

## SOBRE DINÁMICA DEL TIPO DE CAMBIO Y LA COMPLECIÓN AL MODELO DE DORNBUSCH

POR JUAN CARLOS AQUINO CHÁVEZ<sup>1</sup>

---

### ABSTRACT

This paper identifies, after an exhaustive analysis, a series of inconsistencies and imperfections within the classical exchange rate overshooting model made by Rudiger Dornbusch (1976) in his article "Expectations and Exchange Rate Dynamics", which was later reviewed in his textbook *Open Economy Macroeconomics* (Dornbusch, 1980). Later, an alternative specification is proposed, based on a previous contribution also oriented to this problem's solution.

### RESUMEN

El presente trabajo identifica, luego de un análisis exhaustivo, una serie de inconsistencias e imperfecciones en el clásico modelo de Overshooting (desborde) del tipo de cambio elaborado por Rudiger Dornbusch (1976) en su artículo "Expectations and Exchange Rate Dynamics", y en una versión posterior en su libro de texto *Open Economy Macroeconomics* (Dornbusch, 1980); posteriormente se formula una especificación alternativa carente de las imperfecciones halladas, con el auxilio de un aporte previo a la solución del referido problema.

*CLASIFICACIÓN JEL:* C62, F31.

*PALABRAS CLAVE:* Overshooting, expectativas racionales, ecuaciones diferenciales.

---

---

<sup>1</sup> Estudiante de Economía en la Pontificia Universidad Católica del Perú. Correo electrónico: [a19998012@pucep.edu.pe](mailto:a19998012@pucep.edu.pe). La idea detrás del presente escrito surge en el transcurso de un seminario sobre Dinámica Macroeconómica llevado a cabo durante los primeros meses del año 2002 a cargo de Ramón García-Cobián. A él y a Abelardo Jordán (por sus valiosos y acertados comentarios), ambos profesores de la Pontificia Universidad Católica del Perú, Departamento de Ciencias, sección Matemáticas, el autor agradece sinceramente, atribuyéndose cualquier error u omisión.

## 1. INTRODUCCIÓN

LAS ÚLTIMAS TRES DÉCADAS, desde la caída del sistema de tipos de cambio fijos del Breton Woods, han sido testigo los desarrollos en el campo de la economía internacional y, sobre todo en el análisis de la determinación del tipo de cambio, los cuales han resultado numerosos y significativos<sup>2</sup>. Sin embargo, a pesar de presentarse desarrollos cada vez más recientes y sofisticados, numerosos puntos de vista tienden a destacar la importancia del artículo pionero de Rudiger Dornbusch titulado “Expectations and Exchange Rate Dynamics” (1976) y su análisis de volatilidad del tipo de cambio. Por ejemplo Rogoff (2001) sostiene:

*“The ‘overshooting’ paper -as everyone calls it- marks the birth of modern international macroeconomics. There is little question that Dornbusch's rational expectations reformulation of the Mundell-Fleming model extended the latter's life for another twenty-five years, keeping it in the forefront of practical policy analysis”.*

Desde aquellos días, dicho modelo ha pasado a ser parte indispensable en los cursos medulares de macroeconomía internacional a lo largo del mundo.

Luego de más de 25 años desde su publicación, el presente trabajo pretende analizar, de manera escéptica, su metodología y consecuencias sobre la base de consideraciones lógico-matemáticas, pero también busca constituir una crítica constructiva, por lo cual sugiere una representación alternativa que conserva el idea del artículo original: las variables involucradas poseen diferentes velocidades de ajuste.

Este trabajo queda dividido en siete secciones. La primera sección presenta el modelo de Dornbusch, resaltando sus supuestos y las restricciones que éstas implican, y anotando las críticas a lo largo de la misma. La segunda sección realiza el mismo procedimiento con una versión general del modelo presente en el libro de texto *Open Economy Macroeconomics*, el cual dio lugar a los modelos con expectativas racionales que exhiben equilibrios de punto de silla. La tercera sección se detiene en las dificultades presentadas en los modelos anteriores, y busca extraer los rasgos de un proceso dinámico coherente y deseable en términos de modelización formal. La cuarta sección procede a modificar el modelo en base a

---

<sup>2</sup> Vásquez (2003) ofrece una visión concisa y amplia de los modelos pertenecientes a la corriente de la Nueva Economía Internacional, además de resaltar la suma importancia del modelo de Dornbusch (1976) para la referida vertiente.

los rasgos extraídos de la sección anterior. La sección cinco recoge las modificaciones realizadas en la sección cuatro y replantea el modelo llegando a una forma reducida estable de acuerdo a conceptos fundamentales en ecuaciones diferenciales (de manera que no es necesaria la “estabilidad condicional”, llamada también “estabilidad de punto de silla”). La sección seis se ocupa de la aplicación del modelo al análisis de una expansión monetaria. Por su parte, la sección siete lleva el modelo a su versión estática con el fin de visualizar los efectos de la política monetaria sobre el tipo de cambio real en el largo plazo. Finalmente, la sección ocho presenta una serie de conclusiones y comentarios. Adicionalmente se presenta un apéndice operativo.

## 2. EXPECTATIONS AND EXCHANGE RATE DYNAMICS

El primer paso en este estudio consiste en una revisión del modelo original (Dornbusch, 1976), el cual queda expresado de la siguiente forma<sup>3</sup>:

$$(1) \quad r = r^* + x$$

$$(2) \quad x = \theta(\bar{e} - e)$$

$$(3) \quad -\lambda r + \phi y = m - p$$

La ecuación (1) expresa la paridad no cubierta de intereses, donde  $r$ ,  $r^*$  y  $x$  representan la tasa de interés doméstica, la tasa de interés internacional y la devaluación esperada, respectivamente. Bajo perfecta movilidad de capitales, el rendimiento de los activos domésticos (denominados en moneda nacional) equipara al rendimiento de los activos foráneos (denominados en moneda extranjera) más una diferencia originada por la variación esperada del tipo de cambio. Se sostiene además que el incipiente flujo de capitales asegurará que (1) se mantiene en todo momento.

La ecuación (2) identifica el proceso de formación de expectativas, donde la devaluación esperada es proporcional a la diferencia entre el tipo de cambio de

---

<sup>3</sup> Es preciso anotar que todas las variables se encuentran en logaritmos, a excepción de las tasas de interés.

largo plazo ( $\bar{e}$ ) y el tipo de cambio actual ( $e$ ), siendo  $\theta$  una constante positiva y asumida, por el momento, como fija.

Por su parte la ecuación (3) expresa de forma logarítmica una relación convencional de equilibrio en el mercado monetario, donde los parámetros  $\lambda$  y  $\phi$  son positivos. La demanda real por dinero (lado derecho) depende negativamente de la tasa de interés doméstica y positivamente del logaritmo del producto  $y$  (el cual es asumido como fijo e igual a su nivel potencial). Por su parte, el lado derecho representa la oferta real de dinero, en la cual la autoridad monetaria mantiene fija la cantidad nominal de dinero ( $m$ ), siendo ajustada esta por el nivel de precios ( $p$ ).

Uno de los supuestos base del modelo es que siempre hay equilibrio monetario, de manera que la ecuación (3) se cumple en todo momento. Al combinar (1) y (2) en (3) se obtiene:

$$(4) \quad p - m = -\phi y + \lambda r^* + \lambda \theta (\bar{e} - e)$$

Ésta se puede simplificar al tener en cuenta que, en estado estacionario, la devaluación esperada es nula; así, los niveles de equilibrio para tipo de cambio y precios ( $\bar{e}$  y  $\bar{p}$ ) satisfacen:

$$(5) \quad \bar{p} - m = -\phi y + \lambda r^*$$

Y dan como resultado el nivel de precios de largo plazo  $\bar{p} = m - \phi y + \lambda r^*$  y permitiendo, al restar (5) en (4), llegar a:

$$(6) \quad e = \bar{e} - \frac{1}{\lambda \theta} (p - \bar{p})$$

Esta última ecuación establece una relación biunívoca entre  $e$  y  $p$  (dados los niveles de largo plazo para dichas variables) y es considerada una relación clave a lo largo del modelo. Por otro lado la demanda agregada (en términos logarítmicos) queda especificada en la ecuación (7):

$$(7) \quad \ln D = u + \delta(e - p) + \gamma y - \sigma r$$

Donde  $u$  representa el componente independiente de la demanda agregada (consumo autónomo, gasto público, etc.) y los parámetros  $\delta$ ,  $\gamma$  y  $\sigma$  son todos positivos. Así, se establece que la demanda agregada depende positivamente del tipo de cambio real<sup>4</sup> y negativamente de la tasa de interés nominal<sup>5</sup>.

Posteriormente se procede a especificar el proceso de ajuste del nivel de precios como proporcional al exceso de demanda de bienes en la economía mediante  $\dot{p} = \pi \ln(D/Y) = \pi [\ln D - y]$ <sup>6</sup>, expresión en la cual  $\pi$  es un coeficiente de ajuste de valor positivo. De esta manera, al incluir la ecuación (7), el mecanismo de variación de precios queda expresado por:

$$(8) \quad \dot{p} = \pi [u + \delta(e - p) + (\gamma - 1)y - \sigma r]$$

En esta última igualdad, se obtiene una expresión para el tipo de cambio de largo plazo  $\bar{e}$  al igualar las variables exógenas con sus valores de equilibrio (lo cual implica  $\dot{p} = 0$ ) y despejar para el tipo de cambio:

$$(9) \quad \bar{e} = \bar{p} + \frac{1}{\delta} [\sigma r^* + (1 - \gamma)y - u]$$

Donde la expresión para  $\bar{p}$  viene dada líneas arriba.

Además, se puede simplificar (8) al considerar no sólo las ecuaciones (9), (1) y (2), sino también la ecuación (6), la cual se mantiene en todo momento. Así, se obtiene:

$$(10) \quad \dot{p} = -\pi [(\delta + \sigma\theta) / \lambda\theta + \delta] (p - \bar{p}) = -v(p - \bar{p})$$

Esta última ecuación muestra un término que multiplica a  $p - \bar{p}$ , el cual está resumido por  $-v$ , en donde:

---

<sup>4</sup> El nivel internacional de precios  $p^*$  ha sido normalizado a uno; por otro lado, un mayor valor de  $e$  corresponde a una devaluación.

<sup>5</sup> Una alternativa sería considerar la tasa de interés real  $r - \dot{p}$ , pero a lo largo del artículo no se entra en mayores detalles con respecto a dicha extensión.

<sup>6</sup> Donde  $y = \ln Y$  denota el logaritmo del producto.

$$(11) \quad v \equiv \pi \left[ \delta + \frac{\delta + \sigma\theta}{\lambda\theta} \right]$$

La solución de (10) da lugar a:

$$(12) \quad p(t) = \bar{p} + \exp(-vt) [p_0 - \bar{p}]$$

Y al reemplazar (12) en (6):

$$(13) \quad e(t) = \bar{e} + \exp(-vt) [e_0 - \bar{e}]$$

Cabe anotar que para este último resultado se infirió de (6):  
 $p_0 - \bar{p} = -\lambda\theta(e_0 - \bar{e})$ .

De esta manera, se llegó no solo a la forma reducida del modelo, sino también a su solución. Sin embargo, al obtenerse una trayectoria temporal para el tipo de cambio, se tiene que el proceso de formación de expectativas (bajo un contexto de expectativas racionales) debe ser consistente con el “verdadero” comportamiento del tipo de cambio en la economía. Para lograr esto, nos apoyamos en las ecuaciones (2), (6) y (10); nótese que las ecuaciones (6), (10) implican  $\dot{e} = v(\bar{e} - e)$ .

Así, para que el proceso de formación de expectativas sea consistente ( $x = \dot{e}$ ), se requiere el cumplimiento de la siguiente condición:

$$(14) \quad \theta = v$$

la cual da lugar a una ecuación de segundo grado para  $\theta$ , cuyas soluciones son  $\theta = \frac{1}{2\lambda} \pi(\sigma + \delta\lambda) \pm \frac{1}{2\lambda} \sqrt{\pi^2(\sigma + \delta\lambda)^2 + 4\pi\delta\lambda}$ . Es claro que estas dos soluciones son siempre de signos opuestos, de manera que se opta por tomar la positiva, en vista de que se estableció  $\theta > 0$ . Así:

$$(15) \quad \tilde{\theta}(\lambda, \delta, \sigma, \pi) = \pi(\sigma/\lambda + \delta)/2 + \left[ \pi^2(\sigma/\lambda + \delta)^2/4 + \pi\delta/\lambda \right]^{1/2}$$

Matricialmente, las ecuaciones (6) y (10) dan como resultado la siguiente forma reducida

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v & 0 \\ 0 & -v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e - \bar{e} \\ p - \bar{p} \end{bmatrix}$$

Sin embargo, en vista del cumplimiento de (6), las condiciones iniciales deben satisfacer  $e_0 - \bar{e} = -\frac{1}{\lambda\theta}(p_0 - \bar{p})$ . Además, es claro que si definimos

$A_1 \equiv \begin{bmatrix} -v & 0 \\ 0 & -v \end{bmatrix}$ , resulta sencillo verificar que se cumplen las condiciones

necesarias y suficientes de estabilidad, es decir:  $tr(A_1) < 0$  y  $det(A_1) < 0$ , de manera que el modelo es estable.

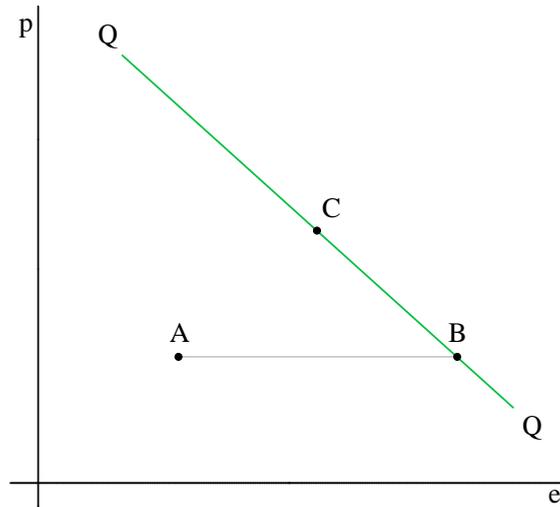
Sin embargo, el requerimiento que deben satisfacer las condiciones iniciales –en base a la relación (6), que se cumple en todo momento – origina una pérdida de generalidad, ya que no explica la dinámica de ajuste para una condición inicial arbitraria en el plano  $(e, p)$ <sup>7</sup>; para ser más específicos, aquellos puntos  $(e_0, p_0)$  que no satisfacen la relación (6).

Como ejemplo, se analiza el caso de una expansión monetaria permanente. Supongamos que se parte de una situación de estado estacionario representada por un punto como A en el gráfico 1, la cual corresponde a una cantidad  $m_0$  de dinero. Una vez que se realiza el aumento en la cantidad de dinero, en el momento inicial del proceso dinámico se cuenta con una cantidad de dinero  $m_1 > m_0$  y un “nuevo equilibrio” de largo plazo (correspondiente a  $m_1$ ), representado por el punto B del gráfico 1. Con respecto a dicho equilibrio representado por B, el otrora equilibrio A constituye ahora una condición inicial, la cual está fuera de la curva QQ (que corresponde a  $m_1$ ); ya que la forma reducida del modelo no contempla casos fuera de la recta QQ, esta pierde poder explicativo.

---

<sup>7</sup> Resulta pertinente anotar que no nos encontramos en el contexto de un problema de control óptimo, por lo cual las trayectorias solución no pueden ser ni seccionalmente diferenciables ni seccionalmente continuas. La forma reducida debería constituir entonces un problema de condiciones iniciales irrestrictas.

GRÁFICO 1



Por otro lado, el obtener la siguiente expresión en base a (4):

$$de / dm = 1 + 1 / \lambda \theta$$

Resulta contradictoria, ya que no sólo se basa en la neutralidad del dinero en el largo plazo (vale decir  $d\bar{e} = d\bar{p} = dm$ ) sino también en la rigidez de precios ( $dp = 0$ ) que va en contra del postulado de precios que se mueven gradualmente. Además, una expresión como tal corresponde a un “análisis estático de corto plazo” (bajo rigidez de precios, se aprecia el efecto final sobre el tipo de cambio ante una expansión monetaria, pero no cómo se llegará a tal efecto).

A partir de lo expuesto se concluye que resulta necesario elaborar un modelo más general (y válido), sin embargo esta labor se lleva a cabo en secciones subsiguientes.

### 3. OPEN ECONOMY MACROECONOMICS

El modelo anteriormente descrito es nuevamente abordado por Dornbusch luego de unos años, pero esta vez en un marco más general. En su libro de texto *Open Economy Macroeconomics* (Dornbusch, 1980), uno de los apéndices presenta de

forma muy rápida dicha versión general del modelo, de manera que el siguiente análisis se basa en el texto *Economic Dynamics* (Gandolfo, 1997) y el procedimiento es básicamente el mismo, salvo que la diferencia radica en no considerar, momentáneamente, el proceso de formación de expectativas descrito en la ecuación (2).

Así, la perfecta movilidad de capitales continua siendo representada por (1). Dado el supuesto de predicción perfecta, se reemplaza  $x = \dot{e}$ :

$$(16) \quad r = r^* + \dot{e}$$

Por su parte, la relación de equilibrio monetario se mantiene representada por (3). Al reemplazar (16) en (3):

$$(17) \quad p - m = -\phi y + \lambda r^* + \lambda \dot{e}$$

Ahora, hallar una expresión para el nivel de precios de largo plazo requiere hacer  $\dot{e} = 0$  e igualar  $p$  con su nivel de equilibrio. Así, el despeje de  $\bar{p}$  resulta en:

$$(18) \quad \bar{p} = m - \phi y + \lambda r^*$$

Usando (18) en (17) y despejando  $\dot{e}$ , se puede expresar:

$$(19) \quad \dot{e} = \frac{1}{\lambda}(p - \bar{p})$$

Por otra parte, la dinámica del nivel de precios queda igualmente especificada por las ecuaciones (7) y  $\dot{p} = \pi \ln(D/Y) = \pi [\ln D - y]$ , implicando la ecuación (8), en cuyo caso resulta sencillo verificar que el tipo de cambio de largo plazo viene dado por las ecuaciones (9) y (18).

Además, la ecuación de ajuste del nivel de precios puede volverse a expresar de una manera más conveniente. Al despejar  $r$  en (3) y reemplazarla en (8):

$$(20) \quad \dot{p} = \pi \left[ u + \delta(e - p) + \frac{\sigma}{\lambda}(m - p) - \rho y \right]$$

Donde:

$$(21) \quad \rho \equiv \frac{\sigma\phi}{\lambda} + 1 - \gamma$$

Ahora, la siguiente ecuación se mantiene, al conocerse las propiedades del sistema en estado estacionario ( $\dot{p} = 0$ ,  $p = \bar{p}$  y  $e = \bar{e}$ ):

$$(22) \quad 0 = \pi \left[ u + \delta(\bar{e} - \bar{p}) + \frac{\sigma}{\lambda}(m - \bar{p}) - \rho y \right]$$

Y al restar (22) en (20) y agrupar términos:

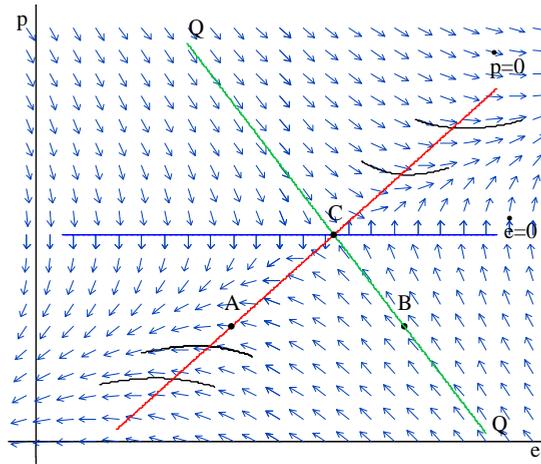
$$(23) \quad \dot{p} = \pi\delta(e - \bar{e}) - \pi \left( \delta + \frac{\sigma}{\lambda} \right) (p - \bar{p})$$

Así, la forma reducida del modelo viene dada en forma matricial por las ecuaciones (19) y (23):

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\lambda \\ \pi\delta & -\pi(\delta + \sigma/\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e - \bar{e} \\ p - \bar{p} \end{bmatrix}$$

Si ahora, en forma análoga a la sección anterior, definimos  $A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1/\lambda \\ \pi\delta & -\pi(\delta + \sigma/\lambda) \end{bmatrix}$ , es sencillo verificar que se cumple  $\det(A_2) < 0$ , condición necesaria y suficiente para que el único equilibrio del sistema sea un punto de silla. Esto último conlleva a un inconveniente matemático para el análisis de la dinámica económica: un punto de silla es inestable por definición. Por otro lado, ya que, la matriz  $A_2$  cuenta con valores propios de signos opuestos; el valor propio negativo cuenta por su parte con un vector propio asociado que da lugar al llamado brazo estable (representado por la recta QQ del gráfico 2).

GRÁFICO 2



Es más, debido a la forma cómo se llegó la forma reducida del modelo, el brazo estable (representado por la recta  $QQ$  del gráfico 2) no es la recta de equilibrio monetario debido a que cualquiera de la trayectorias solución que se desplazan a lo largo del plano  $(e, p)$  satisfacen el sistema de ecuaciones diferenciales que constituye la forma reducida del modelo, sistema que fue construido utilizando la ecuación (3). Por lo tanto, la recta  $QQ$  no es el único conjunto de puntos que posee la característica de equilibrio monetario; esta recta posee, sin embargo, una característica particular que la distingue del resto de conjuntos en el plano  $(e, p)$ : las trayectorias  $(e(t), p(t))$  que viajan por dicha recta satisfacen la siguiente propiedad:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \lambda_1 (e - \bar{e}) \\ \dot{p} &= \lambda_1 (p - \bar{p}) \end{aligned}$$

Donde  $\lambda_1 = -\pi[\delta + \sigma/\lambda]/2 - \sqrt{\pi^2(\delta + \sigma/\lambda)^2/4 + \pi\delta/\lambda} < 0$  es el valor propio negativo de la matriz  $A_2$ .

Antes de proseguir, nótese que, si en la forma reducida del modelo introducimos el proceso de formación de expectativas  $x = \theta(\bar{e} - e)$  (dejado de lado inicialmente) bajo el supuesto de predicción perfecta ( $\dot{e} = \theta(\bar{e} - e)$ ) se infiere en base a (18) que  $p - \bar{p} = \lambda\theta(\bar{e} - e)$ , y al utilizar este resultado junto a (22), se puede llegar a:

$$(24) \quad \dot{e} = -v(e - \bar{e})$$

Donde  $v$  es una expresión en base a los parámetros del modelo idéntica a aquella definida en (11), lo cual nos lleva a inferir que el brazo estable del presente modelo puede coincidir con la recta QQ del gráfico 1. Esto puede ser verificado al observar que esto último implicaría consistencia entre las ecuaciones dinámicas  $\dot{e} = \theta(\bar{e} - e)$  y  $\dot{e} = -\lambda_1(\bar{e} - e)$ , siendo una condición necesaria y suficiente.

$$(25) \quad \theta = -\lambda_1$$

Ésta queda satisfecha por la ecuación (15), que se obtuvo por el requerimiento de predicción perfecta.

De esta manera se puede establecer una comparación entre ambas representaciones: la primera incluye un proceso de formación de expectativas y es estable pero carece de generalidad para sus condiciones iniciales; la segunda posee generalidad para sus condiciones iniciales (dado que no cuenta con un proceso de formación de expectativas) pero es inestable, por lo tanto no converge a su único equilibrio, tal y como puede ser apreciado en el gráfico 2.

#### 4. EL MODELO EN SU FORMA ESTILIZADA

La idea gráfica detrás del fenómeno de desborde del tipo de cambio, y asumiendo rigidez del nivel de precios, se encuentra en que, partiendo de una condición inicial como el punto A del gráfico 1, en el corto plazo se alcanza la recta QQ a través de la llegada al punto B mediante un salto instantáneo del tipo de cambio. Sin embargo, una trayectoria “solución” de este tipo no es diferenciable en A, lo cual implica que tampoco es continua en dicho punto y conlleva a una serie de dudas: si en el corto plazo el tipo de cambio se ajusta instantáneamente y los precios

permanecen rígidos ¿cuánto dura el corto plazo? ¿un instante? ¿son rígidos los precios sólo un instante?. Esto es lo que parece desprenderse del modelo.

Una alternativa sería la siguiente: en un lapso muy corto de tiempo (corto plazo) pero no un instante, ya que el movimiento del tipo de cambio es muy rápido (pero no infinito) y los precios permanecen rígidos, se llega del punto A al punto B con una posterior convergencia al equilibrio de largo plazo a lo largo de la recta QQ; claro está, esta segunda “trayectoria solución” es continua pero no diferenciable en el punto B.

A partir de lo expuesto anteriormente se extrae una lección: si se busca modelar un fenómeno dinámico a través de ecuaciones diferenciales, la primera condición que se deberá satisfacer es la condición de diferenciabilidad a lo largo de toda la trayectoria solución, la cual a su vez implicará continuidad a lo largo de la misma.

Se comienza ahora una búsqueda de solución para este problema objetando algunas nociones: el concepto de velocidad de ajuste no debe ser tomado en un sentido absoluto (ajuste instantáneo del tipo de cambio y rigidez del nivel de precios), sino en sentido relativo: en un primer lapso de tiempo, tipo de cambio y nivel de precios se mueven, pero se aprecia un cambio en la variable  $e$  relativamente mayor con respecto al cambio presentado en la variable  $p$ <sup>8</sup>.

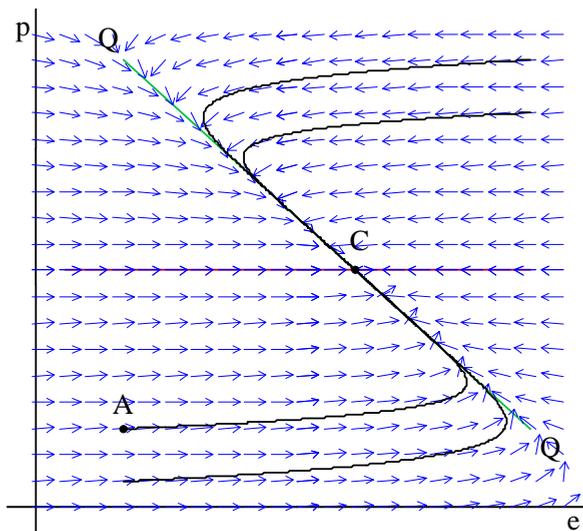
Lo deseable sería contar con una dinámica como la representada en el gráfico 3: partiendo de un punto como A y teniendo a la recta QQ como una auténtica recta de equilibrio monetario, en un primer mismo lapso de tiempo, tipo de cambio y nivel de precios se mueven, pero se aprecia un cambio en la variable  $e$  relativamente mayor con respecto al cambio presentado en la variable  $p$ , de manera que  $e$  y  $p$  tienden a ajustar el mercado monetario (el cual es considerado de ajuste mayor, según la teoría de la eficiencia de los mercados financieros); geoméricamente, esto se traduce en una trayectoria que converja hacia el equilibrio, pero que lo haga “tangencialmente” a la recta QQ<sup>9</sup>.

---

<sup>8</sup> Esto es resaltado en Rogoff (2001): “Certainly, any model that predicts that nominal domestic price volatility is of the same order of magnitude as exchange rate volatility patently contradicts the data”.

<sup>9</sup> Una forma de resumir esto es a través de una recta QQ paralela al vector propio asociado al mayor valor propio negativo de la forma reducida del modelo; para más detalles véase Hirsch (1974). Sin embargo este requerimiento es demasiado restrictivo y no será utilizado, pero otorga una idea gráfica a la cual se tratará de aproximar.

GRÁFICO 3



Esto último otorga una idea gráfica para realizar una traducción formal de los requerimientos geométricos necesarios para las modificaciones a realizarse al modelo original de Dornbusch (1976).

## 5. EN BUSCA DE UNA PROPUESTA ALTERNATIVA

En base a lo anterior, se extrae que el modelo adolece de debilidades, las cuales hacen necesario iniciar la búsqueda de enmiendas. Como es bien sabido, los modelos matemáticos de la economía surgen para garantizar la consistencia lógica de las teorías económicas que los originan. Es más, toda teoría es buena (en principio) al no presentar contradicciones en su estructura interna, y la diferencia con modelos puramente teóricos radica en la evidencia empírica, dejando en algunos casos el beneficio de la duda para variables de las cuales no se puede extraer ni data ni variables proxy para aproximarlas.

En el caso del modelo de Dornbusch, la situación es singular: la formulación matemática no posee consistencia formal, pero la data refleja claramente el fenómeno de desborde del tipo de cambio, con lo que se verifica la proposición económica que sostiene que el tipo de cambio tiene una velocidad de ajuste mayor con relación los precios (por estar asociada a los mercados financieros), dándole así una capacidad de predicción, por lo menos a nivel cualitativo. Por el lado de las

estimaciones econométricas realizadas, Gamez et. al. (1997) sostiene que la evidencia empírica es muy limitada, en comparación con los modelos de precios flexibles, además de presentar problemas como coeficientes no significativos y/o desacordes con la teoría, entre otros. En parte, dichas características en los resultados podrían atribuirse a la especificación tradicional del modelo, para lo cual el presente trabajo busca realizar un aporte.

Por lo tanto, es necesario que (en nuestro contexto) todo resultado matemático cuente en la medida de lo posible con una interpretación económica, y que toda proposición de teoría económica sea expresada en un lenguaje formal; dando así un especial énfasis al carácter complementario de los dos aspectos: económico y matemático, para luego contar con una especificación teórica adecuada y susceptible de ser estimada.

En lo sucesivo, se inicia la búsqueda una posible especificación teórica del modelo de Dornbusch que no caiga en las debilidades antes mencionadas. El procedimiento de búsqueda, aunque no ortodoxo, ha consistido en un mecanismo de prueba-error y se apoya en la necesidad de contar con un equilibrio que sea asintóticamente estable por definición (específicamente un nodo estable, llamado también sumidero franco) y que tenga en cuenta el ingrediente principal: el tipo de cambio se ajusta con mayor velocidad que el nivel de precios, lo cual puede situarnos en una ausencia simultánea de equilibrio en los mercados de bienes y de dinero, pero no de una convergencia hacia una situación de estado estacionario. Para ello, el punto de apoyo radica, en buena medida, en consideraciones gráficas.

#### EQUILIBRIO MONETARIO:

Como quedó expuesto, el supuesto más restrictivo en la especificación de la dinámica del tipo de cambio es aquel que postula una situación en la cual el mercado monetario se mantiene en equilibrio de forma permanente (que en la primera sección nos ocasionaba pérdida de generalidad). Aunque gráficamente esta es la idea intuitiva que genera el desborde del tipo de cambio, por la ya mencionada eficiencia de los mercados financieros, el salto (o ajuste instantáneo) no queda justificado en términos formales ante una condición inicial fuera de la curva QQ.

Dado esto, resulta necesario descartar al equilibrio monetario como una condición permanente en la dinámica; sin embargo, esto no implica que no desempeñe función alguna a lo largo del proceso en cuestión, pero este punto será abordado más adelante. Un punto de apoyo es la observación de que en una situación de equilibrio general hay equilibrio monetario, pero lo contrario no necesariamente se

da. Es en este sentido que nos referimos al equilibrio monetario como una condición necesaria de estado estacionario, ya que en una situación como esta se limpian todos los mercados. En términos formales, esto se expresa en la siguiente proposición:

$$(26) \quad \dot{e} = 0 \wedge \dot{p} = 0 \Rightarrow -\lambda r + \phi y = m - p$$

El reemplazo de (3) por (26) posee dos ventajas: por un lado la forma reducida del queda expresada a través de un sistema de dos ecuaciones diferenciales ordinarias en dos variables; segundo, dicho sistema es asintóticamente estable. Todo esto se puede apreciar (bajo el supuesto de predicción perfecta) en la forma reducida del modelo y su representación gráfica. En este caso, el modelo está conformado por (1), (2), (8)<sup>10</sup> y (26); al igual que en casos anteriores, es fácilmente verificable que los valores de equilibrio se obtienen al igualar a cero la ecuación (8) y utilizar (25), con lo que se llega a las expresiones dadas por (9) y (18), las cuales permiten expresar (8) en términos los desvíos de las endógenas con respecto a sus niveles de largo plazo. Así, se cuenta con una expresión del tipo:

$$(27) \quad \dot{p} = \pi(\sigma\theta + \delta)(e - \bar{e}) - \delta(p - \bar{p})$$

Así, las ecuaciones (2) y (27), bajo el supuesto de predicción perfecta, dan lugar a la forma reducida del modelo, matricialmente representada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta & 0 \\ \pi(\sigma\theta + \delta) & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e - \bar{e} \\ p - \bar{p} \end{bmatrix}$$

Si ahora definimos:

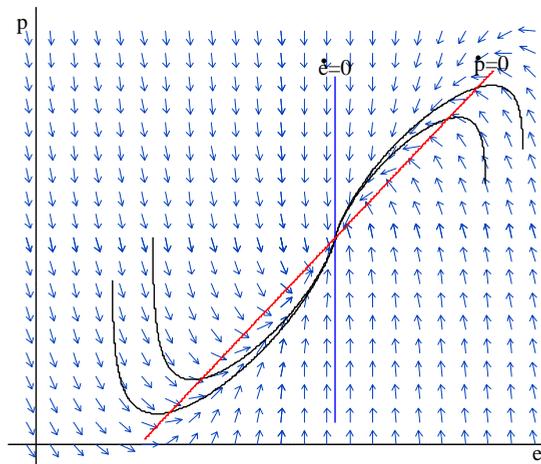
$$A_3 = \begin{bmatrix} -\theta & 0 \\ \pi(\sigma\theta + \delta) & -\delta \end{bmatrix}$$

---

<sup>10</sup> Esta ecuación de ajuste contiene la especificación de la demanda agregada presente en la ecuación (7).

Se verifican directamente las condiciones de estabilidad:  $tr(A_3) < 0$  y  $det(A_3) > 0$ . Por tanto el modelo asintóticamente estable. El diagrama de fases del gráfico 4 corrobora este hecho: se aprecia que, a pesar de presentar ventajas en cuanto a generalidad para condiciones iniciales (irrestringidas) y a la estabilidad del modelo, no se refleja un desborde del tipo de cambio. Esto se da debido a que la dinámica de  $e$  depende únicamente de los desvíos de esta variable con respecto a sus niveles de largo plazo<sup>11</sup>. A pesar de este inconveniente, buscamos otra modificación para no perder de vista la idea gráfica.

GRÁFICO 4



DINÁMICA DEL TIPO DE CAMBIO:

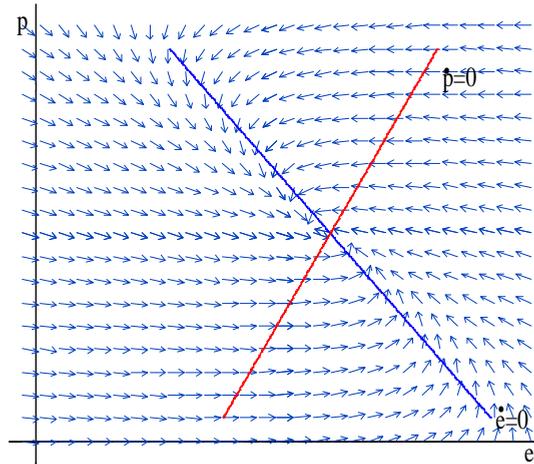
La idea gráfica del desborde del tipo de cambio, en términos de un diagrama de fases, puede ser apreciada en el gráfico 5, la cual consiste en el gráfico 4 a la cual se le hace una modificación.

Dicho gráfico muestra que la curva de demarcación  $\dot{e} = 0$  ahora puede ser no vertical, al ser girada en sentido opuesto a las agujas del reloj, para así visualizar un desborde y conservar la estabilidad del modelo. Aunque gráfica, esta alteración en el diagrama de fases es factible de surgir de una modificación adicional en el

<sup>11</sup> En consecuencia, la recta  $\dot{e} = 0$  siempre será vertical.

modelo, lo que hace que la curva de demarcación dependa no sólo de la variable tipo de cambio  $e$  sino también de la variable nivel de precios  $p$ .

GRÁFICO 5



Operativamente, esto se consigue a través de una modificación en (2) (bajo el supuesto de predicción perfecta):  $\dot{e} = \theta(\bar{e} - e) + \beta p$ , donde  $\beta$  es un parámetro de signo aún desconocido; sin embargo, el último diagrama de fases construido puede ayudarnos a averiguar el signo. Sobre la base del giro de la curva de demarcación  $\dot{e} = 0$  podemos inferir que, si nos situamos en dicha recta, un pequeño aumento de precios  $p$  provoca una reducción de la variación del tipo de cambio  $\dot{e}$ , pasando ésta a ser negativa, de manera que hay estabilidad. Formalmente, esto se traduce en una expresión del tipo  $d\dot{e}/dp < 0$ . Y ya que la expresión del lado izquierdo es conocida (dada la modificación):  $d\dot{e}/dp = \beta$ , se tiene que el término  $\beta$  debe ser negativo; por simplicidad operativa, se procede a expresar  $\beta = -\alpha$ , con  $\alpha > 0$  para escribir:

$$(28) \quad \dot{e} = \theta(\bar{e} - e) - \alpha p$$

Se da así por factible una parte de la caracterización del fenómeno de desborde.

## VARIABLES EXÓGENAS Y EQUILIBRIOS:

A pesar de caracterizar un diagrama de fases que refleje desborde, cabe averiguar si hay o no inconsistencias de teoría económica. El modelo, quedaría representado por (1), (8), (25) y (28), bajo predicción perfecta. Sin embargo, hay que tener en cuenta que, en una situación de estado estacionario, las variables permanecen constantes y  $r = r^*$ , implicando (9) y las siguientes expresiones:

$$(29) \quad \bar{p} = 0$$

$$(30) \quad \bar{p} = m + \lambda r^* - \phi y$$

Así, el estado estacionario da lugar a tres ecuaciones con dos incógnitas, las cuales no poseen solución a menos que  $m + \lambda r^* - \phi y = 0$ ; pero esto último no necesariamente se da ya que las variables al lado izquierdo de la ecuación son exógenas y se encuentran dadas.

Ya que un nivel de precios de largo plazo que siempre permanezca inalterado (curva de demarcación para el tipo de cambio) resulta de poca relevancia para la teoría económica, y dado que las dos últimas ecuaciones representan equilibrios en los mercados de bienes y de dinero (cuya convergencia hacia ellos se busca representar), se procede a modificar la ecuación para el proceso de formación de expectativas bajo predicción perfecta. La modificación se basa en la adición de un término constante en la ecuación de formación de expectativas para el tipo de cambio,  $x = \theta(\bar{e} - e) - \alpha p + k$ , y debe notarse que la elección de  $k$  no debe ser arbitraria, de lo contrario volveríamos a la situación anterior (en todo caso, se trataría de una en la cual se fijó  $k = 0$ ). En estado estacionario, los mercados de bienes nacionales y de dinero se limpian, y no hay cambios en las variables endógenas, implicando  $\dot{e} = 0$ ; esto quiere decir que, en equilibrio, se cumple  $0 = -\alpha \bar{p} + k$ , obteniéndose  $k = \alpha \bar{p}$ , con lo cual la ecuación de formación de expectativas queda de la siguiente manera:

$$(31) \quad x = \theta(\bar{e} - e) + \alpha(\bar{p} - p)$$

## 6. LA COMPLECIÓN DEL MODELO DE DORNBUSCH Y EL MODELO PROPUESTO

En la sección anterior, se esbozó explícitamente una dinámica deseable para el tipo de cambio; además, dicha dinámica es susceptible de ser capturada por los agentes mediante sus expectativas. Dada su importancia, el proceso de formación de expectativas de los agentes (por hipótesis) es racional y está en la capacidad de predecir dicho movimiento del tipo de cambio, de manera que, durante el proceso de ajuste del tipo de cambio, los agentes no adolecen de una miopía sistemática en sus pronósticos. Para continuar, es necesario notar una digresión realizada anteriormente sobre el mismo tema. El presente escrito encuentra algunos lugares comunes con los planteamientos de García-Cobián (2003).

Sobre mercado de bienes: la ecuación (10) de Dornbusch se obtiene bajo tres condiciones: paridad no cubierta de intereses (la cual se mantiene siempre), un proceso de formación de expectativas regresivas (sobre el cual no se afirma su validez en todo momento del tiempo, en el artículo original) y equilibrio en el mercado de dinero (el cual se supone siempre en equilibrio). Recuérdese que, en líneas anteriores, se señaló que el rasgo distintivo de la recta QQ se encontraba en la presencia explícita de un proceso de formación de expectativas regresivas mas no en el equilibrio monetario.

Sobre el tipo de cambio de equilibrio: Dornbusch afirma:

*“The  $\dot{p} = 0$  schedule represents combined goods- and money market equilibrium. Setting  $\dot{p} = 0$  in (8) and substituting for the domestic interest rate from (3) yields the equation of the goods-market equilibrium schedule”.*

Esto es correcto, ya que para ello se han utilizado las ecuaciones (8)<sup>12</sup> y (3), mas no la ecuación (2), supuestamente válida en todo momento, lo cual apoya el punto de vista sobre la formación de expectativas como un distintivo en la recta QQ.

Sobre el ajuste dinámico, el punto de vista sostenido resulta ser eje del presente trabajo, complementado por las críticas al modelo de Dornbusch presentadas anteriormente<sup>13</sup>.

---

<sup>12</sup> Igualada a cero.

<sup>13</sup> De hecho hay una observación adicional, aunque de poca relevancia, la cual radica en un error algebraico presente en su ecuación (10\*), ya que el término que multiplica a  $\bar{p} - p$

Antes de proseguir, se deberá tener en cuenta que, previo a llegar a la forma reducida del modelo y a la trayectoria de predicción perfecta, se debe hacer clara la distinción entre la devaluación efectiva (denotada por  $\dot{e}$ ) y la devaluación esperada (denotada por  $\bar{e}$ ).

El modelo a proponerse vendría dado por (1), (8), (25) y (30); donde es necesario señalar que la devaluación esperada es ahora una combinación lineal de desvíos de las variables con respecto a sus niveles de largo plazo (el incluir a  $p$  representa ahora una información adicional en la formación de expectativas) y que todas las ecuaciones se mantienen en todo momento. Por otro lado, la idea del modelo descansa en la mayor velocidad de ajuste del mercado de dinero. Para explicitar esto formalmente, la proposición (25) no resulta de mucha ayuda en términos operativos (sólo denota una condición necesaria). Para resolver esto, nos auxiliamos del siguiente mecanismo de ajuste de la tasa de interés en el mercado monetario (como proporcional al exceso de demanda en el mercado de dinero), acertadamente planteado por García-Cobián (2003) y análogo a un ajuste de precios acorde con la hipótesis Walrasiana para un mercado de bienes desequilibrado (véase Gandolfo, 1997):

$$(32) \quad \dot{r} = \rho \left[ (-\lambda r + \phi y) - (m - p) \right]^{14}$$

Ahora se reemplazará (32) en lugar de (26), y se apreciará que no implica inconsistencia sino generalidad. Así, el modelo propuesto queda representado por (1), (8), (31) y (32). Primero derivamos una ecuación dinámica del nivel de precios: para (8) en estado estacionario, las endógenas están en equilibrio y  $r = r^*$ , al reemplazar estas condiciones en (8) y despejar  $\bar{e}$ , se obtiene:

$$(33) \quad \bar{e} = \bar{p} + \frac{1-\gamma}{\delta} y + \frac{\sigma}{\delta} r^* - \frac{1}{\delta} u^{15}$$

---

no debería contar con el signo negativo; de lo contrario, se tendría una contradicción la pendiente de la recta  $\dot{e} = 0$  presente en el gráfico 1 de su anexo.

<sup>14</sup> Cabe anotar que el coeficiente  $\rho$  es mayor que el coeficiente  $\pi$  para explicitar la mayor velocidad de ajuste en el mercado de dinero con respecto al mercado de bienes. Además, debe anotarse que  $\rho$  ahora es usado en un sentido completamente distinto al de la ecuación (21). Esto se hace con el objetivo de mantener la misma notación de las referencias revisadas.

Es posible usar este resultado para expresar (8) en términos de desvíos con respecto a los niveles de largo plazo:

$$(34) \quad \dot{p} = \pi(\sigma\theta + \delta)(e - \bar{e}) + \pi(\sigma\alpha - \delta)(p - \bar{p})$$

Ahora se procede a derivar la ecuación dinámica para la tasa de interés: el carácter permanente de (1) y (2) se traduce, al combinarlas, en la siguiente relación:

$$(35) \quad r = r^* + \theta(\bar{e} - e) + \alpha(\bar{p} - p)$$

Al reemplazar (35) en (32):

$$(36) \quad \dot{r} = \rho \left[ \left( -\lambda \left[ r^* + \theta(\bar{e} - e) + \alpha(\bar{p} - p) \right] + \phi y \right) - (m - p) \right]$$

Las propiedades del estado estacionario, aplicadas a (36), resultan en  $0 = \rho \left[ \left( -\lambda r^* + \phi y \right) - (m - \bar{p}) \right]$ . Al restar esta ecuación a (36) y despejar para  $\bar{p}$ , se obtiene:

$$(37) \quad \bar{p} = m + (\lambda r^* - \phi y)^{16}$$

Además, es posible utilizar la penúltima ecuación para escribir (36):

$$(38) \quad \dot{r} = \lambda\rho\theta(e - \bar{e}) + \rho(1 + \lambda\alpha)(p - \bar{p})^{17}$$

<sup>15</sup> En líneas posteriores, se llegará a una expresión para  $\bar{p}$ .

<sup>16</sup> Es importante destacar la homogeneidad de grado 1 del nivel de precios de largo plazo con respecto a la cantidad nominal de dinero  $m$ , lo cual implica en (33) que el tipo de cambio de largo plazo posee la misma propiedad. Esto último da lugar a  $d(\bar{e} - \bar{p})/dm = 0$ , es decir, la política monetaria no afecta al tipo de cambio real en el largo plazo, es neutral.

<sup>17</sup> Desprendiéndose que, en equilibrio monetario (recta QQ):  $dp/de = -\lambda\theta/(1 + \lambda\alpha)$ .

Se procede ahora a derivar la ecuación dinámica para el tipo de cambio: nótese que la paridad no cubierta de intereses y el proceso de formación de expectativas son permanentes a lo largo de toda la dinámica, de manera que para todo momento se cumple (35), y derivando ambos lados con respecto al tiempo  $\dot{r} = -\theta\dot{e} - \alpha\dot{p}$ <sup>18</sup>. Cabe observar que al contar con expresiones para  $\dot{r}$  y  $\dot{p}$ , la expresión para  $\dot{e}$  denota el movimiento efectivo (y no el esperado) del tipo de cambio. Al despejar  $\dot{e}$  en este último resultado:

$$(39) \quad \dot{e} = -\frac{1}{\theta}\dot{r} - \frac{\alpha}{\theta}\dot{p}$$

Y al sustituir (34) en (39) y agrupar términos, llegamos a:

$$(40) \quad \dot{e} = -\left[\lambda\rho + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\delta + \sigma\theta)\right](e - \bar{e}) - \left[\frac{\rho}{\theta}(1 + \lambda\alpha) + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\sigma\alpha - \delta)\right](p - \bar{p})$$

De modo tal que la forma reducida del modelo, expresada en forma matricial, consta de las ecuaciones (34) y (40):

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left[\lambda\rho + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\delta + \sigma\theta)\right] & -\left[\frac{\rho}{\theta}(1 + \lambda\alpha) + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\sigma\alpha - \delta)\right] \\ \pi(\sigma\theta + \delta) & \pi(\sigma\alpha - \delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e - \bar{e} \\ p - \bar{p} \end{bmatrix}$$

Sin embargo, dado que el modelo es determinístico, la hipótesis de expectativas racionales equivale a la predicción perfecta; por lo tanto, el proceso de formación de expectativas presente en (31) debe ser consistente con el movimiento efectivo del tipo de cambio en todo momento ( $x = \dot{e}$ ). Para ello, se requiere resolver el siguiente sistema para  $\theta$  y  $\alpha$ , desprendido de (31) y (40):

---

<sup>18</sup> Desprendiéndose:  $\dot{e} = 0 \wedge \dot{p} = 0 \Rightarrow \dot{r} = 0 \Rightarrow m - p = -\lambda r + \phi y$ .

$$(41) \quad \lambda\rho + \frac{\alpha}{\theta} \pi(\delta + \sigma\theta) = \theta$$

$$\frac{\rho}{\theta}(1 + \lambda\alpha) + \frac{\alpha}{\theta} \pi(\sigma\alpha - \delta) = \alpha$$

A partir de ello, es posible expresar<sup>19</sup>:

$$(42) \quad \tilde{\theta} = \tilde{\theta}(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma) > 0$$

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma) > 0$$

Así, la forma reducida del modelo puede expresarse mediante:

$$(43) \quad \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{\theta} & -\tilde{\alpha} \\ \pi(\sigma\tilde{\theta} + \delta) & \pi(\sigma\tilde{\alpha} - \delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e - \bar{e} \\ p - \bar{p} \end{bmatrix}$$

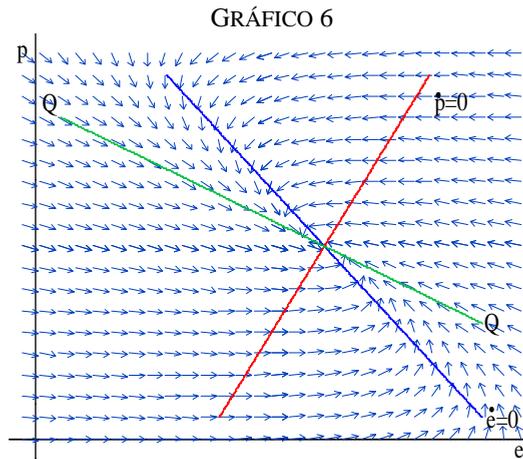
Si definimos  $A_4 = \begin{bmatrix} -\tilde{\theta} & -\tilde{\alpha} \\ \pi(\sigma\tilde{\theta} + \delta) & \pi(\sigma\tilde{\alpha} - \delta) \end{bmatrix}$

Se llega a que  $tr(A_4)$  no posee un signo preciso, pero  $det(A_4) > 0$ , de manera que un punto de silla queda completamente descartado de este análisis. De esta manera, el diagrama de fases del gráfico 6, es construido tomando el caso  $\tilde{\alpha} < \delta/\sigma$  (este es el caso de la pendiente de la curva  $\dot{p} = 0$  es positiva, el cual busca aproximarse al caso aproximado por Dornbusch). Los puntos por encima y a la izquierda de la curva  $\dot{p} = 0$  representan un exceso de oferta en el mercado de bienes. Por su parte, los puntos por debajo y a la derecha de dicha curva representan un exceso de demanda en dicho mercado. Adicionalmente, los puntos por encima y a la derecha de la recta QQ representan un exceso de demanda en el

---

<sup>19</sup> Ver apéndice.

mercado monetario; y los puntos por debajo y a la izquierda de la recta QQ denotan exceso de demanda en el mismo mercado.



Antes de culminar esta sección, es importante resaltar algunas observaciones:

1. Bajo valores propios negativos, hay una convergencia al equilibrio y un desborde de tipo de cambio con respecto a su nivel de largo plazo<sup>20</sup>. Claro está, el reconocer el diagrama de fases anterior como un caso implica que las conclusiones del modelo no son del todo precisas, pudiendo existir valores de los parámetros estructurales que no reflejen el desborde<sup>21</sup>, sin embargo, la evidencia empírica puede llevarnos a destacar el anterior como un caso relevante de análisis.
2. Nótese que, dados todos los parámetros como positivos, se tiene que la pendiente de la curva  $\dot{e} = 0$  es siempre menor a la de la curva QQ, lo cual se extrae de  $\tilde{\theta}/\tilde{\alpha} > \lambda\tilde{\theta}/(1 + \lambda\tilde{\alpha})$ , con lo cual:

<sup>20</sup> Sin embargo, un inconveniente estaría en la ausencia de una noción precisa de distancia entre una curva y una recta, de manera que se pueda establecer que las trayectorias solución están más “cercanas” a la recta QQ que a la recta  $\dot{p} = 0$ .

<sup>21</sup> Pero que si cumplan las condiciones de estabilidad.

$$(44) \quad \left. \frac{dp}{de} \right|_{\dot{e}=0} < \left. \frac{dp}{de} \right|_{00} < 0$$

3. La pendiente de la curva de demarcación  $\dot{p} = 0$ , la cual representa equilibrio en el mercado de bienes, tiene una pendiente positiva y mayor a uno<sup>22</sup>:

$$(45) \quad \left. \frac{dp}{de} \right|_{\dot{e}=0} = \frac{\delta + \sigma \tilde{\theta}}{\delta - \sigma \tilde{\alpha}} > 1$$

La razón es la siguiente: un incremento en el tipo de cambio crea un exceso de demanda por bienes nacionales a través de la reducción de los precios relativos y a través de la reducción de la tasa de interés nominal. Para restaurar el equilibrio, los precios nacionales deben aumentar en mayor proporción debido a que hay un efecto de reducción de la demanda por bienes domésticos vía aumento de los precios relativos de los bienes nacionales, el cual es contrarrestado por la nueva reducción de la tasa de interés, siendo una reducción de la demanda agregada el resultado neto<sup>23</sup>.

## 7. LOS EFECTOS DE UNA EXPANSIÓN MONETARIA

En esta sección se estudia el proceso de ajuste de la economía ante una política monetaria y está basada en mismo análisis llevado a cabo por Dornbusch, aunque con una serie de modificaciones que surge de lo expuesto anteriormente. El análisis servirá para derivar resultados substanciales, pero también para resaltar la manera en la cual las expectativas sobre el futuro rumbo de la economía afectan el nivel actual del tipo de cambio. Este vínculo se plasma a través de expectativas consistentes y hace que el efecto de impacto de una política monetaria dependa de la estructura entera de la economía.

En el gráfico 7 se representa la economía en un equilibrio general inicial representado por el punto A, con un nivel de precios inicial  $\bar{p}_0$  y un correspondiente tipo de cambio de largo plazo  $\bar{e}_0$ , donde el nivel de precios es

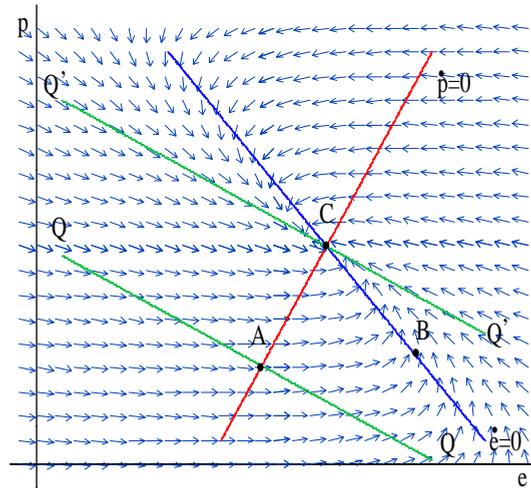
---

<sup>22</sup> En caso de ser positiva.

<sup>23</sup> Vale decir,  $\tilde{\alpha} < \delta / \sigma$  es la formalización de este hecho.

determinado de acuerdo a (37) por la cantidad nominal de dinero, el ingreso real y la tasa de interés. El tipo de cambio de largo plazo en (33) dependerá del nivel de precios nacionales de largo plazo y de las características de la demanda por bienes nacionales. La recta QQ de equilibrio en el mercado de activos, que combina equilibrio monetario y no arbitraje de retornos esperados, es trazada para la cantidad inicial de dinero.

GRÁFICO 7



Un incremento en la cantidad nominal de dinero (la cual se espera persista) causa disequilibrio en el mercado de activos. Para conseguir el equilibrio en el mercado de activos, la cantidad de dinero incrementada tendría que ser contrarrestada por precios más altos<sup>24</sup> y/o una devaluación de la moneda nacional<sup>25</sup>. La recta de equilibrio en el mercado de activos es objeto de un desplazamiento hacia  $Q'Q'$ , desplazamiento que es (proporcionalmente) igual al incremento en la cantidad nominal de dinero.

Resulta inmediatamente obvio que el nuevo equilibrio de largo plazo está en el punto C, donde los mercados de bienes y de activos se limpian y donde los cambios en el tipo de cambio y en el nivel de precios reflejan exactamente el incremento en

<sup>24</sup> Los cuales reducen la oferta real de dinero y, por otro lado, ocasionan una reducción en la tasa de interés vía expectativas

<sup>25</sup> La cual ocasiona una reducción en la tasa de interés vía expectativas

la cantidad de dinero. Este resultado de largo plazo no es novedoso, ya que no existe fuente de ilusión monetaria ni rigidez de precios de largo plazo en el sistema.

Considérese ahora el proceso de ajuste. Al nivel inicial de precios, la expansión monetaria ocasiona un proceso de reducción en la tasa de interés y lleva a la anticipación de devaluación e inflación en el largo plazo y, en el tipo de cambio actual, a una expectativa de devaluación. Ambos factores sirven para reducir el atractivo de los activos domésticos y originan una incipiente salida de capitales que causa así una devaluación efectiva del tipo de cambio actual. Dada la baja reacción del nivel de precios, sus efectos no serán significativos y se producirá un exceso de oferta en el mercado monetario. Y la magnitud devaluatoria arriba mencionada tiene que ser suficiente para dar lugar a la anticipación de una apreciación que compense el efecto de la reducción en la tasa de interés doméstica. Así, el efecto de una expansión monetaria es la inducción a una depreciación del tipo de cambio que exceda a su nivel de largo plazo, ya que solo bajo esta circunstancia el público anticipará un tipo de cambio apreciado y será entonces compensado por la reducción de la tasa de interés de los activos domésticos.

Resulta obvio de la explicación anterior que los efectos de una expansión monetaria, en este modelo, están dominados en su mayoría por el mercado de activos, y más específicamente, por la movilidad de capitales y las expectativas (ya que el tipo de cambio se mueve de acuerdo con la variación de la tasa de interés). Esta característica descansa sobre el supuesto de que el mercado de activos y el tipo de cambio se ajustan rápidamente con relación al mercado de bienes y al precio del producto doméstico. Esto último nos da una interpretación explícita de la ecuación (39). Es bajo estas circunstancias que un cambio de la cantidad nominal de dinero resulta en un cambio de la cantidad real de dinero, y el ajuste del tipo de cambio sirve para buscar el equilibrio en el mercado de activos mediante la creación de una expectativa de devaluación en una magnitud suficiente para balancear la reducción en la tasa de interés de los activos domésticos. Gráficamente, este análisis corresponde al trayecto desde el punto A (la condición inicial) hasta el punto B en el gráfico 7.

Una vez que el tipo de cambio ha tendido a buscar primero el equilibrio en el mercado monetario, nos encontramos en el punto B, donde momentáneamente no hay expectativas de devaluación o apreciación, pero donde todavía persiste el exceso de demanda en el mercado de bienes debido a la reducción de la tasa de interés y a la devaluación ocurrida, las cuales constituyen canales independientes a través de los cuales la política monetaria afecta la demanda por bienes nacionales. En el presente contexto la devaluación originada por el ajuste mayor del mercado monetario sirve para reducir el precio relativo de los bienes nacionales e

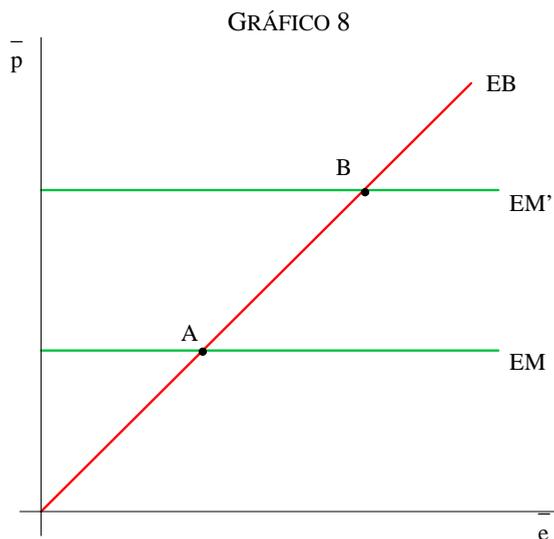
incrementar la demanda por estos, lo cual conlleva a una presión inflacionaria (opuesto a un incremento en el producto). El incremento de los precios genera expectativas de apreciación, haciendo más atractivos los activos nacionales y ocasiona así una entrada incipiente de capitales y una apreciación efectiva.

Así, las bajas tasas de interés y los bajos precios relativos de los bienes nacionales, que son características del efecto inicial de impacto, van luego acompañados de un incremento significativo del nivel de precios y reflejan así una reducción de los saldos monetarios reales que, acompañada de la reducción de la tasa de interés doméstica, tiende a equilibrar no sólo el mercado monetario sino también el mercado de bienes en el largo plazo. Este proceso de ajuste se visualiza en el trayecto del punto B al punto C en el gráfico 7 y lleva así a la economía a su equilibrio de largo plazo.

## 8. TIPO DE CAMBIO, NEUTRALIDAD Y LARGO PLAZO

Un último punto a tratar es el siguiente: una observación que surge a partir de las secciones anteriores es que se llegó a afirmar la neutralidad del dinero en el largo plazo, debido (entre otros factores) a la ausencia de efectos sobre el tipo de cambio real; por otra parte, el gráfico 7 muestra que, entre la condición inicial y el estado estacionario, se produce un cambio desproporcional entre el tipo de cambio nominal y el nivel de precios, que produciría un incremento mayor en el nivel de precios y ocasionaría una disminución en el tipo de cambio real en el largo plazo. Nótese que dicho resultado se muestra inconsistente con aquel que podría desprenderse de las expresiones para los valores de estado estacionario en  $e$  y  $p$ , obtenidos líneas arriba. Sin embargo, para superar esta aparente salvedad, es importante tener en cuenta un detalle: si se procede a derivar el tipo de cambio real en estado estacionario con respecto a  $m$ , aquello que se está aproximando es la variación desde un nuevo estado estacionario hasta otro estado estacionario como consecuencia de, digamos, un aumento de la cantidad de dinero. Para nuestro caso, en la situación de estado estacionario, toda dinámica o expectativa sobre la realización de la misma está ausente. Obsérvese, en el gráfico 7, que el punto A corresponde a una condición inicial, pero ya no representa una situación de estado estacionario, debido a que a cada valor de  $m$  sólo le corresponde una única situación de estado estacionario. Entonces, para visualizar un cambio entre situaciones de estado estacionario, es necesario expresar el modelo de tal forma que todos los valores para las variables endógenas sean los de estado estacionario,

es decir, debemos llevar el modelo a su versión estática (haciendo  $e = \bar{e}$ ,  $p = \bar{p}$  y eliminando todo elemento de dinámica en el modelo).



Así, es fácilmente verificable que la versión estática del modelo consta ahora de dos ecuaciones, (5) y (9), las cuales denotan los equilibrios en los mercados de dinero y de bienes, representadas en el gráfico 8 a partir de las rectas EM y EB, respectivamente. Nótese que, bajo este contexto, es posible visualizar los efectos de una política monetaria expansiva en el largo plazo. La curva EB posee una pendiente igual a 1<sup>26</sup>; la curva EM, una pendiente igual a cero. Así, estas dos características muestran que, en el largo plazo, hay una relación proporcional entre el tipo de cambio nominal y nivel de precios con respecto a la cantidad de dinero. Esto implica la neutralidad de una expansión monetaria (representada por la curva EM'), que lleva la economía de una situación de estado estacionario representada por el punto A a otro estado estacionario, representado en este caso por el punto B, manteniéndose el tipo de cambio real constante (y, en este caso, dada la forma en que se graficó EB, igual a cero en términos logarítmicos). De esta manera, se llega a una distinción entre las representaciones gráficas del modelo, tanto para el corto como para el largo plazo.

<sup>26</sup> Esta curva ha sido graficada convenientemente con intercepto en el origen.

## 9. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

A lo largo del presente trabajo, se ha detectado una serie de inconvenientes en el modelo de desborde de Dornbusch, de acuerdo con los conceptos formales de estabilidad y diferenciabilidad, además de haber puesto especial énfasis en la formación de expectativas de los agentes. La forma en que se abordó el problema consistió en introducir la compleción de una ecuación dinámica para el ajuste del mercado monetario, planteada por García-Cobián (2003), la cual es complementada con un proceso de formación de expectativas que contemple la influencia del tipo de cambio en la dinámica efectiva del tipo de cambio, bajo la hipótesis de expectativas racionales. En este procedimiento, el fenómeno de desborde surge como uno de diversos casos, análogo a la presentación del modelo hecha por Scarth (1988).

Con todo lo expuesto, el propósito a lo largo en el presente trabajo ha buscado reivindicar el hecho de que en la aplicación de un modelo matemático a la economía, la teoría económica plantea formalmente los supuestos adoptados e interpreta intuitivamente los resultados obtenidos, mas no queda involucrada en el proceso de solución matemática. Es decir, dado que todos supuestos han sido explicitados a través del lenguaje formal, la rigurosidad y precisión otorgan (en este caso) el carácter determinístico al modelo<sup>27</sup>; y la postura ha sido la de aferrarse a este hecho. No se hizo más que apoyarse en conceptos sumamente conocidos (expectativas racionales y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales), y se buscó no ir en contra de la exactitud de un paradigma formal como lo son las matemáticas, lo que constituye un reto y no una restricción en la elaboración de modelos. Además, nótese que en estado estacionario, los equilibrios permanecen inalterados, constituyendo así una corrección de forma en la dinámica.

Además, en la literatura correspondiente a las “variables de salto”, se suele aludir a las expectativas racionales como justificación económica para el célebre “salto instantáneo”, adquiriendo así una connotación de excusa (desde luego, carente de sentido). Por su parte, nuestra propuesta explicita la mayor velocidad de ajuste en el mercado de bienes, caracterizando al “overshooting” como un fenómeno de desequilibrio total en la economía, además de contener expectativas racionales, las cuales no nos llevan a un punto de silla sino que, por el contrario, nos libran de este. Nótese que el modelo de 1976 resulta en una devaluación que depende únicamente de los desvíos del tipo de cambio con respecto a sus niveles de largo

---

<sup>27</sup> Esta es la razón por la cual los modelos dinámicos pasaron a reemplazar a los modelos estáticos y por la cual la dinámica estocástica está reemplazando a la determinística.

plazo; en el modelo de 1980 la devaluación depende únicamente de los desvíos del nivel de precios con respecto a su nivel de largo plazo. En cambio, en nuestro caso la devaluación es una combinación lineal de ambos desvíos que queda afectada por las expectativas de los agentes. Bajo la hipótesis de expectativas racionales, la devaluación se da en el contexto de predicción perfecta y las expectativas (carentes de miopía) dependen de los parámetros estructurales de la economía, por lo que resulta estéril la crítica de Lucas.

Finalmente, sobre la base de lo mencionado líneas arriba, surge la idea de que no es la presencia de expectativas racionales, sino la imposición de algún equilibrio permanente a lo largo de la dinámica (en desmedro de algún proceso de ajuste ante desequilibrios) la que genera un punto de silla (inestable por definición, pero “estabilizado” mediante una justificación falaz) como equilibrio en la forma reducida de los modelos dinámicos bajo expectativas racionales. De todas maneras, la propuesta queda abierta.

#### APÉNDICE

$\theta$  y  $\alpha$  como funciones de  $\pi, \rho, \delta, \lambda$  y  $\sigma$

El requerimiento de predicción perfecta conlleva a resolver el siguiente sistema de ecuaciones para  $\theta$  y  $\alpha$  :

$$\lambda\rho + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\delta + \sigma\theta) = \theta$$

$$\frac{\rho}{\theta}(1 + \lambda\alpha) + \frac{\alpha}{\theta}\pi(\sigma\alpha - \delta) = \alpha$$

La solución viene dada por:

$$\alpha = Z$$

$$\theta = \rho\left(\lambda + \frac{1}{Z}\right) + \pi(\sigma Z - \delta)$$

Donde  $Z$  es una solución de:

$$(\pi\delta + \pi^2\delta\sigma)Z^3 + (\pi\delta\rho\lambda - \rho\pi\sigma - \pi^2\delta^2)Z^2 + (2\rho\pi\delta - \rho^2\lambda)Z - \rho^2 = 0$$

Para una de las tres soluciones de esta ecuación, la aplicación de teorema de la función implícita permite expresar en un subconjunto del espacio  $(\theta, \alpha, \pi, \delta, \lambda, \rho, \sigma)$  a  $\theta$  y  $\alpha$  como funciones de los parámetros estructurales:

$$\theta = \theta(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma)$$

$$\alpha = \alpha(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma)$$

Sin embargo, es también de nuestro interés conocer el signo de la solución hallada; para ello, nos basamos en la siguiente propiedad: “toda ecuación polinómica de grado impar tiene por lo menos una raíz cuyo signo es opuesto al de su último término<sup>28</sup>”. Con esto último, contamos con que existe por lo menos una raíz positiva en el caso de  $\alpha$  y en el caso de  $\theta$ , existiría ambigüedad pero, al tener en cuenta que  $\pi$  es un valor pequeño y  $\rho$  es grande (debido a las distintas velocidades de ajuste de los mercados), podemos considerar razonable el tomar a  $\theta$  como positivo. Es así que la aplicación del teorema de la función implícita, aplicado en la raíz positiva, nos permite expresar, dentro de un entorno, a los parámetros de las expectativas como funciones positivas y relevantes para el modelo involucrado.

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma) > 0$$

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}(\pi, \rho, \delta, \lambda, \sigma) > 0$$

## BIBLIOGRAFIA

- DORNBUSCH, R. (1976): “Expectations and Exchange Rate Dynamics”. *Journal of Political Economy*, vol. 87, no. 6.
- DORNBUSCH, R. (1980): *Open Economy Macroeconomics*. New York, Basic Books.
- GAMEZ, C. (1997): *Teoría Monetaria Internacional*. Madrid McGraw-Hill.
- GANDOLFO, (1997): *Economic Dynamics*. Study Edition. Springer.
- GARCÍA-COBIÁN, R. (2003): “Compleción del Modelo del ‘Overshooting’ de Dornbusch”. Departamento de Economía PUCP, Documento de Trabajo No. 222.
- HALL, H. Y S. KNIGHT (1982): *Álgebra Superior*. UTEHA.
- HIRSCH, M. (1974): *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*. Academy Press.
- ROGOFF, K. (2001): “Dornbusch's Overshooting Model After Twenty-Five Years”. The Mundell-Fleming Lecture. Second Annual IMF Research Conference. November 30.

---

<sup>28</sup> Véase Hall *et al.* (1982).

SCARTH, W. (1988): *Macroeconomics. An Introduction to Advanced Methods*. Hartcourt Brace Jovanovich.

VÁSQUEZ, A. (2002): “La Dinámica del Tipo de Cambio en una Pequeña Economía Abierta: El Modelo del Overshooting en Perspectiva”. *Econodémica*, Vol. I, No. 2.