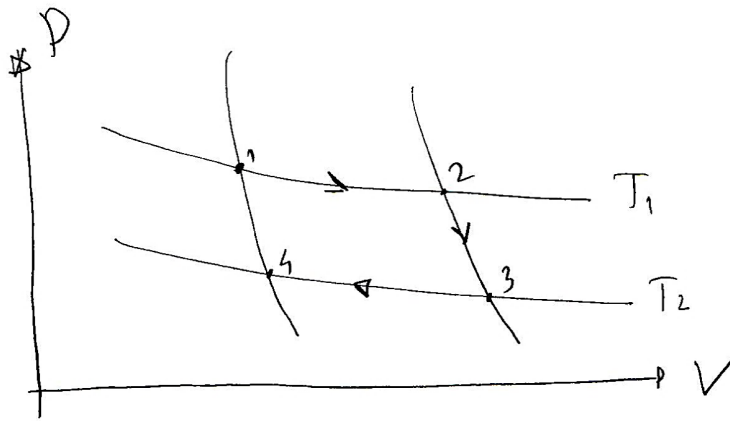


32.1



$$U = Q + W$$

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_2} P dV \quad \text{como no processo isotérmico } \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

Se o gás for perfeito  $\Rightarrow PV = nRT$

Então  $|Q_1| = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} dV$  mas  $T_1$  é constante  $\Rightarrow$

$$|Q_1| = nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow |Q_1| = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (1)$$

$$|Q_2| = nRT_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \Rightarrow -Q_2 = nRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$$

$$|Q_2| = nRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) \quad (2)$$

Mas  $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$   
 $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$

mas  $T_1 = T_2$  e  $T_4 = T_3$

Então:  $\frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{T_2 V_2^{\gamma-1}} = \frac{T_4 V_4^{\gamma-1}}{T_3 V_3^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$

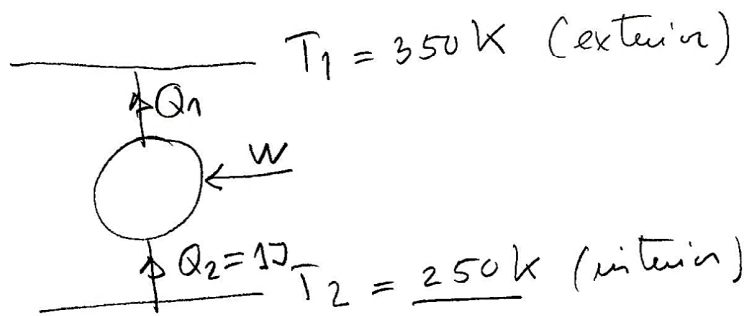
$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}} \quad (3)$$



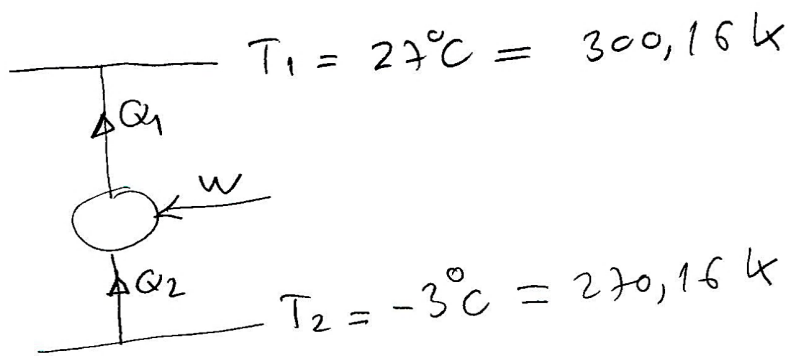
Das equações (1), (2) e (3) resulta?

$$\boxed{\frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \frac{T_1}{T_2}}$$

$Q_2 = 1 \text{ J} \Rightarrow Q_1 = \underline{\underline{1,4 \text{ J}}}$



**32.2**



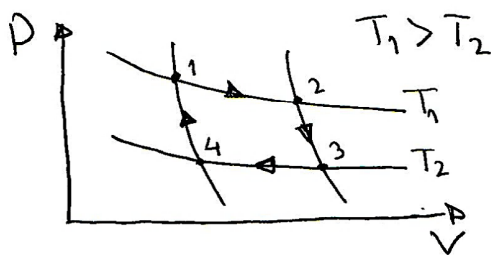
Como  $\frac{|Q_1|}{|Q_2|} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow |Q_1| = \frac{T_1}{T_2} |Q_2|$

se  $Q_2 = 1 \text{ J} \Rightarrow Q_1 = \frac{300}{270} = \frac{10}{9} \text{ J}$

Mas  $Q_2 + W = Q_1 \Rightarrow W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow W = \underline{\underline{\frac{1}{9} \text{ J}}}$

**32.3**

Um ciclo de Carnot é constituído por expansões isotérmicas e adiabáticas seguidas de compressões isotérmicas e adiabáticas.



Os trabalhos realizados nas compressão e expansão isotérmicas são iguais que a máquina utilize ar ou hélio porque  $W = P_i V_i \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$



Os trabalhos realizados nas expansões e compressões adiabáticas dependem do coeficiente adiabático. 2

$$W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_f V_f - P_i V_i) \text{ sendo } \gamma \text{ o coef. adiabático.}$$

Como o coeficiente adiabático do ar é ligeiramente superior ao do hélio, então o trabalho realizado num ciclo pela máquina de Carnot que use hélio é maior do que a que use ar.

**32.4**

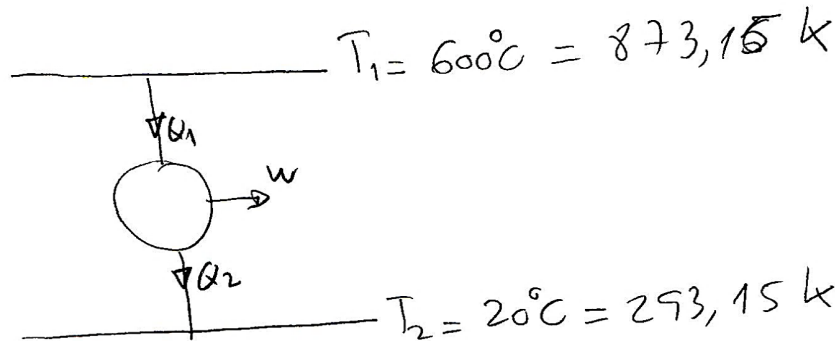
$$W = Q_1 - Q_2$$

$$\frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

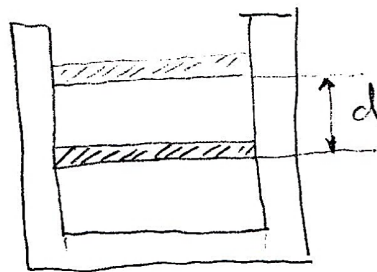
$$E_{\max} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\text{Mas } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

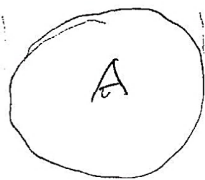
$$E_{\max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow E_{\max} = 1 - \frac{293,15}{873,15} = 66,4\%$$



**32.5**



$$V = Ad$$



a) 
$$W = F \cdot d = (Mg + PA) \frac{V}{A} = \left( \frac{Mg}{A} + P \right) V \text{ c.s.d.}$$

b) 
$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV \text{ Como o processo é isobárico: } P = cte$$

$$W = P \int_{V_i}^{V_f} dV \Rightarrow \boxed{W = P(V_f - V_i)}$$

$$W = PV_f - PV_i$$

sendo o gás perfeito:  $PV = nRT$

$$W = nRT_f - nRT_i \Rightarrow \boxed{W = nR \Delta T} \quad (\text{eq. 1})$$

$$\Delta Q = n C_p \Delta T \quad (\text{eq. 2})$$

para um gás monoatômico:  $C_p = \frac{5}{2} R$

$$\boxed{\Delta Q = n \frac{5}{2} R \Delta T} \quad (\text{eq. 3})$$

Comparando as equações 1 e 3:

$$\Delta Q = \frac{5}{2} W \quad \text{c. s. d.}$$

c) A variação da energia interna de um gás monoatômico é dada por:

$$\Delta E = \frac{3}{2} nR \Delta T \Rightarrow \Delta E = \frac{3}{2} W \quad \text{c. s. d.}$$

$$d) \begin{aligned} PV_f &= nRT_f \\ PV_i &= nRT_i \end{aligned} \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i} \quad \text{como } V_f = 2V_i$$

$$\text{Então: } \frac{2V_i}{V_i} = \frac{T_f}{T_i} \Rightarrow \boxed{T_f = 2T_i} \quad \text{c. s. d.}$$

Por outro lado:

$$P \Delta V = nR \Delta T \Rightarrow P \Delta V = W \Rightarrow PV_f - PV_i = W$$

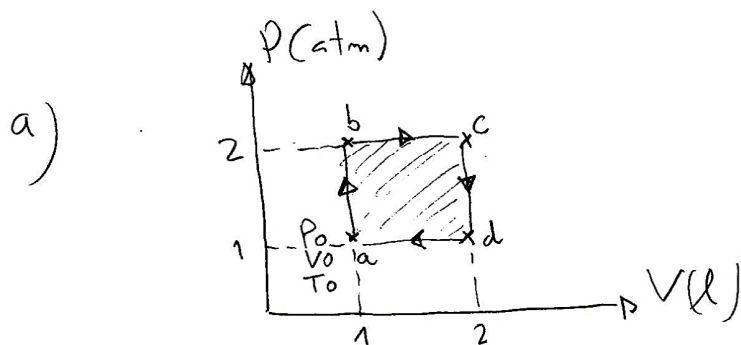
$$2PV_i - PV_i = W \Rightarrow PV_i = W \Rightarrow nRT_i = W$$

$$\text{Como } n = \frac{N}{4} \Rightarrow \frac{N}{4} R T_i = W$$

$$T_i = \frac{4W}{NR} \quad \text{c. s. d.}$$



32.6



b) O trabalho realizado num ciclo é determinado pela área a recepo.

$$W = (2-1) \times 101325 \times (2-1) \times 10^{-3}$$

$$= 101,325 \text{ J}$$

c)

$$\frac{P_b}{P_a} = \frac{T_b}{T_a} \Rightarrow T_b = \frac{P_b}{P_a} T_a \Rightarrow T_b = \frac{2}{1} \cdot 300 = \underline{\underline{600 \text{ K}}}$$

$$\frac{V_c}{V_b} = \frac{T_c}{T_b} \Rightarrow T_c = \frac{V_c}{V_b} T_b \Rightarrow T_c = \left(\frac{2}{1}\right) \times 600 = \underline{\underline{1200 \text{ K}}}$$

$$\frac{P_d}{P_c} = \frac{T_d}{T_c} \Rightarrow T_d = \frac{P_d}{P_c} T_c \Rightarrow T_d = \left(\frac{1}{2}\right) \times 1200 = \underline{\underline{600 \text{ K}}}$$

O máxima temperatura atingida pelo gás é  $T_c = 1200 \text{ K}$

d) Processo isocórico  $a \rightarrow b$  :  $Q = C_v (T_b - T_a)$

Processo isobárico  $b \rightarrow c$  :  $Q = C_p (T_c - T_b)$

O calor absorvido  $\Delta Q$  nos processos  $a \rightarrow b$  e  $b \rightarrow c$  é:

$$\Delta Q = C_v 300 + C_p 600$$

$$= C_v 300 \left(1 + 2 \frac{C_p}{C_v}\right) \quad \text{mas } \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\Delta Q = C_v 300 (1 + 2\gamma) \quad (1)$$



$$C_p - C_v = R \quad (2)$$

↓  
Capacidades térmicas molares

$$c_p = \frac{C_p}{m} \quad \text{e} \quad c_v = \frac{C_v}{m} \quad (3)$$

Substituído (3) em (2):

$$\frac{C_p}{m} - \frac{C_v}{m} = R \quad \Rightarrow \quad C_p - C_v = m R$$

$$\frac{C_p}{C_v} - 1 = \frac{m R}{C_v} \quad \Rightarrow \quad \gamma - 1 = \frac{m R}{C_v} \quad \Rightarrow \quad C_v = \frac{m R}{\gamma - 1} \quad (4)$$

Substituído (4) em (1):

$$\Delta Q = 300 m R \frac{(2\gamma + 1)}{(\gamma - 1)} \quad (5)$$

$$\text{mas } m = \frac{p_0 V_0}{R T_0} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{1 \times 10^5 \cdot 325 \times 1 \times 10^{-3}}{R \cdot 300} \quad (6)$$

Substituído (6) em (5)

$$\Delta Q = 101,325 \frac{(2\gamma + 1)}{(\gamma - 1)}$$

Nota: Resultado diferente do indicado no livro de problemas

$$e) \quad \Delta S_v = \int_{T_0}^{T_b} \frac{C_v dT}{T} = C_v \ln \left( \frac{T_b}{T_0} \right)$$

$$\Delta S_p = \int_{T_b}^{T_c} \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \left( \frac{T_c}{T_b} \right)$$

$$\Delta S = \Delta S_v + \Delta S_p = C_v \ln \left( \frac{600}{300} \right) + C_p \ln \left( \frac{1200}{600} \right)$$

$$\Delta S = C_v \ln 2 + C_p \ln 2$$

$$= C_v \ln 2 \left( 1 + \frac{C_p}{C_v} \right)$$

$$= C_v \ln 2 (1 + \gamma) \quad (1)$$

mas a equaçã 4 de alínea anterior é:  $C_v = \frac{m R}{\gamma - 1} \quad (2)$

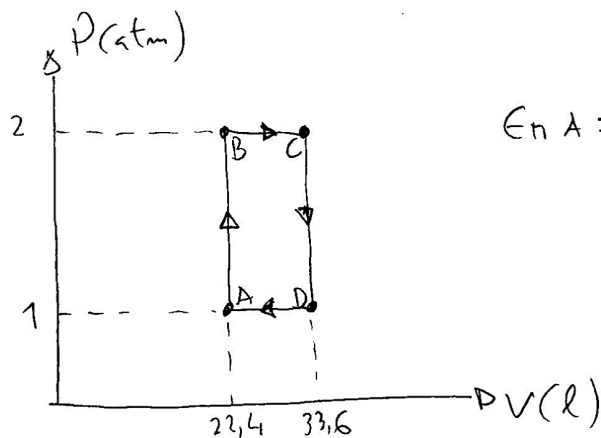


Substituído (2) em (1):

$$\begin{aligned}\Delta S &= n R \ln(2) \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)} \\ &= \frac{P_0 V_0}{R T_0} R \ln(2) \frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)} \\ &= \frac{101325 \times 10^{-3}}{300} \times \ln(2) \left( \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right)\end{aligned}$$

$$\Delta S = 0,23 \left( \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \text{ J K}^{-1}$$

32.7



$$\text{Em A: } \begin{aligned} P &= 1 \text{ atm} \\ V &= 22,4 \text{ l} \\ T &= 300 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{Em C: } \begin{aligned} P &= 2 \text{ atm} \\ V &= 33,6 \text{ l} \\ T &= 900 \text{ K} \end{aligned}$$

- a) •  $A \rightarrow B$  e  $C \rightarrow D$  processos isocóricos ( $dV=0$ )  $\Rightarrow$   
 $W_{AB} = W_{CD} = 0$

- $B \rightarrow C$  processo isobárico ( $dP=0$ )

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV \Rightarrow W = P \int_{V_i}^{V_f} dV \Rightarrow \boxed{W = P(V_f - V_i)}$$

$$W = 2 \times 101325 (33,6 - 22,4) \times 10^{-3} \\ = 2269,7 \text{ J}$$

- $D \rightarrow A$  processo isobárico

$$W = P(V_f - V_i)$$

$$W = 101325 (22,4 - 33,6) \times 10^{-3} = -1134,8 \text{ J}$$

$$W_{\text{t}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\ = 0 + 2269,7 + 0 - 1134,8 \\ = \underline{\underline{1134,9 \text{ J}}}$$

b)  $P_A V_A = n R T_A$  como  $V_A = V_B \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B}$   
 $P_B V_B = n R T_B$

$$T_B = \frac{P_B}{P_A} T_A \Rightarrow T_B = 2 T_A \Rightarrow T_B = 2 \times 300 = \underline{\underline{600 \text{ K}}}$$





$$c) \quad \gamma = \frac{4}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_p - C_v = R \\ \frac{C_p}{C_v} = \gamma \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_p - C_v = 8,314472 \\ \frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} C_p - C_v = R \\ \frac{C_p}{C_v} = \gamma \end{array}} \right\} \frac{4}{3} C_v - C_v = 8,31447$$

$$\frac{1}{3} C_v = 8,314472 \Rightarrow \boxed{C_v = 24,943416}$$

$$\boxed{C_p = R + C_v = 33,257888}$$

$$\Delta Q_{A \rightarrow B} = m C_v \Delta T$$

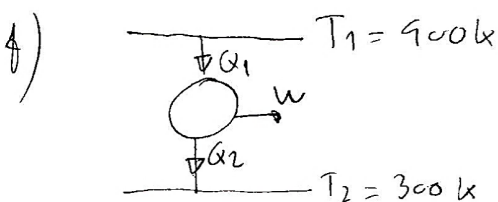
$$\text{sendo } m = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{1 \times 101325 \times 22,4 \times 10^{-3}}{R \times 300} = 0,9099$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_{A \rightarrow B} &= 0,9099 \times 24,9434 \times (600 - 300) \\ &= \underline{\underline{6809 \text{ J}}} \approx 6,8 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$d) \quad \Delta Q_{B \rightarrow C} = m C_p \Delta T$$

$$\begin{aligned} &= 0,9099 \times 33,2579 \times (900 - 600) \\ &= \underline{\underline{9078 \text{ J}}} \approx 9,1 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$e) \quad \Sigma_{\text{mex}} = \frac{\text{trabalho realizado no ciclo}}{\text{calor admitido no sistema}} \Rightarrow \Sigma_{\text{mex}} = \frac{W_E}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{1134,9}{6809 + 9078} \approx 7\%$$



$$Q_1 = Q_2 + W \Rightarrow 1 = \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{W}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{mas } \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{300}{900} = 66,7\%$$

32.8

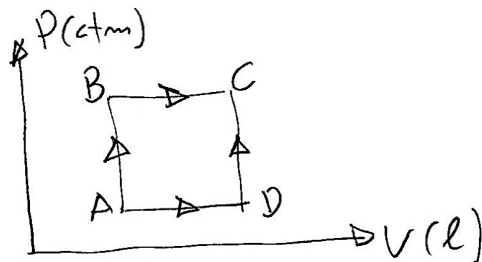
5

$$A: \begin{aligned} P_A &= 1 \text{ atm} \\ V_A &= 22,4 \text{ l} \\ T_A &= \underline{300 \text{ K}} \end{aligned}$$

$$B: \begin{aligned} P_B &= 2 \text{ atm} \\ V_B &= 22,4 \text{ l} \\ T_B &= \frac{P_B}{P_A} \cdot T_A = \frac{2}{1} \cdot 300 = \underline{600 \text{ K}} \end{aligned}$$

$$C: \begin{aligned} P_C &= 2 \text{ atm} \\ V_C &= 33,6 \text{ l} \\ T_C &= \underline{900 \text{ K}} \end{aligned}$$

$$D: \begin{aligned} P_D &= 1 \text{ atm} \\ V_D &= 33,6 \text{ l} \\ T_D &= \frac{P_D}{P_C} \cdot T_C = \frac{1}{2} \cdot 900 = \underline{450 \text{ K}} \end{aligned}$$



Processos  $A \rightarrow B \rightarrow C$

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= C_V \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + C_P \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) \\ &= C_V \ln\left(\frac{600}{300}\right) + C_P \ln\left(\frac{900}{600}\right) \\ &= C_V \ln(2) + C_P \ln(1,5) \end{aligned}$$

Processos  $A \rightarrow D \rightarrow C$

$$\begin{aligned} \Delta S_2 &= C_P \ln\left(\frac{T_D}{T_A}\right) + C_V \ln\left(\frac{T_C}{T_D}\right) \\ &= C_P \ln\left(\frac{450}{300}\right) + C_V \ln\left(\frac{900}{450}\right) \\ &= C_P \ln(1,5) + C_V \ln(2) \end{aligned}$$

Como  $\Delta S_1 = \Delta S_2$  a variação de entropia entre os pontos A e C não depende do caminho escolhido; só depende dos estados inicial e final. Por esta razão a entropia é uma função de estado.



b) Escolhendo o caminho  $A \rightarrow B \rightarrow C$

$$\begin{aligned}\Delta S &= C_V \ln 2 + C_P \ln\left(\frac{3}{2}\right) \\ &= C_V \left[ \ln 2 + \frac{C_P}{C_V} \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right]\end{aligned}$$

mas  $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$  (equação 4 do problema 6)

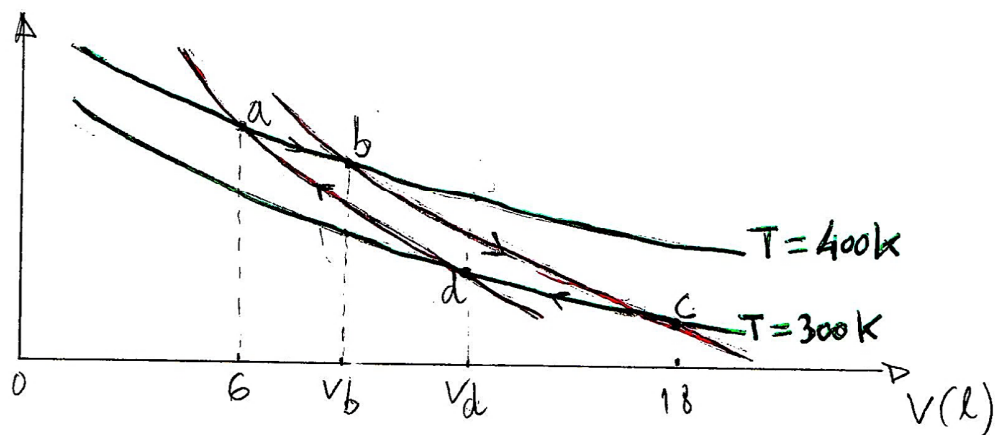
$$n = \frac{P_A V_A}{R T_A} \quad \Rightarrow \quad C_V = \frac{P_A V_A}{R T_A} \frac{R}{(\gamma - 1)}$$

$$\Delta S = \frac{P_A V_A \left[ \ln 2 + \gamma \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right]}{T_A (\gamma - 1)}$$

$$\Delta S = \frac{101325 \times 22,4 \times 10^{-3} \left[ \ln(2) + \frac{4}{3} \ln(1,5) \right]}{300 \times \left( \frac{4}{3} - 1 \right)} = \underline{\underline{287 \text{ K}^{-1}}}$$



32.9



$$a) \quad T_b V_b^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1} \quad \text{sendo } \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow T_b V_b^{\frac{2}{5}} = T_c V_c^{\frac{2}{5}}$$

$$V_b = \left(\frac{T_c}{T_b}\right)^{5/2} V_c \Rightarrow V_b = 8,8 \text{ L}$$

$$b) \quad T_d V_d^{\gamma-1} = T_a V_a^{\gamma-1} \Rightarrow V_d = \left(\frac{T_a}{T_d}\right)^{5/2} V_a \Rightarrow V_d = \left(\frac{400}{300}\right)^{3/2} \times 6$$

$$V_d = 12,3 \text{ L}$$

$$c) \quad \Delta Q_{a \rightarrow b} = ? \quad w = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad \text{re gás perfeito } PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = 1$$

$$\Rightarrow w = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Processo isotérmico:  $w = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

Peso atômico do cobre: 64 g  $\Rightarrow$  1 mole de cobre atômico  
 peso: 64 g.

1 mole de cobre molecular ( $\text{Cu}_2$ ) peso 128 g!

$$\Delta W_{a \rightarrow b} = -R 400 \ln\left(\frac{8,8}{6}\right) = -1,27 \times 10^3 \text{ J}$$

Como neste processo  $dT=0 \Rightarrow dE=0 \Rightarrow \Delta Q = -\Delta U$

Então:

$$\Delta Q_{a \rightarrow b} = \underline{\underline{1,27 \times 10^3 \text{ J}}}$$



d) = Processo isotérmico

$$W_{c \rightarrow d} = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad \boxed{\text{mas } n=1}$$

$$= -R 300 \ln\left(\frac{12,3}{18}\right) = -0,95 \times 10^3 \text{ J}$$

Como o processo é isotérmico  $\Rightarrow dT=0 \Rightarrow dE=0$   
 $\Rightarrow Q = -W$ . Então:

$$\Delta Q_{c \rightarrow d} = 0,95 \times 10^3 \text{ J}$$

e)  $\varepsilon = 1 - \frac{T_d}{T_a} \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{300}{400} = 25\%$

f)  $\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

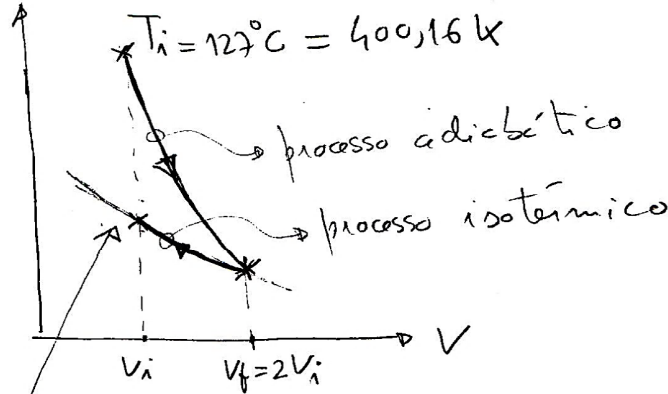
$$\Delta S_{a \rightarrow b} = R \ln\left(\frac{8,8}{6}\right) = 3,1844 \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta S_{a \rightarrow b} = \frac{3,1844 \text{ J K}^{-1}}{28 \text{ g}} = \underline{\underline{0,11 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}}}$$

$$\Delta S_{c \rightarrow d} = R \ln\left(\frac{12,3}{18}\right) = -0,11 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$$



32.10



$$T_f = -3^\circ\text{C} = 270,16\text{ K}$$

$$a) P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \Rightarrow P_i V_i^\gamma = P_f (2V_i)^\gamma \Rightarrow \boxed{P_i V_i^\gamma = P_f 2^\gamma V_i^\gamma}$$

$$\text{mas } \boxed{P_i V_i = n R T_i} \text{ e } P_f V_f = n R T_f \Rightarrow \boxed{P_f (2V_i) = n R T_f}$$

$$\frac{n R T_i}{V_i} V_i^\gamma = \frac{n R T_f}{2V_i} 2^\gamma V_i^\gamma$$

$$T_i = T_f \times 2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_i}{T_f} = 2^{\gamma-1} = \ln\left(\frac{T_i}{T_f}\right)$$

$$(\gamma-1) \ln 2 = \ln\left(\frac{T_i}{T_f}\right) \Rightarrow \gamma-1 = \frac{\ln\left(\frac{T_i}{T_f}\right)}{\ln 2}$$

$$\gamma = 1 + \frac{\ln\left(\frac{T_i}{T_f}\right)}{\ln 2} \quad \underline{\underline{\gamma = 1,57}}$$

$$b) \delta E = \delta Q_{\text{rev}} + \delta W$$

$$C_v dT = \delta Q_{\text{rev}} - P dV$$

$$\frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{C_v dT}{T} + \frac{nRT}{V} dV$$

$$= C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\text{mas } \delta Q_{\text{rev}} = T dS \Rightarrow \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = dS$$

Então:

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \Rightarrow \Delta S = C_v \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

sendo  $C_v$  a capacidade calorífica do gás.

$$\Delta S = C_v \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Usando a equação 4 do problema 6:  $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Como  $n=1$  e  $\gamma = 1,57$

$$\Delta S = \frac{R}{0,57} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

• Processo adiabático

$$\Delta S_1 = \frac{R}{0,57} \ln\left(\frac{270,16}{400,16}\right) + R \ln\left(\frac{2V_i}{V_i}\right) = 0,0327 \text{ J K}^{-1}$$

• Processo isotérmico

$$\Delta S_2 = R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$= R \ln\left(\frac{V_i}{2V_i}\right)$$

$$= R \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -5,7632 \text{ J K}^{-1}$$

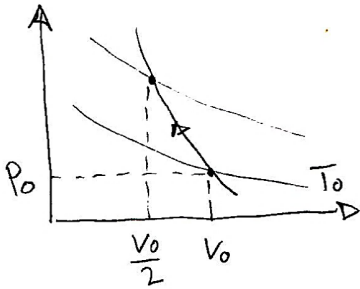
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0,0327 - 5,7632 = -5,7305 \text{ J K}^{-1}$$

$$\Delta S = -\frac{5,7305}{4,1858} = \underline{\underline{-1,37 \text{ cal K}^{-1}}}$$



3.11

9



Dedução da equação do trabalho realizado num processo adiabático.

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV ; \quad PV^\gamma = \text{cte} \Rightarrow P = \frac{\text{cte}}{V^\gamma}$$

$$\text{Então: } W = - \int_{V_i}^{V_f} \text{cte} \frac{dV}{V^\gamma} \Rightarrow W = - \text{cte} \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V^\gamma} \Rightarrow$$

$$W = - \text{cte} \int_{V_i}^{V_f} V^{-\gamma} dV \Rightarrow W = - \text{cte} \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \Big|_{V_i}^{V_f} \Rightarrow$$

$$W = - \text{cte} \frac{1}{1-\gamma} (V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}) \Rightarrow W = \text{cte} \frac{1}{\gamma-1} (V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma})$$

$$W = \frac{1}{\gamma-1} (\text{cte} V_f^{1-\gamma} - \text{cte} V_i^{1-\gamma}) \Rightarrow W = \frac{1}{\gamma-1} (P_f V_f^\gamma V_f^{1-\gamma} - P_i V_i^\gamma V_i^{1-\gamma})$$

$$W = \frac{1}{\gamma-1} (P_f V_f - P_i V_i) \quad \text{No caso em estudo:}$$

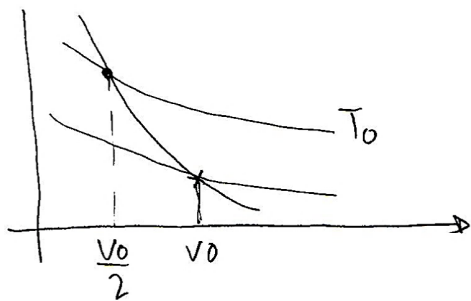
$$\Rightarrow W_1 = \frac{1}{\gamma-1} (P_f \frac{V_0}{2} - P_0 V_0)$$

$$P_0 V_0^\gamma = P_f \left(\frac{V_0}{2}\right)^\gamma \Rightarrow \boxed{P_f = \frac{P_0 V_0^\gamma}{\frac{V_0^\gamma}{2^\gamma}} = 2^\gamma P_0}$$

$$W_1 = \frac{1}{\gamma-1} \left( 2^\gamma P_0 \frac{V_0}{2} - P_0 V_0 \right) \Rightarrow W_1 = \frac{1}{\gamma-1} (2^{\gamma-1} P_0 V_0 - P_0 V_0)$$







Dedução da expressão do trabalho realizado num processo isotérmico.

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV ; \text{ se o gás for perfeito: } P = \frac{nRT}{V}$$

Então:

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT \frac{dV}{V} \Rightarrow W = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)}$$

No caso em estudo:

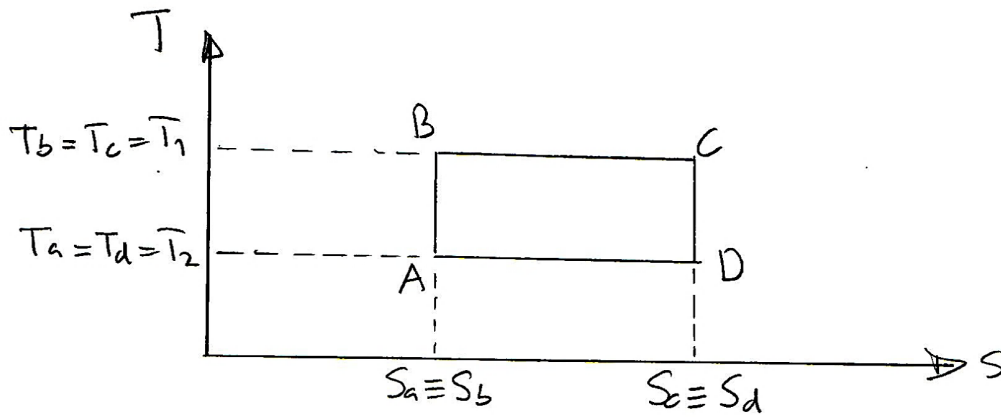
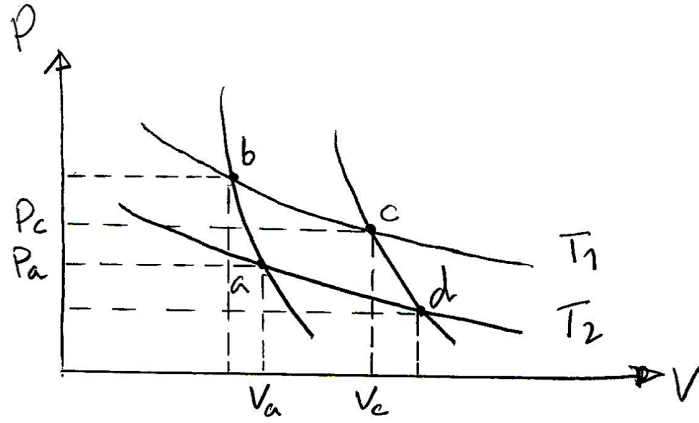
$$W_2 = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_0}{\frac{V_0}{2}}\right) \Rightarrow W_2 = -P_0 V_0 \ln 2$$

• O trabalho realizado nos dois processos é:

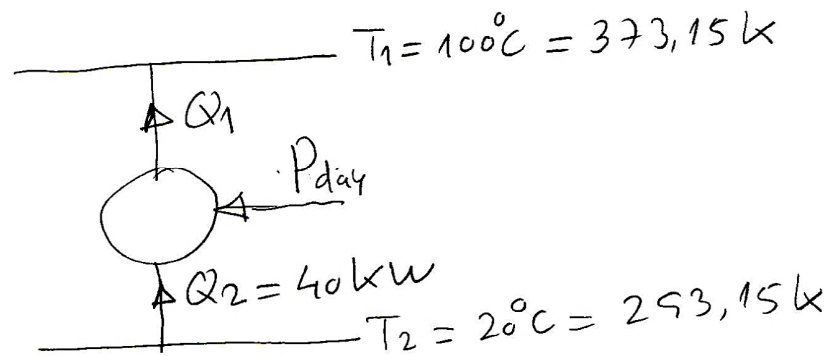
$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= \frac{1}{\gamma-1} \left( 2^{\gamma-1} P_0 V_0 - P_0 V_0 \right) - P_0 V_0 \ln 2 \\ &= P_0 V_0 \left( \frac{2^{\gamma-1} - 1}{\gamma-1} - \ln 2 \right) \end{aligned}$$



32.12



32.13

Dia

Durante o dia a diferença de temperaturas entre o exterior e o interior das habitações é de  $80^\circ$ . Nestas condições o calor que é necessário extrair das habitações é o seguinte:

$$Q_2 = 80 \times 0,5 = 40 \text{ kW}$$

Sabemos que:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{T_1}{T_2} Q_2$$

$$Q_1 = \frac{373,15}{293,15} \times 40 = 50,9 \text{ kW}$$

Notar que  $Q_2 + P_{\text{day}} = Q_1 \Rightarrow P_{\text{day}} = Q_1 - Q_2$

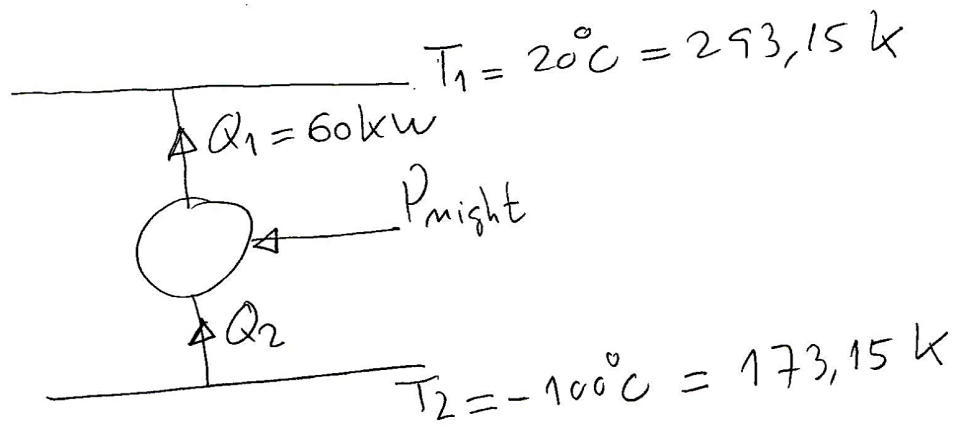
$$P_{\text{day}} = 50,9 - 40 = 10,9 \text{ kW}$$

A potência a fornecer é máquina de Carnot é

$$P_{\text{day}} = \underline{\underline{10,9 \text{ kW}}}$$



Noite



Durante a noite a diferença de temperatura entre o exterior e o interior das habitações deve ser  $120^\circ$ . Nestas condições o calor que é necessário fornecer às habitações é o seguinte:

$$Q_1 = 120 \times 0,5 = 60\text{ kW}$$

$$\text{Como } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1$$

$$Q_2 = \frac{173,15}{293,15} \cdot 60 \Rightarrow Q_2 = 35,4\text{ kW}$$

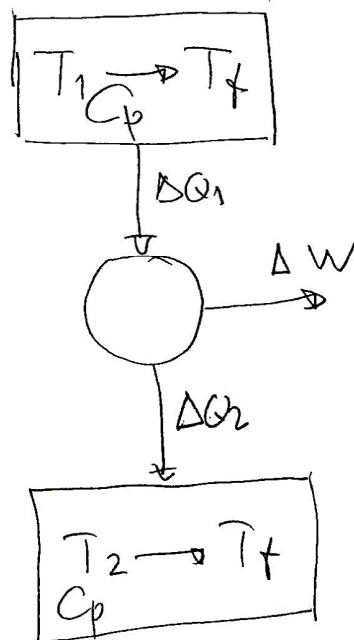
$$Q_2 + P_{\text{might}} = Q_1 \Rightarrow P_{\text{might}} = Q_1 - Q_2$$

$$P_{\text{might}} = 60 - 35,4 = \underline{\underline{24,6\text{ kW}}}$$



32.14

12-



a) A fig. representa uma máquina térmica que opera em ciclos infinitesimais reversíveis. Em cada ciclo a máquina retira calor da fonte quente à temperatura  $T_1$ , realiza trabalho e transfere calor para a fonte fria à temperatura  $T_2$ . Os ciclos são repetidos até que os dois corpos de capacidade calorífica  $C_p$  cheguem à mesma temperatura  $T_f$ . A variação de entropia em cada ciclo e no conjunto de todos eles é nula, ou seja  $\Delta S = 0$ .

A variação de entropia do corpo à temperatura  $T_1$  é:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_f} C_p \frac{dT}{T} \Rightarrow C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$$

igualmente para o corpo à temperatura  $T_2$ :

$$\Delta S_2 = C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_p \left[ \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \right] = 0$$



$$C_p \left[ \ln \left( \frac{T_f}{T_1} \cdot \frac{T_f}{T_2} \right) \right] = 0$$

$$\text{Como } C_p \neq 0 \Rightarrow \ln \left( \frac{T_f}{T_1} \cdot \frac{T_f}{T_2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{T_f}{T_1} \cdot \frac{T_f}{T_2} = 1$$

$$\frac{T_f}{T_1} = \frac{T_2}{T_f} \Rightarrow T_f^2 = T_1 \cdot T_2 \Rightarrow T_f = \sqrt{T_1 \cdot T_2}$$

b)

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 + W$$

$$C_p (T_1 - T_f) = C_p (T_f - T_2) + W$$

$$C_p T_1 - C_p T_f - C_p T_f + C_p T_2 = W$$

$$W = C_p (T_1 + T_2 - 2T_f)$$

32.15

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV$$

sendo o gás perfeito:  $p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow$

$$\Rightarrow W = \int_{V_i}^{V_f} nRT \frac{dV}{V} \quad \text{ou } \boxed{V_f > V_i}$$

Como o processo é isotérmico  $T$  é constante.

$$W = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

sendo o gás perfeito e submetido a um processo isotérmico, verificamos:

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f} \Rightarrow W = nRT \ln \left( \frac{P_i}{P_f} \right)$$



Num processo isotérmico  $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta E = 0$  13

Como  $\Delta E = Q - W \Rightarrow Q = W$

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{nRT \ln\left(\frac{P_i}{P_f}\right)}{T}$$

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{P_i}{P_f}\right)$$

1 mole He ——— 4g  
 m ——— 1000g

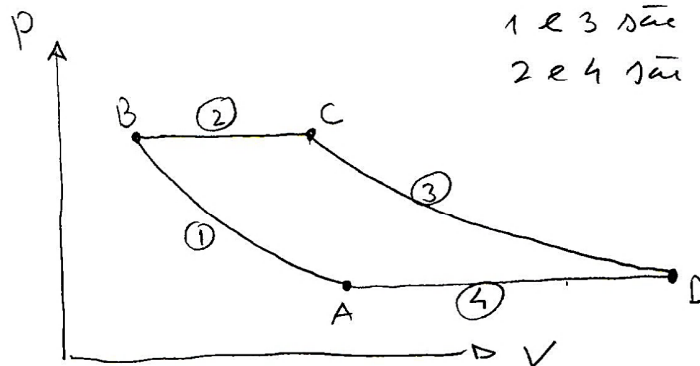
$$n = 250 \text{ mol/kg}$$

$$\Delta S = 250 R \ln\left(\frac{200}{1}\right)$$

$$\Delta S = 11 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$



32.16



1 e 3 são processos adiabáticos;  
2 e 4 são processos isobáricos.

a)

Convencionemos que o trabalho é positivo quando ocorre expansão volumétrica.

1)

$$W_{A \rightarrow B} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_B V_B - P_A V_A) < 0$$

$$= \frac{1}{\gamma - 1} (mRT_B - mRT_A) \quad (1)$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} T_A \quad (2)$$

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \Rightarrow V_A^\gamma = \frac{P_B}{P_A} V_B^\gamma \Rightarrow V_A = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_B \Rightarrow p = \frac{V_A}{V_B}$$

Substituindo (3) em (2):

$$T_B = \left(p^{\frac{1}{\gamma}}\right)^{\gamma-1} T_A \Rightarrow T_B = p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A \quad (4)$$

Substituindo (4) em (1):  $W_{A \rightarrow B} = \frac{1}{\gamma - 1} (mR p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A - mRT_A)$

Como  $p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\frac{5-3}{3}}{\frac{5}{3}}} > 0$  então como  $W_{A \rightarrow B}$  deve ser

menor que zero resulta:

$$W_{A \rightarrow B} = -\frac{1}{\gamma - 1} (mR p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A - mRT_A)$$

fazemos  $\xi = \frac{\gamma-1}{\gamma}$

$$W_{A \rightarrow B} = -\frac{1}{\gamma - 1} (mR p^\xi T_A - mRT_A) \quad (5)$$





$$2) W_{B \rightarrow C} = nR(T_C - T_B) > 0$$

Substituindo a equação 4 na equação anterior:

$$\boxed{W_{B \rightarrow C} = nR(T_C - P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A)} \\ = nR(T_C - P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A) \quad (6) \quad \left\{ = \frac{\gamma-1}{\gamma} \right.$$

$$3) W_{C \rightarrow D} = \frac{1}{\gamma-1} (P_D V_D - P_C V_C) \Rightarrow W_{C \rightarrow D} = \frac{1}{\gamma-1} (nRT_D - nRT_C)$$

$$\frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_C V_C^{\gamma-1}} = \frac{T_A V_A^{\gamma-1}}{T_D V_D^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} \cdot \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_D} \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1} \quad (8)$$

$$\text{mas } \frac{P V_B}{P V_C} = \frac{nR T_B}{nR T_C} \Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \frac{T_B}{T_C} \quad (9)$$

$$\frac{P V_A}{P V_D} = \frac{nR T_A}{nR T_D} \Rightarrow \frac{V_A}{V_D} = \frac{T_A}{T_D} \quad (10)$$

Substituindo (9) e (10) em (8):

$$\frac{T_B}{T_C} \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_D} \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{T_A}{T_D} \Rightarrow \boxed{T_D = \frac{T_A T_C}{T_B}}$$

Substituindo (11) em (7):

$$W_{C \rightarrow D} = \frac{1}{\gamma-1} \left( nR \frac{T_A T_C}{T_B} - nR T_C \right)$$

Substituindo a eq. 4 na equação anterior:

$$W_{C \rightarrow D} = \frac{1}{\gamma-1} \left( nR \frac{T_A T_C}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A} - nR T_C \right) \\ = \frac{1}{\gamma-1} \left( nR P^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_C - nR T_C \right)$$

$$\text{Como } p^{-\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} < 1 \quad \text{c/ } \gamma = \frac{5}{3} \quad \text{e}$$

Como o trabalho realizado pelo sistema no processo adiabático de expansão deve ser positivo. Então:

$$W_{C \rightarrow D} = - \frac{1}{\gamma-1} (nR p^{-\frac{1}{\gamma}} T_C - nR T_C) \quad (12)$$

$$4) \quad W_{D \rightarrow A} = nR (T_A - T_D)$$

Substituindo as equações (4) e (11) na equação anterior:

$$W_{D \rightarrow A} = nR (T_A - p^{-\frac{1}{\gamma}} T_C)$$

5) O trabalho produzido pela máquina é o seguinte

$$W = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow D} + W_{D \rightarrow A}$$

$$W = - \frac{1}{\gamma-1} (nR p^{\frac{1}{\gamma}} T_A - nR T_A) + nR (T_C - p^{\frac{1}{\gamma}} T_A) - \frac{1}{\gamma-1} (nR p^{-\frac{1}{\gamma}} T_C - nR T_C) + nR (T_A - p^{-\frac{1}{\gamma}} T_C)$$

Na unidade de tempo passam  $\dot{N}$  moles de gás na máquina. Além disso, a potência produzida pela máquina é o trabalho realizado na unidade de tempo, ou seja:

$$P = \frac{dW}{dt} = \dot{W} = - \frac{1}{\gamma-1} (\dot{N} R p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A - \dot{N} R T_A) + \dot{N} R (T_C - T_A p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) - \frac{1}{\gamma-1} (\dot{N} R T_C p^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \dot{N} R T_C) + \dot{N} R (T_A - T_C p^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}})$$

Após alguma manipulação algébrica chegamos finalmente à equação:

$$P = \dot{W} = \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_C + T_A - T_C p^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_A p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) \quad (13) \quad \underline{\underline{\text{c.q.d}}}$$



b)

Derivando a eq. 13 em ordem a  $p$ :

$$\frac{\partial P}{\partial p} = -\dot{N} R T_A p^{-\frac{1}{\gamma}} + \dot{N} R T_C p^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}}$$

Iguando  $\frac{\partial P}{\partial p}$  a zero obtemos  $p_{max}$ !

$$-\dot{N} R T_A p_{max}^{-\frac{1}{\gamma}} + \dot{N} R T_C p_{max}^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}} = 0$$

$$T_C p_{max}^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}} = T_A p_{max}^{-\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{T_C}{T_A} = \frac{p_{max}^{-\frac{1}{\gamma}}}{p_{max}^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}}}$$

$$\frac{T_C}{T_A} = p_{max}^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma}} \Rightarrow \boxed{p_{max} = \left( \frac{T_C}{T_A} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}} \quad \begin{array}{l} (14) \\ \text{c.s.d} \end{array}$$

c) Substituindo a equaçã anterior (14) na equaçã (13):

$$\dot{W}_m = \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left\{ T_C + T_A - T_C \left[ \left( \frac{T_C}{T_A} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} \right]^{-\frac{(\gamma-1)}{\gamma}} - \left[ \left( \frac{T_C}{T_A} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}$$

$$= \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ T_C + T_A - T_C \frac{1}{\sqrt{\frac{T_C}{T_A}}} - T_A \sqrt{\frac{T_C}{T_A}} \right]$$

$$= \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ T_C + T_A - T_C \sqrt{\frac{T_A}{T_C}} - T_A \sqrt{\frac{T_C}{T_A}} \right]$$

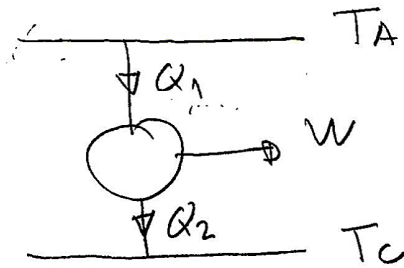
$$= \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( T_C + T_A - \sqrt{T_C T_A} - \sqrt{T_C T_A} \right)$$

$$= \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( T_C + T_A - 2 \sqrt{T_C T_A} \right)$$

$$= \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( \sqrt{T_C} - \sqrt{T_A} \right)^2 \quad \text{c.s.d}$$



d) A máxima eficiência de máquina é dada:



note: A máquina rejeita calor em  $T_A$  e absorve calor em  $T_C$

$$W = Q_1 - Q_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (\text{eq. 1})$$

Vimos no problema 32.1 que

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_A}{T_C} \quad (\text{eq. 2})$$

Então, aplicando a (eq. 2) na (eq. 1):

$$\frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_A}{T_C} \quad \Rightarrow \quad \epsilon_{\text{max}} = 1 - \frac{T_A}{T_C}$$

$\swarrow$   
 $\epsilon_{\text{max}}$

e)  $\dot{W}_m = \dot{N} R \frac{\gamma}{\gamma - 1} (\sqrt{T_C} - \sqrt{T_A})^2$  sendo:  $\gamma = \frac{7}{5}$ ;  $T_A = 300\text{K}$ ;  $T_C = 1200$

Então:  $1 \times 10^6 = \dot{N} R \frac{7}{2} (\sqrt{1200} - \sqrt{300})^2 \Rightarrow \dot{N} = \frac{1 \times 10^6}{1050 R}$

Mas  $P_A \dot{V}_A = \dot{N} R T_A \Rightarrow \dot{V}_A = \frac{\dot{N} R T_A}{P_A}$

$\dot{V}_A = \frac{1 \times 10^6}{1050 R} \cdot \frac{R T_A}{P_A}$  sendo  $P_A = 101325 \text{ Pa}$

$\dot{V}_A = \frac{1 \times 10^6 \times 300}{1050 \times 101325} = 2,8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$



$$f) \quad \varepsilon_m = 1 - \sqrt{\frac{T_A}{T_C}}$$

$$\text{Então } \varepsilon_e = 1 - \sqrt{\frac{300}{1200}} = 0,5 = \underline{\underline{50\%}}$$

g) Recomendando ao resultado de alínea b)

$$p_m = \left(\frac{T_C}{T_A}\right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$$

$$\text{c/ } \gamma = \frac{7}{5}; T_A = 300\text{K}; T_C = 1200\text{K}$$

$$p_e = \left(\frac{1200}{300}\right)^{\frac{7}{4}} \Rightarrow p_e = 4^{\frac{7}{4}} = \underline{\underline{11,3}} \quad \text{c-g. d) (}$$

