

33.3

A densidade de energia de um "gás de fótons" é dada por:

$$u = aT^4$$

sendo $a = \frac{4\sigma}{c}$ a constante radiativa, σ é a constante de Stefan-Boltzmann e c a velocidade de luz no vácuo.

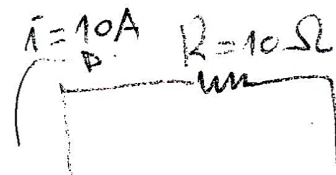
Então a equação de densidade de energia de um "gás de fótons" pode reescrever-se:

$$u = \frac{4\sigma}{c} T^4$$

Como $u = \frac{U}{V}$, então $U = \frac{4\sigma}{c} T^4 V$

O calor específico a volume constante é:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \Rightarrow C_V = \left(\frac{16\sigma}{c} \right) T^3 V \quad \underline{\underline{\text{c.g.d}}}$$

33.4

$$T = 10^\circ\text{C} = 283,15 \text{ K}$$

a)

$$P = Ri^2 \quad \text{e} \quad dQ = T dS_R = P \frac{dQ}{dt} = T \frac{dS_R}{dt}$$

$$\text{mas } \frac{dQ}{dt} = P, \text{ então: } P = T \frac{dS_R}{dt}$$

$$\frac{dS_R}{dT} = \frac{P}{T} = \frac{R i^2}{T} = \frac{10 \cdot 10^2}{283,15} = 3,534 \text{ J s}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$1 \text{ cal} = 4,1858 \text{ J}$$

$$\frac{dS_R}{dt} = 0,844 \text{ cal s}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

b) Como o sistema é aberto, a taxa de variação instantânea de entropia do sistema é igual à taxa de variação de entropia do Universo.

$$\frac{dS_R}{dt} = \frac{dS_{\text{univ}}}{dt}$$



33.5

Usando a 1ª Lei da Termodinâmica na forma diferencial: $\delta q = du + P dv$ (1)

A diferencial du é exata pelo que:

$$u = u(T, v) \Rightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv \quad (2)$$

insereindo (2) em (1):

$$\begin{aligned} \delta q &= \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv + P dv \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + P\right] dv \quad (3) \end{aligned}$$

- Consideremos agora um processo isocórico ($dv=0$):

$$\delta q_{Tv} = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT \quad (4)$$

$$\text{Mas } \delta q_{Tv} = c_v dT \quad (5)$$

Comparando (4) com (5):

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \quad \text{sendo } c_v \text{ a capacidade térmica molar ou} \\ \text{mássica a volume constante.}$$

Substituindo esta equação em (3):

$$\delta q = c_v dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + P\right] dv \quad (6)$$

Seguidamente vamos considerar um processo isobárico: $dp=0$

$$\delta q_{Tp} = c_v dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + P\right] dv \quad (7)$$



$$\text{mas } \int q_p = c_p dT_p \quad (8)$$

comparando (7) com (8):

$$c_p dT_p = c_v dT_p + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right] dv_p$$

$$(c_p - c_v) dT_p = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right] dv_p$$

$$c_p - c_v = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right] \frac{dv_p}{dT_p} \quad (9)$$

$$\text{Mas } v = v(T, P)$$

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T dP$$

como $dP = 0$ (processo isobárico)

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dT \Rightarrow \frac{dv}{dT} = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad (10)$$

Substituído (10) em (9):

$$c_p - c_v = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + P \right] \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad (11)$$

Como num gás perfeito o coeficiente de Joule é nulo: $\gamma = 0$

$$\text{e } \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = -c_v \gamma \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = 0 \quad (12)$$

Substituído (12) em (11)

$$c_p - c_v = P \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \quad (12)$$

$$\text{Gás perfeito } \Rightarrow PV = nRT \Rightarrow Pv = RT \Rightarrow v = \frac{R}{P} T$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{T} \quad (13)$$

$$\text{Substituído (13) em (12): } \boxed{c_p - c_v = R} \quad \underline{\underline{\text{c.s.d}}}$$



33.6

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(\nu_v - \nu_L)} \quad (1)$$

sendo: ν_v o volume específico do vapor;
 ν_L o volume específico do líquido.

$$\rho = \frac{M(\text{kg})}{V(\text{m}^3)} = \frac{1}{\frac{V(\text{m}^3)}{M(\text{kg})}} = \frac{1}{\nu} \quad (2)$$

sendo ν o volume específico.

Substituindo (2) em (1):

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_L}\right)} \Rightarrow \frac{dT}{dP} = \frac{T\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_L}\right)}{L} \quad (3)$$

Por outro lado, a variação de pressão com a altitude é o seguinte:

$$dP = -\rho_{\text{ar}} g dz \Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{ar}} g \quad (4)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{dT}{dP} \frac{dP}{dz} \quad (5)$$

Substituindo (3) e (4) em (5):

$$\frac{dT}{dz} = \frac{T\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_L}\right)}{L} (-\rho_{\text{ar}} g)$$

Nota: $\rho_{\text{ar}} (\text{a } 300\text{K}) \approx 1,18 \text{ kg m}^{-3}$; $g \approx 9,8 \text{ m s}^{-2}$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{373,15 \left(\frac{1}{0,598} - \frac{1}{1000}\right) \times 1,18 \times 9,8}{2,44 \times 10^6}$$

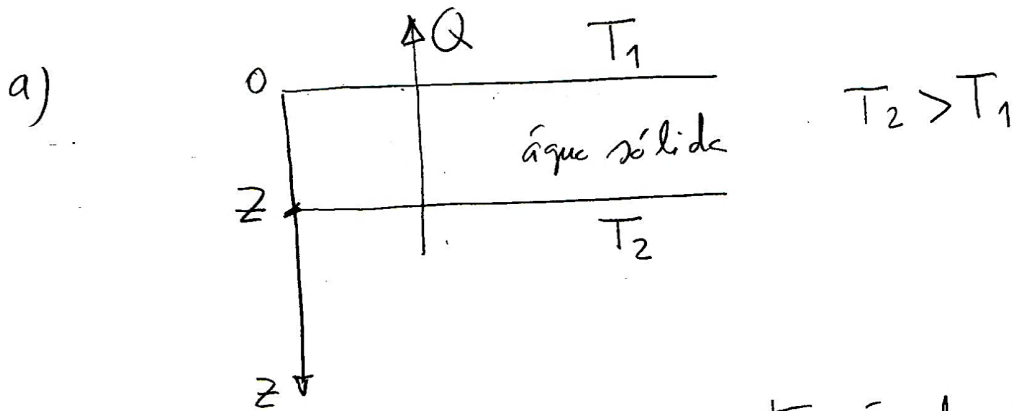
$$\frac{dT}{dz} = -3 \times 10^{-3} \text{ K/m} = -3 \text{ K/km}$$



Nota 2: Próximo do nível de água do mar (baixa altitude) q e p_{ar} permanecem aproximadamente constantes. Nestas condições a temperatura de ebulição decresce cerca de 3 K por Km de altitude.



33.7



A variação temporal do calor através da placa de gelo é dada pela Lei de Fourier:

$$\frac{dQ}{dt} = k A \frac{\Delta T}{\Delta Z}, \text{ sendo } k \text{ a condutibilidade térmica do gelo, } A \text{ a superfície através da qual o calor flui, } \Delta T = T_2 - T_1 \text{ e } \Delta Z = Z$$

Por outro lado, para formar mais gelo é necessário extrair da água líquida o seguinte calor:

$Q = m L$, sendo m a massa de gelo a formar e L o calor latente de formação do gelo.

$$Q = m L \Rightarrow Q = \rho V L \Rightarrow \boxed{Q = \rho A Z L}$$

Introduzindo a equação anterior na equação de Fourier:

$$\frac{d}{dt} (\rho A Z L) = k A \frac{\Delta T}{\Delta Z}$$

$$\rho A L \frac{dz}{dt} = k A \frac{\Delta T}{\Delta Z} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = \frac{k}{\rho L} \frac{\Delta T}{\Delta Z}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{k}{\rho L} \frac{\Delta T}{z} \quad \text{c.s.d}$$

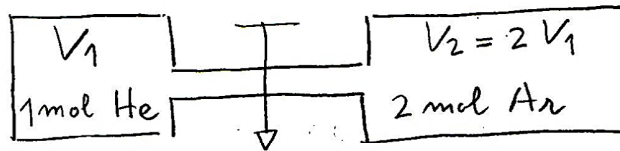
$$b) \quad \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{k}{\rho L} \frac{\Delta T}{\Delta z}$$

$$\Delta z = \sqrt{\frac{k \Delta T \Delta t}{\rho L}}$$

$$\Delta z = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 3600}{917,8 \times 3,3 \times 10^5}} \approx \underline{\underline{1,54 \text{ cm}}}$$



33.8



1.a) Ao abrir a torneira o He e o Ar misturam-se em resultado de expansão do He para o volume V_2 e do Argon para o volume V_1 , conduzindo a um aumento da entropia do sistema. Como se trata de expansão livre, não há variação de energia interna o que implica não haver variação de temperatura. Temos, assim, um processo isotérmico.

$$\begin{aligned} \Delta S &= M_{\text{He}} R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + M_{\text{Ar}} R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \\ &= 1 \cdot R \ln\left(\frac{3V_1}{V_1}\right) + 2 \cdot R \ln\left(\frac{3V_1}{2V_1}\right) \\ &= R \left[\ln(3) + 2 \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right] \\ &= 15,88 \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

1.b) Como o sistema está em equilíbrio térmico com a vizinhança, não há troca de calor.

Então: $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = 0$

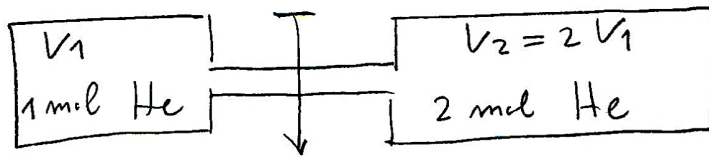
$$\Delta S_{\text{surr.}} = 0$$

1.c) $\Delta S_{\text{univ.}} = \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{surr.}}$

Então: $\Delta S_{\text{univ.}} = \Delta S_{\text{gas}}$



2a)



$$\Delta S = n_{\text{He}} R \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \Rightarrow \Delta S = 3R \ln 2 \Rightarrow \Delta S = 0$$

$$\boxed{\Delta S_{\text{He}} = 0}$$

2b) Como o sistema está em equilíbrio térmico com a vizinhança, não há troca de calor.

$$\Delta S_{\text{sum.}} = \frac{\Delta Q}{T} = 0$$

$$\begin{aligned} 2c) \quad \Delta S_{\text{univ.}} &= \Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{sum.}} \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 // \end{aligned}$$



33.9

A densidade de energia de um gás de fótons é dada pela equação de Stefan-Boltzmann

$$u = aT^4$$

sendo $a = \frac{4\sigma}{c}$ a constante radiativa e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

$$u = \frac{4\sigma}{c} T^4 \Rightarrow \frac{U}{V} = \frac{4\sigma}{c} T^4 \Rightarrow \boxed{U = \frac{4\sigma}{c} VT^4}$$

Como a diferencial de energia total U é exacta:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

$$dU = \frac{4\sigma}{c} T^4 dV + \frac{16\sigma}{c} VT^3 dT \quad (1)$$

Por outro lado, combinando a 1ª e 2ª Leis da Termodinâmica

$$\boxed{dU = Tds - pdV} \quad (2)$$

$$\text{sendo } p = \frac{1}{3}u \Rightarrow p = \frac{1}{3}aT^4 \Rightarrow p = \frac{1}{3} \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2):

$$dU = Tds - \frac{4\sigma}{3c} T^4 dV \quad (4)$$

Comparando (4) com (1)

$$\frac{4\sigma}{c} T^4 dV + \frac{16\sigma}{c} VT^3 dT = Tds - \frac{4\sigma}{3c} T^4 dV$$

$$Tds = \frac{16\sigma}{3c} T^4 dV + \frac{16\sigma}{c} VT^3 dT$$

$$\boxed{ds = \frac{16\sigma}{3c} T^3 dV + \frac{16\sigma}{c} VT^2 dT} \quad (5)$$



a) Processo isotérmico $\Rightarrow dT = 0$

A equação 5 fica:

$$dS = \frac{16\sigma}{3C} T^3 dV \Rightarrow S = \frac{16\sigma}{3C} T^3 \int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$S = \left(\frac{16\sigma}{3C}\right) T^3 (V_2 - V_1)$$

b) Processo isocórico $\Rightarrow dV = 0$

A equação 5 fica:

$$dS = \frac{16\sigma}{C} V T^2 dT \Rightarrow S = \frac{16\sigma}{C} V \int_{T_1}^{T_2} T^2 dT$$

$$S = \left(\frac{16\sigma}{3C}\right) V (T_2^2 - T_1^2)$$

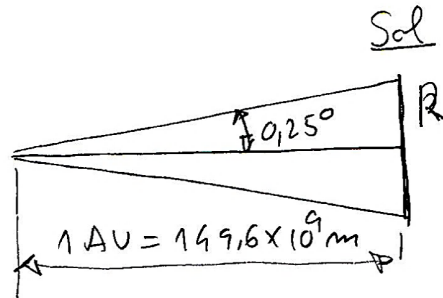
c)



33.10

$$F = \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{F}{\sigma}\right)^{1/4}$$

$$T = \left(\frac{1395}{\sigma}\right)^{1/4} = 396 \text{ K} = \underline{\underline{122,9^\circ\text{C}}}$$

33.11

$$R = 149,6 \times 10^9 \tan(0,25^\circ)$$

$$= 652,8 \times 10^6 \text{ m}$$

A potência radiada pelo Sol é:

$$P = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \times 652,8 \times 10^6 \times \sigma \times 5700^4$$

$$P = 3,2 \times 10^{26} \text{ W}$$

O fluxo recebido pela esfera de cobre, situada a 1 AU do Sol é:

$$F = \frac{P}{4\pi (149,6 \times 10^9)^2} = \frac{3,2 \times 10^{26}}{4\pi (149,6 \times 10^9)^2} = 1139,8 \text{ W/m}^2$$

A potência recebida pela esfera é:

$$P_{\text{rec}} = F \pi R_{\text{est}}^2 \Rightarrow P_{\text{rec}} = 1139,8 \pi R_{\text{est}}^2$$

A potência emitida pela esfera negra de cobre é a mesma:

$$P_{\text{emit}} = \epsilon S \sigma T^4$$

$\epsilon = 1$ (a emissividade de um corpo negro é unitária)

$$P_{\text{emit}} = 4\pi R_{\text{est}}^2 \sigma T^4$$



Para a esfera atingir o equilíbrio térmico é necessário que

$$P_{rec} = P_{emit}$$

$$1139,8 \pi R_{est}^2 = 4 \pi R_{est}^2 \sigma T_{eq}^4$$

$$T_{eq} = \left(\frac{1139,8}{4 \sigma} \right)^{1/4} = \underline{266^\circ K}$$

33.12

$$p = \frac{u}{3} \quad e \quad u = \frac{4\sigma}{c} T^4 \Rightarrow \boxed{p = \frac{4\sigma}{3c} T^4}$$

Como se vê a equação de estado de um gás de fótons não depende do volume.

Como a cavidade é comprimida a temperatura constante, a pressão não varia. Assim, o facto de variação de pressão de radiação é unitário.

$$\boxed{\gamma = 1}$$



33.14

- a) A equação de estado de um gás submetido a um processo adiabático é a seguinte:

$$pV^\gamma = \text{cte} \quad (1)$$

A equação dos gases perfeitos é:

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$\frac{nRT}{V} V^\gamma = \text{cte} \Rightarrow \boxed{TV^{\gamma-1} = \text{cte}} \quad (3)$$

- Cálculo da variação do volume de esfera quando o respectivo raio passa de R a $R/2$:

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{\frac{3}{4}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3}{\frac{3}{4}\pi R^3} = \frac{1}{8}$$

- Cálculo da variação de temperatura

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

Como se trata de um gás monoatômico,

$$C_v = \frac{3}{2} \text{ e } C_p = \frac{5}{2}.$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$$

$$T_i V_i^{5/3-3/3} = T_f \left(\frac{V_i}{8}\right)^{5/3-3/3} \Rightarrow T_f = 8^{2/3} T_i$$

$$\boxed{T_f = 4 T_i}$$



$$\begin{aligned} \text{Factor} &= \frac{\bar{I}_f}{I_i} = \frac{4\pi R_f^2 \sigma T_f^4}{4\pi R_i^2 \sigma T_i^4} \\ &= \frac{4\pi \frac{R_i^2}{4} \sigma 4^4 T_i^4}{4\pi R_i^2 \sigma T_i^4} = 4^3 = 64 \end{aligned}$$

b) O gás no interior da esfera, de densidade constante, tem energia potencial gravítica dada pela equação:

$$E_{\text{grav.}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

Assim, verificamos que a energia gravítica vai aumentando à medida que a esfera se contrai; contribuindo para o aumento de energia total (que é a soma das energias interna e gravítica).

Tal aumento de energia total determina o aumento da temperatura do gás e por conseguinte o aumento da relação entre as intensidades de radiação final e inicial.

Então, o Factor aumentaria se considerássemos o efeito gravitacional.



33.15

A equação de estado de um gás de fótons submetido a um processo adiabático é a seguinte:

$$pV^{4/3} = \text{cte} \quad (1)$$

mas a equação dos gases perfeitos é a seguinte:

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$\frac{nRT}{V} V^{4/3} = \text{cte} \Rightarrow TV^{1/3} = \text{cte} \quad (3)$$

• Cálculo de variação do volume:

$$\frac{V_i}{V_f} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_i^3}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{r_i}{2}\right)^3} = 2^3 \Rightarrow V_f = \frac{V_i}{8} \quad (4)$$

• Cálculo de variação da temperatura

$$T_i V_i^{1/3} = T_f V_f^{1/3} \Rightarrow T_i V_i^{1/3} = T_f \left(\frac{V_i}{8}\right)^{1/3} \Rightarrow$$

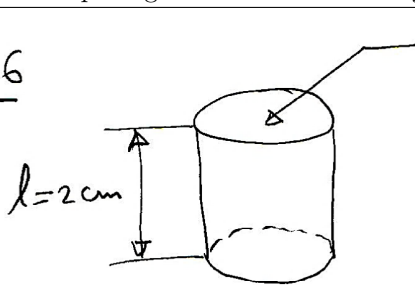
$$\frac{T_i}{T_f} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_f = 2T_i \quad (5)$$

$$\text{Factor} = \frac{J_f}{J_i} = \frac{4\pi r_f^2 \sigma T_f^4}{4\pi r_i^2 \sigma T_i^4} = \frac{4\pi \frac{r_i^2}{4} \sigma 2^4 \frac{1}{8}}{4\pi r_i^2 \sigma T_i^4} =$$

$$\text{Factor} = \frac{2^4}{4} = 4 //$$



33.16

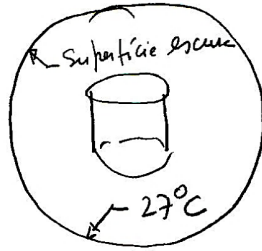


$$S = 2 \times 10 + 2\pi \sqrt{\frac{A_b}{\pi}} \cdot l$$

$$S = 42,42 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$V = A_b \cdot l \Rightarrow V = 10 \times 2 = 20 \text{ cm}^3 = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

a)



$$P = \frac{dQ}{dt} = S \sigma T^4 \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 42,42 \times 10^{-4} \times 300,15^4$$

$$\frac{dQ}{dt} = 1,95 \text{ J/s}$$

$$b) \quad P = \frac{dQ}{dt} = S \sigma T^4$$

$$dQ = m c_p dT \quad \text{e.} \quad m = \rho V \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \rho V c_p \frac{dT}{dt}$$

$$S \sigma T^4 = \rho V c_p \frac{dT}{dt} \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{S \sigma T^4}{\rho V c_p}$$

$$\text{para } T = 127^\circ$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{42,42 \times 10^{-4} \times 5,6704 \times 10^{-8} \times 400,15^4}{8950 \times 20 \times 10^{-6} \times 390} = 0,088 \text{ J/s}$$



33.17

a) Um gás totalmente ionizado comporta-se como um gás perfeito porque a energia térmica é muito maior do que a energia de interação coulombiana entre partículas.

$$pV = Nk_B T \Rightarrow p = \frac{N}{V} k_B T \quad (\text{eq. 1})$$

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \rho = \frac{N m_{\text{partícula}}}{V} \quad (\text{eq. 2})$$

O peso molecular médio é:

$$\mu = \frac{m_{\text{partícula}}}{m_H} \Rightarrow m_{\text{partícula}} = \mu m_H \quad (\text{eq. 3})$$

Aplicando c (eq. 3) na (eq. 2):

$$\rho = \frac{N \mu m_H}{V} \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{\rho}{\mu m_H} \quad (\text{eq. 4})$$

Aplicando c (eq. 4) na (eq. 1):

$$p = \frac{\rho k_B T}{\mu m_H}$$

$$\rho = 80 \text{ g cm}^{-3} = 80 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$T = 13 \times 10^5 \text{ K}$$

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{Z}{2}}$$

sendo X, Y, Z as percentagens de H, He e metais presentes no Sol.



Como no enunciado se afirma que a matéria é composta quase inteiramente por prótons e elétrons, assumimos que só existe hidrogênio.

Neste caso: $X=1$; $Y=0$ e $Z=0$

Então: $\mu=0,5$

Por outro lado a massa do hidrogênio é:

$$m_H = 1,00754 \mu$$

sendo μ (unidade de massa atômica) = $1,66053873 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$m_H = 1,6737 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$P = \frac{80 \times 10^3 \times 13 \times 10^6}{0,5 \times 1,6737 \times 10^{-27}} = 1,72 \times 10^{16} \text{ Pa}$$

b)

$$P = \frac{M}{3} = \frac{1}{3} \frac{4\sigma}{c} T^4$$

$$P = \frac{4\sigma (13 \times 10^6)^4}{3c} = 7,2 \times 10^{12} \text{ Pa}$$



33.18

A 0°C o volume específico de vapor de água saturado é de $206 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Para calcular o calor latente de vaporização a 0°C vamos recorrer à equação de Clausius - Clapeyron:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(n_v - n_L)}$$

Como, nesta situação, $n_L = 0$, então:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T n_v} \Rightarrow L = \frac{dp}{dT} T n_v$$

De J. Phys. Chem. Ref. Data, vol. 16, No 4, 1987 extraímos o valor de $\frac{dp}{dT}$ a 0°C :

$$\frac{dp}{dT} = 44,426617$$

Então:

$$\begin{aligned} L &= 44,426617 \times 273,16 \times 206 \\ &= 2,50 \times 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Em tabela constatamos que o valor de L para 0°C é de:

$$L \approx 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}$$



33.19

A relação de Gibbs-Duhem é a seguinte:

$$d\mu = -SdT + Vdp$$

Os potenciais químicos são iguais ao longo de linha que estabelece a fronteira entre duas fases. Neste caso as fases sólida e líquida.

Denoto a fase líquida por 1 e a fase sólida por 2:

$$d\mu_1 = d\mu_2$$

$$-S_1 dT_1 + V_1 dp_1 = -S_2 dT_2 + V_2 dp_2$$

Sobre a linha fronteira das duas fases verifica-se:

$$p_1 = p_2 = p \quad \text{e} \quad T_1 = T_2 = T$$

Então:

$$-S_1 dT + V_1 dp = -S_2 dT + V_2 dp$$

dividindo por dT :

$$-S_1 + v_1 \frac{dp}{dT} = -S_2 + v_2 \frac{dp}{dT}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1} \quad (\text{eq. 1})$$



33.18

A 0°C o volume específico de vapor de água saturado é de $206 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Para calcular o calor latente de vaporização a 0°C vamos recorrer à equação de Clausius - Clapeyron:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(n_v - n_L)}$$

Como, nesta situação, $n_L = 0$, então:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T n_v} \Rightarrow L = \frac{dp}{dT} T n_v$$

De J. Phys. Chem. Ref. Data, vol. 16, No 4, 1987 extraímos o valor de $\frac{dp}{dT}$ a 0°C :

$$\frac{dp}{dT} = 44,426617$$

Então:

$$\begin{aligned} L &= 44,426617 \times 273,16 \times 206 \\ &= 2,50 \times 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Em tabela constatamos que o valor de L para 0°C é de:

$$L \approx 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}$$



A entropia de um líquido é maior do que a entropia de um sólido, independentemente da temperatura.

$$S_1 > S_2 \quad (\text{eq. 2})$$

No caso de água sólida

$$V_2 > V_1 \quad (\text{eq. 3})$$

De (eq. 1), (eq. 2) e (eq. 3) resulta:

$$\frac{dp}{dT} < 0$$

b)

$$S_2 - S_1 = \frac{L}{T} \quad \text{sendo } L \text{ o calor latente de fusão}$$

Substituindo esta equação na (eq. 1) chegamos à relação de Clausius - Clapeyron

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{L}{T \Delta V}$$

$$\frac{p - p_0}{T - T_0} = \frac{L}{T \Delta V}$$

$$(p - p_0) T \Delta V = L (T - T_0)$$

$$p \Delta V T - p_0 \Delta V T - L T = -L T_0$$

$$\Delta V (p_0 - p) T + L T = L T_0$$



$$T = \frac{L T_0}{\Delta V (p_0 - p) + L}$$

$p = 466 \text{ atm}$, extraído de Physics Today, December 2005, pag 54.

$$L = 80 \text{ cal/g} \Rightarrow L = 80 \times 10^3 \text{ cal/kg}$$

$$\Rightarrow L = 334864 \text{ J/kg}$$

$$\Delta V = 0,091 \text{ cm}^3/\text{g} \Rightarrow \Delta V = 91 \times 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{g}$$

$$\Delta V = 91 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{g}$$

$$\Delta V = 91 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T = \frac{334864 \times 273,15}{91 \times 10^{-6} (101325 - 466 \times 101325) + 334864}$$

$$= 276,69 \text{ K}$$

$$= -3,54^\circ \text{C}$$



33.21

A taxa de aquecimento (ou perda de energia) do corpo à temperatura T , sendo a temperatura do meio envolvente T_0 , é dada pela equação de Stefan-Boltzmann:

$$\frac{dQ_1}{dt} = 4\pi r^2 \sigma (T^4 - T_0^4)$$

Emvolvendo o corpo esférico com uma blindagem esférica, sendo esta concêntrica com aquele, a taxa de aquecimento do corpo passa a ser a seguinte:

$$\frac{dQ_2}{dt} = 4\pi r^2 \sigma (T^4 - T_1^4), \text{ sendo } T_1$$

a temperatura da blindagem.

Mas as perdas de energia da blindagem é a seguinte:

$$\frac{dQ_3}{dt} = 4\pi R^2 \sigma (T_1^4 - T_0^4)$$

Nota-se que a perda de energia do corpo envolvido pela blindagem deverá ser igual à perda de energia da blindagem ou seja:

$$\frac{dQ_2}{dt} = \frac{dQ_3}{dt}$$

$$4\pi r^2 \sigma (T^4 - T_1^4) = 4\pi R^2 \sigma (T_1^4 - T_0^4)$$



$$\lambda^2 T^4 - \lambda^2 T_1^4 = R^2 T_1^4 - R^2 T_0^4$$

$$T_1^4 = \frac{\lambda^2 T^4 + R^2 T_0^4}{\lambda^2 + R^2} \quad (1)$$

A blindagem reduz a radiação do corpo no seguinte factor:

$$f = \frac{\frac{dQ_2}{dt}}{\frac{dQ_1}{dt}} = \frac{T^4 - T_1^4}{T^4 - T_0^4} \quad (2)$$

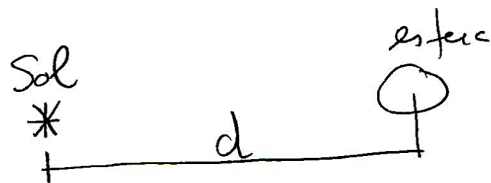
Substituído (1) em (2):

$$f = \frac{T^4 - \left(\frac{\lambda^2 T^4 + R^2 T_0^4}{\lambda^2 + R^2} \right)}{T^4 - T_0^4} = \frac{\cancel{\lambda^2 T^4} + R^2 T^4 - \cancel{\lambda^2 T^4} - R^2 T_0^4}{\lambda^2 + R^2} = \frac{R^2 (T^4 - T_0^4)}{\lambda^2 + R^2}$$

$$f = \frac{R^2 (T^4 - T_0^4)}{\lambda^2 + R^2} = \frac{R^2}{\lambda^2 + R^2}$$

$$f = \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda}{R} \right)^2}$$



33.22

- O fluxo na fotosfera do Sol é:

$$F = \sigma T_{\text{ef}}^4, \text{ sendo } T_{\text{ef}} \text{ a temperatura efetiva,}$$

$$T_{\text{ef}} = 5700 \text{ K}$$

- A potência emitida pelo Sol é:

$$P = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{ef}}^4, \text{ sendo } \sigma \text{ a constante de Stefan-Boltzmann.}$$

- O fluxo do Sol

$$F_1 = \frac{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{ef}}^4}{4\pi d^2}$$

- A potência recebida pela esfera é:

$$P_{\text{rec}} = F_1 \pi R_{\text{est}}^2 (1 - R)$$

$$= \frac{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{ef}}^4}{4\pi d^2} \cdot \pi R_{\text{est}}^2 (1 - R)$$

$$= \left(\frac{R_{\odot}}{d}\right)^2 \sigma T_{\text{ef}}^4 \cdot \pi R_{\text{est}}^2 (1 - R)$$

- A potência emitida pela esfera é:

$$P_{\text{emit}} = \sigma T^4 4\pi R_{\text{est}}^2$$

Em equilíbrio térmico $P_{\text{emit}} = P_{\text{rec}}$.



$$\left(\frac{R_0}{d}\right)^2 \sigma T_{\text{ef}}^4 \pi r_{\text{est}}^2 (1-R) = \sigma T_{\text{eq}}^4 4\pi r_{\text{est}}^2$$

$$\left(\frac{R_0}{d}\right)^2 T_{\text{ef}}^4 (1-R) = 4 T_{\text{eq}}^4$$

= constante (k)

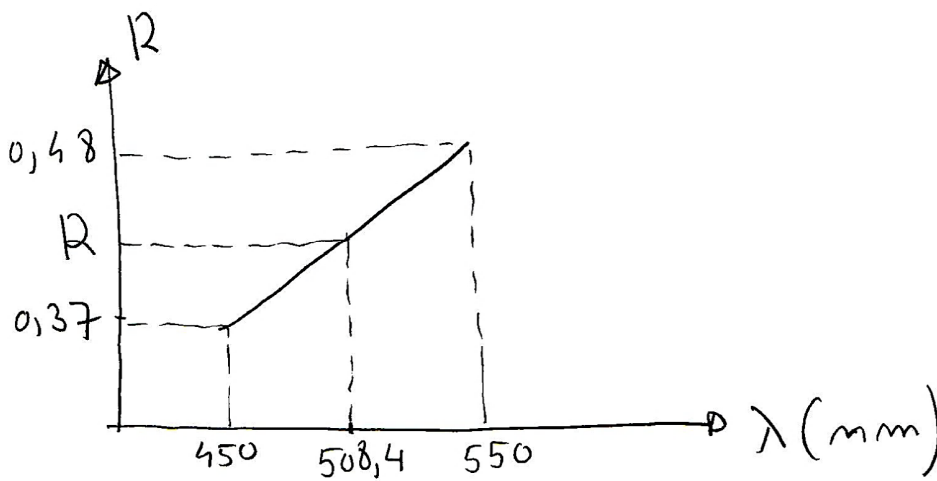
$$k(1-R) = 4 T_{\text{eq}}^4$$

$$T_{\text{eq}} = \left[\frac{k(1-R)}{4} \right]^{0,25} \quad (\text{eq. 1})$$

- Cálculo da refletividade de esfera de cobre-protegida.

Recomendo a Lei de Wien:

$$\lambda_m = \frac{0,28977 \times 10^{-2}}{T} \approx 508,4 \times 10^{-9} \text{ m}$$



$$R = 0,37 + 11 \times 10^{-4} (508,4 - 450)$$

$$= 0,43$$



Voltando à (eq.1):

$$T_{eq} = \left[\frac{k(1-R)}{4} \right]^{0,25}$$

a) Esfera negra $R=0$

$$T_0 = \left(\frac{k}{4} \right)^{0,25}$$

b) Esfera cobre-pretada $R=0,43$

$$T = \left(\frac{k \cdot 0,57}{4} \right)^{0,25}$$

$$\frac{T_0}{T} = \frac{\left(\frac{k}{4} \right)^{0,25}}{\left(\frac{k}{4} \cdot 0,57 \right)^{0,25}}$$

$$T = 0,869 T_0 \Rightarrow T < T_0$$

A temperatura de equilíbrio de esfera de cobre-pretada é inferior à temperatura de equilíbrio de esfera negra.

