**Творча лабораторія вчителя і учня**

**Алгоритми**

**алгебра 7 клас**



2020-2021

***Розділ І. Рівняння***

***Основні вимоги до математичної підготовки***

Учні повинні:

* **мати уявлення про**
* рівняння;
* корені рівняння;
* рівносильні рівняння;
* **знати**
* означення лінійного рівняння з однією змінною, рівняння першого степеня;
* зміст вимоги «розв´язати рівняння»;
* **уміти**
* розпізнавати та розв´язувати лінійні рівняння з однією змінною;
* перевіряти, чи є дане число коренем рівняння;
* розв´язувати нескладні текстові задачі на складання лінійних рівнянь з однією змінною.
1. **Кількість коренів рівняння**

**Блок-схема**

***а=0***

***а≠0***

***aх = b***

***aх = b***

***0х = b***

***aх = b***

***b = 0***

***b≠0***

***0х=0***

***0х=b***

***x =***$ \frac{ a}{b}$

*Безліч розв´язків*

*Розв´язків немає*

*Єдиний розв´язок*

***Властивості рівнянь***

а) будь-який член рівняння можна переносити з однієї частин рівняння у другу, змінивши його знак на протилежний;

б) обидві частини рівняння можна помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля;

в) два рівняння називаються рівносильними, якщо корені першого рівняння є коренями другого рівняння і навпаки.

1. **Алгоритм розв´язування лінійних рівнянь з однією змінною**
* Перенесіть доданки, які містять невідоме, у ліву частину рівняння, а відомі – у праву, змінивши їхній знак на протилежний.
* Виконайте зведення подібних доданків.
* Поділіть ліву і праву частини рівняння на коефіцієнт при невідомому, якщо він не дорівнює нулю.
* Запишіть відповідь.

***Наприклад***

*4х-27-8=14-3х;*

*4х+3х=14+27+8;*

*7х=49;*

*х=49:7*

*х=7.*

*Відповідь: 7*

1. **Алгоритм розв´язування лінійних рівнянь з однією змінною, які містять дужки**
* Розкрийте дужки.
* Перенесіть доданки, які містять невідоме, у ліву частину рівняння, а відомі – у праву, змінивши їхній знак на протилежний.
* Виконайте зведення подібних доданків.
* Поділіть ліву і праву частини рівняння на коефіцієнт при невідомому, якщо він не дорівнює нулю.
* Запишіть відповідь.

***Наприклад***

***5(2у-2,5)+4(3,5-2у)=1;***

***10у-12,5+14-8у=1;***

***10у-8у=1+12,5-14;***

***2у=-2;***

***у=-2:2;***

***у=-1.***

***Відповідь: -1.***

1. **Алгоритм розв´язування рівнянь , які зводяться до** **лінійних рівнянь з однією змінною**
* Знайдіть найменший спільний знаменник всіх дробів.
* Помножте кожний член рівняння на НСК та скоротіть дріб.
* Розкрийте дужки, якщо вони є.
* Перенесіть доданки, які містять невідоме, у ліву частину рівняння, а відомі – у праву, змінивши їхній знак на протилежний.
* Виконайте зведення подібних доданків.
* Поділіть ліву і праву частини рівняння на коефіцієнт при невідомому, якщо він не дорівнює нулю.
* Запишіть відповідь.

***Наприклад***

$\frac{2у-3}{3}- \frac{5у+1}{4}=\frac{4-у}{2}$**;**

$\frac{12(2у-3)}{3}- \frac{12(5у+1)}{4}=\frac{12(4-у)}{2}$**;**

***4(2у-3)-3(5у+1)=6(4-у);***

***8у-12-15у-3=24-6у;***

***8у-15у+6у=24+12+3;***

***-у=39;***

***у=-39.***

***Відповідь: -39***

**5. Розв´язування рівнянь, які містять змінну під знаком модуля**

***Наприклад***

***а)*** $\left|у\right|$***=3; б)*** $\left|у-1\right|$***=10;***

***у=3, бо*** $\left|3\right|$***=3; у-1 = 10 і у- 1 = -10;***

***у=-3, бо*** $\left|-3\right|$***=3; у = 10+1 і у = -10+1;***

***Відповідь: -3;3. у = 11 і у = -9;***

 ***Відповідь: -9; 11.***

1. **Алгоритм розв´язування нескладних задач за допомогою складання лінійних рівнянь з однією змінною**
* з’ясувати, які величини невідомі;
* позначити одну з них буквою;
* виразити решту невідомих величин через ту, що позначили буквою;
* скласти рівняння (математичну модель) за умовою задачі;
* розв’язати рівняння;
* перевірити, чи задовольняють корені рівняння умову задачі;
* знайти решту невідомих величин.

**Задача 1**

В одній бочці було в 3 рази більше олії, ніж у другій. Коли з першої бочки продали 150 л, а в другу долили 30 л, то в обох бочках олії стало порівну. Скільки олії було в кожній бочці спочатку?

**Виділяємо три ситуації:**

1. початкове співвідношення кількості олії в обох бочках;
2. зміна кількості олії в кожній бочці;
3. порівняння кількості олії, що залишилася в кожній бочці.

**Розв´язання:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Було, л** | **Стало, л** |
| **І бочка** | ***3х*** | ***3х-150*** |
| **ІІ бочка** | ***х*** | ***х+30*** |

**Рівняння:**

***3х-150=х+30;***

***3х-х=30+150;***

***2х=180;***

***х=90;***

***3х=3·90=270.***

***Відповідь: 90 л, 270 л.***

**Задача 2**

Периметр прямокутника 66 см. Ширина його на 3 см менша за довжину. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.

**Розв´язання:**

1. позначимо ширину прямокутника через *х см.*
2. Виразимо його довжину, якщо вона на 3 см більша, ніж ширина – (*х+3) см.*
3. Складемо вираз для периметра прямокутника *2х+2(х+3)см.*
4. Складемо рівняння за умови, що периметр прямокутника дорівнює 66 см: *2х+2(х+3) = 66.*
5. Розв’яжемо рівняння :

 *2х+2х+6 = 66;*

 *4х=66-6;*

 *4 х=60;*

 *х=60:4;*

 *х=15;*

 *х+3 = 15+3 =18 (см).*

Отже, ширина прямокутника 15 см, довжина 18 см.

1. Обчислимо площу прямокутника за формулою S = *a·b*

S = 15· 18= 270 (cм2).

**Відповідь: 15 см,18 см, 270 см2.**

1. **Алгоритм розв’язування задачі на рух**

**Задача.** За 9 год теплохід проходить за течією річки той самий шлях, що за

11 год проти течії. Знайти власну швидкість теплохода, якщо швидкість течії річки 2 км/год.

Розв’язання

1. Теплохід рухається за течією. Якщо власна швидкість теплохода

*х* км/год , то швидкість за течією становить (*х+2)* км/год. За 9 год теплохід пройде шлях *9(х+2)* км.

1. Теплохід рухається проти течії. Швидкість теплохода *(х-2)*км/год, а шлях, що пройшов теплохід *11(х-2)* км.
2. За умовою задачі теплохід пройшов за течією і проти течії однаковий шлях, отже

*9(х+2) = 11(х-2);*

*9х+18 = 11х – 22;*

*9х-11х = -22-18;*

*-2х = -40;*

*х = -40:(-2);*

*х = 20.*

**Відповідь: власна швидкість теплохода 20 км/год.**

***Розділ ІІ. Цілі вирази***

***Основні вимоги до математичної підготовки***

Учні повинні:

* **мати уявлення про**
* вираз із змінними;
* тотожність, степінь з натуральним показником, одночлен та многочлен;
* степінь одночлена та многочлена;
* стандартний вигляд одночлена та многочлена;
* **знати**
* про залежність значення виразу із змінними від значень змінних, що до нього входять;
* правила виконання дій над степенями з натуральним показником;
* правила додавання, віднімання і множення одночленів та многочленів;
* формули скороченого множення:

 *(a-b)(a+b) = a2 – b2;*

 *(a+b)2 = a2+2ab+b2;*

 *(a-b)2 = a2-2ab+b2;*

 *(a-b)( a2+ab+b2) = a3- b3;*

 *(a+b)( a2-ab+b2) = a3+b3;*

* **уміти**
* записувати суму, різницю, добуток двох цілих раціональних (чисел) виразів;
* обчислювати значення цілого раціонального виразу підстановкою значень змінних;
* розкривати дужки, брати в дужки, зводити подібні доданки;
* записувати добуток однакових множників у вигляді степеня;
* виконувати множення степенів з однаковою основою;
* підносити до степеня степінь і добуток;
* розпізнавати одночлен серед виразів;
* знаходити степінь одночлена;
* перемножати одночлени, записувати одночлен і многочлен у стандартному вигляді;
* виконувати дії додавання і віднімання многочленів, множення одночлена на многочлен та двох многочленів;
* використовувати вивчені формули скороченого множення.

**Блок-схема**

**Раціональні вирази**

**Цілі вирази**

**Числові**

**вирази**

**Вирази зі змінними**

**Дробові вирази**

**Вирази зі степенями**

1. **Властивості степеня**
2. ***Означення степеня : ап = а·а·а…·***$a\_{n}$***, де а – основа степеня , п – показник степеня (п – натуральне число) .***

**Приклади**

 а) 22 = 2·2 = 4;

 б) (-2)3 = (-2)·(-2)·(-2) = -8;

 в) (-3)4 = (-3)·(-3)·(-3)·(-3) = 81.

1. ***аm·an = am+n ( m* і *n*  - натуральні числа)**

**Наприклад:** *а4 ·а8 = а12;*

1. ***аm:an = am-n ( m* і *n*  - натуральні числа)  *m>n***

**Наприклад:**

*а) 24 :22 = 24-2 = 22 = 4;*

б) *с10:с5 = с5.*

 ***4) (аb)n= anbn***

**Наприклад:**

 *х6·у6=(ху)6*

***5) (аm)п= аmn ( m і n -* натуральні числа)**

**Наприклад:**

***a)(x5)3= x15***

***б)(a2b)5=a10b5.***

**n**

 ***6)***$\left(\frac{a}{b}\right)$ ***=*** $\frac{a}{b}∙\frac{a}{b}∙\cdots ∙\frac{a}{b}$***,де п –* натуральне число**

1. **Алгоритм множення одночленів**
2. Знайти добуток коефіцієнтів.
3. Показники степенів однакових змінних додайте.
4. Якщо змінна входить лише в один з співмножників, то допишіть її у добуток.

**Приклади.**

а) 0,5*ху2·0,2х2у=0,5·0,2х1+2у2+1=0,1х3у3;*

*б) –ат2·4т5р3=(-1)·4т2+5ар3=-4т7ар3.*

1. **Алгоритм піднесення одночлена до степеня**
2. Піднесіть до степеня коефіцієнт одночлена.
3. Показник степеня кожної змінної одночлена помножте на показник степеня, до якого підноситься одночлен.

 **Приклади.**

**а)***(-2х2у)3 = (-2)3·(х2)3·(у1)3 = -8х6у3;*

*б) (а3b7)4=(a3)4·(b7)4=a12b28.*

1. **Алгоритм додавання многочленів**
2. Запишіть послідовно у вигляді алгебраїчної суми всі члени многочленів.
3. Зведіть подібні доданки.

 **Приклад.** Знайдіть суму многочленів *-3ху+2у2* та *ху-3у2+5*

Розв'язання

-3*ху+2у2+ху-3у2+5= -2ху-у2+5*

1. **Алгоритм віднімання многочленів**
2. Складіть різницю многочленів, беручи другий многочлен у дужки зі знаком мінус перед ними.
3. Розкрийте дужки, змінюючи знаки перед одночленами, що стоять у дужках, на протилежні.
4. Зведіть подібні доданки.

 **Приклад.** Знайдіть різ ницю многочленів *3х2 -5ху* та *-ху+3у2*

Розв'язання

*3х2 -5ху– (-ху+3у2)= 3х2 -5ху+ху-3у2 =3х2 -4ху- 3у2.*

1. **Алгоритм множення одночлена на многочлен**
2. Помножте одночлен на кожний член многочлена.
3. Додайте одержані добутки.
4. Виконайте зведення подібних доданків.

 **Приклад.**  *3ху(8х-у)=3ху·8х – 3ху·у = 24х2у-3ху2.*

1. **Алгоритм множення многочлена на многочлен**
2. Помножте кожний член першого многочлена на кожний член другого многочлена.
3. Додайте одержані добутки.
4. Виконайте зведення подібних доданків.

 **Приклад.**

*(2т-3)·(т2-7т+2)=2т·т2-2т·7т+2т·2-3·т2-3·(-7т)-3·2=2т3-14т2+4т-3т2+21т-6 = =2т3-17т2+25т-6.*

1. **Формули скороченого множення**
* **Різниця квадратів двох виразів  *a2-b2=(a-b)(a+b)***

 **Приклад**

*а*) *(х+а)(х-а) = х2-а2;*

*б) (2-т)(2+т)= 4-т2.*

* **Квадрат двочлена** ( квадрат суми двох виразів) ***(а+b)2= a2+2ab+b2***

 **Приклад**

а) *(2a+1)2=(2a+1)(2a+1)=2a·2a+2a·1+1·2a+1·1=4a2+2a+2a+1=4a2+4a+1;*

*б) (-2p-2q)2= (-2p)2+(-2p)(-2q)·2+(-2q)2=4p4+8p2+4q4*

* ***Квадрат двочлена*** *( квадрат різниці двох виразів)* ***(а-b)2= a2-2ab+b2***

**Приклад**

а) *(2а-5х)2= (2а)2-2а·5х·2+(5х)2=2а2-20ах+25х2;*

*б) (-0,2а+0,5р2)2=(-0,2а)2+(-0,2а)·0,5р2·2+(0,5р2)2=0,04а2-0,2ар2+0,25р4.*

* **Куб двочлена** ( куб суми двох виразів)

***(а+b)3=(a+b)(a+b)(a+b)=(a+b)(a+b)2=(a+b)( a2+2ab+b2)=a3+3a2b+3ab2+b3.***

**Приклад**

*(2х+3у)3= (2х)3+3(2х)2·3у+3·2х·(3у)2+(3у)3=8х3+36х2у+54ху2+27у3.*

* **Куб двочлена** ( куб різниці двох виразів)

***(а-b)3=(a-b)(a-b)(a-b)=(a-b)(a-b)2=(a-b)( a2-2ab+b2)=a3-3a2b+3ab2-b3.***

**Приклад**

*(2а-3с)3= (2а)3-3(2а)2·3с+3·2а·(3у)2-(3с)3=8а3-36а2с+54ас2-27с3.*

* **Різниця кубів двох виразів**

***а3 – b3= (a-b)(a2+ab+b2)***

**Приклади**

*а)с3-64х3=с3-(4х)3 =(с-4х)(с2+4сх+14х2);*

*б) (у-2)(у2+2у+4) = у3-8.*

* **Сума кубів двох виразів**

***а3 + b3= (a+b)(a2-ab+b2)***

**Приклади**

*а)27+a3 b3=33+(ab)3= (3+ab)(9-3аb+b2 а2);*

*б)(3x-y)(9x2+3xy+y2)=27x3-y3.*

***Розділ ІІІ. Розкладання многочленів на множники***

***Основні вимоги до математичної підготовки***

Учні повинні:

* **мати уявлення про**
* розкладання многочленів на множники
* **знати**
* формули скороченого множення:

 *(a-b)(a+b) = a2 – b2;*

 *(a+b)2 = a2+2ab+b2;*

 *(a-b)2 = a2-2ab+b2;*

 *(a-b)( a2+ab+b2) = a3- b3;*

 *(a+b)( a2-ab+b2) = a3+b3;*

* **уміти**
* розкладати многочлен на множники різними способами.
1. **Алгоритм розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки**
2. Виділяємо спільний множник.
3. Застосовуємо розподільний закон.
4. Записуємо відповідь.

**Приклади**

*а) 9х2у-9ху=9х·ху-9ху=9ху(х-1);*

*б) 3(а+с)+(а+с)2=3(а+с)+(а+с)(а+с)=(а+с)(3+а+с).*

1. **Алгоритм розкладання многочленів на множники способом групування**
2. Об'єднуємо члени многочлена в такі групи, які мають спільний множник.
3. Виносимо спільний множник за дужки в кожній групі.
4. Виносимо за дужки спільний множник виразу.

**Приклади**

*а)10х2+10ху+5х+5у = (10х2+10ху)+(5х+5у) =10х(х+у)+5(х+у)= (х+у)(10х+5) = =5(х+у)(2х+1);*

*б) х2-ху-4х+4у= (х2-ху)-(4х-4у)=х(х-у)-4(х-у)=(х-у)(х-4).*

1. **Алгоритм розкладання многочленів на множники кількома способами**

**1.**Винести спільний множник, якщо він є, за дужки.

**2.** Зробити спробу застосування формули скороченого множення.

**3.** Застосувати спосіб групування, якщо попередні способи не дали результату.

**Приклади**

*а) 12а5b+24a4b+12a3b=12a3b(a2+2a+1)= 12a3b(a+1)(a+1)/*

*б)x2+2xy+y2-m2-2mn-n2= (x2+2xy+y)2-(m2+2mn+n2)=(x+y)2-(m+n)2=*

*=(x+y+m+n)(x+y-m--n).*

***Розділ ІV. Системи лінійних рівнянь***

***Основні вимоги до математичної підготовки***

Учні повинні:

* **мати уявлення про**
* рівняння з двома змінними;
* лінійне рівняння з двома змінними та його графік;
* розв'язок рівняння з двома змінними;
* систему двох лінійних рівнянь з двома змінними
* **знати**
* зміст вимоги «розв’язати систему двох лінійних рівнянь з двома змінними»;
* що графіком лінійного рівняння з двома змінними є пряма;
* алгоритм розв'язання системи двох лінійних рівнянь з двома змінними графічно, способом додавання та підстановки.
* **уміти**
* розпізнавати рівняння з двома змінними серед інших рівнянь;
* перевіряти, чи є дана пара чисел розв'язком рівняння з двома змінними;
* розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома змінними графічно, способом додавання та підстановки;
* розв'язувати нескладні текстові задачі за допомогою системи двох лінійних рівнянь з двома змінними.
1. **Алгоритм побудови графіка лінійного рівняння з двома змінними**
2. Знайдіть значення *у*, якщо *х*=0.
3. Знайдіть значення *х*, якщо *у*=0.
4. Зобразіть на координатній площині точки А(0;*у*) і В(*х;0)*.
5. Проведіть пряму через дві точки.

**Приклад.** Побудувати графік рівняння *2х+у=6.*

Розв'язання:

 При *х=0, у=6, А(0;6)*

 При *у=0, х=3, В(3;0)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | **у** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **А** | **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **1** |  |  |  | **В** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | **3** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 0 |  | 1 |  |  |  |  |  |  | **х** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. **Алгоритм розв'язування системи лінійного рівняння з двома змінними способом підстановки**
2. Виразіть в одному з рівнянь одну змінну через іншу.
3. Підставте її значення в друге рівняння.
4. Розв'яжіть рівняння з однією змінною.
5. Знайдіть значення другої змінної.
6. Запишіть відповідь.

**Приклад**

$\left\{\begin{array}{c}2х+у=11,\\5х-2у=41;\end{array}\right.$$\left\{\begin{array}{c}у=11-2х,\\5х-2\left(11-2х\right)=41;\end{array}\right.$$\left\{\begin{array}{c}у=11-2х,\\5х-22+4х=41;\end{array}\right.$$\left\{\begin{array}{c}у=11-2х,\\9х=63;\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{c}у=11-2х,\\х=7;\end{array}\right.$$\left\{\begin{array}{c}у=11-2∙7\\х=7;\end{array}\right.$$\left\{\begin{array}{c}у=-3,\\х=7.\end{array}\right.$

**Відповідь: (7;-3)**

1. **Алгоритм розв'язування системи лінійного рівняння з двома змінними способом алгебраїчного додавання**
2. Зрівняйте коефіцієнт при змінній *х* або *у* так, щоб вони стали протилежними числами.
3. Складіть почленно ліві та праві частини одержаних рівнянь.
4. Розв'яжіть рівняння з однією змінною.
5. Знайдене значення змінної підставте в будь-яке рівняння системи.
6. Знайдіть значення другої змінної.
7. Запишіть відповідь.

**Приклади**

1. $\left\{\begin{array}{c}5х+у=7,\\3х-у=9;\end{array}\right.$ +

5х+3х+у-у=7+9,

8х=16,

х=2.

5·2+у=7,

10+у=7,

у=-3.

**Відповідь: (2;-3)**

1. $\left\{\begin{array}{c}3х-2у=1, \\9х-3у=-18.\end{array}\right.$

Помножимо ліву і праву частини першого рівняння на -3 і отримаємо:

$\left\{\begin{array}{c}-9х+6у=-3,\\9х-3у=-18;\end{array}\right.$ +

 -9х+9х+6у-3у=-3-18,

 3у=-21,

 у=-7.

 3х-2·(-7)=1,

 3х+14=1,

 3х=-13,

 х= -4$\frac{1}{3}$.

**Відповідь: ( -4**$\frac{1}{3}$**; -7).**

1. **Алгоритм розв'язування задач складанням системи рівнянь**
2. Позначити невідомі величини буквами.
3. За умовою задачі скласти два рівняння.
4. Записати та розв'язати систему цих рівнянь.
5. Перевірити, чи задовольняє розв'язок системи рівнянь умову задачі.
6. Записати відповідь.

**Приклад**

Знайти два числа, сума яких дорівнює 146, а різниця – 28.

**Розв'язання:**

Нехай одне число буде ***х****,* друге –***у*.**

*х+у=146 –* сума, *х-у=28 –* різниця

$\left\{\begin{array}{c}х+у=146,\\х-у=28;\end{array}\right.$ +

х+х+у-у=146+28,

2х=174,

х=87.

87+у=146,

у=146-87.

у=59.

**Відповідь: 87 і 59.**