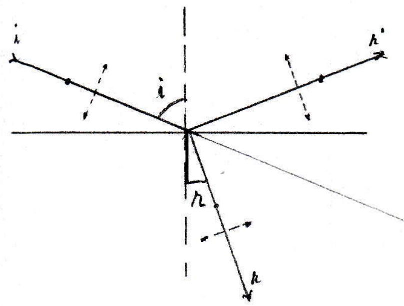
25.1



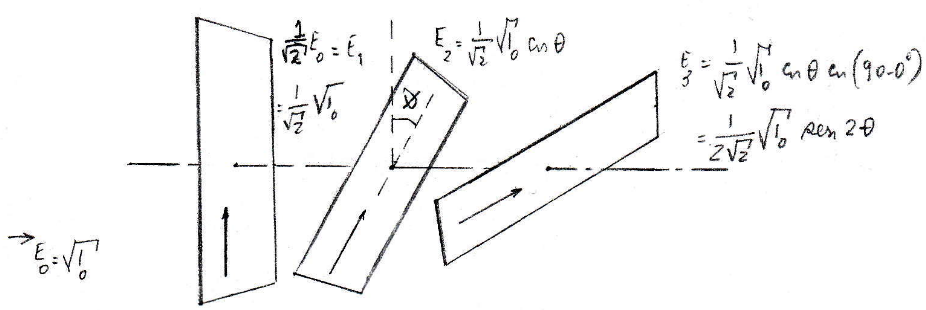
A luz polarizada no plano horizontal, i.e., no plano ⊥ ao formado por $\hat{i}$ e $\hat{n}$, é reflectida com a mesma polarização que tinha no raio incidente.

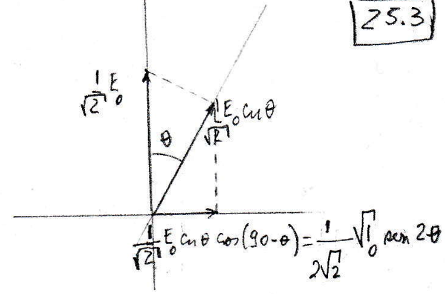
A luz polarizada no plano de incidência (i.e, no plano $\hat{i}, \hat{n}$) sofre uma atenuação na reflexão, anulando-se por completo se o ângulo de incidência i + o ângulo de refracção r fôr igual a 90°. Esta é a condição de Brewster.

Por isso a luz reflectida tem uma maior componente de polarização ⊥ ao plano da figura do que paralela ao plano da figura. A polarização dá-se pois com a polarização horizontal, i.e., ⊥ ao plano da figura.

25.2

25.3





Assim: $I_t = |E_3|^2 = \frac{1}{8} I_0 \,\mathrm{sen}^2 2\theta$

25.4 25.4

No problema 21.2 vimos que o campo eléctrico criado por um electrão que se move com velocidade angular constante sobre um caminho circular, era dado por: $E = \dfrac{q a \omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}\left[\cos\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\hat{e}_x + \cos\theta \,\text{sen}\, \omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\hat{e}_y\right]$

1° caso: $\theta = 0°$. Ponto situado sobre o eixo do círculo.

$$\vec{E} = \frac{q a \omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}\left[\cos\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\hat{e}_x + \text{sen}\,\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\hat{e}_y\right] \quad e \quad I(\theta=0°) = \left(\frac{q a \omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}\right)^2$$

A polarização é pois circular. O vector $\vec{E}$ roda descrevendo um círculo no plano $\hat{e}_x, \hat{e}_y$. Notar que $\hat{e}_x \equiv \hat{i}$, $\hat{e}_z \equiv \overline{OP}$ e $\hat{e}_y \perp$ ao plano $\hat{e}_x, \hat{e}_z$

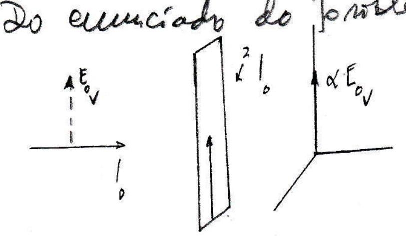
2° caso: $\theta = 90°$. Ponto situado no plano do círculo a grande distância.

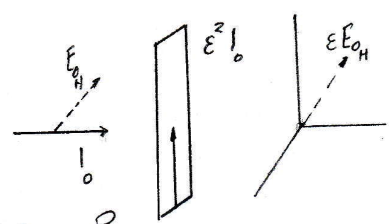
$$\vec{E} = \frac{q a \omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}\cos\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\hat{e}_x \; ; \; I(\theta=90°) = \frac{q a\omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R}\underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \cos\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)dt}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}I(\theta=0°)$$

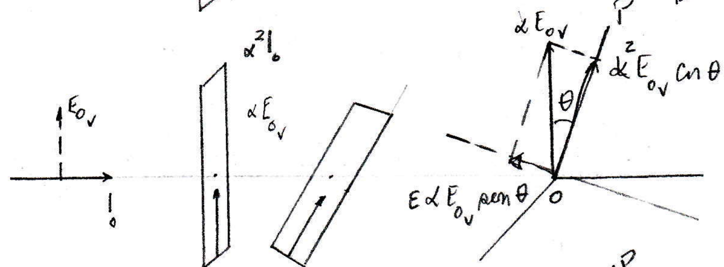
A polarização é linear, dirigida segundo $\hat{e}_x$ se o ponto P está situado no plano YZ

25.5 Ver! Solução c/ gráfico? 25.5

Do enunciado do problema:





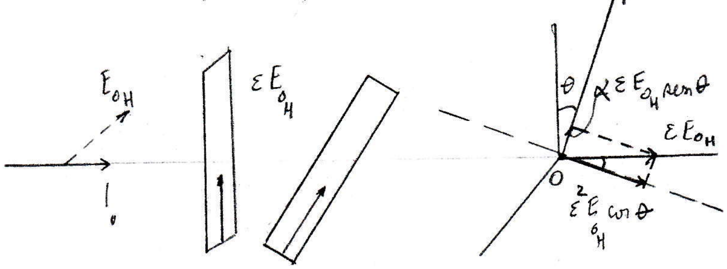


Componente do campo segundo $\overline{OP}$:

$\alpha^2 E_{0_V}\cos\theta$; $\alpha\varepsilon E_{0_H}\,\text{sen}\,\theta$

Componente do campo segundo a $\perp$ a $\overline{OP}$:

$\varepsilon\alpha E_{0_V}\,\text{sen}\,\theta$ e $-\varepsilon^2 E_{0_H}\cos\theta$



E também: $E_{0_V}^2 + E_{0_H}^2 = I_0$ e se

$E_{0_V} = E_{0_H} = E_0$ vem $2E_0^2 = I_0$ ou

$E_{0_V} = E_{0_H} = E_0 = \sqrt{\dfrac{I_0}{2}}$

25.5 | 25.5

Componente total do campo segundo $\overline{OP}$: $\sqrt{\frac{I_0}{2}}\left[\alpha^2\cos\theta + \alpha\varepsilon\,\text{sen}\,\theta\right]$

" " " " $\perp$ a $\overline{OP}$: $\sqrt{\frac{I_0}{2}}\left[\varepsilon\alpha\,\text{sen}\,\theta - \varepsilon^2\cos\theta\right]$

A intensidade da luz após passar a segunda placa de polarização é dada pela soma dos quadrados dos componentes do campo segundo $\overline{OP}$ e segundo a $\perp$ a $\overline{OP}$, e então vem:

$$I_t = \frac{I_0}{2}\left[\left(\alpha^2\cos\theta + \alpha\varepsilon\,\text{sen}\,\theta\right)^2 + \left(\varepsilon\alpha\,\text{sen}\,\theta - \varepsilon^2\cos\theta\right)^2\right] =$$

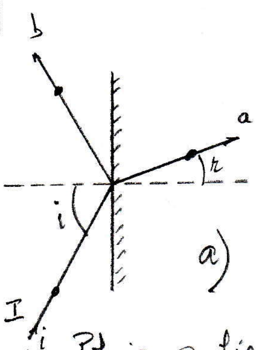
$$= \frac{I_0}{2}\left[\alpha^4\cos^2\theta + \alpha^2\varepsilon^2\,\text{sen}^2\theta + 2\alpha^3\varepsilon\cos\theta\,\text{sen}\,\theta + \alpha^2\varepsilon^2\,\text{sen}^2\theta + \varepsilon^4\cos^2\theta - 2\alpha\varepsilon^3\,\text{sen}\,\theta\cos\theta\right] =$$

$$= \frac{I_0}{2}\left[\left(\alpha^4+\varepsilon^4\right)\cos^2\theta + 2\alpha^2\varepsilon^2\,\text{sen}^2\theta + \left(\alpha^3\varepsilon - \alpha\varepsilon^3\right)2\,\text{sen}\,\theta\cos\theta\right] \quad \text{e então:}$$

$$\frac{I_t}{I_0} = \underbrace{\frac{1}{2}\left(\alpha^4+\varepsilon^4\right)\cos^2\theta + \alpha^2\varepsilon^2\,\text{sen}^2\theta}_{A} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\alpha^3\varepsilon - \alpha\varepsilon^3\right)\text{sen}\,2\theta}_{B} \quad \text{e em}$$

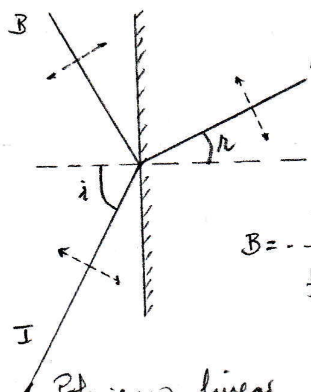
que a parcela A é igual à solução mas a parcela B não surge na solução!

25.6 | 25.6



$$b = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$$

Polarização linear normal ao plano de incidência (plano do papel)



$$B = -\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)}$$

Polarização linear no plano de incidência

25.6 Contin. 25.6 Contin.

$\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r$ ou: $\operatorname{sen} r = \frac{1}{n} \operatorname{sen} i = \frac{1}{\frac{4}{3}} \operatorname{sen} 80^\circ = 0{,}7386$

donde $r = 47{,}6^\circ$

A amplitude b do campo no caso a) é: $b = -\dfrac{\sin(80-47{,}6)}{\sin(80+47{,}6)} = -0{,}67$

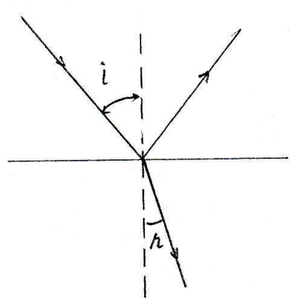
A amplitude B do campo no caso b) é: $B = -\dfrac{\tan(80-47{,}6)}{\tan(80+47{,}6)} = -0{,}4887$

Por outro lado $I_0 = E_{0_V}^2 + E_{0_H}^2 = 2E_0^2$ se $E_{0_V} = E_{0_H} = E_0$ e vem:

$$I_{\text{reflectido}} = b^2 E_0^2 + B^2 E_0^2 = (b^2 + B^2) E_0^2 = I_0 \frac{b^2 + B^2}{2} = I_0 \frac{(-0{,}67)^2 + (-0{,}4887)^2}{2} = 0{,}344 \cdot I_0$$

Assim $\dfrac{I_{\text{reflectido}}}{I_{\text{incidente}}} = 34{,}4\%$.

25.7 25.7



O ângulo de Brewster é tal que $i_B + r = 90^\circ$

Pela relação de Snell $\dfrac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = n$ ou $\dfrac{\operatorname{sen} i_B}{\operatorname{sen}(90 - i_B)} = \dfrac{\operatorname{sen} i_B}{\cos i_B} = \operatorname{tg} i_B = n$

25.8 25.8

a) Se a incidência fôr normal então $B^2 = b^2 = \dfrac{(n-1)^2}{(n+1)^2} = \left(\dfrac{2{,}4-1}{2{,}4+1}\right)^2 = 16{,}9\%$ em que

b e B têm o significado do problema 25.6 anterior.

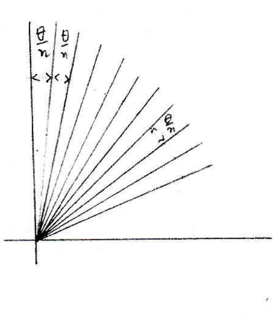
b) O ângulo de Brewster vem dado por: $\operatorname{tg} i_B = 2{,}4$, pelo que $i_B = 67{,}4^\circ$

25.9 25.9

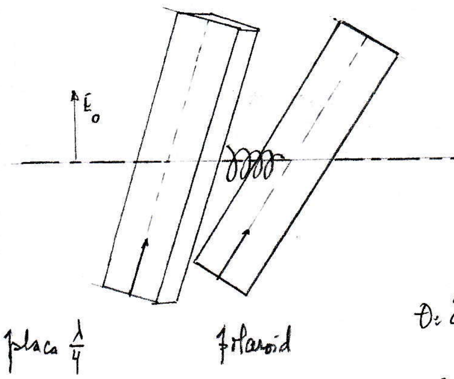
Após o primeiro polarizador: $I_1 = I_0 \cos^2 \frac{\theta}{n}$

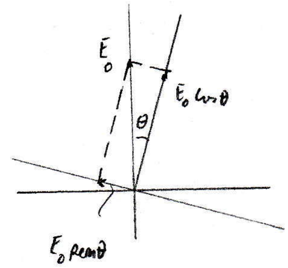
" " segundo polarizador: $I_2 = I_1 \cos^2 \frac{\theta}{n} = I_0 \left(\cos^2 \frac{\theta}{n}\right)^2$

" o enésimo polarizador: $I_n = I_0 \underbrace{\cos^2 \frac{\theta}{n} \cos^2 \frac{\theta}{n} \cdots}_{n \text{ vezes}} = I_0 \cos^{2n} \frac{\theta}{n}$



b) Polarização final: $\underbrace{\frac{\theta}{n} + \frac{\theta}{n} + \dots + \frac{\theta}{n}}_{n \text{ parcelas}} = \theta$





θ: ângulo entre a direcção de polarização da luz incidente e o eixo óptico da placa de quarto de onda.

Na zona intermédia a polarização é elíptica com duas componentes: $E_0 \cos\theta$ e $E_0 \operatorname{sen}\theta$

Se $\theta < 45°$ o valor máximo do campo é $E_0 \cos\theta$ e o valor mínimo é $E_0 \operatorname{sen}\theta$

Então $I_{MAX} = E_0^2 \cos^2\theta$ e $I_{MIN} = E_0^2 \sin^2\theta$ pelo que $\frac{I_{MAX}}{I_{MIN}} = \frac{\cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} = \cot g^2\theta$

25.11

$T_o = \frac{d}{V_o} = \frac{d}{c} n_o \qquad T_o - T_e = \frac{d}{c}(n_o - n_e)$

$T_e = \frac{d}{V_e} = \frac{d}{c} n_e \qquad \Delta\phi = \frac{T_o - T_e}{T} 2\pi = \frac{2\pi c}{\lambda}(T_o - T_e) = \frac{2\pi \cancel{c}}{\lambda} \cdot \frac{d}{\cancel{c}}(n_o - n_e) = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e)$

e pretende-se que $\frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e) = \frac{\pi}{2} m$ ou seja $\lambda = \frac{1}{m} 4(n_o - n_e) d = \frac{1}{m} 4 \cdot (1{,}553 - 1{,}544) \cdot 0{,}12 \cdot 10^6 =$ nm

e então $\lambda = \frac{4320}{m}$ nm

Para que $\lambda > 400$ nm e $\lambda < 750$ nm vem $m = 6$ $\lambda = 720$ nm; $m = 7$ $\lambda = 617$;

$m = 8$ $\lambda = 540$ nm; $m = 9$ $\lambda = 480$ nm; $m = 10$ $\lambda = 432$ nm

---

25.12

a) No problema anterior viu-se que: $T_o - T_e = \frac{d}{c}(n_o - n_e)$ e queremos que, para luz de $\lambda = 600$ nm esta diferença de tempos de travessia corresponda a um desfazamento de $\frac{\pi}{2}$, ou seja, um intervalo de tempo de $\frac{T}{4}$. Vem então:

$\frac{d}{c}(n_o - n_e) = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}\frac{1}{f} = \frac{1}{4}\frac{\lambda}{c}$, isto é, $d = \frac{\lambda}{4}\frac{1}{n_o - n_e} = \frac{600}{4}\frac{1}{|1{,}544 - 1{,}553|} = 1{,}67 \cdot 10^{-2}$ mm