**Узагальнюючий урок з теми "Ірраціональні рівняння"Тема: Ірраціональні рівняння**  
Мета уроку:

1. Узагальнити і систематизувати знання учнів з даної теми, повторити методи розв'язування ірраціональних рівнянь, показати історичний характер теорії ірраціональності, перевірити рівень сформованості умінь і навичок учнів по темі, що вивчається.

2. Розвивати мислення (узагальнення, вміння виділяти головне, аналізувати), увагу, навички співпраці, почуття часу.

3. Виховання відповідального ставлення до вивчення предмета, самостійності, пізнавальної активності, прагнення до самовдосконалення.

**Тип уроку:**Узагальнення і систематизація раніше вивченого матеріалу

**Хід уроку**

**I Організаційний момент**

***Повідомлення теми і мети уроку.*** Добрий день, друзі! Ми з вами розпочинаємо урок алгебри "Ірраціональні рівняння". Ейнштейн говорив так: "Мені доводиться ділити час між політикою і рівняннями. Однак, рівняння, по-моєму, набагато важливіші. Політика існує для даного моменту, а рівняння будуть існувати вічно". Як ви знаєте, прославився він саме рівнянням, названим "Рівняння Ейнштейна". Ось і ми займемося рівняннями. Узагальнимо знання з теми "Ірраціональні рівняння", повторимо методи ров’язування рівнянь, алгоритми розв’язання цими методами.

Запишіть, будь ласка, в зошиті число, тему уроку.

На ваших партах лежать робочі картки, підпишіть їх, будь ласка.

Рабоча картка учня 10 класу \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Теорія |  |
| Кросворд |  |
| Метод «пильного погляду» |  |
| Метод піднесення до степеня |  |
| Метод введення нової змінної |  |
| Підсумок |  |

У них ви будете відзначати успішність виконання завдань символами:   
"!" – володію вільно,  
 "+" – можу вирішувати, іноді помиляюся,  
 "-" – треба ще попрацювати.

**ІІ. Повторення і узагальнення вивченого матеріалу.**

**2.1. Основні історичні питання теорії відкриття ірраціональності**

А зараз невелика історична довідка *(виходить учень і розповідає напам'ять):*

Історія ірраціональних чисел походить від дивовижного відкриття піфагорійців ще в VI столітті до н.е. А почалося все з простого, здавалося б, питання - яким числом виражається довжина діагоналі квадрата зі стороною 1?

Піфагорійці довели, що - не можна виразити відношенням деяких цілих чисел m і n. - на їхню думку, взагалі не було числом. Відкривши новий математичний об'єкт, вони прийшли в повне замішання. В основі загальної гармонії світу, вважали вони, повинні лежати цілі числа і їхні відношення. Ніяких інших чисел вони не знали. І раптом ця гармонія руйнується - існують величини, які відношенням цілих чисел, в принципі не є.

У перекладі з латині «irrationalis» - «нерозумний». Цікаво, що в середньовічній Європі поряд з «irrationalis» в ходу був ще й інший термін «surdus» - «глухий» або «німий». Судячи з такої назви, математикам середньовіччя ірраціональні числа представлялися чимось настільки «нерозумним», що «ні сказати, ні вислухати». Подив і досада, з якими древні математики на початку сприйняли ірраціональні числа, згодом змінилися інтересом і пильною увагою до нових математичних об'єктів.

Ну а в наш час необхідність вивчення разв’язання ірраціональних рівнянь очевидна. Ірраціональним рівнянням виражаються формули, що описують багато фізичних процесів:

* рівноприскореного руху;
* 1 і 2 космічні швидкості;
* середнє значення швидкості теплового руху молекул;
* період радіоактивного напіврозпаду тощо...

Історія розвитку теорії ірраціональності знає багато вчених - дослідників. Назвемо деякі з них, відповідаючи на питання теорії, яка є фундаментом для розв’язування ірраціональних рівнянь.

**Перший кросворд**1. Що потрібно для отриманих значень змінної при розв’язанні ірраціональних рівнянь? (Пер**е**вірка)   
2. Спосіб, яким здійснюється перевірка розв’язків ірраціональних рівнянь (Підстано**в**ка)  
 3. Як називається знак кореня? (Ради**к**ал)   
4. Скільки розв’язків має рівняння , якщо ? (Ну**л**ь)   
5. Як називається рівняння, в якому під знаком кореня міститься змінна? (Іррац**і**ональне) 6. Як називається корінь другого степеня? (Ква**д**ратний)

**Вийшло ім'я Евклід**. Евклід - це великий вчений, він жив в 3 столітті до нашої ери в Стародавній Греції. Відомо, що він був запрошений в Олександрію царем Птолемеєм I для організації математичної школи. Він був людиною м'якого характеру, дуже скромною, але незалежною. Він сказав, що пізнання світу веде до вдосконалення душі. Пропоную ці слова взяти епіграфом нашого уроку. Необхідність введення ірраціональних чисел була описана в роботі Евкліда, по якій потім навчалися всі творці сучасної математики:  
Декарт і Ферма, Ньютон і Лейбніц, Колмогоров і Понтрягін. Як називалася ця стародавня книга, яка зробила найбільший вплив на розвиток європейської цивілізації? ПОЧАТКИ.Саме в цій праці Евклід вперше заявив про необхідність введення нових невідомих чисел.

Поняття ірраціональності асоціюється із зображенням кореня. Грецькі математики замість слів "знайти корінь" говорили "знайти сторону квадрата по його заданій величині (площі)". Знак кореня вперше з'явився в 1525 році. За цей час його зображення мінялося. Хто ввів це зображення? Про це ми дізнаємося, відповівши на наступні питання.

**Другий кросворд**1. Скільки розв'язків має рівняння (О**д**не)   
2. Корені яких степенів існують з будь-якого числа? (Н**е**парних)   
3. Як називається корінь третього ступеня? (**К**убічний)   
4. Скільки розв'язків має рівняння , якщо > 0? (Дв**а**)   
5. Як називається корінь рівняння, який одержуємо в результаті нерівносильних перетворень? (Сто**р**онній)   
6. Як називається другий степінь числа? (Квадра**т**)  
  
 Отже, вперше зображення кореня ввів **Декарт**, французький вчений. Йому належить початок дослідження важливих властивостей алгебраїчних рівнянь.

Хто ж ввів сучасне зображення кореня? Відповімо на наступні питання.

**Третій кросворд**1. Як називається рівність двох виразів у алгебрі? (Рівня**н**ня)  
2. Як називають значення змінної, при якому рівняння перетворюється у правильну числову рівність (Корінь)   
3. Що вивчають діти, перш ніж перейти до практичних розв’язань завдань?   
(Теорі**ю**)  
4. Яка риса особистості допоможе при вирішенні ірраціональних рівнянь? (Працьови**т**ість)   
5. Як називають рівняння, якщо вони мають одні й ті ж коріння або не мають коренів взагалі? (Рівн**о**сильні)   
6. Як називається ірраціональний вираз, що містить протилежну арифметичну дію? (Спряже**н**ий)

Отже, це **Ньютон** - англійський фізик, який відкрив основні закони природи – закони Ньютона. Він ввів сучасне зображення кореня.  
  
Ми з вами повторили теорію розв’язування ірраціональних рівнянь.

**2.2. Основні теоретичні питання розв’язування ірраціональних рівнянь**

Ірраціональні рівняння можна розв’язувати різними методами.  
**1.** Якими основними методами вирішуються ірраціональні рівняння?*(Метод піднесення до степеня, що дорівнює показнику кореня, метод пильного погляду, метод введення нової змінної)*

**2. Розкажіть алгоритм розв’язання методом піднесення до степеня, що дорівнює показнику кореня.**1) Піднесемо обидві частини рівняння до степеня, що дорівнює степеню кореня.  
2) Розв’яжемо отримане рівняння.  
3) Виконаємо перевірку.

**3. Розкажіть алгоритм розв’язання методом введення нової змінної.**1) Введемо нову змінну.  
2) Розв’яжемо отримане рівняння.  
3) Знайдемо значення шуканої змінної.  
4) Виконаємо перевірку.  
**4. Який етап містять всі ці методи?**(Перевірку)  
**5.Який метод передбачає усне розв’язання?**  
*(Метод "пильного погляду"?)***6. На яких властивостях ірраціональних виразів заснований цей метод?***(Значення арифметичного кореня парного степеня є величина невід'ємна, а значить сума, добуток і частку таких виразів буде величина невід'ємна)*

**2.3. Розв’язання завдань методом «пильного погляду»**

Деякі ірраціональні рівняння можна розв’язувати методом «пильного погляду», суть якого полягає в очевидності коренів або їх явної відсутності через розбіжності з ОДЗ. Наприклад:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ;  2. ;  3. ;  4. ;  5. ; | 6. ;  7. ;  8. ;  9. ;  10. . |

Розвиваємо алгебраїчну пильність. На дошці записано розв’язок ірраціонального рівняння, в якому допущена «стандартна» помилка. Знайдіть її.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Розв’язати рівняння:    *Розв’язання:*  *Відповідь: 1* | *Помилка. Учень підніс до квадрату обидві частини рівняння, не врахувавши ОДЗ.*    Відповідь: рівняння не має розв’язків. |

**2.4 Методи розв’язування ірраціональних рівняннь**

1) **Метод зведення рівняння** до найпростішого виду шляхом піднесення обох частин рівняння до степеня, що дорівнює показнику кореня (радикала).

1.  перевірка:

  

 11-8 = 3,

,   11-корінь

  6-8 = -2, 6-не є коренем

Відповідь: 11.

1.  перевірка:

  -3 = -3.

   2 = 2.

 Відповідь: -2, 3

1.  

 нехай  тоді

    або 

Відповідь: 3, 4.

**Висновок:** при піднесенні обох частин рівняння до парного степеня не може відбуватися втрати коренів (можуть бути отримані сторонні корені). Отже, розв’язуючи рівнянн, досить знайти всі корені рівняння а потім виключити сторонні. В цьому випадку перевірка є обов'язковим елементом рішення.

**2) Метод усамітнення кореня**



Чи зручно проводити перевірку, якщо корені дробові або ірраціональні числа? Ні. Тоді як же краще зробити в такому випадку?

Запис: 

Розв’язання.



Відповідь: 0.

 

У цьому рівнянні краще спочатку знайти область допустимих значень, тому що підкореневий вираз простий для розв’язання.

Відповідь: 5, 17.

1. **Метод введення нової змінної (метод підстановки)**
2. 

Нехай , тоді    



Відповідь: 

1. нехай 



 тоді 

Відповідь: .

1. **Метод множення обох частин на спряжений вираз**
2. , (1).



 (2)

Складемо (1) і (2) і отримаємо



Відповідь: -4,5; 2.

1. **Метод розкладання на множники**
2.  



Відповідь: 1, 3.

**2.5 Практичне застосування ірраціональних рівнянь розглянемо на прикладах:**

**Завдання 1**

Відстань від спостерігача, що знаходиться на невеликій висоті h кілометрів над Землeю до спостерігається їм лінії горизонту обчислюється за формулою l = , де R = 6400 (км) - радіус Землі. З якої висоти горизонт видно на відстані 4 кілометри? Відповідь виразіть в кілометрах.

**Розв’язання**

Нам потрібно знайти таку висоту h таку що

4 =

Розв’яжемо рівняння і отримаємо:

*h*= 1/800 = 0,00125км

**Відповідь**: 0,00125 км

**Завдання 2**

Швидкість автомобіля, що прискорюється з місця старту по прямолінійному шляху довжиною {l} км з постійним прискоренням , обчислюється за формулою  
 . Визначити найменше прискорення, з яким повинен рухатися автомобіль, щоб, проїхавши один кілометр, набути швидкість не менше 110 км/год. Відповідь виразити в км/год{}^2.

**Завдання 3**

Під час руху ракети її видима для нерухомого спостерігача довжина, яка вимірюється в метрах, скорочується за законом l = l_0 \sqrt {1 - \frac{{v^2 }}{{c^2 }}}, де l_0  = 75 м - довжина ракети, c = 3 \cdot 10^5км / с - швидкість світла, а v - швидкість ракети (в км / с). Яка повинна бути мінімальна швидкість ракети, щоб її видима довжина стала не більше 21 м? Відповідь виразити в км/с.

* 1. **Самостійна робота із взаємоперевіркою   
     Варіант 1**1. Розв’язати рівняння:  
     1)  
     2)3)

**Варіант 2**1. Розв’язати рівняння:  
1)  
2)3)

Додатково:

1)

2)=4

Додатково:

1)

2)=3

**ІІІ.Підведення підсумків уроку**

Для досягнення духовної досконалості ми пізнаємо світ, в тому числі і вивчаючи теорію, методи розв’язування ірраціональних рівнянь. Необхідність вивчення розв’язування ірраціональних рівнянь очевидна: ірраціональними рівняннями виражаються формули, що описують багато фізичних процесів:

• Рівноприскорений рух   
• 1 і 2 космічні швидкості   
• середнє значення швидкості теплового руху молекул  
• період радіоактивного напіврозпаду тощо…  
А також ірраціональні рівняння використовує статистика. Але для того, щоб здійснювати свої плани, задуми, мрії необхідно ще виховати в собі певні якості. Як ви думаєте, які?   
*(Відповідальність, самостійність, терпіння, наполегливість, завзятість, працьовитість та інші).*

Я бажаю вам досягти заповітної мети, а головне прагнути до постійного самовдосконалення.

**Рефлексія**

1. Важким для тебе був матеріал уроку?
2. На якому з етапів уроку було найважче, найлегше?
3. Що нового ти дізнався на уроці? Чому навчився?
4. Чи працював ти на уроці в повну міру сил?
5. Як емоційно ти відчував себе на уроці?

Підведіть підсумки своєї роботи на уроці в своїй робочій карті.

Так, не легкий світ пізнання.  
Та знаємо з шкільних ми років,  
Що двері відкривають нам знання  
Й дороги прокладають в світ широкий.

**4. Домашнє завдання:** Повторити §, розв’язати №