька контрольних запитань, а потім пропонує дома розв’язати ті завдання, з якими вони не впоралися.

2.На початку уроку пригадати основні положення теоретичного матеріалу. За допомогою мультимедійних засобів на екран висвітлити розв’язання тих завдань, у яких допущені помилки. Учні самостійно знаходять помилки у своїх зошитах і коментують розв’язання. Таке коментування завдань проходить дуже активно, учні з'ясовують усі незрозумілі питання. І на закінчення пропонується самостійна робота за індивідуальними картками, яка перевіряється після уроку.

3.Якщо учнів невелика кількість (наприклад, сільська школа), пропонуємо такий підхід. Учитель записує помилки учнів з кожного завдання і виставляє оцінки у свій зошит. На уроці учням роздають зошити без виправлених помилок і оцінок. На дошці чи таблиці записують розв'язки всіх завдань контро­ль­ної роботи (це можна здійснити і за допомогою мультимедійних засобів). Учні простим олівцем виправляють свої помилки, а ті завдання, які розв’язали неправильно або зовсім не розв'язали , записують після слів «Робота над помилками». Самостійно виставляють собі оцінку і здають зошит учителю. Учні, які виконали роботу добре, тим часом працюють індивідуально над завданнями підвищеної складності або на повторення. Після цього всі учні пишуть самостійну роботу, складену за помилками, які допущені в контрольній роботі. Тоді вчитель оголошує виставлені ним оцінки за контрольну роботу.

Виправляти помилки та неточності, яких припускаються учні, також допомагає дискусія. Вона сприяє розвитку критичного мислення, дає змогу визначити власну позицію, поглибити знання. Критичне мислення допомагає учневі самостійно аналізувати матеріал, формує вміння бачити помилки або логічні порушення у твердженнях інших учнів, аргументувати свої думки, змінювати їх, якщо вони неправильні.