# Modelado de un componente magnético integrado con estructura tipo EE y tres entrehierros (E3E)

A. Rodríguez-Lorente, A. Barrado, G. Spiazzi, P. Mattavelli, J. López López, A. Lázaro

Resumen— Aunque las técnicas de modelado de componentes magnéticos son ampliamente conocidas, no existe una convención aceptada de manera unívoca sobre cuál utilizar en cada aplicación concreta. Sin embargo, el resultado de utilizar una u otra aproximación de modelado repercute enormemente en la precisión de los resultados respecto al valor real, lo que puede conducir a soluciones erróneas, especialmente notorias en los componentes magnéticos integrados, CMI. En este artículo, se describe un CMI basado en una estructura tipo EE con tres entrehierros, denominado E3E, para el que se analizan diversas alternativas de modelado con creciente grado de complejidad. Adicionalmente, se propone una ecuación basada en los resultados de simulación de la estructura E3E, obtenidos mediante un análisis de elementos finitos (FEA), para modelar la reluctancia de ventana, especialmente importante en la estimación del acoplamiento. Por último, se estudia el error que se comete por utilizar una u otra alternativa en el modelado del componente E3E, comparando los resultados analíticos con la medida obtenida para varios montajes.

Palabras clave— Efecto Borde, Magnetismo integrado, Modelo de reluctancias, reluctancia de ventana.

#### I. INTRODUCCION

Los componentes magnéticos integrados, CMI, incrementan la densidad de potencia y reducen el coste en los sistemas que los incorporan, respecto a la alternativa de utilizar componentes discretos. Por ello, son frecuentemente empleados en aplicaciones como la conversión de potencia CC-CC multifase [1]–[5] y los filtros EMI [6], [7]. Sin embargo, el diseño de los CMI es complejo, y el modelado elegido debe depender de la precisión que requiera la aplicación final.

Si bien es cierto que el análisis por elementos finitos (FEA) en 2D y 3D es muy preciso a la hora de identificar y calcular el valor del campo magnético en las zonas de interés, su uso en el modelado de los CMI presenta un alto coste computacional y dificulta la búsqueda de un valor óptimo de diseño [8].

Los modelos de reluctancias permiten un cálculo rápido y directo con una precisión razonable, por lo que son un recurso utilizado en muchas soluciones [9], [10]. Sin embargo, para su formulación, no existe una convención formal en el número de reluctancias suficientes en el diseño de un CMI. En las aproximaciones clásicas al problema [7], el modelo se plantea únicamente a través de las reluctancias de entrehierro; en [4], [7] y [8] se utilizan para el modelado las reluctancias de los

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España y la Agencia Estatal de Investigación (AEI), a través de los proyectos de investigación CONEXPOT (DPI2017-84572-C2-2-R) y EPIIOT (DPI2017-88062-R).

entrehierros y del material ferromagnético del núcleo; en [1] y [2] además de las anteriores se incluyen las reluctancias que caracterizan el flujo de dispersión, o reluctancias de ventana. La validez de una u otra aproximación estriba en cuál sea la precisión necesaria para la aplicación final.

Tampoco se encuentran establecidas unívocamente en la literatura las ecuaciones a utilizar para el cálculo de las citadas reluctancias de entrehierro y de ventana [1], [2], [9]. Conocer el impacto de utilizar una u otra aproximación es especialmente importante en la estimación de las inductancias en los CMI, ya que pueden afectan gravemente al acoplamiento estimado.

En este artículo, en la Sección II, se presenta el componente denominado E3E como ejemplo de estructura habitual en la construcción de un CMI, junto a las bases de la teoría sobre la que se asientan los modelos de reluctancias. Una vez definido el componente estudiado, en la Sección III se proponen diferentes modelos de reluctancias de alto nivel, con creciente grado de complejidad. En la Sección IV, se definen varias ecuaciones para modelar las reluctancias de espacio abierto y adicionalmente se propone una nueva ecuación de modelado de la reluctancia de ventana, basada en el análisis FEA sobre la estructura estudiada. También en la Sección IV, se analiza el impacto de utilizar los diferentes modelos y las alternativas de modelado de las reluctancias de espacio abierto en el error obtenido respecto a la medida real de un componente E3E. Una vez escogido el modelo y las aproximaciones de reluctancias de espacio abierto que alcanzan mayor precisión, en la Sección V se compara el error modelo-medida en varios ejemplos reales del componente E3E. Por último, en la Sección VI, se resumen las conclusiones del estudio presentado.

## II. COMPONENTE MAGNÉTICO INTEGRADO E3E

Las estructuras tipo EE son una alternativa muy utilizada en la construcción de CMI por ser una opción económicamente viable, construida con componentes comerciales, y de relativamente sencilla realización práctica.

La estructura del CMI E3E se muestra en la Fig. 1 (a). En el componente E3E, el núcleo está compuesto por dos seminúcleos tipo E separados por tres entrehierros distribuidos entre las tres columnas. Los entrehierros laterales,  $l_{\rm ext}$ , son iguales entre ellos, menores o iguales que el entrehierro de la columna central,  $l_{\rm c}$ . La peculiaridad de tener dos valores diferentes de entrehierro permite un grado de libertad adicional en el diseño.

Los devanados, con igual número de vueltas, N, se colocan en las columnas externas, creando un flujo magnético por la columna central,  $\phi_c$ , además del flujo común,  $\phi_{\mu}$ .

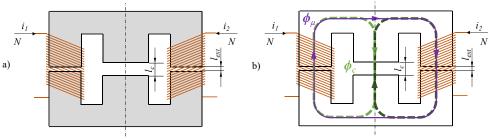


Fig. 1 (a) Estructura del componente magnético integrado (CMI) E3E; (b) Visualización de los flujos magnéticos en el CMI E3E

Los caminos principales de flujo magnético en el componente E3E se muestra en la Fig. 1 (b).

La estructura descrita permite compactar los tres componentes discretos representados a la izquierda de la igualdad en la Fig. 2, de valor  $L_1$ ,  $L_2$  (del mismo valor que  $L_1$ ) y  $L_\mu$  en un único componente integrado.

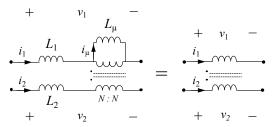


Fig. 2 Composición del componente E3E

En (1) se define la ecuación de la tensión  $v_1$  sobre el primario del CMI en la Fig. 2. La corriente  $i_{\mu}$  por la inductancia magnetizante se relaciona con  $i_1$  e  $i_2$  según (2) de acuerdo al criterio de signos establecido, donde  $i_2$ ' corresponde a la corriente  $i_2$  referida al primario según la relación entre devanados, N: N.

$$v_1(t) = L_1 \cdot di_1(t)/dt + L_{11} \cdot di_{11}(t)/dt \tag{1}$$

$$i_{\mu}(t) = i_1(t) + i'_2(t)$$
 (2)

Por tanto, (1) se puede reescribir como (3).

$$v_1(t) = (L_1 + L_{\parallel}) \cdot di_1(t) / dt + L_{\parallel} \cdot di_2'(t) / dt$$
 (3)

# III. MODELOS DE RELUCTANCIAS (ALTO NIVEL)

## A. Equivalencia entre circuitos magnéticos y eléctricos

La ley de Ampère establece que la fuerza magneto-motriz, f.m.m., es igual a la variación temporal del campo magnético, H a lo largo del camino magnético, l. A su vez, H se relaciona con la densidad de flujo magnético, a través de la permeabilidad magnética relativa,  $\mu$ . La densidad de flujo magnético, B es la cantidad de flujo magnético,  $\Phi$ , por área, A.

La ecuación (4) resume los conceptos mencionados [10].

$$f.m.m. = Ni(t) = H \cdot l = (\mathbf{B}/\mu) \cdot l = [(\mathbf{\phi}/A)/\mu] \cdot l$$
 (4)

Establecida (4), ésta se puede reescribir como (5) donde *R* se define como la reluctancia del camino magnético. La similitud de esta ecuación con la ley de Ohm permite establecer una analogía entre circuitos eléctricos y magnéticos, y estudiar el comportamiento de estos últimos con teoría básica de circuitos.

$$Ni = \phi \cdot [l/(A \cdot \mu)] = \phi R \tag{5}$$

## B. Modelado del circuito magnético del CMI E3E

En vista de la analogía entre circuitos eléctricos y magnéticos es posible la resolución de los segundos a partir de modelos de reluctancias. El modelado con redes de reluctancias es un recurso habitual ya que permite resolver de manera simple y directa circuitos magnéticos [9], [10].

En este apartado, se presentan varios modelos de reluctancias del componente E3E con una cantidad creciente de elementos, a fin de poder cuantificar el impacto de cada uno de ellos en la precisión del modelo frente al valor medido.

El modelo más sencillo del componente E3E, denominado *Modelo 1*, Fig. 3 (a), considera solo las reluctancias del entrehierro,  $R_{\rm ext}$  y  $R_{\rm c}$  (en color naranja), por ser su valor mucho mayor que el del resto de reluctancias [7], [10]. Las expresiones (6) y (7) definen las ecuaciones de malla del *Modelo 1*.

$$N\mathbf{i}_1 = \boldsymbol{\phi}_1 R_{ext} + (\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_2) R_c \tag{6}$$

$$N\mathbf{i}_2' = (\boldsymbol{\phi}_2 - \boldsymbol{\phi}_1)R_c + \boldsymbol{\phi}_2 R_{ext} \tag{7}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior para  $\phi_1$ , se obtiene (8).

$$\phi_1 = N i_1 \frac{R_{ext} + R_c}{R_{ext} (2R_c + R_{ext})} + N i_2' \frac{R_c}{R_{ext} (2R_c + R_{ext})}$$
(8)

Por último, según la ley de Faraday-Lenz que establece (9), la ecuación (8) se puede reescribir como (10).

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} = N \cdot d\phi/dt \tag{9}$$

$$v_1(t) = \frac{N^2(R_{ext} + R_c)}{R_{ext}(2R_c + R_{ext})} \frac{d\mathbf{i}_1}{dt} + \frac{N^2R_c}{R_{ext}(2R_c + R_{ext})} \frac{d\mathbf{i}_2'}{dt} (10)$$

A partir de (10) se pueden identificar fácilmente las inductancias  $L_1$  y  $L_\mu$ , por analogía con (3), expresadas en (11) y (12).

$$L_1 = N^2/(2R_c + R_{ext}) (11)$$

$$L_{\parallel} = N^2 R_c / R_{ext} \left( 2R_c + R_{ext} \right) \tag{12}$$

Este artículo focaliza el desarrollo teórico únicamente en el devanado primario ya que la simetría del CMI E3E permite su extrapolación directa al secundario.

El *Modelo 2*, Fig. 3 (b), contempla las reluctancias del material ferromagnético de las secciones vertical y horizontal del CMI E3E, además de las reluctancias en los entrehierros.

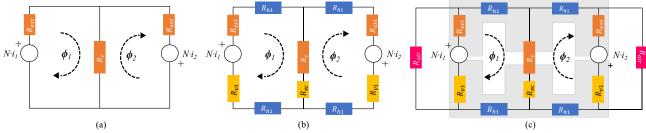


Fig. 3 Modelos de reluctancias considerados en la comparativa: (a) Modelo 1, (b) Modelo 2 y (c) Modelo 3

 $R_{v1}$  y  $R_{vc}$  (en amarillo) definen la reluctancia del material del núcleo en las columnas verticales;  $R_{h1}$  (azul), la de los tramos horizontales. Resolviendo el circuito del *Modelo 2* con el mismo procedimiento que se ha descrito para el *Modelo 1*, las ecuaciones de  $L_1$  y  $L_u$  se expresan como (12) y (13).

$$L_1 = N^2/(2R_c + 2R_{h1} + R_{v1} + R_{ext} + 2R_{vc})$$
 (12)  
$$L_{\mu} = N^2(R_c + R_{vc}) .$$

$$\cdot \frac{1}{(2R_c + 2R_{h1} + R_{v1} + R_{ext} + 2R_{vc})(R_{ext} + 2R_{h1} + R_{v1})}$$
 (13)

El último modelo que se considera se muestra en la Fig. 3 (c). El *Modelo 3*, incorpora todos los elementos de los modelos anteriores y añade las reluctancias de ventana, denominadas  $R_{\rm air}$  (en color rosa). La reluctancia  $R_{\rm air}$  caracteriza las líneas de flujo que no se cierran sobre el material del núcleo, reduciendo la reluctancia total y afectando al acoplamiento entre los devanados. Resolviendo el circuito del *Modelo 3* las ecuaciones de  $L_1$  y  $L_{\rm u}$  quedan expresadas en (14) y (15).

$$\begin{split} L_1 &= N^2 (2R_c + 2R_{h1} + R_{air} + 2R_{vc}) / den_{L1,M3} & \text{(14 a)} \\ den_{L1,M3} &= & 2R_c R_{ext} + 2R_{ext} R_{h1} + 2R_c R_{air} + R_{ext} R_{air} \\ &+ 2R_{h1} R_{air} + 2R_c R_{v1} + 2R_{ext} R_{vc} + 2R_{h1} R_{v1} \\ &+ R_{air} R_{v1} + 2R_{air} R_{vc} \\ &+ 2R_{v1} R_{vc} & \text{(14 b)} \end{split}$$

$$L_{\rm u} = N^2 R_{air}^2 (R_c + R_{vc}) / den_{LuM3}$$
 (15 a)

$$den_{L\mu,M3} = den_{L1,M3} (2R_{ext}R_{h1} + R_{ext}R_{air} + 2R_{h1}R_{air} + 2R_{h1}R_{v1} + R_{air}R_{v1})$$
(15 b)

# IV. ECUACIONES DE LAS RELUCTANCIAS (BAJO NIVEL)

En la Fig. 4 se definen las longitudes que participan en el cálculo de bajo nivel de las reluctancias en cada modelo.

# A. Reluctancias de núcleo

Para el cálculo de las reluctancias asociadas al núcleo,  $R_{\rm h1}$ ,  $R_{\rm vc}$  y  $R_{\rm v1}$  es razonable utilizar la ecuación clásica y más sencilla de la reluctancia, ya que su contribución es pequeña en el valor final [9].  $R_{\rm h1}$ ,  $R_{\rm vc}$  y  $R_{\rm v1}$  se definen según las ecuaciones (16), (17) y (18) respectivamente.

$$R_{h1} = l_{h1} / [(l_{v1,semi} - d_{ext})h \cdot \mu]$$
 (16)

$$R_{vc} = 2[l_{v1,semi} - (d_{ext} - d_c)]/(b \cdot h \cdot \mu)$$
 (17)

$$R_{v1} = 2l_{v1.semi}/(a \cdot h \cdot \mu) \tag{18}$$

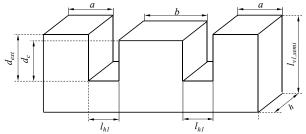


Fig. 4 Distancias acotadas de un semi-núcleo E

#### B. Reluctancias de espacio libre

Las reluctancias de espacio libre presentan más dificultad en su modelado, ya que la curvatura de las líneas de flujo, así como los efectos cruzados entre ellas son difíciles de calcular y varían con la construcción del componente.

Reluctancias de entrehierro: Rext y Rc

Las reluctancias de entrehierro,  $R_{\rm ext}$  y  $R_{\rm c}$ , tienen el mayor peso en el valor final de las inductancias, por lo que aparecen en todos los modelos.

La aproximación *ideal*, asume que la densidad de flujo es homogénea en el entrehierro y que no existe "efecto de borde". Bajo esta asunción,  $R_{\text{ext}}$  y  $R_{\text{c}}$  se definen según (19) y (20) [10].

$$R_{ext.ideal} = l_{ext}/(a \cdot h \cdot \mu_0) \tag{19}$$

$$R_{C,ideal} = l_C/(b \cdot h \cdot \mu_0) \tag{20}$$

El "efecto de borde" aparece cuando las líneas de flujo que escapan de un semi-núcleo se expanden antes de volver a contenerse en el siguiente semi-núcleo [11]. Esta expansión crea un área equivalente mayor que reduce el valor de las reluctancias en el entrehierro y que, por tanto, supone un aumento en el valor de las inductancias integradas.

Para tener en cuenta este efecto, tradicionalmente se admite un incremento del 10% del área original [9]–[11]. Otras aproximaciones modifican el área con la longitud del entrehierro, basándose en la observación de análisis FEA [9]. [2] basa su solución en la conformada de Schwarz-Chirstoffel. Según este método, es posible calcular la reluctancia de entrehierro entre superficies con la misma geometría, utilizando una analogía capacidad-reluctancia. Esta solución consigue un alto grado de precisión sin tener en cuenta el carácter tridimensional de las líneas de flujo en el entrehierro. Con la aproximación denominada en este estudio *Schwarz-Christoffel 2D*, se obtienen para  $R_{\rm ext}$  y  $R_{\rm c}$  las ecuaciones (21) y (22).

$$R_{ext,SC\ 2D} = \frac{1}{h \cdot \mu_0 \left(\frac{a}{l_{ext}} + \frac{2(ln(\pi d_{ext}/2l_{ext}) + 1)}{\pi}\right)}$$
(21)

$$R_{C,SC\ 2D} = \frac{1}{h \cdot \mu_0 \left(\frac{b}{l_{ext}} + \frac{2(\ln(\pi d_C/2l_C) + 1)}{\pi}\right)}$$
(22)

[9] añade un factor adicional,  $\sigma = \sigma_x \cdot \sigma_y$ , para corregir la aproximación anterior y considerar la tercera dimensión en estructuras tipo EE y EI. La aproximación en [9] se denomina Schwarz-Christoffel 3D en este estudio. Para utilizar la aproximación Schwarz-Christoffel 3D hay que calcular  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  para  $R_{\rm ext}$  y para  $R_{\rm c}$  de manera independiente, siguiendo el proceso descrito en [9], de manera que se obtengan (23) y (24).

$$R_{ext,SC\ 3D} = \sigma_{ext} \cdot R_{ext,ideal} \tag{23}$$

$$R_{c,SC\ 3D} = \sigma_c \cdot R_{c,ideal} \tag{24}$$

Para la comparativa, se considerarán las aproximaciones: ideal, Schwarz-Christoffel 2D y Schwarz-Christoffel 3D.

## Reluctancia de ventana: Rair

De acuerdo a [9], despreciar  $R_{\rm air}$  no tiene gran impacto en el cálculo del valor total de la inductancia. Sin embargo, en los CMI es importante considerarla, ya que puede comprometer el acoplamiento objetivo entre devanados.

Para el cálculo de  $R_{\rm air}$ , tampoco existe una única aproximación en la literatura. En [2], se calcula con dos regiones en torno a las columnas externas. En [1] son cinco las regiones consideradas en el cálculo de  $R_{\rm air}$ : parte frontal y posterior,  $R_{\rm top}$  y  $R_{\rm bottom}$ , lateral,  $R_{\rm front}$  y dos "gajos",  $R_{\rm comer}$ , completando una semiesfera alrededor de las columnas externas, donde todas las reluctancias parciales que integran  $R_{\rm air}$  están en paralelo, Fig. 5. La aproximación [1] se denomina  $R_{\rm air}$ , 5elem., en este estudio. Las reluctancias parciales en (25) se obtienen evaluando el CMI E3E de acuerdo [1].

$$R_{air.5 elem} = R_{top} / R_{bottom} / R_{front} / (R_{corner} / 2)$$
 (25)

Para completar el estudio, se propone una nueva aproximación para el cálculo de la reluctancia  $R_{\rm air}$  (en adelante  $R_{\rm air, prop}$ ) basada en la simulación FEA de la estructura E3E, Fig. 6.  $R_{\rm air, prop}$  se define según (26).

$$R_{air,prop} = l_{prop}/(A_{prop} \cdot \mu_0)$$
 (26)

La Fig. 6 (a) muestra la vista de alzado del CMI E3E, donde se ha destacado, en negro, el camino magnético propuesto,  $l_{\rm prop}$ ,  $l_{\rm prop}$ , se define en (27 a) y (27 b), como la media geométrica entre  $l_{\rm min}$  y  $l_{\rm max}$ , los cuales también se señalan en la Fig. 6 (a). Se utiliza la media geométrica por ser menos sensible a valores extremos.

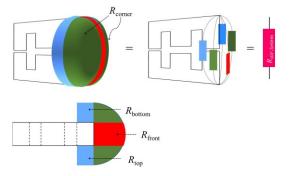


Fig. 5 Vistas de la conformación de Rair según [1]

$$l_{prop} = \sqrt{l_{min} \cdot l_{max}} \tag{27 a}$$

$$l_{min} = 2d_{ext} + l_{ext};$$
  $l_{max} = \pi(d_{ext} + l_{ext}/2)$  (27 b)

En (28 a) se define una aproximación simple del cálculo del área de interés,  $A_{\rm m}$ , como la media aritmética entre los valores  $A_{\rm min}$  y  $A_{\rm max}$  (28 b), Fig. 6 (b). Esta asunción considera  $\bf \it B$  uniforme dentro del área de interés e igual a  $\bf \it B_{\rm max}$ .

$$A_m = (A_{min} + A_{max})/2 = \phi_1/B_{max}$$
 (28 a)

$$A_{min} = a \cdot h;$$
  $A_{max} = \pi (a/2 + l_{h1} + b/2)^2$  (28 b)

Sin embargo, en la Fig. 6 (b), puede verse que  $\boldsymbol{B}$  no es uniforme, y que varía desde  $\boldsymbol{B}_{\text{max}}$  en  $A_{\text{min}}$ , hasta ser prácticamente cero, en  $A_{\text{max}}$ .

En este estudio, se corrige la no-uniformidad de  $\boldsymbol{B}$  partiendo de la consideración de que su valor decae linealmente en el eje X y se puede asemejar a un triángulo de altura  $\boldsymbol{B}_{\text{max}}$  (parte inferior en la Fig. 6 (b)). Esta distribución es equivalente a una distribución uniforme de densidad de flujo,  $\boldsymbol{B}_{\text{unif}}$ , de valor  $\boldsymbol{B}_{\text{max}}/2$ .

Bajo esta corrección, el valor  $A_{prop}$  en (26), se obtiene de (29).

$$A_{prop} = \phi_1/B_{unif} = \phi_1/(B_{max}/2) = 2\phi_1/B_{max} = 2A_m$$
 (29)

En el estudio comparativo, se considerarán para  $R_{\rm air}$  las aproximaciones  $R_{{\rm air},5~elem.}$  por considerarla la más completa de la literatura, y la propuesta,  $R_{{\rm air},{\rm prop.}}$ 

#### V. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS

En este apartado, se compara la precisión de los modelos definidos en la Sección III, evaluados para las distintas variaciones de las reluctancias de espacio libre definidas en la Sección IV A y B.

La comparativa se realiza para los datos de la TABLA I. En la TABLA II se dan las medidas de los parámetros de la Fig. 4 para los núcleos utilizados.

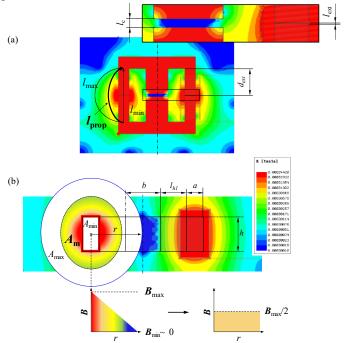


Fig. 6 Distribución de **B** (T) en el componente E3E: (a) Alzado, (b) Planta

TABLA I. DATOS DE LOS EXPERIMENTOS

Experimento	1	2	3	4
N	26	26	48	25
l <sub>ext</sub> (mm)	1	1	1	0,72
$l_{\mathbb{C}}$ (mm)	<i>l</i> <sub>C</sub> (mm) 1,95		2,95	0,72
Núcleo		E 32/16/9		E 47/20/16

TABLA II. DIMENSIONES DE LOS NÚCLEOS E

Núcleo	а	b	h	$l_{\mathrm{h}1}$	$d_{ext}$	$d_c$	l <sub>v1, semi</sub>
E32/16/9	4,51	9,40	9,40	6,92	11,5	$d_{ext}$ - $l_{ m C}$	16,4
E47/20/16	7,20	15,5	15,5	8,34	12,5	dext - lC	19,5

## A. Comparación entre modelos

En primer lugar, se quiere conocer el error de precisión cometido en cada modelo de la sección IV, con las ecuaciones de las reluctancias de espacio libre definidas en la sección V.

En la TABLA III se muestra el valor medido de las inductancias integradas en el componente E3E según los datos del *Experimento 1*, obtenidas con el analizador de impedancias (Hewlett Packard 4194a) para 50kHz. Junto a la medida de referencia, se muestran los valores de  $L_1$  ( $L_1 = L_2$ ) y  $L_\mu$ , y el error respecto a la medida real para cada combinación *Modelo* - aproximación  $R_C$  y  $R_{\rm ext}$  - aproximación  $R_{\rm air}$ .

Los valores de  $L_1$  y  $L_\mu$  resaltados en azul corresponden con el resultado de evaluar el  $Modelo\ I$  bajo la aproximación de  $R_C$  y  $R_{\rm ext}$  ideales, (17) y (18). En estas condiciones el valor de  $L_1$  se distancia alrededor de -55% respecto al real y el de  $L_\mu$ , alrededor de un -7%. El error cometido en este caso es inaceptable para estimar  $L_1$ . Que el error sea tan grande es debido principalmente a que este modelado no considera el "efecto de borde". Al incrementar la complejidad de la ecuación para  $R_C$  y  $R_{\rm ext}$ , el error en  $L_1$  se va corrigiendo, llegando a un -18,39% en el caso de utilizar la aproximación Schwarz- $Christoffel\ 3D$  [9]. Aunque el error en  $L_1$  se reduce, el error en  $L_\mu$  aumenta respecto al ideal deibido a que el cambio introducido en el  $R_C$  y  $R_{\rm ext}$  para representar el "efecto borde", afecta indirectamente a la ecuación de  $L_\mu$ , que también aumenta su valor si no se añade otro mecanismo que lo compense.

El identificativo NA para este mismo modelo en las columnas situadas a la derecha de la TABLA III, indica que no existe un resultado para el *Modelo 1* ni con  $R_{\text{air},5elems}$ , ni como  $R_{\text{air},prop}$  porque en el *Modelo 1* no aparecen reluctancias  $R_{\text{air}}$  (Fig. 3 (a)).

Los resultados del *Modelo 2* no se diferencian mucho de los del *Modelo 1* para ninguna aproximación, lo que valida la consideración habitual de despreciar el valor de las reluctancias de núcleo en favor de las de entrehierro. Sí se observa cierto decremento de la inductancia respecto al valor del *Modelo 1*, debido al aumento de la reluctancia total al incluir las reluctancias del núcleo en serie en el camino magnético.

Como cabía esperar, los resultados más precisos los proporciona el *Modelo 3* por ser el más completo. El *Modelo 3* incluye los efectos de las reluctancias de entrehierro, del material del núcleo y de ventana, éstos últimos especialmente relevantes para dar precisión a la estimación del acoplamiento entre los devanados del CMI E3E. En ambos casos se mantienen para las reluctancias de entrehierro las ecuaciones de la aproximación *Schwarz-Christoffel 3D* por dar la mayor precisión.

En todos los casos, en el *Modelo* 3, los errores para las dos aproximaciones de  $R_{\rm air}$  son menores del 20%, que es un valor de tolerancia habitual en los componentes magnéticos comerciales [12]. La aproximación propuesta,  $R_{\rm air, prop}$  consigue las mayores precisiones, con un error de 4,44% sobre  $L_{\mu}$  y un error de -0.88% sobre  $L_{\rm L}$ .

## B. Verificación del modelo seleccionado

Siendo mayor la precisión obtenida con el *Modelo 3*, en este apartado se compara el error de utilizar  $R_{\text{air,5elem}}$  [1] y la propuesta,  $R_{\text{air,prop}}$ , manteniendo la aproximación *Schwarz-Christoffel 3D* [9] en las reluctancias del entrehierro para diferentes configuraciones del componente estudiado. La comparación se realiza sobre el error cometido respecto a la medida de tres CMI E3E, construidos de acuerdo a los datos de la TABLA I para el *Experimento 2* al 4.

La TABLA IV recoge los valores estimados por los modelados escogidos, junto a las medidas reales de  $L_1$  y  $L_\mu$ . Bajo cada título se muestran los componentes E3E correspondientes a los experimentos.

TABLA III. COMPARATIVA ENTRE MODELOS PARA LOS DATOS DEL EXPERIMENTO 1

Medidas reales	$L_1 =$	28,1 μΗ					
	$L_{\mu}$ =	12,6 μΗ					
Modelos		Inductanci	a con R <sub>c</sub> y R <sub>ext</sub> según aprox. (	Inductancia con $R_{air}$ según aprox. ( $\mu$ H) (error %) (*)			
		ideal	Schwarz-Christoffel 2D	Schwarz-Christoffel 3D	R <sub>air,5 elem</sub>	$R_{air,  \mathrm{prop}}$	
Modelo 1	$L_1 =$	12,54 (-55,37)	$L_1 = 18,39 (-34,55)$	$L_1 = 22,99 (-18,18)$	NA	NA	
	$L_{\mu}$ =	11,73 (-6,9)	$L_{\mu} = 18,69 (48,33)$	$L_{\mu} = 16,38 (30)$	NA	NA	
Modelo 2	$L_1 =$	12,41 (-55,83)	$L_1 = 18,11 (-35,55)$	$L_1 = 22,55 (-19,75)$	NA	NA	
	$L_{\mu} =$	11,46 (-9,04)	$L_{\mu} = 18,03 (43,09)$	$L_{\mu} = 15,81 (25,47)$	NA	NA	
Modelo 3		NA	NA	NA	$L_1 = 25,82 (-8,11)$	$L_1 = 27,85 (-0,88)$	
		NA	NA	NA	$L_{\mu} = 14,18 (12,5)$	$L_{\mu} = 13,16 (4,44)$	

<sup>(\*)</sup> Rext y Rc según la aproximación Schwarz-Christoffel 3D

TABLA IV. COMPARATIVA ENTRE MONTAJES E3E DEL MODELO 3 CON Re y Rext SEGÚN [9] Y DIFERENTE Rair

	Experimento 2		Experimento 3			Experimento 4			
Montajes									
Inductancia	Medida	con R <sub>air, 5 elem</sub> (*)	con $R_{air, prop}$ (*)	Medida	con Rair, 5 elem (*)	con $R_{air, prop}$ (*)	Medida	con Rair, 5 elem (*)	con $R_{air, prop}$ (*)
<i>L</i> <sub>1</sub> (μH) (error %)	26,5	23,39 (-11,74)	25,73 (-2,91)	90	79,73 (-11,41)	87,71 (-2,54)	83,8	79,88 (-4,68)	83,7 (-0,12)
L <sub>μ</sub> (μΗ) (error %)	13,3	15,2 (14,29)	14,03 (5,49)	46,4	51,88 (11,81)	47,82 (3,06)	29,9	33,55 (12,21)	31,63 (5,79)

<sup>(\*)</sup> Rext y Rc según la aproximación Schwarz-Christoffel 3D

Sobre la inductancia  $L_1$  ( $L_1 = L_2$ ), el error máximo, -11,74% corresponde a la alternativa con  $R_{\text{air},5elem}$  en el *Experimento* 2. En el mismo experimento, con la alternativa propuesta se obtiene un error de -2,91%, 4 veces menor. El error mínimo, de -0,12%, se obtiene en el *Experimento 4* también con  $R_{\text{air},prop}$ .

Una buena estimación de la inductancia  $L_{\mu}$  proviene de un buen conocimiento sobre el comportamiento del flujo de dispersión tanto controlado,  $\phi_{\rm C}$  (Fig. 1 (b)), como de ventana en el CMI. Lamentablemente, este último el más difícil de estimar por medios analíticos, por lo que los errores sobre la estimación de  $L_{\mu}$  son mayores que en el caso de  $L_{\rm 1}$ . El error máximo en  $L_{\mu}$ , 12,46%, se ha cometido bajo la alternativa de  $R_{\rm air,5elem}$  en el Experimento 1, siendo el resto de errores con la misma alternativa muy parecidos. El error mínimo, de 3,06%, se obtiene con la alternativa propuesta, en el Experimento 3. El error más pequeño en ambas alternativas se produce en los experimentos 2 y 3, que tienen mayor ratio  $l_{\rm C}/l_{\rm ext}$ . Una mayor relación entre  $l_{\rm C}$  y  $l_{\rm ext}$ , implica menor dispersión de  $\phi_{\rm C}$ .

En todos los casos, el modelado propuesto corrige en gran medida el error de  $L_{\mu}$ , al considerar para el área la región completa alrededor de las columnas, y corrigiendo la nouniformidad de  $\bf{\it B}$  duplicando el área de esta región.

#### VI. CONCLUSIONES

Un modelado adecuado es clave para evitar errores en el diseño de los componentes magnéticos integrados, que pueden suponer varias iteraciones en la construcción del componente hasta alcanzar la precisión necesaria.

En este artículo, se modela el componente magnético integrado denominado E3E a través de redes de reluctancias con diferentes grados de complejidad. El objetivo es analizar el impacto del modelado en el error cometido cuando se comparan los resultados analíticos con las medidas experimentales de las inductancias integradas en el componente E3E:  $L_1$ ,  $L_2$  (igual a  $L_1$ ) y  $L_\mu$ .

En el análisis, se han estudiado tres modelos de reluctancias diferentes, a su vez con diferentes descripciones para las reluctancias que modelan los entrehierros y las líneas de flujo de dispersión en las ventanas. Para completar el estudio, se propone una ecuación alternativa de modelado de la reluctancia de ventana, basada de en la observación de simulaciones FEA.

Los resultados demuestran que el error cometido con el modelado más simple en la aproximación *ideal*, es inaceptable para modelar el componente descrito. El error se corrige en gran medida conforme se consideran modelos más completos, especialmente tras la consideración del "efecto borde" 3D bajo la aproximación en [9]. La inclusión de la reluctancia de ventana en el *Modelo 3* termina el ajuste de los valores  $L_1$  y  $L_\mu$ , obteniéndose para la ecuación propuesta,  $R_{\rm air, prop}$ , una reducción significativa del error máximo respecto su principal competidora [1], de 11,74% a 2,91% en  $L_1$ , y de 12,21% a 5,79% en  $L_\mu$ .

## REFERENCIAS

- [1] Y. Yugang, Y. Dong, and F. C. Lee, "A new coupled inductors design in 2-phase interleaving VRM," 2009 IEEE 6th Int. Power Electron. Motion Control Conf. IPEMC '09, vol. 3, no. 2, pp. 344–350, 2009.
- [2] Y. Yang, J. Ma, C. N. M. Ho, and Y. Zou, "A New Coupled-Inductor Structure for Interleaving Bidirectional DC-DC Converters," *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.*, vol. 3, no. 3, pp. 841–849, 2015.
- [3] D. Ebisumoto *et al.*, "Design of a four-phase interleaved boost circuit with closed-coupled inductors," *ECCE 2016 IEEE Energy Convers. Congr. Expo. Proc.*, pp. 1–6, 2016.
- [4] H. N. Nagaraja, D. Kastha, and A. Petra, "Design principles of a symmetrically coupled inductor structure for multiphase synchronous buck converters," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 3, pp. 988– 997, 2011.
- [5] R. Qin and F. C. Lee, "Modeling and design for integrated coupled inductors in interleaved three-level DC/DC converters," 2017 IEEE Energy Convers. Congr. Expo. ECCE 2017, vol. 2017-January, pp. 498– 503, 2017.
- [6] Y. Zhang and D. Jiang, "A new coupled inductor structure with larger leakage inductance for EMI suppression," PEDG 2019 - 2019 IEEE 10th Int. Symp. Power Electron. Distrib. Gener. Syst., pp. 51–54, 2019.
- [7] Y. Liu, S. Jiang, W. Liang, H. Wang, and J. Peng, "Modeling and Design of the Magnetic Integration of Single-and Multi-Stage EMI Filters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 35, no. 1, pp. 276–288, 2020.
- [8] M. Jafari, Z. Malekjamshidi, M. R. Islam, and J. Zhu, "Modeling of magnetic flux in multi-winding toroidal core high frequency transformers using 3D reluctance network model," *Proc. Int. Conf. Power Electron. Drive Syst.*, vol. 2015-August, no. June, pp. 413–418, 2015.
- [9] J. Miüihlethaler, J. W. Kolar, and A. Ecklebe, "A novel approach for 3D air gap reluctance alculations," 8th Int. Conf. Power Electron. ECCE Asia "Green World with Power Electron. ICPE 2011-ECCE Asia, no. 4, pp. 446–452, 2011.
- [10] É. R. C. da Silva and M. E. Elbuluk, Fundamentals of Power Electronics, vol. 59, 2013.
- [11] W. G. Hurley and W. H. Wölfle, Transformers and Inductors for Power Electronics. 2013.
- [12] Coilcraft, "Coupled Inductors LPD5030." datasheet, 2012.